

国際数学オリンピック

東京理科大学 教育支援機構 理数教育研究センター 教授 **あきやま じん** **秋山 仁**

日本も国際数学オリンピックに生徒を送ろう

“国際数学オリンピック (IMO) に日本チームを初参加させよう”と考え、文部省や日本数学会の関係者たちと議論を始めたのは、1980年代の後半でした。しかし、当時、文部省は生徒たちの平均学力を向上させることに力を注いでおり、一部の優れた生徒の能力を伸ばすことにはあまり熱心ではありませんでした。また、日本数学会の人々の反応はさまざまでありましたが、オリンピックの問題でいい点数が取れるということと、数学の真の能力を有することとは別物なのではないかと疑問を呈する人も多くいました。

このような状況でしたので、日本チームのIMOへの初参加は容易ではありませんでした。当時、東大の理学部長を務めていた藤田宏教授、早大の野口広教授、伊藤隆一教授、理大の戸川美郎教授と筆者などが手弁当で初

参加に向けての活動を開始しました。

当時私たちは、若い優秀な頭脳を持つほんの一握りの人間が社会全体の仕組みを変えるような発見、発明、開発をする時代が近い将来、必ず訪れることを予期していたからです。実際、ビル・ゲイツ氏やスティーブ・ジョブズ氏などが次々にIT機器を発明し、実用化し、あっという間に世の中は変わりました。

また、グローバル化や地球温暖化などの影響で、大震災、ゲリラ豪雨、原発事故、金融危機、経済の混乱および、世界規模のテロの勃発などが矢継ぎ早に起きている昨今です。このような想定不可能な事態に適切に対応し得る能力は、無から出発して試行錯誤を繰り返し難問を解決するという数学的思考と同じです。若い優れた能力を早期に発掘し数学的思考力を伸ばすための刺激や環境を与えることが急務と考えたことも、日本チームをIMOへ早く参加させるべきと考えた理由です。

数学オリンピックの歴史

国際数学オリンピック大会 (International Mathematical Olympiad : IMOと略す) は世界各国の生徒を対象とし、数学的才能に恵まれた人材を早期に見出し、その才能を伸ばすチャンスを与えると同時に、互いに交流を深める場を作り、また、各国チームを引率する数学者たちに、各国の数学教育の実情について情報交換をする機会を提供することを目的と

して、毎年1回開かれる大会です。旅費は参加国が負担しますが、会期中の選手団の滞在費はすべて開催国が負担します。

〔IMOの発端から現在に至るまでの足跡〕

・1959年にIMOの第1回大会がルーマニアで開催され、ハンガリー、ブルガリア、ポーランド、チェコスロバキア、東独、ソ連、ルーマニアの7ヵ国が参加しました。第2回大会もルーマニアで行われました。

その後、開催地は交替で参加国の持ち回りになり、上記の参加国に加え、ユーゴスラビア等の旧共産国も加わりました。

・1965年のドイツ連邦共和国で開催された第7回大会にフィンランド、1967年のユーゴスラビア大会にフランス、英国、イタリア、スウェーデン等の西洋諸国も参加し、ヨーロッパ全体に広がりました。

・1974年のドイツ連邦共和国で開催された第16回大会に米国が初参加しました。

・1981年には米国で第22回大会が開催され、カナダや中南米諸国、豪州等も参加し、世界的規模になりました。

・1990年の第31回の北京大会に、日本が初参加し、参加国は54ヵ国に達しました。

・1995年の第36回大会はカナダで開かれ、ソ連崩壊後のベラルーシ、アルメニア、カザフスタン等も参加し73ヵ国となりました。

・2002年、英国で開かれた第43回大会では84ヵ国が参加し、479人の選手が参加しました。

・2003年の日本大会は82ヵ国が参加し、参加選手数は457名に達しました。

・2009年の第50回大会がドイツで盛大に開催され、初めて参加国が100ヵ国を超え、104ヵ国になりました。この大会で日本が中国に続き2位となる快挙を遂げました。

・最近5年間 (2012年~2016年) の開催地は、アルゼンチン、コロンビア、南アフリカ、タイ、香港で、日本の順位は、それぞれ17位、11位、5位、22位、10位でした。

数学オリンピックの実施形態

下の日程は2016年IMO香港大会のもので、毎年、大体同じスケジュールです。

〔第57回IMO香港大会日程 (概要)〕

2016年7月6日(水) 団長団出発
9日(土) 選手団出発
10日(日) 開会式
11日(月) コンテスト1日目
12日(火) コンテスト2日目
13日(水)~14日(木) 国際交流・観光
15日(金) 閉会式
16日(土) 帰国

(公益財団法人 数学オリンピック財団のHPより)

〔団長団の先行参加〕

年によって多少の差異はありますが、会期は大体12日間です。また、プログラムも毎年ほとんど同じで、団長団は選手団とは別に3、4日前に現地入りします。その3、4日の間に、Jury Meeting (団長会議) が開催され、その年のIMO大会で出題される6題の問題の選定が行われます。選定後は引き続き自国の選手たちが語学的ハンディを受けないように自国語への翻訳作業を行います。

団長団の参加から3、4日遅れて副団長の引率のもと、各国の選手6名ずつが開催地に集まります。空港には、各国の言葉が分かるガイドを含む大会関係者が出迎えてくれます。ガイドは開催期間中ずっと選手たちの世話をしてくれます。選手たちは主催国が用意している宿泊施設に案内され、時差ボケを解消し、また、本番のテストに備えるために十分な睡眠をとり体調を整えます。

〔開会式〕

到着後2日目に開会式が盛大に行われます。その国によって異なりますが、主催国の文部大臣や要人が歓迎の挨拶をすることが多いようです。野口宏教授と筆者がIMOへ最初にオブザーバー参加した第30回西ドイツ大会 (ガウスの生誕地、ブラウンシュバイクで行われた) でのL.サクソニー文部大臣 (当時)



IMOへ日本チーム初参加
第31回 北京大会、1990年



第44回 日本大会開会式
公益財団法人 数学オリンピック財団より資料提供

の挨拶は印象的でした：

「いまから行われようとしている競技会は才能ある若人が本気になって努力するときどれだけ素晴らしい仕事を成しうるかということを示すことでしょう。この理性的な世界は数学的な大いなる伝統を受け継ぎ発展させる若人の上にかかっています。

我々は何を目標として努力するのか？ これは科学的理由や経済的必要性だけではありません。我々は我々の行動の倫理的な質を問わなければならないのです。(中略)「未来における本当の問題は技術的な問題ではなく倫理的なものです」とドイツの哲学者カール・フリードリッヒ・ホン・ワイゼッカーは述べています。(中略) IMOで最も大切なこととして忘れてはならないことは、勝つことではなく、世界中から来た人々の間でのアイデアや意見の交換であります……」。

開会式では、各国の選手が国別にアルファベット順に呼ばれステージ上で紹介されます。各国選手たちは自国の存在をアピールするため、思い思いのパフォーマンスを繰り広げます。最近の日本チームは、剣道、相撲、習字等のパフォーマンスを行い拍手喝采を浴びたそうです。

〔表彰式、閉会式〕

閉会式に先立ち、表彰式が行われます。成績優秀者には金・銀・銅のメダルが授与され

ます。大会規則に、「メダル受賞者の総数は、参加選手総数の半分以上を超えないこと。また、金：銀：銅の比率は大体1：2：3とすること」とあり、毎回この規則を守って約半数の参加者がメダル受賞者となっています。また、メダル受賞とならなかった選手でも、1つの問題に満点をとった人には、Honorable Mentionの賞状が授与されることが、しばらく前に定められました。表彰式には開催国の皇室、大統領、首相などの御臨席を仰ぎ、IMO関係者、主催国の数学者、数学教育関係者、スポンサー関係者などがメダルの授与を行います。

2003年の日本大会では、皇太子殿下の行啓とお言葉を賜ることができました。また、その前の年の2002年イギリス大会では、アン女王がその役を担われました。

〔派遣団の構成と引率者の任務〕

各国は選手6人と役員(団長と副団長)2名の計8名でチームを編成します。その他に、オブザーバーとして数名の助っ人が加わることもあります。また国によっては選手が5人以下のこともあります。団長の主な任務はJury Meetingでの問題選定、翻訳、採点およびその採点が適切か否かを主催国側のコーディネーターと調整するCoordination(採点調整)での折衝があります。

一方、副団長の任務は会期中選手たちが安全に快適に過ごせるように支援することです。以下に、問題選定、翻訳、採点、および採点調整について簡単に説明しましょう。

問題選定会議は、Jury Meetingで各国の団長が集まって行われます。事前に参加国から送られてきた150~180題の候補問題の中から主催国の問題委員会によって選ばれたものが4つの分野別(Algebra, Geometry, Combinatorics, Number Theory)にそれぞれ7~8題くらいずつ(合計30題ほど)リストアップされたショートリストが団長団に配られます。そのなかから分野や難易に偏りなく、かつIMO



日本チームが初参加した第31回 IMO 北京大会 Coordination
左の2人は主催国側のコーディネーター、右奥は筆者、右端は伊藤隆一副団長

大会だけでなく予選やさまざまな数学コンテストで過去に出題されたことがなく、かつ、IMOレベルにふさわしい問題を6題選ぶ作業を行うのです。各国とも自国の選手に不利にならないよう細心の気を配ります。

最終的に採択問題が決まった後、まず正式の英語版を作成するのに、かなりの時間が取られます。英語を母国語とする国(英国、米国、オーストラリア、カナダ、ニュージーランドなど)の団長たちが集まって、原案を作り、これをJury Meetingにかけて検討します。しかし、中等教育における数学用語が世界中で統一されているのではないので、いろいろの国の団長から、問題用語が適切でないとか、自分の国の選手たちには、分かりづらいつか、意見が出て、最終的な表現に到達するにはかなり時間がかかるのが普通です。英語の正式版がJury Meetingで採決されると、次に、その他の公用語への翻訳が、その公用語を母国語とする国の団長たちによって行われ、それら(スペイン語、フランス語、ロシア語)の版が作られて、Jury Meetingで採択された後、さらに自国語版を、それら公用語版の一つから翻訳して各国が作るという手順になります。したがって、自国語版を作ることに関連した作業全体を考えると、1日かかりの仕事になります。

翻訳された問題は、各国の団長たちにだけ



Zahlen und Zeichen
Süßen Blatt für Blatt bei der Mathematik-Olympiade in Braunschweig. Am Mittwoch ging's in die zweite, vielleicht noch schwerere Runde. Ein Braustracker der Pre-Aula bietet, wie man sieht, recht ungewöhnliche Paraparketten. Unser Freund hier scheint, nach der Fülle des beschrifteten Papiers zu urteilen, keine Leidenschaft zu haben. Verschieden liegen Lineal, Zirkel, Geo-Dreieck, Schreibmappe und Ambidextrus. Foto: Rudolf Fienke

ドイツの新聞に掲載された数学オリンピック「IMOの30回ドイツ大会」の記事

公開され、翻訳に間違いがないか、また、翻訳が適正かどうかをお互いにチェックします。メジャーな言語の国々は仲間が多いので翻訳作業は比較的簡単ですが、日本語のように他国の団長には理解できない言語は一人で責任を負わなければならないので責任重大です。採点作業は、事前に配点の基準が渡され、それに従って行います。主催者側のコーディネーターは、あらかじめ考えられる別解についても採点基準を定めています。選手の解答の中には独創的なアイデアのもとに解かれた解答や、正解にはたどり着いているが、そこへのプロセスが読み取れないもの等、千差万別あり、困難を極める作業となります。

採点後の採点調整会議では、選手の解答用紙を提示し、英語でコーディネーターに採点の妥当性を説明します。そこでしばしば起こるのが、ある定理を既知として用いている答案に主催者側のコーディネーターが異論を唱えたり、部分点(一部正解)の配点などの意見の違いです。時には、双方譲らず、Jury Meetingの投票に持ち込まれることもあります。

どんな能力が問われるのか？

2日間にわたる筆記試験

試験は2日間にわたって行われます。両日

とも朝9時から午後1時半まで、4時間半をかけて3題ずつの問題を解きます。筆記道具や定規、コンパスは持ち込めます。計算や図を書く用紙も配られます。各問は7点満点で、合計42点満点です。試験開始から30分間の間に選手たちは問題について質問できません。質問への回答は問題選定会議のメンバーで協議して答えますが、ほとんどの回答は“No Answer”のようです。

IMOで出題される問題は、前述しましたが、主に初等幾何学、初等整数論、不等式や方程式、関数方程式および組合せ数学です。日本の高校のカリキュラムのメジャーである微積分は含まれていません。他の科学系のオリンピックでは、日本の高校カリキュラムでは教えられる知識が不足していることが国際科学系のオリンピック大会で不利になることが指摘されています。しかし、数学の場合は少し事情が異なるようです。IMOの問題の多くは定理や公式を知らないから解けないのではありません。IMOの問題を解くためには、各問題の本質を把握し攻略するための道具立てを自分で整え、解決のための道筋を粘り強く自分で描き出す独創性が不可欠です。すなわち、難しさの質が入試とは全く異なるのです。

この点を踏まえると、才能ある若者に対する数学教育のひとつの方向が炙り出されまます。たくさん問題を解かせるより、精選された筋のいい良問をジックリ時間をかけて解かせることです。かつて（筆者の高校時代）は、日本の高校でも初等幾何をかなり徹底して学びました。ある1題の問題をウンウン唸って何時間も考え、試行錯誤の末、1本の補助線を導入することを思いつき、すると、すべての謎が次々に解けたという経験を持つ年輩の人は多いはずで。そして、そのとき、初めて数学の醍醐味を知った人は多いのです。しかし、残念なことに、現在の窮屈なカリキュラムではそのような体験を学校の授業

でする余裕はほとんどないのが実情です。

IMOの問題を解くために大切なのは、浅い知識の集積ではなく、深く掘り下げてじっくり考える力や混沌とした未知の世界の中から、真理につながる一筋の糸を粘り強く探し出す能力なのです。

IMO攻略法

前述しましたが、IMOの問題が難問なのは、難しい定理や公式を用いないと解けないとか、計算が膨大であるという理由からではありません。

難しさがどこにあるかを思いつくまま列挙してみると次のようになります：

1. 問題の本質を表現するための図を描こうにも複雑で描くのが極めて困難である。
2. 場合分けするにも、場合分けの基準が明確に見えない。
3. 問題固有の性質、例えば対称性、偶奇性、周期性などが捉えにくい。
4. 問題解決の突破口を見つけるために考えやすそうな特別な場合を想定して考えようとしても、全貌が見えない。
5. 証明において行き先（証明のゴール）へ直接には行けず、紆余曲折するルートしか存在しない。

それではどのようなトレーニングが必要でしょうか？

1. 筋のいい精選された難問を1題につき何時間も、ときには数日間集中して解く。
2. 問題を解いた後、その問題の背景（例えば、どんな理論やトピックと関連を持つか等）について考察し、また、考察対象の理論的構造を細かく把握すること。
3. 初等整数論や初等幾何学、組合せ論等の良質な専門書を読み、センスや素養、直観や波長を養うこと。また数学的maturityを養うこと。
4. ひとつずつの問題を大切にし、その命題が次元を変えたり条件を緩めたりしても成

り立つか等を考察すること。その問題に関するミニ定理を自作したり、新しい問題を搜索してみることに。

このような考察から、IMOの問題を攻略する能力は一朝一夕では養えず、幼い頃からものをじっくり考える習慣をつけ、その中で直観力やセンスを磨いていくことです。

むすび

IMOの過去のメダリストの中には、G.Margulis, V.Drinfeld, J-C.Yoccoz, R.Borcherds, T.Gowers, J.Lafforgue等のFields賞受賞者やA.Razborov, P.Shore等のNevanlinna賞の受賞者やポアンカレ予想を解いたG.Perelmanがいます。

しかし、ドイツの数学者フェリックス・クラインが「数学を進展させてきたのは、厳密な証明をする能力に秀でた学者ではない。直観的に優れていた偉人である」と言ったように、言うまでもなく、数学の研究の能力は与えられた問題を解く能力だけではありません。新しい鉱脈につながる分野を切り拓くキッカケになるテーマを見つけ出す能力や理論を綿密に構成する能力等も大切です。

A.Wilesは何百年間も未解決だったフェルマーの問題を解決した有名な数学者です。しかし、彼は、若いときにイギリスの数学コンテストに参加したにもかかわらず、予選で十分な結果を出せなかったため、BMO（英国数学オリンピック）の受験資格さえ得られなかったそうです。このことは、将来、数学の研究を志す若者に、たとえ試験で良い結果が出せなかったとしても、そこで諦めてはいけないということを示唆していると思います。

また、数学なんて自分の将来に、あまり関係ないと考えている多くの生徒にも、数学の良問を解く喜びを与えることはとても意義あることです。

G.ポリアは彼の著書『How to Solve It』において、次のように書いています；

「どんな問題を解くにも、何らかの発見的要素があるものです。たとえ直面している問題がそれほど問題でなくとも、その問題が好奇心を喚起し、イマジネーションを働かせて自分自身で解決することを促すのならば、その人に発見の喜びを与えます。感じやすい年頃にそのような経験をするには、知的活動に対する興味を引き起こし、その人の一生に大きな影響を与えるのです」。

IMOはこの観点から、多くの若者の知的好奇心を刺激し、また、問題解きを通して“集中して物事を思考した結果、達成感を得られる”という体験ができるよう努めるべきです。この体験は、数学研究者になるためだけでなく、すべての活動で極めて重要とされます。

さらに、IMOクラスの問題の分析は、教育者や研究者に対しても大いに有益です。それらは、大学入試レベルの受験数学では得られにくい高度な能力を磨き、奥深い真理を含む作問能力の習得に役立つからです。

謝辞 本稿は、2014年に東京書籍から出版された本『めざせ国際科学オリンピック』の数学編を基に加筆、削除を行い、作成したものです。3年前、『めざせ国際科学オリンピック』を作成するにあたり、数学オリンピック財団の小林一章理事長（当時）、伊藤雄二理事（当時）および浅井康明事務局長（当時）にたくさんの資料や写真の提供をいただきました。それらの資料は、特に以下の「国際科学オリンピックの運営の状況とその数学教育的価値について」伊藤雄二著、東海大学紀要、教育開発Vol.1（2005年）、53～73「数学オリンピック（パンフレット）」財団法人数学オリンピック財団（2013年）「日本数学オリンピック財団HP」<http://www.imojp.org/>

で、本稿にも反映されております。厚く御礼申し上げます。