

博士論文

マルチポート回路における伝送特性の 群論的な視点に基づいたモード解析

Modal analyses of transmission characteristics of
multi-port circuits from a group-theoretic viewpoint

平成25年度

東京理科大学大学院 理工学研究科 電気工学専攻

藤城 義和

FUJISHIRO Yoshikazu

研究概要

マルチポート回路における伝送特性の群論的な視点に基づいたモード解析

Modal analyses of transmission characteristics of multi-port circuits

from a group-theoretic viewpoint

藤城 義和

FUJISHIRO Yoshikazu

対称性は電気回路解析にどのような影響を及ぼすのであろうか。この素朴な疑問が本研究の出発点である。対称性に対する認識は、潜在的には、文明の発祥あるいはそれ以前からあったと考えられるが、学問として登場するのは、200年ほど前のことに過ぎない。以降、急速にその内容を深化させ、理工学の根底に位置する極めて基本的な概念として広く認知されるに至った。しかし、電気工学の分野においては、断片的な知識がいくつか存在するだけで、また活用も進んでいるとは言えない。それらの断片を群論的な観点から統一化できれば、そこには今までになかった見晴らしの良い眺めが待ち受けているに違いない。

本研究で取り組んだ課題は、①複雑な対称性への拡張と②非対称な場合の取り扱いの2つの方向に分けることができる。前者は、対称性を利用して回路を分割し、より小さなもので全体を把握しようという試みである。回路が小さくなった分、見通しが効くようになり、またコンピュータシミュレーションなどの効率向上にもつながる。最初に3相回路をとりあげる。対称性としては、最も単純な鏡映対称よりも、もう一段高いだけであるが、その特性は直感的には把握しづらい。そこで、対称性に基づいた新たな評価基準を考案し、解析手法の深耕に努める。さらに、それらを土台にして2等分定理の拡張に挑む。より複雑な対称性を有する場合に対応できるように、モード理論の枠を拡張、その上で電気回路を群論的な視点から眺めることにより、回路図上に対称性を表現する。最初に、ある程度感觸のつかめている2等分(平衡回路)と3等分(3相回路)の場合で経験を積み、それを基に多等分に駆け上がる。

一方、後者は、ほぼ対称であるがわずかにずれている場合、それをどのような評価、解析すべきか検討したものである。非対称性の程度を電氣的な特性と

して定量化し、その解析方法を考案する。その結果、本研究で扱った例では、対称性が悪くなるほどモード変換量が大きくなる傾向にあることがわかった。環境電磁工学(EMC)の分野では、コモンモードが一つのキーワードであるが、その発生要因にはこのような非対称性の存在がある。本検討はその機構の解明と制御に貢献する。

以下に、結果概要と今後の課題を記す。

3相フィルタの新しい評価・解析手法

3相フィルタの新しい評価基準「Fortescue モードSパラメータ」を提案する。それは、対称座標法、すなわち零相/正相/逆相のモードに変換したSパラメータである。3相交流下でのフィルタの伝送特性は、このSパラメータに全てが現れている。正相/逆相の特性は、3相交流の主成分(3ライン間の位相が ± 120 度ずつ異なる)に対する応答を、零相の特性は、同相のノイズに対する応答を示している。また、非対角ブロックの特性は、モード変換(相間の相互作用)、したがって非対称性を表している。さらに、これらの知見を基に、Fortescue モードSパラメータに即した等価回路の作成方法を考案する。等価回路は、構成素子の影響を予測可能にし、またシミュレーションなどに組み込んで計算するときの負荷軽減に役立つ。このことは、この新しい手法が、単に測定・評価だけでなく、解析や設計にも有効であることを示している。また、従来法である CISPR 17 - ed. 2.0 (2011)の Asymmetrical/Symmetrical 挿入損失の物理的な意味を明らかにするとともに、新旧データの比較方法についても言及する。この評価法および等価回路解析は、3相フィルタの設計において、試行錯誤や経験則からの脱却を促す。

2等分定理の拡張

Bartlett の2等分定理を、より複雑な対称性を有する場合に拡張する。最初に、群の表現を援用したモード理論を構築する。それを土台にして、電気回路を群論的な視点から眺めることにより、モードの回路行列に対応した等価回路の導出方法を見出す。簡単な回路を例にとることで、回路図の節点の状態に対する判定条件を帰納的に導き、それを基に一般論を展開する。モードの属している既約表現が、その節点の固定部分群の恒等表現になっている場合は、同一軌道の枝どうしは開放に、恒等表現以外の場合は、節点は仮想接地になる。この判定条件は、人間の判断を要さないため確実であり、またコンピュータなどで自動判定させることも可能である。これらの知見を用いれば、より小さな回路を有限個組み合わせるだけで、回路全体を特性づけることができる。このことは、回路の見通しを良くし、また大規模な回路や構造体に適用した際には、コンピュータシミュレーションの計算量や記憶量の節約などに寄与する。本研究は、

理論的考察を主体としているが、検証の際に、一部、電磁界シミュレーションを用いている。それは、本理論が集中定数回路だけでなく、分布定数回路にも適用可能であることの例になっている。今回の対象は電気回路であるが、線型時不変な系であれば他分野であっても、この手法を活用することが可能である。

平衡回路における非対称性の評価と解析

代表的な平衡回路であるコモンモードフィルタや結合線路を題材に、その非対称性について理論的な解析を行う。最初に、評価指標の分類とその相互関係を明らかにし、その上で、非対称性がどう特性に反映されるかを導く。一般に、非対称性が強くなるほど、モード変換量が大きくなると予想されるが、本研究で扱った例においては、その予想は妥当であることが確認される。また、コモンモードフィルタについては、ミックスモードS行列の非対角ブロックの位相特性によって、非対称性の要因が判別可能であることを明らかにする。反射特性と伝送特性が同位相であれば容量性の、逆位相であれば誘導性の不平衡が支配的である。また、その過不足の状況を位相角の符号から読み取ることにもできる。これらの知見を応用すれば、コモンモードフィルタの非対称性を補償することや、測定値から支配的な要因を特定し、構成改善の指針を得ることが可能となる。対称性を制御したものづくりへと展開していきたい。

今後の課題

本論文で扱ったSパラメータは基準インピーダンスを正数に限定したもので、すなわち、抵抗終端したときの特性であった。しかし、現実には純粋な抵抗で終端されることはなく、また、本研究の題材である3相フィルタに関して言えば、モータなどの誘導負荷で用いられることも多いため、本格的な応用に際しては、シミュレーションの併用(Sパラメータや等価回路をシミュレータに取り込み、周辺回路を配置して実動作を模擬する)などで対処する必要がある。それを解消する手段として、「基準インピーダンスを複素数にまで拡張したSパラメータ」の活用が考えられる。しかし、それにはいくつかの流儀が存在し、その内のどれが適しているのか、あるいはもっと別な指標が良いのか、今後の研究の進展が望まれる。

非対称性については、まだまだ不明な部分も多く、特に理論面では解明が進んでいない。本研究では、モード変換によって非対称性を定量化したが、放射ノイズとの関連性については、手を付けられていない。非対称性に起因する放射電磁界は、どのような指標で評価すべきなのか、その場合もモード変換量が有効なのか、あるいはもっと別なもの(対称度とか)が良いのか、理論的な解明が期待される。

まとめ

3相フィルタの伝送特性の評価やコモンモードフィルタにおける非対称性の要因分析など、具体的な課題に取り組みつつ、背後にある対称性あるいは非対称性について、そのからくりを明らかにした。すなわち、群の表現を援用することで、マルチポート回路における伝送特性を、より高い視点からモード解析することができた。このことは、対称性という極めて基本的な概念が電気工学の枠組みに融合されたことを意味している。

キーワード

対称性, ミックスモードSパラメータ, Bartlettの2等分定理, 3相フィルタ, コモンモードフィルタ, 対称座標法

Symmetry, Mixed-mode S-parameter, Bartlett's bisection theorem, Three-phase filter, Common-mode filter, Symmetrical coordinates

2014年1月

目次

研究概要	i
目次	v
第1章 序論	1
1.1 歴史的背景.....	1
1.2 本研究のテーマ.....	7
1.3 結果概要.....	9
1.4 本論文の構成.....	12
参考文献.....	13
第2章 平衡回路の解析	18
2.1 はじめに.....	18
2.2 平衡とは.....	18
2.3 ミックスモードSパラメータ.....	21
2.3.1 コモン/ディファレンシャルモードと even/odd モード.....	21
2.3.2 ミックスモードSパラメータ.....	24
2.4 Bartlett の2等分定理.....	29
2.5 測定例.....	31
2.6 等価回路解析.....	33
2.6.1 等価回路の作成.....	33
2.6.2 構成部品の素子値の測定.....	34
2.7 まとめ.....	36
参考文献.....	36
第3章 3相フィルタの新しい評価・解析手法	38
3.1 はじめに.....	38
3.2 Fortescue モードSパラメータ.....	39

3.2.1	定義	40
3.2.2	変換回路	42
3.2.3	性質	45
3.3	実測による検証	46
3.4	従来法との比較	48
3.4.1	Asymmetrical 挿入損失	49
3.4.2	Symmetrical 挿入損失	51
3.4.3	検証	52
3.4.4	新旧評価法の比較	53
3.5	等価回路解析	54
3.5.1	等価回路の作成	55
3.5.2	等価回路の活用	58
3.5.3	構成部品の素子値の測定	58
3.6	多相回路	60
3.7	まとめ	61
	参考文献	63

第4章 2等分定理の拡張 66

4.1	はじめに	66
4.2	ユニタリ変換されたSパラメータ	68
4.2.1	定義	68
4.2.2	回路の対称性と群論	69
4.2.3	対称適合モード	71
4.3	回路表現	76
4.3.1	固定点の状態	76
4.3.2	モードの等価回路	78
4.3.3	固定部分群による判定	79
4.3.4	判定条件	81
4.4	判定条件適用に際しての諸注意	82
4.4.1	枝の軌道	82
4.4.2	適合関係	85
4.4.3	同一既約表現内の線型結合	88
4.4.4	低い対称性の使用	89
4.4.5	非ユニタリ変換の例	92
4.4.6	素子/ポートの分割	97
4.4.7	磁気結合の分離	101
4.4.8	ジャイロな回路	102

4.4.9	固定点の見つけ方	103
4.5	活用例	104
4.5.1	ブランチラインカップラ	104
4.5.2	Wilkinson 型パワーデバイダ	107
4.5.3	活用のスキーム	109
4.6	まとめ	110
	参考文献	112
第5章	平衡回路における非対称性の評価と解析	115
5.1	はじめに	115
5.2	非対称性の評価指標	116
5.2.1	評価指標の相互関係	116
5.2.2	総合的な評価指標の提案	121
5.3	2端子部品で構成される回路	122
5.4	コモンモードフィルタ	124
5.4.1	コモンモードフィルタとは	124
5.4.2	誘導性の不平衡	127
5.4.3	容量性の不平衡	129
5.4.4	要因の判別	131
5.4.5	実測による検証	133
5.4.6	本節のまとめ	137
5.5	結合線路	138
5.5.1	理論	138
5.5.2	検証	144
5.5.3	本節のまとめ	147
5.6	まとめ	148
	参考文献	150
第6章	結論	154
6.1	結言	154
6.2	今後の課題	155
	参考文献	158
付録A	Sパラメータ	161
A.1	定義と性質	161
A.2	基準インピーダンスの変更	167
	参考文献	169

付録 B 群論用語の略説	170
参考文献.....	174
付録 C 数学記号および公式	175
参考文献.....	176
研究業績一覧	177
謝辞	179

第1章 序論

対称性は本研究の底流を流れる概念である。個々のテーマ(1.2節および1.3節参照)はそれぞれの工学的な課題に端を発しており、回路構成や対象とする周波数、信号の種類(デジタル/アナログ)などはテーマごとに異なっている。しかし、課題解決に用いた道具や考え方には共通点が存在し、それが本論文の背景を彩っている。そのキーワードが対称性であり、群論、モード理論、Sパラメータである。そこで本章では、電気工学においてそれらがどう活用されてきたのか、歴史的な経緯を述べた後、各テーマがその流れの中でどのような位置にあるのかを明らかにする。個々のテーマの背景や必要性などは、各章の冒頭で述べることとし、ここでは全体像を捉えることに力点を置く。

1.1 歴史的背景

対称性、その深淵な性質が電気回路に与える影響は、どのくらい解明されているのであろうか。歴史をたどりつつ、現在の状況をつまびらかにする。

対称性と群論

雪の結晶、花びらの配置、蜂の巣の形状、これらは自然界の有する対称性が目に見える形として現れたものであるが、人間の営みの中にも、壁画や彫刻、壺の文様など太古の人工物に、既にその意識の跡が見られる[1]。対称性に対する認識は、潜在的には、文明の発祥あるいはそれ以前からあったのであろう。

しかし、それが学問として登場するのは、わずか200年ほど前のことに過ぎない。対称性といった抽象的な概念が、数学の枠組みの中で捉えられるというのは、そのからくりがわかった今でも、不思議なことと感ずる。それは、最初、代数方程式の解の置換として、Évariste Galoisによって導入された(1832年[2], [3])。今日では、群論と称されるその理論によって、5次以上の代数方程式に解の公式が存在しないことの一般的な証明がなされた(方程式が代数的な解の表示を持つための条件を示した)。その後、群論は、幾何学的な対称性をも含む一般論へと進化し、現在では、抽象代数学の中心的な存在としての位置を占めるまでに至った。

群論が自然科学と関わるようになったのは、その約100年後、Eugene Paul Wignerによって量子力学に応用されてからである(1926年[4])。以来、瞬く間にその重要性が認識され、現在では、素粒子、原子・分子、結晶など物理のあらゆる階層で、その体系に深く組み込まれている。もはや、群論を抜きにして物理を語ることはできないと言っても過言ではないだろう。

電気工学へ適用

電気工学の世界に群論が導入されたのは、第2次世界大戦中の戦時研究にある。当時、世界各国で多くの物理学者がレーダー開発に動員されたが、その中の一人、マサチューセッツ工科大学放射線研究所のRobert Henry Dickeは、マイクロ波回路の研究の一環として、導波管接合部のSパラメータ解析¹に群論を適用した。分岐や結合器といった接合部分の特性は、幾何学的な対称性によってある程度限定されるため、そのことだけから有用な結論を導くことができる。群論はSパラメータ誕生の瞬間から傍らに存在していたのである[5]。これらの知見は、戦後、一冊の本として出版された(1948年[6])。Dickeの手法は、ポートの置換行列とS行列が可換であること(Neumannの原理に相当する)を利用して、比較的単純な置換行列の固有ベクトルを用いて、S行列を対角化するというものである。この方法は多くの成果をもたらしたものの、省力効果としては薄く、群論の応用という面から言えば、その入り口をかすめたに過ぎない。

それを深化させたのが、National Bureau of Standards (NBS, 現 National Institute of Standards and Technology (NIST))のDavid Marlow Kernsである(1951年[7])。導波管の電磁界モードと対称操作の関係を正確に定式化し、指標や射影演算子といった群の表現を駆使した解析を行った。論文の要旨にあるように、群論の手法が最大限(分子の振動解析と同等ぐらいに)発揮されている。Kernsも戦時中は、マサチューセッツ工科大学放射線研究所に在籍していた[8]ので、そのことが研究(学位論文)のきっかけであったのかもしれない。その後、群論を用いた解析例がいくつか報告されている[9]-[12]。

邦文で書かれたものはそう多くはない。高橋秀俊は、岩波講座 基礎工学シリーズの中で、集中定数回路に群論を適用してみせた[13]。また近年、藤城義和は、初学者向けに簡単な回路を例にした平易な解説を行っている[14], [15]。

Bartlettの2等分定理

鏡映対称は全ての対称性の中で最も単純なものの一つである。そのため、あえて群論を持ち出さなくても解析することが可能である。Bartlettの2等分定理

¹ Sパラメータとは、交流信号を波動ととらえたとき、その波の散乱度合いで対象となる回路の特性を表わしたもの。詳細は付録A参照。

はその典型と言える。

2等分定理は、鏡映対称な回路の映像パラメータを求める方法として、General Electric社のAlbert Charles Bartlettによって考案された(1927年[16], [17])。その証明は、当初、回路方程式(メッシュ行列)を解く際の、添え字の対称性から導くという非常に冗長なものであったが、Otto Bruneによって、even/oddモード(本論文の定義とは係数は異なるが、定性的には同じ)を用いた簡潔なものに置き換えられた[18]。そのことは同時に、半分に切るという物理的な意味をも明らかにした。また、Bruneは対称面に理想トランス²が存在する場合にも定理を拡張し、Riegger回路、Jaumann回路、ハイブリッド回路、格子型回路の等価性を説明している。2等分定理は、歴史的には、左右対称な不平衡回路と対称格子型の平衡回路を結び付けるものとして、フィルタ設計に大きく貢献した。

定理は2ポート回路を対象としているが、もっとポート数が増えても、対応可能である。even/oddモード励振による対称面の状態(開放または接地)の確定と重ね合わせの原理を用いて、結合線路やパワーデバイダ、ブランチラインカップラ、ラットレースカップラなどの解析に応用されている[19]。

モード理論

上記の群論を用いた解析では、モード(あるいは固有ベクトル)という概念が一つのキーワードであった。そこで、以下では、電気工学におけるモード理論やその周辺技術を考察する。モード理論が用いられる理由には、差動伝送や3相交流のように、モードの電圧や電流が実際に生ずることやコモンモードが放射ノイズを引き起こすことなどの実在の現象が大きく関与している。実在のモードであれば、その特性を把握したいと思うのは自然であろう。群論がそのような実在性とは無縁(たとえ仮想的なモードであっても、ブロック対角化によって解析が容易になればそれでよいという発想)であることとは対照的である。

実際、歴史的には、モード理論は群論よりも前に始まる。最初に登場したのは、Westinghouse社のCharles LeGeyt Fortescueによる対称座標法であろう(1918年[20])。3相交流を零相/正相/逆相といったモードに分解することにより、対称な3相モータの解析が容易になることを示している。論文は多相交流について論じているが、記述の簡略化のために、具体的な式は3相で済ませている。行列の記法を用いていないこともあり、一般化すると煩雑になってしまうからであろう。この論文には、モード領域で電力を計算しても交差項が生じないこ

² 2つ以上のコイルが磁気結合で結ばれている素子には、変成器、変圧器、トランスフォーマー(略してトランス)などいくつかの呼称が存在するが、本論文では、「トランス」で統一する。なお、理想トランスは、結合係数が1で(漏れ磁束がない)、かつ自己インダクタンスが ∞ の一種の理想化された素子。

と(3倍にはなるが)や、図的解法の説明なども記載されている。対称座標法では、可逆な場合、正相と逆相が縮退するので、その線型結合を取って変換行列を実にすることができる。それが Clarke 変換[21]や Karrenbauer 変換[22]である。Fortescue の理論はモータが対象であったが、それを3相送電線(3ライン)の故障解析に転用したのは、電気試験所(現産業技術総合研究所)の別宮貞俊[23]-[25]や Westinghouse 社の後輩であった Robert David Evans である[26], [27]。

別宮は、さらに平衡線路(2ライン[25], [28])やカッド(quad, 4ライン[28])にその理論を展開し、零相系/正相系(係数は異なるが even/odd モード)や C_{2v} 対称の4つのモード(係数は異なるが A_1, A_2, B_1, B_2 モード)を用いて、結合線路のクロストーク解析を行っている。 n 相交流の対称座標法において、 $n=3$ としたのが3相回路であるが、 $n=2$ の場合に相当するのが平衡回路である。その延長上にある $n=4$ のときのモードは、巡回対称 C_4 の A, B, E といった3種類(E は複素共役表現なのでモードの数は全部で4つ)になるが、それらは上記のカッドの解析に用いられたものとは一部異なる。

ここで言う「平衡」とは、ライン間の置換に対する不変性(一種の対称性)を指す。平衡回路がいつごろから存在していたかは不明であるが、単相の電源回路、ダイポールアンテナ、平衡線路、差動増幅器、平衡増幅器、平衡フィルタ、差動伝送(平衡伝送)など、様々な分野、用途にその応用を見つげられる。なお、アンテナやその給電線などの平衡回路と同軸線路のような不平衡回路を接続する際に用いられる平衡不平衡変換器、いわゆる Balun (Balanced-to-Unbalanced からの造語)は、後述のように平衡回路の測定には欠かせないものであった。

ミックスモードSパラメータ

モード理論は、David E. Bockelman と William R. Eisenstadt が出した一編の論文によって、思わぬ進展を見せる(1995年[29])。平衡回路の評価指標として、コモン/ディファレンシャルモードに変換した4ポートSパラメータを提案し、結合線路を例に検証を行った。S行列を線型変換(基底の取り替え)すること自体は、Dicke[6]や Kerns[7]も行っているように特段目新しくはないのだが、入出力のある差動回路に適用したことに意味がある。入力と出力に同一のモードが存在すれば、そこには伝送成分が生じるので、対称な回路であっても完全には対角とならない(ブロック対角にはなるが)。もちろん、対称でなければ、非対角ブロックが残る。そこで、それらの非対角要素も含め、全要素に適切な記号を割り振り、それらをミックスモードSパラメータと称した。名前や記号、そして後述のような測定方法が整って、ようやく一人前の物理量として認められたと言える。とりわけ、非対角ブロックは信号(ディファレンシャルモード)とノイズ(コモンモード)の間のモード変換特性を表す重要な指標として受け入れられた。

論文には先行研究として、モード変換特性まで考慮した(つまり非対称な)差動増幅器の理論[30]が記載されている。ミックスモードSパラメータは、このアイデアを反射、伝送特性で表現し直したものと言えよう。「ミックスモード」という呼称には、コモンモードとディファレンシャルモードの両者の混合で表現するという意味が込められている。ミックスモードSパラメータは、当初、差動増幅器や結合線路、パワーデバイダなどのマイクロ波平衡回路への応用が想定されていたようであるが、1990年代後半に始まった高速差動伝送の台頭[31]に後押しされ、デジタル回路にも適用範囲を拡げていった[14], [32]。技術の開花には、そのようなタイミング的な要素も絡んでいる。

この理論のもう一つの特徴は、直交変換である even/odd モードではなく、電圧と電流で変換が異なるコモン/ディファレンシャルモード(したがって直交変換ではない)を基にしている点である。そのため、計算の過程で基準インピーダンスを変更するなどの工夫が必要とされる。論文には、そのような苦闘の跡が見えるが、そのせいか、最終的な変換式にはあと一步至っていない(後に出版された共著者の手による成書[33]には記載されている)。

ミックスモードSパラメータは測定の世界にも変化をもたらした。柳川光らによって開発されたその手法[34]-[36]は、対象物を4ポートのまま測定してしまい、数学的な処理によって、モードの特性(ミックスモードSパラメータ)を得ようというものである。ポート数が多い分、測定の手間はかかるが、全てのモード特性がいつぺんに見られるという特徴を有している。また、従来の評価法の弱点である、変換部品の非理想性による測定誤差や周波数範囲の制限が解消されることも大きな利点として挙げられている。もちろん、以前から多ポート(3ポート以上)回路の測定は行われていた。本質的にポート数の多い部品、サーキュレータ、ダイプレクサ、パワーデバイダ、バラン、カップラなどのマイクロ波部品では、まさにそれが必要であったし、2ポートのネットワークアナライザを用いて、複数回つなぎかえることにより多ポート特性を得る手法も研究されていた[37]-[39]。しかし、4ポート測定が広まったのは、多ポートテストセットが実用に供されてからである[40]-[46]。その利便性とミックスモード理論のコロンブスの卵的な明瞭性が支持されたのであろう。

Bockelman らの論文そのものには、上記のように、シングルエンドSパラメータとミックスモードSパラメータの間の変換式は記されていないし、また測定についても以下の従来法が提示されているに過ぎなかった。また、柳川らは、インピーダンス行列を経由して求めるという間接的な方法をとっていた。今では、おそらくは直接求める方法が主流になっているものと思われるが、その経緯や詳細は残念ながらわかっていない。

従来の評価法

4ポート測定が一般化する前は、何とか2ポートの範囲内で測定できるよう工夫がなされていた。ほとんどのネットワークアナライザは2ポートが仕様であった(3ポートやそれ以上のものも存在していたがやや特殊であった)ことも一因であろう。そのためには、4つある平衡回路のポートを縮約し、2つにまで減ずる必要がある。

最も一般的なのは、鏡映対称を仮定し、コモンモードとディファレンシャルモードの2つのモードで特性づける方法である(これは、ミックスモードSパラメータの対角ブロックを別々に測ることに相当している)。コモンモード測定では、組になるポートを並列接続[47],[48]するか、パワーデバイダ[48],[49]³を挿入することによって、同相励振する。一方、ディファレンシャルモード測定では、トランスや3巻線トランス⁴を挿入して、逆位相を作り出す。高周波では、180度カップラなどが用いられることもあった[48]。

当時は、ディファレンシャルモード測定において、3巻線トランスの中間タップをどう終端すべきか、はっきりしていなかった。接地[50]、開放(単なるトランスに戻る[47],[48])、抵抗終端[49]の3通りがありえるし、抵抗終端だとしても、そのときの抵抗値をいくつにすべきか抛り所がなかった。また、トランスの巻数比、したがって終端インピーダンスの在り方(コモン/ディファレンシャルモードともに)も良くわかっていなかった。それらが解明されたのはミックスモードSパラメータが登場してからである。一段高い位置に登ったことで、長い間の疑問が氷解した[14],[32]。結局、対称であれば、中間タップの処理には依らなかったのである。

以上は対称性を仮定した場合であったが、現実の回路は多かれ少なかれ非対称である。その場合まで考慮したのが、ITU-T 勧告 O.9[51]および G.117[49]である。コモン/ディファレンシャルモード特性だけではなく、その相互作用(LCL, LCTL, TCL, TCTL などのモード変換特性)まで規定されている。これらの勧告では、平衡度合いの定量化を目的としているが、モード変換特性がそれに該当する。ここでも、何とか2ポートの範囲内で測定ができるよう工夫されている。Bockelman らの論文は、ある意味、Sパラメータの記法を用いて、この規格をすっきりさせたものといえる。変換という数学的処理が、実在のトランスの代わりなのである。

上記評価法は、平衡回路に関するものであったが、3相回路の場合は、より一層混沌としている。平衡回路の評価パラメータである、コモン/ディファレンシャルモードを流用し、コモンモードでは3つの端子を並列接続(対称なら零相に相当する)、ディファレンシャルモードではトランスを挿入することで、2ポ

³ LTL や LCTL の測定回路(表 5.2-1(b)参照)における励振ポートはそれに相当する。

⁴ バラントランス、ハイブリッドコイルとも言われる。

ート回路に縮約して測定するのが一般的である[47]。本来は、正相/逆相(3ラインの位相が120度ずつ異なるモード)の特性を見るべきであるが、デフォルトモード(2ラインの位相が180度異なる)で代用している。

1.2 本研究のテーマ

以上見たように、対称性が電気回路解析に与える影響については、断片的な知識がいくつか存在するだけで、また活用も進んでいるとは言えない。そこで、本研究では、2等分定理、モード理論、ミックスモードSパラメータ、これらの断片を対称性(群論)という観点から整理するとともに、不十分な個所には新規知見を適宜追加し、統一的に掌握できるよう努めた。そして、それらを駆使し、3相フィルタやコモンモードフィルタの解析を行った。

本研究で取り組んだ課題は、①複雑な対称性への拡張と②非対称な場合の取り扱いの2つの方向に分けることができる。前者は、対称性を利用して回路を分割し、より小さなもので全体を把握しようという試みである。回路が小さくなった分、見通しが効くようになり、またコンピュータシミュレーションなどの効率向上にもつながる。題材としては3相回路をとりあげた。ミックスモードSパラメータは平衡回路を対象としているが、それをもう一段高い対称性に伸展させようというのである。対称性に基づく新たな評価基準を考案し、回路解析によってその有効性を検証する。さらに、それらを土台にして2等分定理の拡張に挑む。より複雑な対称性を有する場合に対応できるよう、モード理論の枠を拡張し、その上で電気回路を群論的な視点から眺めることにより、回路図上に対称性を表現する。最初に、ある程度感觸のつかめている2等分(平衡回路)と3等分(3相回路)の場合で経験を積み、それを基に多等分に駆け上がる。

一方、後者は、ほぼ対称であるがわずかにずれている場合、それをどのように評価、解析すべきか検討したものである。非対称性の程度を電氣的な特性として定量化し、その解析方法を考案する。環境電磁工学(EMC, Electro-Magnetic Compatibility)の分野では、コモンモードが一つのキーワードであるが、その発生要因にはこのような非対称性の存在がある。コモンモードフィルタや結合線路を題材に要因分析を行い、その機構の解明と制御方法を検討する。ここでいう非対称とは、まったく秩序の無い状態ということではなく、そのような意味では対称性の一種ということもできる。実際、道具立てとしては前者と共通なものも多く、それゆえ、本研究の一つの柱となっている。

モード解析の有効性は次の2点に集約される。

- ① 対称な回路では、対称適合モードの間に相互作用(モード変換)がなくな

り、各モードが独立する(モードの回路行列がブロック対角化される). そのため、モードごとに解析できる. 2等分定理(あるいは第4章で述べるようなその拡張)によって、回路を分割できれば、より小さなもの(対角ブロックに相当する)で全体を把握することが可能となる.

- ② モードが直接動作に関与している場合は、そのモードの特性を見る必要がある. 例えば差動回路であれば、差動信号に対する応答を知らなければならないし、3相回路であれば、正相に対する応答を知らなければならない. また、放射ノイズはコモンモードが支配的なので、その影響も見ておきたい. このような場合は、たとえ回路が対称でなくても⁵⁾、モードの特性が要求される.

モード解析がなされる理由は、これらのいずれか、あるいは両方である. 本研究の2つの方向性は、それぞれ、この①と②に対応していると言ってもよい.

なお、本論文では線型時不変な回路のみを扱うので、そのことを単に回路と称する.

対称性と非対称性

本論文では、「対称性」および「非対称性」という用語を以下のような意味で用いる. 図 1.2-1 を例に説明する. ここに描かれているのは、4つの抵抗器を環状に結線した4ポート回路である. 図には示していないが、他に共通な理想グラウンドが存在し、1~4まで番号を振った端子とそのグラウンドとの対でポートをなしている⁶⁾. 図(c)は環状結線されている4つの抵抗器のうち、上下のものが等しい値を持っている. したがって、上下に鏡映対称である. その状態を基準にして、左右の抵抗器も等しい値に揃えると、図(b)のように上下左右に対称となる. さらに、4つの抵抗器全てを同じ値にすると、それに加えて斜めの鏡映面に対しても対称となる(図(a)). このように単に対称とは言っても、その程度はさまざまであり、その度合いは「対称性」と表現される. 対称性が高い、低い(ときには無い)といった言い方はそれにならっている.

一方、図(c)の上下の抵抗器のうち、片方の値を変えれば、もちろん対称ではなくなるが、その変化が小さい場合は、ほぼ対称と言える. 図(d)→(e)→(f)と変化量を増やせば、対称から遠ざかっていく. このように、ほぼ対称であるがわずかにずれている場合の、その程度を本論文では「非対称性」と表現する. この「対称性」および「非対称性」は本研究の2つの方向性に相当している.

⁵⁾ 実際には対称になるよう作ってある. そうでなければ、モードが伝送しない. もちろん、現実には完全に対称になることはありえない.

⁶⁾ 以降の図でも、同様にグラウンドまたは帰路端子を明示しない場合がある. グラウンド端子を明示する必要がある場合は、その端子を灰色に着色する(灰色の丸)とともに、端子番号を振るときは下付きの G を添え、区別する.

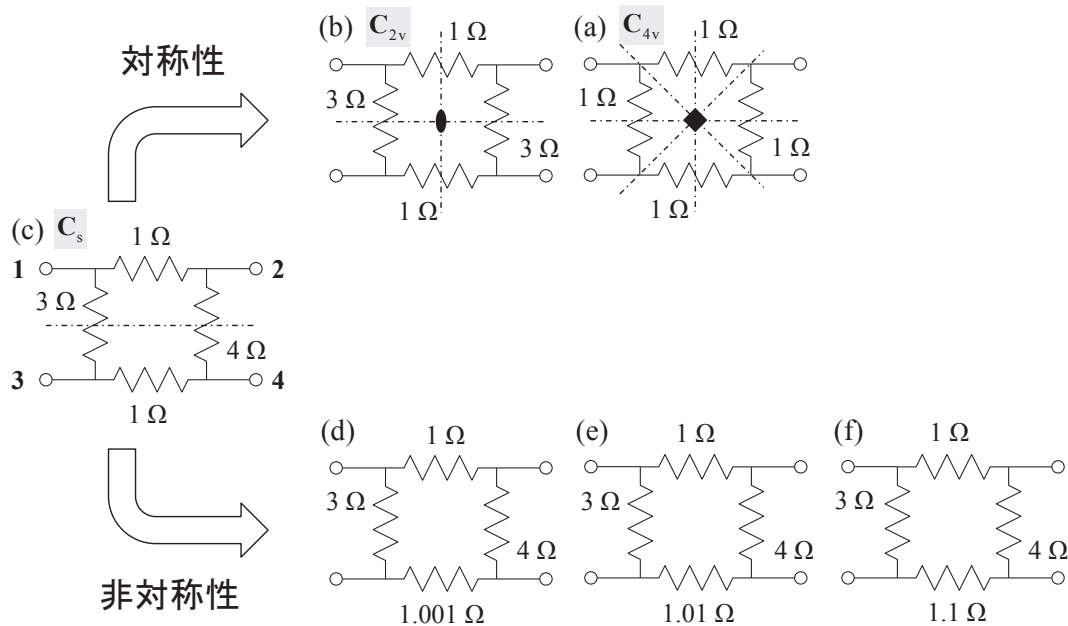


図 1.2-1 対称性と非対称性

なお、本論文では「平衡」という用語も頻出するが、それは、伝送系のライン間の置換に対する不変性を表している(2.2節参照)．3相回路(3ライン)で使われることもあるが、本論文では、差動回路(2ライン)の場合についてのみ用いる．

1.3 結果概要

本研究で取り組んだ課題は、具体的には次の3つである．

- ① 3相フィルタの新しい評価・解析手法 [A2], [C1]
- ② 2等分定理の拡張 [C2]
- ③ 平衡回路における非対称性の評価と解析 [A1]

前節の分類でいえば、①と②が「対称」、③が「非対称」に該当する．これらの研究の概要、および今後の課題を以下に記す．なお、[]内に示した番号は、研究業績一覧の中の対応する主要な論文を示している．

3相フィルタの新しい評価・解析手法

3相フィルタの新しい評価基準「Fortescue モードSパラメータ」を提案する．それは、対称座標法、すなわち零相/正相/逆相のモードに変換したSパラメー

タである。3相交流下でのフィルタの伝送特性は、このSパラメータに全てが現れている。正相/逆相の特性は、3相交流の主成分(3ライン間の位相が ± 120 度ずつ異なる)に対する応答を、零相の特性は、同相のノイズに対する応答を示している。また、非対角ブロックの特性は、モード変換(相間の相互作用)、したがって非対称性を表している。さらに、これらの知見を基に、FortescueモードSパラメータに即した等価回路の作成方法を考案する。等価回路は、構成素子の影響を予測可能にし、またシミュレーションなどに組み込んで計算するときの負荷軽減に役立つ。このことは、この新しい手法が、単に測定・評価だけでなく、解析や設計にも有効であることを示している。また、従来法である CISPR 17 - ed. 2.0 (2011)の *Asymmetrical/Symmetrical* 挿入損失の物理的な意味を明らかにするとともに、新旧データの比較方法についても言及する。この評価法および等価回路解析は、3相フィルタの設計において、試行錯誤や経験則からの脱却を促す。

本研究では、低周波の道具である対称座標法と高周波の道具であるSパラメータの融合が実現されている。どちらも、本来は周波数に対する使用制限は無いのであるから、別段不思議なことではないが、今まで実用化されていなかった。この評価法は、群論を用いたモード理論の一般化(2等分定理の拡張)の枠組みの中で、対称座標法を捉え直したということに他ならない。すなわち、零相/正相/逆相といった対称座標法でのモードは、3回対称の自然な帰結であり、それに即した等価回路は最も単純化されたものと言える。

2 等分定理の拡張

Bartlettの2等分定理を、より複雑な対称性を有する場合に拡張する。最初に、群の表現を援用したモード理論を構築する。それを土台にして、電気回路を群論的な視点から眺めることにより、モードの回路行列に対応した等価回路の導出方法を見出す。簡単な回路を例にとることで、回路図の節点の状態に対する判定条件を帰納的に導き、それを基に一般論を展開する。モードの属している既約表現が、その節点の固定部分群の恒等表現になっている場合は、同一軌道の枝どうしは開放に、恒等表現以外の場合は、節点は仮想接地になる。この判定条件は、人間の判断を要さないため確実であり、またコンピュータなどで自動判定させることも可能である。これらの知見を用いれば、より小さな回路を有限個組み合わせるだけで、回路全体を特性づけることができる。このことは、回路の見通しを良くし、また大規模な回路や構造体に適用した際には、コンピュータシミュレーションの計算量や記憶量の節約などに寄与する。本研究は、理論的考察を主体としているが、検証の際に、一部、電磁界シミュレーションを用いている。それは、本理論が集中定数回路だけでなく、分布定数回路にも適用可能であることの例になっている。今回の対象は電気回路であるが、線型

時不変な系であれば他分野であっても、この手法を活用することが可能である。

平衡回路における非対称性の評価と解析

代表的な平衡回路であるコモンモードフィルタや結合線路を題材に、その非対称性について理論的な解析を行う。最初に、評価指標の分類とその相互関係を明らかにし、その上で、非対称性がどう特性に反映されるかを導く。一般に、非対称性が強くなるほど、モード変換量が大きくなると予想されるが、本研究で扱った例においては、その予想は妥当であることが確認される。また、コモンモードフィルタにおいては、ミックスモードS行列の非対角ブロックの位相特性によって、非対称性の要因を判別することが可能であることを見出した。反射特性と伝送特性が同位相であれば容量性の、逆位相であれば誘導性の不平衡が支配的である。また、その過不足の状況を位相角の符号から読み取ることにもできる。これらの知見を応用すれば、コモンモードフィルタの非対称性を補償することや、測定値から支配的な要因を特定し、構成改善の指針を得ることが可能となる。対称性を制御したものづくりへと展開していきたい。

今後の課題

本論文で扱ったSパラメータは基準インピーダンスを正数に限定したもの、すなわち、抵抗終端したときの特性であった。しかし、現実には純粋な抵抗で終端されることはなく、また、本研究の題材である3相フィルタに関して言えば、モータなどの誘導負荷で用いられることも多いため、本格的な応用に際しては、シミュレーションの併用(Sパラメータや等価回路をシミュレータに取り込み、周辺回路を配置して実動作を模擬する)などで対処する必要がある。それを解消する手段として、「基準インピーダンスを複素数にまで拡張したSパラメータ」の活用が考えられる。しかし、それにはいくつかの流儀が存在し、その内のどれが適しているのか、あるいはもっと別な指標が良いのか、今後の研究の進展が望まれる。

非対称性については、まだまだ不明な部分も多く、特に理論面では解明が進んでいない。本研究では、モード変換によって非対称性を定量化したが、放射ノイズとの関連性については、手を付けられていない。非対称性に起因する放射電磁界は、どのような指標で評価すべきなのか、その場合もモード変換量が指標として有効なのか、あるいはもっと別なもの(対称度とか)が良いのか、理論的な解明が待ち望まれる。

まとめ

3相フィルタのモード解析やコモンモードフィルタにおける非対称性の要因分析など、具体的な課題に取り組みつつ、背後にある対称性あるいは非対称性

について、そのからくりを明らかにした。すなわち、群の表現を援用することで、マルチポート回路における伝送特性を、より高い視点からモード解析することができた。このことは、対称性という極めて基礎的な概念が電気工学の枠組みに融合されたことを意味している。

1.4 本論文の構成

本論文の主要部は、第2章～第5章の4つの章で構成されている。第2章では、既存技術の整理を兼ね、鏡映対称な回路の解析を紹介する。続く3つの章は、第2章を起点にそこから展開を図ったものであり、本研究で取り組んだ3つの課題(1.3節参照)に対応している。すなわち、第3章「3相フィルタの新しい評価・解析手法」は、鏡映対称をもう一段高い対称性に伸展させたものであり、第4章「2等分定理の拡張」は、第2章の2等分(平衡回路)と第3章の3等分(3相回路)でつかんだ感触を基に、それを多等分に昇華させたものである。また、第5章「平衡回路における非対称性の評価と解析」は、鏡映対称な回路からわずかに対称性をくずした場合の挙動を解析したものである。

各章の具体的な内容を以下に記す。

第1章 序論

歴史的な経緯を述べ、その流れの中で本研究の位置づけを明らかにする。それを背景に研究の目的および概要を述べる。

第2章 平衡回路の解析

鏡映対称は、最も単純かつ出現頻度の高い対称性である。そのため、その解析手法は比較的良く整備されている。コモン/ディファレンシャルモードやミックスモードSパラメータ、Bartlettの2等分定理といった用語は、まさに鏡映対称のために存在する。ここでは、それらの既存技術の整理を兼ね、平衡フィルタを例に実験と等価回路解析を行う。これらの解析手法を十分吟味し、後章の道しるべとする。

第3章 3相フィルタの新しい評価・解析手法

3相フィルタの新しい評価基準「FortescueモードSパラメータ」を提案する。最初に定義と性質を述べ、その概要を明らかにする。次に、対称性とそのSパラメータにどのような影響を及ぼすのか初等的な手法で解析し、対称な3相フィルタの特性を考察する。そして、それらを基に等価回路解析や従来法との比

較を行う。本章は、新しい評価・解析法の理論と、その妥当性を検証するための3相ノイズフィルタを用いた実験で構成される。

第4章 2等分定理の拡張

Bartlettの2等分定理を、より複雑な対称性を有する場合に拡張する。最初に、群の表現を援用したモード理論を構築する。それを土台にして、電気回路を群論的な視点から眺めることにより、モードの回路行列に対応した等価回路の導出方法を見出す。簡単な回路を例にとることで、回路図の節点の状態に対する判定条件を帰納的に導き、それを基に一般論を展開する。判定条件の適用に際しては、群論特有な調整や電気回路的な工夫を要する場合も出てくるが、それらについて具体例とともに考察を行う。最後に、電磁界シミュレーションを用いて、いくつかの活用例を紹介する。

第5章 平衡回路における非対称性の評価と解析

代表的な平衡回路であるコモンモードフィルタや結合線路を題材に、その非対称性について理論的な解析を行う。最初に、評価指標の分類とその相互関係を明らかにし、その上で、非対称性がどう特性に反映されるかを導く。そして、コモンモードフィルタの非対称性について、要因の判別方法を考案し、その有効性を実験によって検証する。

第6章 結論

本論文の意義をまとめる。そして、残された課題を挙げ、その展望について述べる。

参考文献

- [1] (著)Hermann Weyl, (訳)遠山啓,「シンメトリー」, 紀伊國屋書店, 1970年.
- [2] 志賀浩二,「群論への30講」, 朝倉書店, 1989年.
- [3] 中村亨,「ガロアの群論」, 講談社(ブルーバックス), 2010年.
- [4] (著)Eugene Paul Wigner, (訳)森田正人, 森田玲子,「群論と量子力学」, 吉岡書店, 1971年.
- [5] 藤城義和,「Sパラメータを用いたシグナルインテグリティ解析1 Sパラメータの基礎(その1:導入)」, 電磁環境工学情報EMC, pp.105–126, 2012年6月.

- [6] (edited & written by) Carol Gray Montgomery, Robert Henry Dicke, Edward Mills Purcell, (written by) E. Robert Beringer, Nathan Marcuvitz, “Principles of microwave circuits,” McGraw-Hill, 1948.
- [7] David Marlow Kerns, “Analysis of symmetrical waveguide junctions,” *Journal of research of the National Bureau of Standards*, vol. 46, no. 4, pp. 267–282, April 1951 (Research paper 2195).
- [8] Mike Francis, Ron Wittmann, “In Memoriam: David M. Kerns,” *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 46, no. 3, p. 87, June 2004.
- [9] Bertram Alexander Auld, “Applications of group theory in the study of symmetrical waveguide junctions,” Stanford University MLR (Microwave Laboratory Report)-157, March 1952.
- [10] Bertram Alexander Auld, “The synthesis of symmetrical waveguide circulators,” *IRE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 7, no. 2, pp. 238–246, April 1959.
- [11] Walter K. Karn, “Scattering equivalent circuits for common symmetrical junctions,” *IRE Trans. Circuit Theory*, vol. CT-3, no. 2, pp. 121–127, June 1956.
- [12] M. Cohen, Walter K. Karn, “Analytical asymmetry parameters for symmetrical waveguide junctions,” *IRE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 7, no. 4, pp. 430–441, October 1959.
- [13] 高橋秀俊, 「線型集中定数系論Ⅲ」, 岩波書店, 1969 年.
- [14] 藤城義和, 「S パラメータによる電子部品の評価」, TDK アプリケーションノート AN-SP06A001_ja, 2006 年 8 月
(http://www.tdk.co.jp/tvcl/spara/an-sp06a001_ja.pdf).
- [15] 藤城義和, 「S パラメータを用いたシグナルインテグリティ解析 5 平衡部品の評価(その 2 : 群論)」, *電磁環境工学情報 EMC*, pp. 96–116, 2012 年 10 月.
- [16] Albert Charles Bartlett, “An extension of a property of artificial lines,” *Philosophical Magazine*, ser. 7, vol. 4, no. 24, pp. 902–907, November 1927 (Communication from the research staff of the General Electric Co., Wembley).
- [17] Albert Charles Bartlett, “The theory of electrical artificial lines and filters,” Chapman & Hall, 1930.
- [18] Otto Brune, “Note on Bartlett’s bisection theorem for 4-terminal electrical networks,” *Philosophical Magazine and Journal of Science*, ser. 7, vol. 14, no. 93, pp. 806–811, November 1932.
- [19] David M. Pozar, “Microwave Engineering,” John Wiley & Sons, 1998 (2nd ed.); 2004 (3rd ed.); 2012 (4th ed.).
- [20] Charles LeGeyt Fortescue, “Method of symmetrical co-ordinates applied to the solution of polyphase networks,” *AIEE Transaction*, vol. 37, part 2, pp. 1027–

- 1140, July 1918 (presented at the 34th annual convention of the AIEE in Atlantic City, N.J. on 28 June 1918).
- [21] Edith L. Clarke, “Determination of voltages and currents during unbalanced faults,” *General Electric Review*, vol. 40, no. 11, pp. 511–513, November 1937.
- [22] Hermann W. Dommel, W. Scott Meyer, “Computation of electromagnetic transients,” *Proc. IEEE*, vol. 62, no. 7, pp. 983–993, July 1974.
- [23] 別宮貞俊, 「対称座標法とその送電線問題に於ける應用」, *電学誌*, vol. 45, pp. 941–957, 1925年11月.
- [24] 別宮貞俊, 「対称座標法とその送電線問題に於ける應用 (補遺)」, *電学誌*, vol. 46, pp. 410–428, 1926年4月.
- [25] 別宮貞俊, 前川幸一郎, 「三相送電線網の一線接地による地電流の算出」, *電気試験所研究報告*, no. 181, 1926年10月.
- [26] Charles Frederick Wagner, Robert David Evans, “Symmetrical components,” McGraw-Hill, 1961.
- [27] (著) Charles Frederick Wagner, Robert David Evans, (訳) 橋本篤四郎, 「ワグナーエヴァンス 対称座標法」, 遞試社, 1939年.
- [28] 別宮貞俊, 大庭忠夫, 「分布結合を有する二線間の漏話に就て」, *電学誌*, vol. 55, pp. 706–714, 1935年8月.
- [29] David E. Bockelman, William R. Eisenstadt, “Combined differential and common-mode scattering parameters: Theory and simulation,” *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 43, no. 7, pp. 1530–1539, July 1995.
- [30] Ralph S. Carson, “High-frequency amplifiers,” John Wiley & Sons, 1982.
- [31] 藤城義和, 「Sパラメータを用いたシグナルインテグリティ解析4 平衡部品の評価(その1:モードとは)」, *電磁環境工学情報EMC*, pp. 121–136, 2012年9月.
- [32] 藤城義和, 「Sパラメータによるコモンモードフィルタの解析」, *信学技報 EMCJ*, 於岐阜大学, pp. 25–30, 2000年9月 (発表番号:EMCJ2000-60).
- [33] William R. Eisenstadt, Bob Stengel, Bruce M. Thompson, “Microwave differential circuit design using mixed-mode S-parameters,” Artech House, 2006.
- [34] 山中健, 柳川光一, 「Sパラメータによる平衡ケーブルのパラメータ測定」, *信学技報 EMCJ*, pp. 9–16, 1992年4月 (発表番号:EMCJ92-2).
- [35] Koichi YANAGAWA, Ken YAMANAKA, Tatsuo FURUKAWA, Atsushi ISHIHARA, “A measurement of balanced transmission lines using S-parameters,” in *IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference (IMTC)*, pp. 866–869, May 1994 (presentation no. THAM2-3).
- [36] Koichi YANAGAWA, Jon Cross, “Modal decomposition (non-balun) measurement technique: error analysis and application to UTP/STP

- characterization to 500MHz,” in *44th International Wire and Cable Symposium*, pp. 126–133, November 1995.
- [37] John C. Tippet, Ross A. Speciale, “A rigorous technique for measuring the scattering matrix of a multiport device with a 2-port network analyzer,” *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. MTT-30, no. 5, pp. 661–666, May 1982.
- [38] James C. Rautio, “Techniques for correcting scattering parameter data of an imperfectly terminated multiport when measured with a two-port network analyzer,” *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. MTT-31, no. 5, pp. 407–412, May 1983.
- [39] Stefaan Sercu, Luc Martens, “Characterizing n -port packages and interconnections with a 2-port network analyzer,” in *IEEE 6th Topical meeting on Electrical performance of electronic packaging (EPEP)*, Austin, Texas, pp. 163–166, October 1997.
- [40] ATN Microwave inc., “True multiport S-parameter measurements,” *Microwave Journal*, vol. 40, no. 10, pp. 140–144, October 1997.
- [41] M. Schindler, P. Phillips, M. Fennelly, V. Adamian, P. Enquist, “Characteristics and accuracy of a fully corrected four-port vector network analyzer,” in *50th ARFTG Conference*, Portland, Oregon, pp. 127–130, December 1997.
- [42] Mike Fennelly, “Characteristics and accuracy of a fully corrected four-port vector network analyzer (ATN SPTS-4),” in *IEEE MTT-S International Microwave Symposium - Microwave Application & Product Seminar (IMS μ APS)*, June 1998.
- [43] ATN Microwave inc., 「ATN-4000 series multi-port network analyzers」, *Microwave Workshops & Exhibition '98 出展企業セミナー*, 於パシフィコ横浜, 1998年12月.
- [44] Hewlett Packard, 「HP 4380S R F 平衡測定システムを用いた通信機器に使用される平衡/不平衡部品の測定」, Hewlett Packard 社のアプリケーションノート AN 4380S-1, 1998年2月.
- [45] Hewlett Packard, 「HP 4380S R F 平衡部品/ケーブルシステムを用いた平衡部品測定」, Hewlett Packard 社のアプリケーションノート.
- [46] Shigeki TANAKA. Akihiko OGINUMA, 「最近の平衡デバイスの測定に関する新しい提案」, *HP 電子部品シンポジウム '98*, 於京王プラザホテル, 新宿, 1998年7月.
- [47] CISPR 17 - ed. 2.0, “Methods of measurement of the suppression characteristics of passive EMC filtering devices,” June 10, 2011.
- [48] (編集委員長)清水康敬, 「電磁波の吸収と遮蔽」, 日経技術図書, 1999年.

- [49] ITU-T Recommendation G.117, “Transmission aspects of unbalance about earth,” February 1996.
- [50] Hewlett Packard, “Balanced Circuit Measurement with an Impedance Analyzer / LCR Meter / Network Analyzer,” Hewlett Packard Application Note AN 346-2, July 1992.
- [51] ITU-T Recommendation O.9, “Measuring arrangements to assess the degree of unbalance about earth,” March 1999.

第2章 平衡回路の解析

2.1 はじめに

鏡映対称は、最も単純かつ出現頻度の高い対称性である。そのため、その解析手法は比較的良く整備されている。コモン/ディファレンシャルモードやミックスモードSパラメータ、Bartlettの2等分定理といった用語は、まさに鏡映対称のために存在する。ここでは、それらの既存技術の整理を兼ね、平衡フィルタを例に実験と等価回路解析を行う。これらの解析手法を十分吟味し、後章の道しるべとしたい。

最初に2.2節で、本論文で用いる「平衡」という用語を吟味する。対称、平衡、差動といった似たような言葉(ときには同じ意味で使われる)をどう使い分けるのか、慎重に考察し、線引きを行う。次に、2.3節では、ミックスモードSパラメータを定義し、その性質を述べる。コモン/ディファレンシャルモードとeven/oddモードの違いについても言及する。2.4節では、前節で導入したミックスモード理論に基づいて、2等分定理を説明する。そこでは、両モードの違いが如実に表れる。最後に、2.5節と2.6節で、ミックスモードSパラメータの実測例と2等分定理の活用例を紹介する。

2.2 平衡とは

本論文では、「対称」と似てはいるものの、微妙に異なるニュアンスを持った「平衡」という用語も頻出する。そこで、誤解を生じないように、最初にその違いをはっきりさせておく。平衡とは、釣り合いが取れている様を表す一般用語であるが、電気工学の分野では、

- ③ ブリッジ回路などで、検出器の両端の電位が等しいこと
- ④ 伝送系におけるライン間の置換に対する不変性

として使われている。両者とも釣り合っている状態を表しているが、特に前者はまさに天秤のイメージであり、その意味はつかみやすい。それに対して、後者はどのような釣り合いを表しているのか、すぐにはわからない。本項では、

後者のタイプの「平衡」について考察する。

例として、図 2.2-1(a) のようなマイクロストリップ結合線路を考える。図 (b) はそのパターン図(上から見た図)である。灰色が導体、白が誘電体を表す。この線路は上下左右に对称であり、その対称面を、それぞれ、 σ_y 、 σ_x と記せば、線路が平衡であるためには、 σ_y に関して対称でなければならない。 σ_x については対称であってなくてもかまわない。逆に、 σ_x に関して対称であって、 σ_y について対称でなければ、平衡とは言わない。

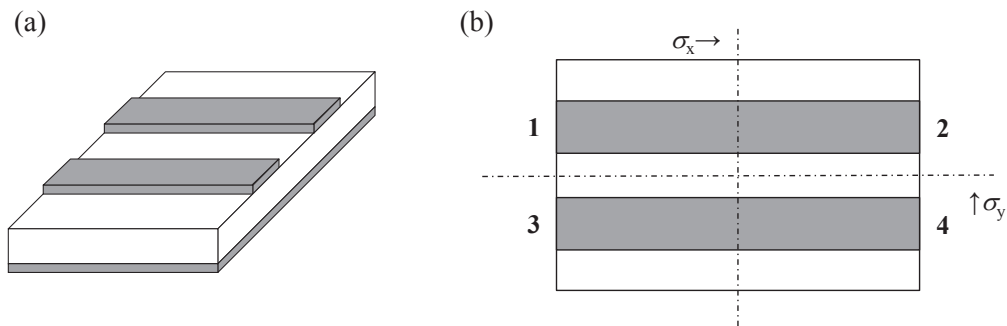


図 2.2-1 マイクロストリップ結合線路

このように、「平衡」とは、入出力を持つ伝送系、あるいは、その入力に接続する電源や出力に接続する負荷に対して定義される一種の対称性である(したがって「対称」と置き換えてもよいし、実際そう表現することもある)。伝送系には、入出力間に電気信号が伝播する経路(ライン)が存在するが、そのラインが複数本あり、それらを置換しても形が変わらない状態、つまり対称に配置されている状態が平衡である。したがって、平衡と言うからには、ライン数は2本以上ないといけない。3ライン以上の場合も、対称に配置されていれば平衡と言うが、ライン数が増えてくると、対称性の程度の問題が出てくるので注意を要する。ラインが往復導体で構成されているときは、置換の際にそれを対にして考える必要がある。もし復路が共通、すなわちグラウンドならば、それは置換しても動かないことになるので、始めから対象外として扱うことができる(往路に対する置換のみ考えればよい。ここでの例はそうなっている)。その場合は、往路に対してグラウンドは対等な位置になっているはずである。このような性質は、グラウンド(大地)に対する対称性と言われることもある。

図 2.2-2 にもう 1 つ例を示す。これらは伝送線路の断面である。灰色が導体で、数字は信号導体(往路)の番号、G はグラウンドを表す。図 (a), (b) はそれぞれ 2 ラインと 3 ラインの場合の平衡線路である。信号導体を置換しても、形は変わらない。図 (c), (d) は図 (a), (b) と同じものであるが、グラウンド導体が別途あり、図 (a), (b) でグラウンド導体だったものが、信号導体として付番されて

いる。そのため、信号導体の置換に関する対称性が失われ、平衡線路とは言えなくなる。このように、同じ線路であっても、何をグラウンドとみなすかによって、平衡になったりならなかったりする。単純な同軸線路も、大地(グラウンド)上に置いた2線条線路として扱えば、平衡線路ではない(図 5.4-3(e)はその例である)。

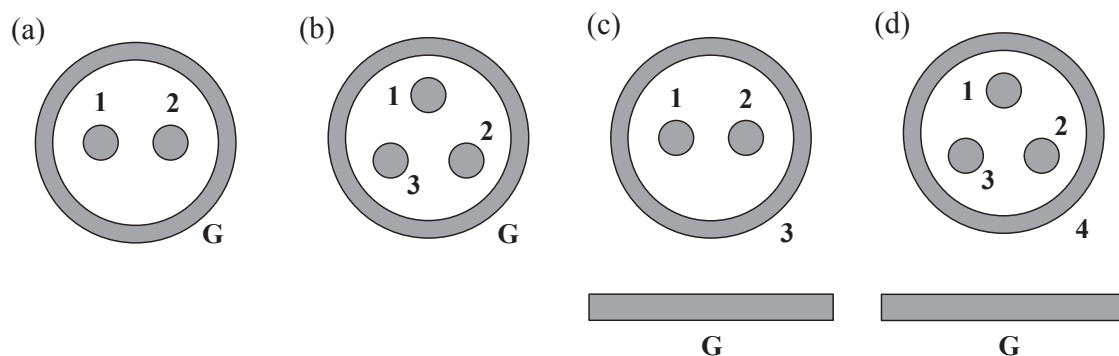


図 2.2-2 平衡線路と不平衡線路の例

この例では断面しか示していないが、伝送方向に関する対称性、すなわち、入出力の置換に対する不変性は、平衡とは関係ないので、この図だけから判定できるのである。平衡な回路の場合、その対称性に即したモード(対称適合モード)であれば、他のモードと干渉しない、すなわちモード変換を生じないという著しい特徴を有する⁷。それが平衡という概念の重要性であり、そして、伝送方向に関する対称性と無縁な理由でもある。

「平衡」という用語は、ときには曖昧さを含む。平衡回路、平衡線路、平衡ケーブル、平衡フィルタ、平衡増幅器、平衡伝送、平衡不平衡変換器、平衡負荷、平衡電源などでは、ここで述べた意味で使われている。しかし、物でない場合は注意を要する。例えば、平衡信号というのは、対称適合モードを意味しているが、特にそれが恒等表現でない場合に用いられる。2ラインの場合は、even モードやコモンモードではなく、odd モードやディファレンシャルモードを、3ラインの場合は、零相ではなく、正相または逆相の信号を指している。恒等表現に属するモードの場合、帰路電流がグラウンドを流れることになるので、伝送系の信号としては適さない。

また、モードの名称である、平衡/不平衡モード、そしてそれに付随した、平衡/不平衡パラメータ、すなわち、平衡インピーダンス、不平衡インピーダンス

⁷ 例えば、図 2.2-2(a)では even/odd モードやコモン/ディファレンシャルモードが該当する(2.3 節参照)。図 2.2-2(b)では零相/正相/逆相や零相/ α 相/ β 相が該当する(3.2 節参照)。

といった用語もある[1]が、上記の定義とは切り離して考えた方がよい。これらは、平衡とは限らない回路で用いられるものであり、ある意味、ここで述べた「平衡」の概念を拡張したものになっている(5.6節参照)。

以上述べたように、「平衡」という用語は、ライン数にかかわらず用いられるが、差動回路(2ライン)と3相回路(3ライン)の場合がほとんどである。「差動」という表現は、差動信号(2ラインの平衡信号)⁸を伝送することが念頭にあるときに使われ、「平衡」よりも、さらに範囲が狭い(2ラインでかつ平衡信号を伝送する場合)。例えば、パワーデバイダは平衡回路であるが、差動回路とは言わない。

これらの用語の違いは、カテゴリの違いと捉えることもできる。「対称」は形状に、「平衡」は状態に、「差動」は使用方法にそれぞれ着目点があり、その違いが上記のような微妙に異なるニュアンスを生んでいる。

本論文では、混乱を避けるため、「平衡」という用語は、2ラインの場合にのみ用いる。

2.3 ミックスモードSパラメータ

平衡回路の周波数特性は、David E. Bockelman と William R. Eisenstadt が提案した4ポートのミックスモードSパラメータ[2]によって、しばしば評価される。ミックスモードSパラメータは、近接した2ヶ所の電圧と電流を、コモンモードとディファレンシャルモードに線型変換したときのSパラメータであり、各モードの反射・伝送特性、およびモード間の相互作用(モード変換)を表している。最近では、ステップ応答(TDR)といった時間軸特性にもその適用範囲を拡げている。本節では、その定義と性質を簡潔に述べる。

2.3.1 コモン/ディファレンシャルモードと even/odd モード

差動伝送のように、平行に走っている2本の導体(と1本のグラウンド導体)を想定する(図2.2-1参照)。その導体のある位置での電圧と電流をそれぞれ

⁸ 差動、すなわちディファレンシャルといった場合、その電圧、電流やそれに付随する量(インピーダンスや電力など)を指すときは、式(2.3-1)のように、係数まで含め、厳密に定義されているが、定性的な意味で用いるときは、係数を気にせず、oddモード(式(2.3-8)参照)やそれに類するモードも含めた総称を意味することもある。

v_1, i_1, v_2, i_2 とすると, コモンモード電圧 v_c , 電流 i_c , そしてディファレンシャルモード電圧 v_d , 電流 i_d は,

コモンモード電圧 v_c : 2 導体の電圧の平均

$$v_c = (v_1 + v_2)/2, \quad (2.3-1a)$$

コモンモード電流 i_c : 2 導体の電流の和

$$i_c = i_1 + i_2, \quad (2.3-1b)$$

ディファレンシャルモード電圧 v_d : 2 導体間の電圧

$$v_d = v_1 - v_2, \quad (2.3-1c)$$

ディファレンシャルモード電流 i_d : 2 導体の電流の差の半分

$$i_d = (i_1 - i_2)/2 \quad (2.3-1d)$$

と定義される[3]. コモンモードが和を, ディファレンシャルモードが差を表している. これを, 行列の形で表現すると,

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 \\ 1 & -1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c \\ v_d \end{bmatrix}, \quad (2.3-2a)$$

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2 & 1 \\ 1/2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_c \\ i_d \end{bmatrix} \quad (2.3-2b)$$

となる. 電圧, 電流ベクトルを

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}' = \begin{bmatrix} v_c \\ v_d \end{bmatrix}, \quad (2.3-3)$$

$$\mathbf{i} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{i}' = \begin{bmatrix} i_c \\ i_d \end{bmatrix} \quad (2.3-4)$$

と書けば, 式(2.3-2)は,

$$\mathbf{v} = \mathbf{T}_v \mathbf{v}', \quad (2.3-5a)$$

$$\mathbf{i} = \mathbf{T}_i \mathbf{i}' \quad (2.3-5b)$$

と表せる. ただし, 電圧, 電流の変換行列を,

$$\mathbf{T}_v = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 \\ 1 & -1/2 \end{bmatrix}, \quad (2.3-6a)$$

$$\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} 1/2 & 1 \\ 1/2 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.3-6b)$$

と置いた.

一方, even/odd モードは,

$$\mathbf{T}_v = \mathbf{T}_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.3-7)$$

といった変換行列で定義される. 電圧の変換と電流の変換が同一であることが特徴である. 式(2.3-2)の形式で書けば,

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_e \\ v_o \end{bmatrix}, \quad (2.3-8a)$$

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_e \\ i_o \end{bmatrix} \quad (2.3-8b)$$

となる．evenモードが和を，oddモードが差を表しているので，コモン/ディファレンシャルモードと定性的には同じである．しかし，係数が異なっている．式(2.3-7)の右辺の行列は，今後頻繁に出現するので，

$$\mathbf{\Theta} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.3-9)$$

という記号を割り当てておく⁹．これを用いると，式(2.3-6)は，

$$\mathbf{T}_V = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 \\ 1 & -1/2 \end{bmatrix} = \mathbf{\Theta} \mathbf{D}, \quad (2.3-10a)$$

$$\mathbf{T}_I = \begin{bmatrix} 1/2 & 1 \\ 1/2 & -1 \end{bmatrix} = \mathbf{\Theta} \mathbf{D}^{-1} \quad (2.3-10b)$$

と表すことができる(行列の極分解[4])．ただし，

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \quad (2.3-11)$$

である．

コモン/ディファレンシャルモードとeven/oddモードの違いは，その係数，すなわち，式(2.3-11)の存在にある[5]．even/oddモードは，電圧の変換と電流の変換が同一で，直交行列 $\mathbf{\Theta}$ のみとなっているが，コモン/ディファレンシャルモードには，それに \mathbf{D} や \mathbf{D}^{-1} がかかっており，電圧と電流で変換行列が異なる．

even/oddモードは直交変換なので，理論構成がしやすい．例えば，変換によって基準インピーダンスが変わらない(次項参照)し，また2等分定理で回路を分割した際に，その一片が等価回路になる(4.3.2項参照)．一方，コモン/ディファレンシャルモードは，並列/直列接続を表現している(2.4節参照)ため，even/oddモードとは異なり， $\sqrt{2}$ のような無理数は出てこない．そのため，実用的には，もっぱらコモン/ディファレンシャルモードが用いられる．例えば，平衡ケーブルの特性インピーダンスを $100\ \Omega$ などと称するが，それは(oddモードではなく)ディファレンシャルモードの特性インピーダンスを指している．本論文では，両モードを適宜使い分ける．

⁹ $\mathbf{\Theta}$ は対称直交行列なので，自分自身が逆行列である． $\mathbf{\Theta}^{-1} = \mathbf{\Theta}^* = {}^t\mathbf{\Theta} = \mathbf{\Theta}$ ．*は行列の複素共役転置，^tは行列の転置を表す(数学記号については付録Cを参照)．

2.3.2 ミックスモードSパラメータ

(1) 定義

簡単のため、最初は2ポート回路(図2.3-1)の場合で説明する。後のつながりを考慮し、図ではポートを片側に寄せて描いてある。以下では、両ポートの基準インピーダンスは同一、すなわち、

$$Z_{01} = Z_{02} = Z_0 \quad (2.3-12)$$

であるとする。なお、Sパラメータの基本事項に関しては、付録Aを参照のこと。

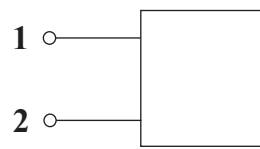


図2.3-1 2ポート回路 (グラウンドは共通)

電圧と電流を、コモン/ディファレンシャルモード(式(2.3-10))に変換すると、電力波 \mathbf{a} も、

$$\mathbf{a} = (Z_0^{-1/2} \mathbf{T}_V \mathbf{v}' + Z_0^{1/2} \mathbf{T}_I \mathbf{i}') / 2 = \Theta (Z_0^{-1/2} \mathbf{D} \mathbf{v}' + Z_0^{1/2} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{i}') / 2 = \Theta \mathbf{a}' \quad (2.3-13)$$

と変換される。ただし、

$$\mathbf{a}' = (\mathbf{Z}'_0^{-1/2} \mathbf{v}' + \mathbf{Z}'_0^{1/2} \mathbf{i}') / 2 \quad (2.3-14)$$

は、モードの入射波、

$$\mathbf{Z}'_0 = Z_0 \mathbf{D}^{-2} \quad (2.3-15)$$

は、モードの基準インピーダンス行列である。式(2.3-15)をあらわな形で書けば、

$$\mathbf{Z}'_0 = \begin{bmatrix} Z_{0c} & \\ & Z_{0d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_0/2 & \\ & 2Z_0 \end{bmatrix} \quad (2.3-16)$$

となるのだから、コモンモードの基準インピーダンスは、元の基準インピーダンスの半分で、ディファレンシャルモードの基準インピーダンスは2倍であることがわかる。反射波 \mathbf{b} も同様に、

$$\mathbf{b} = \Theta \mathbf{b}' \quad (2.3-17)$$

と変換される。ただし、

$$\mathbf{b}' = (\mathbf{Z}'_0^{-1/2} \mathbf{v}' - \mathbf{Z}'_0^{1/2} \mathbf{i}') / 2 \quad (2.3-18)$$

は、モードの反射波である。

電力波が変換されれば、それに対応したS行列も変換される。式(A.1-3)に、式(2.3-13)と式(2.3-17)を代入すると、

$$\mathbf{b}' = \Theta^{-1} \mathbf{S} \Theta \mathbf{a}' = \Theta \mathbf{S} \Theta \mathbf{a}' = \mathbf{S}' \mathbf{a}' \quad (2.3-19)$$

となる．この変換されたS行列

$$\begin{aligned} \mathbf{S}' &= \begin{bmatrix} S_{cc} & S_{cd} \\ S_{dc} & S_{dd} \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{\Theta} \mathbf{S} \mathbf{\Theta} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} S_{11} + S_{21} + S_{12} + S_{22} & S_{11} + S_{21} - S_{12} - S_{22} \\ S_{11} - S_{21} + S_{12} - S_{22} & S_{11} - S_{21} - S_{12} + S_{22} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.3-20)$$

をミックスモードS行列(mixed-mode S-matrix)と称する．ミックスモードS行列と対比する場合，元のS行列(式(A.1-8))をシングルエンドS行列(single-ended S-matrix)と言う． S_{cc} はコモンモードの反射係数， S_{dd} はディファレンシャルモードの反射係数， S_{cd} と S_{dc} はコモンモードとディファレンシャルモードとの間のモード変換を表している．

電圧と電流が変換されたならば，対応するZ行列やY行列も変換される．式(A.1-1)，式(A.1-2)に，式(2.3-5)を代入すると，

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}' &= \begin{bmatrix} Z_{cc} & Z_{cd} \\ Z_{dc} & Z_{dd} \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{T}_V \mathbf{Z} \mathbf{T}_I^{-1} = \begin{bmatrix} (Z_{11} + Z_{21} + Z_{12} + Z_{22})/4 & (Z_{11} + Z_{21} - Z_{12} - Z_{22})/2 \\ (Z_{11} - Z_{21} + Z_{12} - Z_{22})/2 & Z_{11} - Z_{21} - Z_{12} + Z_{22} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (2.3-21)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}' &= \begin{bmatrix} Y_{cc} & Y_{cd} \\ Y_{dc} & Y_{dd} \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{T}_I^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{T}_V = \begin{bmatrix} Y_{11} + Y_{21} + Y_{12} + Y_{22} & (Y_{11} + Y_{21} - Y_{12} - Y_{22})/2 \\ (Y_{11} - Y_{21} + Y_{12} - Y_{22})/2 & (Y_{11} - Y_{21} - Y_{12} + Y_{22})/4 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.3-22)$$

となる．これらのコモン/ディファレンシャルモードに変換されたS/Z/Y行列の間にも，式(A.1-18)～式(A.1-20)の関係式が成り立つ．ただし，その際，基準インピーダンス行列が，式(2.3-16)であることに注意しなくてはならない．

これらのミックスモードS/Z/Y行列を，ミックスモード回路行列と総称する．

コモン/ディファレンシャルモードでなく，even/oddモードに変換した場合は，これらの式で， \mathbf{D} の所を単位行列 \mathbf{I} に置きかえれば良い．すなわち，式(2.3-15)，式(2.3-16)は，それぞれ，

$$\mathbf{Z}'_0 = \mathbf{Z}_0 \mathbf{I}, \quad (2.3-23)$$

$$\mathbf{Z}'_0 = \begin{bmatrix} Z_{0e} & \\ & Z_{0o} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_0 & \\ & Z_0 \end{bmatrix} \quad (2.3-24)$$

となる．したがって，この場合，モードの基準インピーダンスは元の基準インピーダンスから変わらない^{*10}．また，変換されたS行列は，コモン/ディファレンシャルモードと同じで，

¹⁰ それは even/odd モードがユニタリ変換だからである．一般に，ユニタリ変換の場合は，電圧と電流の変換が同一なので(4.2.1項参照)，変換によって基準インピーダンスは変化しない．

$$\begin{aligned} \mathbf{S}' &= \begin{bmatrix} S_{ee} & S_{eo} \\ S_{oe} & S_{oo} \end{bmatrix} \\ &= \Theta \mathbf{S} \Theta = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} S_{11} + S_{21} + S_{12} + S_{22} & S_{11} + S_{21} - S_{12} - S_{22} \\ S_{11} - S_{21} + S_{12} - S_{22} & S_{11} - S_{21} - S_{12} + S_{22} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.3-25)$$

になる。つまり、コモン/ディファレンシャルモードと even/odd モードでは、基準インピーダンスは変わるものの、Sパラメータの値自身は同一になる。

なお、Z/Y行列は、

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}' &= \begin{bmatrix} Z_{ee} & Z_{eo} \\ Z_{oe} & Z_{oo} \end{bmatrix} \\ &= \Theta \mathbf{Z} \Theta = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} Z_{11} + Z_{21} + Z_{12} + Z_{22} & Z_{11} + Z_{21} - Z_{12} - Z_{22} \\ Z_{11} - Z_{21} + Z_{12} - Z_{22} & Z_{11} - Z_{21} - Z_{12} + Z_{22} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (2.3-26)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}' &= \begin{bmatrix} Y_{ee} & Y_{eo} \\ Y_{oe} & Y_{oo} \end{bmatrix} \\ &= \Theta \mathbf{Y} \Theta = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} Y_{11} + Y_{21} + Y_{12} + Y_{22} & Y_{11} + Y_{21} - Y_{12} - Y_{22} \\ Y_{11} - Y_{21} + Y_{12} - Y_{22} & Y_{11} - Y_{21} - Y_{12} + Y_{22} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.3-27)$$

となる。この場合は、一般には値が変わってしまう ($Z_{oo} = Z_{dd}$, $Y_{ee} = Y_{cc}$ 以外は2倍または4倍違う)。

以上、2ポートの場合について、ミックスモードSパラメータを導入したが、これを $2n$ ポート (n は自然数) に一般化するのは容易である。シングルエンドのS行列を、 n ポートずつ区分けし、

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{12} \\ \mathbf{S}_{21} & \mathbf{S}_{22} \end{bmatrix} \quad (2.3-28)$$

と書けば、ミックスモードS行列は、式(2.3-20)のように、

$$\mathbf{S}' = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{cc} & \mathbf{S}_{cd} \\ \mathbf{S}_{dc} & \mathbf{S}_{dd} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11} + \mathbf{S}_{21} + \mathbf{S}_{12} + \mathbf{S}_{22} & \mathbf{S}_{11} + \mathbf{S}_{21} - \mathbf{S}_{12} - \mathbf{S}_{22} \\ \mathbf{S}_{11} - \mathbf{S}_{21} + \mathbf{S}_{12} - \mathbf{S}_{22} & \mathbf{S}_{11} - \mathbf{S}_{21} - \mathbf{S}_{12} + \mathbf{S}_{22} \end{bmatrix} \quad (2.3-29)$$

となる。4ポートの場合で具体的に書くと、

$$\begin{aligned} \mathbf{S}' &= \begin{bmatrix} S_{cc11} & S_{cc12} & S_{cd11} & S_{cd12} \\ S_{cc21} & S_{cc22} & S_{cd21} & S_{cd22} \\ S_{dc11} & S_{dc12} & S_{dd11} & S_{dd12} \\ S_{dc21} & S_{dc22} & S_{dd21} & S_{dd22} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} S_{11} + S_{31} + S_{13} + S_{33} & S_{12} + S_{32} + S_{14} + S_{34} & S_{11} + S_{31} - S_{13} - S_{33} & S_{12} + S_{32} - S_{14} - S_{34} \\ S_{21} + S_{41} + S_{23} + S_{43} & S_{22} + S_{42} + S_{24} + S_{44} & S_{21} + S_{41} - S_{23} - S_{43} & S_{22} + S_{42} - S_{24} - S_{44} \\ S_{11} - S_{31} + S_{13} - S_{33} & S_{12} - S_{32} + S_{14} - S_{34} & S_{11} - S_{31} - S_{13} + S_{33} & S_{12} - S_{32} - S_{14} + S_{34} \\ S_{21} - S_{41} + S_{23} - S_{43} & S_{22} - S_{42} + S_{24} - S_{44} & S_{21} - S_{41} - S_{23} + S_{43} & S_{22} - S_{42} - S_{24} + S_{44} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.3-30)$$

である[6]。式(2.3-29)の4つの小行列は、それぞれが2次行列であり、反射係

数の他に伝送係数を有する。ミックスモードSパラメータは、狭義には、この4ポートの場合を指す[2]。

なお、ミックスモードS行列からシングルエンドS行列を求めるには、

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{12} \\ \mathbf{S}_{21} & \mathbf{S}_{22} \end{bmatrix} \\ &= \Theta \mathbf{S} \Theta = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{cc} + \mathbf{S}_{dc} + \mathbf{S}_{cd} + \mathbf{S}_{dd} & \mathbf{S}_{cc} + \mathbf{S}_{dc} - \mathbf{S}_{cd} - \mathbf{S}_{dd} \\ \mathbf{S}_{cc} - \mathbf{S}_{dc} + \mathbf{S}_{cd} - \mathbf{S}_{dd} & \mathbf{S}_{cc} - \mathbf{S}_{dc} - \mathbf{S}_{cd} + \mathbf{S}_{dd} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.3-31)$$

と逆変換すればよい。

(2) 変換回路

次に、ミックスモードSパラメータを回路で表現する。元の回路に変換回路を縦続接続することで表すと、図2.3-2のようになる[6]。図中の点線で囲った部分は、3巻線理想トランスである。各コイルに添えてある数字は巻数比を表している。そして、ポートCがコモンモードに、ポートDがディファレンシャルモードに対応している。つまり、ポートCを $Z_0/2$ で、ポートDを $2Z_0$ で終端することで、式(2.3-20)のSパラメータが得られる。

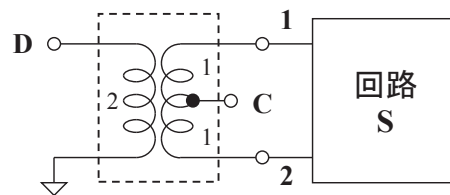


図 2.3-2 2ポートミックスモードS行列の回路表現 (コモン/ディファレンシャルモード)

even/oddモードへの変換は、図2.3-2の回路に基準インピーダンスの変更を施せばよい。ポートCの基準インピーダンスを2倍にし、ポートDを半分にするのであるから、理想トランス(図A.2-1参照)を挿入して、図2.3-3(a)のように表現することができる。図(a)の破線内の理想トランス網は、S行列(ポートeをポート3, ポートoをポート4とする)で表現すると、

$$\mathbf{S}_M = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \Theta \\ \Theta & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2.3-32)$$

である[6]から、図(b)のように描いてもかまわない。

以上は2ポート回路の場合であったが、 $2n$ ポート回路の場合は、これらの変換回路を、 n 個、該当するポートに挿入すればよい。

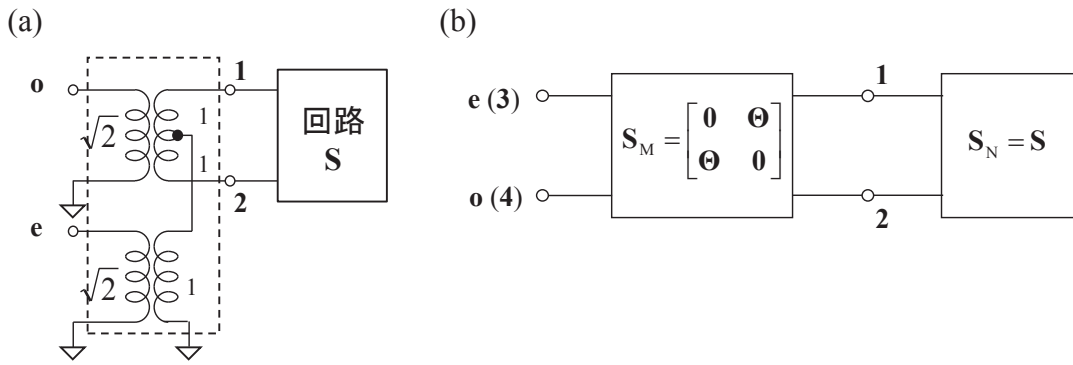


図 2.3-3 2ポートミックスモードS行列の回路表現 (even/odd モード)

(3) 性質

回路が可逆性，受動性，無損失性といった性質を有していれば，それは，ミックスモード回路行列にも引き継がれる[4]，[6]．すなわち，

$$\text{可逆性：} \quad {}^t\mathbf{S} = \mathbf{S} \Rightarrow {}^t\mathbf{S}' = \mathbf{S}', \quad (2.3-33)$$

$$\text{受動性：} \quad \mathbf{S}^*\mathbf{S} \leq \mathbf{I} \Rightarrow \mathbf{S}'^*\mathbf{S}' \leq \mathbf{I}, \quad (2.3-34)$$

$$\text{無損失性：} \quad \mathbf{S}^*\mathbf{S} = \mathbf{I} \Rightarrow \mathbf{S}'^*\mathbf{S}' = \mathbf{I} \quad (2.3-35)$$

が成り立つ(逆も真である)．ここでは代表でS行列の場合のみ示したが，Z/Y行列でも同様である． t は行列の転置， $*$ は行列の複素共役転置を表す(数学記号については付録Cを参照)．したがって，可逆な回路のミックスモードS行列は，

$$\mathbf{S}_{cc} = {}^t\mathbf{S}_{cc}, \quad \mathbf{S}_{dd} = {}^t\mathbf{S}_{dd}, \quad \mathbf{S}_{dc} = {}^t\mathbf{S}_{cd} \quad (2.3-36)$$

と， \mathbf{S}_{cc} や \mathbf{S}_{dd} が対称行列になり， \mathbf{S}_{cd} と \mathbf{S}_{dc} が互いに他の転置行列になっている．そのため，モード変換特性は \mathbf{S}_{cd} か \mathbf{S}_{dc} のいずれか一方だけ見れば済む．

次に対称性について考える．まずは最も簡単な2ポート回路の場合をとり上げる．2ポート回路が対称であるとは，ポートの置換に対して，回路が不変であることを意味する．すなわち，置換行列(表A.1-1参照)，

$$\mathbf{\Delta} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.3-37)$$

とS行列，

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \quad (2.3-38)$$

が可換になる(式(A.1-43)参照)．したがって，

$$S_{11} = S_{22}, \quad (2.3-39)$$

$$S_{21} = S_{12} \quad (2.3-40)$$

が成り立つ．すると，シングルエンドS行列は，

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & A \end{bmatrix} \quad (2.3-41)$$

という形をしていることになる。この関係を、式(2.3-20)に代入すると、

$$\mathbf{S}' = \begin{bmatrix} S_{cc} & S_{cd} \\ S_{dc} & S_{dd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A+B & 0 \\ 0 & A-B \end{bmatrix} \quad (2.3-42)$$

が得られる。すなわち、対称な 2 ポート回路では、ミックスモード S 行列が対角化される。別な言葉で言えば、コモン/ディファレンシャルモードあるいは、even/odd モードは、対称な 2 ポート S 行列の固有ベクトルということである。したがって、モード間の相互作用(モード変換)が存在せず、各モードが独立となる。逆に言えば、対称でない場合は、非対角要素が値を持つということである。

$2n$ ポート回路の場合は、対称であれば、シングルエンドの S 行列(式(2.3-28))とミックスモード S 行列(式(2.3-29))は、それぞれ、

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{12} \\ \mathbf{S}_{21} & \mathbf{S}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{A} \end{bmatrix}, \quad (2.3-43)$$

$$\mathbf{S}' = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{cc} & \mathbf{S}_{cd} \\ \mathbf{S}_{dc} & \mathbf{S}_{dd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}+\mathbf{B} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}-\mathbf{B} \end{bmatrix} \quad (2.3-44)$$

という形になる。ミックスモードに変換することで、 $2n$ ポート回路($2n$ 次行列)が、2つの n ポート回路(n 次行列)に分解される。モード間の相互作用はないが、完全な対角型ではなくブロック対角なので、同一モード内の伝送成分(S_{cc21} や S_{dd21})は存在する。

2.4 Bartlett の 2 等分定理

2 等分定理は、90 年ほど前に Albert Charles Bartlett が見出したもの[7]-[9]であるが、今日的な用語を用いれば、「鏡映対称な回路のミックスモード回路行列の対角要素は、

- ▶ even モード：鏡映面で切断し、その切り口を開放したもの
- ▶ odd モード：鏡映面で切断し、その切り口を接地したもの

で与えられる」と言うことができる[5], [10]。

図 2.4-1 の 2 ポート回路で説明する。回路としては、図 2.3-1 と同じであるが、対称であることを考慮し、回路を半分に切って、その間を配線をつないだ形で表現してある。一点鎖線が鏡映面で、その鏡映面上のある一点を \mathbf{Q} とする。また、半分に切った回路で対称な位置に存在する一対の点(鏡映すると互いに移り変わる点)を、 \mathbf{P}_1 , \mathbf{P}_2 とする。

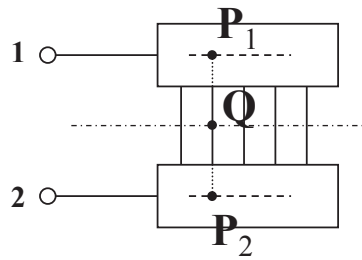


図 2.4-1 鏡映対称な 2 ポート回路 (グラウンドは共通)

回路が対称であるから、ポート 1 とポート 2 を同時に同位相で励振した場合、すなわち even モードもしくは、コモンモードで励振した場合、点 P_1 と点 P_2 は等電位になる。したがって、点 Q には電流が流れず開放状態になる。一方、ポート 1 とポート 2 を同時に逆位相で励振した場合、すなわち odd モードもしくは、ディファレンシャルモードで励振した場合、点 P_1 と点 P_2 の電位は、大きさは同じだが符号が反対になる。例えば、点 P_1 が $+1\text{ V}$ であれば、点 P_2 は -1 V である。したがって、その中間にある点 Q は常に 0 V 、すなわち仮想接地になる。

even/odd モードの等価回路は、上記状態のまま、回路を点 Q で切り離したもので表現できる(図 2.4-2)。点 Q は開放または接地であるから、切り離しても回路の動作状態に変化はない。even/odd モードの特性を回路で表現できれば、そのことによって、式(2.3-42)の $A+B$ と $A-B$ が求まるので、その和と差をとれば、元のシングルエンドの特性(A と B)も導ける。

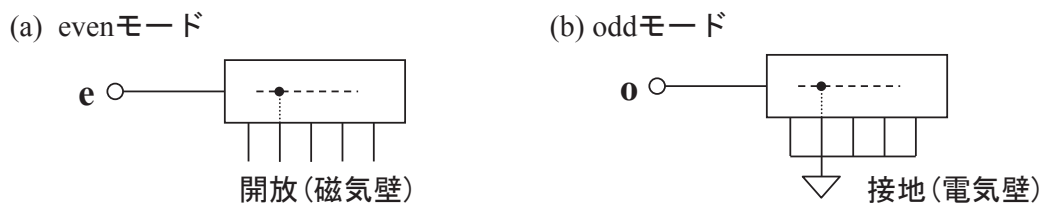


図 2.4-2 2 等分定理の適用 (even/odd モードの等価回路)

次に、コモン/ディファレンシャルモードについて考える。コモンモードの等価回路は、even モードの等価回路の並列接続で、ディファレンシャルモードの等価回路は、odd モードの等価回路の直列接続で表現できる(図 2.4-3)。このことは、コモン/ディファレンシャルモードの基準インピーダンスが、even/odd モードしたがって、元の基準インピーダンスの半分あるいは 2 倍であることから理解できる。

コモンモードの等価回路(図 2.4-3(a))は、図 2.3-2 でポート D を短絡したものに相当している。一方、ディファレンシャルモードの等価回路(図 2.4-3(b))

は、図 2.3-2 でポート C を開放したものに相当している。回路が対称な場合、対象外のポートはどう終端(開放, 接地を含む任意のインピーダンスでの終端)しても影響しないのであるから[4], [6], 他の形も可能ではあるが, ここに描いたものが最も単純と言える。

図 2.4-3 では鏡映面で回路を切り離してはいないが, 回路が対称であれば, 点 Q の状態は開放または接地となるので, 実質切れているのと同じである。したがって, 切り離して描いてもかまわない(図 4.4-6(a)はそう描いてある)。

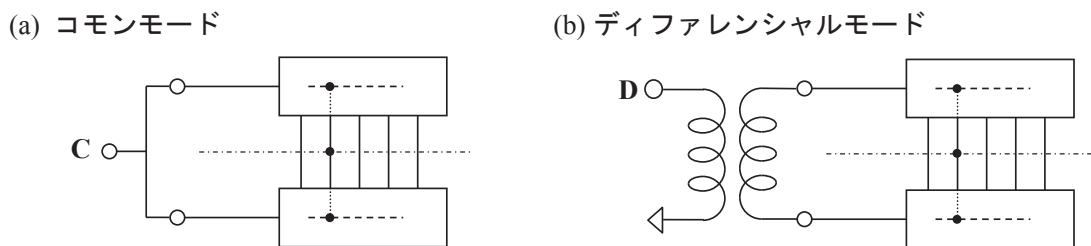


図 2.4-3 コモン/ディファレンシャルモードの等価回路

以上見たように, even/odd モードとコモン/ディファレンシャルモードでは, 等価回路が異なる。even/odd モードの等価回路は, 鏡映面で分割した回路の一片に相当するのであるが, それは, 結局, 電圧の変換と電流の変換が同一であることに起因している。その点については, 4.3.2 項であらためて議論する。

上記説明は 2 ポート回路の場合であったが, それを $2n$ ポート回路に拡張するのは容易であろう。2.5 節, 2.6 節は 4 ポートの場合の例になっている。

2.5 測定例

実例として, 図 2.5-1 の平衡フィルタの測定結果を紹介する。このフィルタは, 交流電源用のラインフィルタであり, 単相の電源ラインに挿入することで, 50 Hz や 60 Hz の基本周波数は通すものの, 余分な高調波やコモンモード成分を抑制する。図中の C_x はアクロス・ザ・ライン・コンデンサ(Xコン), C_y はライン・バイパス・コンデンサ(Yコン), L は結合コイルの自己インダクタンス, M は相互インダクタンス(k は結合係数, $k = M/L$)である。

4 つの端子とグラウンド端子で構成された平衡フィルタは, グラウンドを基準とした 4 ポート回路とみなせるので, その特性はミックスモード S パラメータで評価可能である[11]-[13]。グラウンド板上にフィルタを載せ, 4 つの端子に付けたコネクタを介して 4 ポートシングルエンド S パラメータ(基準インピ

ードانسは 50Ω) を測定する. それを, 式(2.3-30)でミックスモードに変換する. なお, 測定条件など, 詳細については, 3.3節を参照のこと.

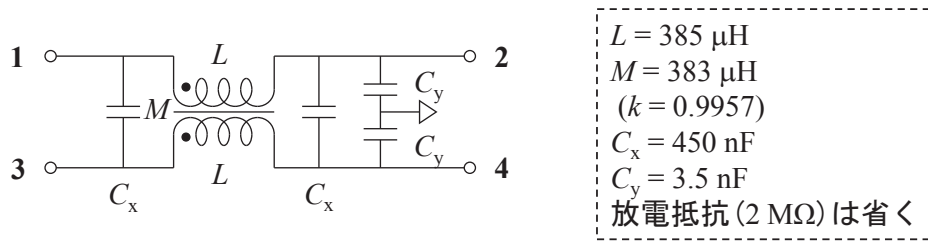


図 2.5-1 平衡フィルタ (TDK-Lambda 社製 RSEN-2030)

結果を図 2.5-2 に示す. 図(a)~図(d)の位置は行列の配置に一致させてある. 各図の横軸は周波数 (1 Hz~100 MHz), 縦軸は S パラメータの大きさ (-120 dB~0 dB) である.

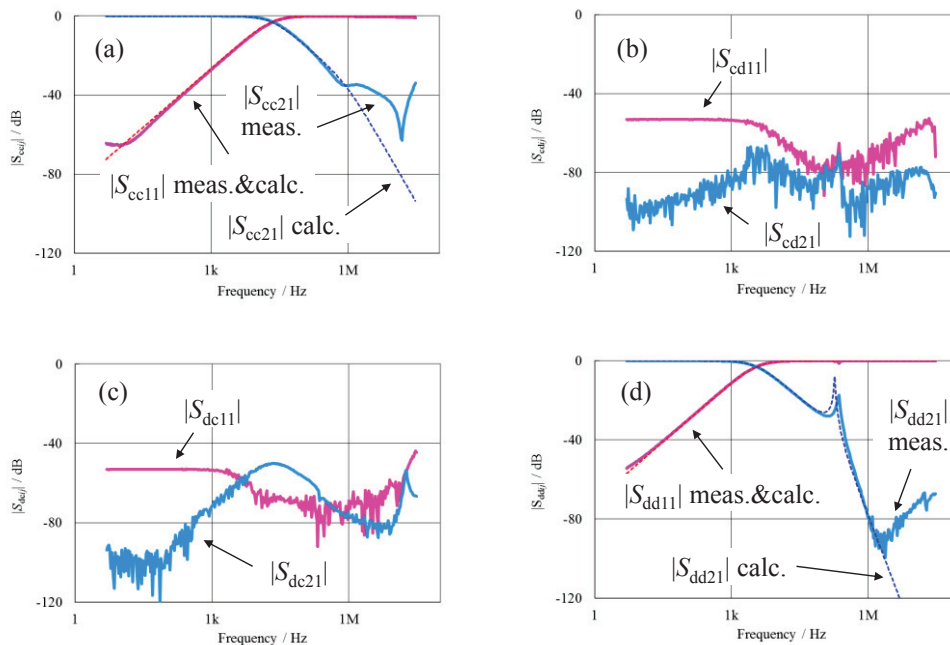


図 2.5-2 平衡フィルタのミックスモード S パラメータ (実測値(実線)と計算値(破線))

コモンモードに対しては 20 kHz 付近がカットオフ(図(a))の, ディファレンシャルモードに対しては 3 kHz 付近がカットオフ(図(d))のローパス特性となっている. いずれも基本波の 50 Hz や 60 Hz は通過域で, 減衰域は 30 MHz 以上まで伸びている. そして, それらの帯域で, モード変換量は大きくない(おおむね -50 dB 以下). すなわち, S 行列はブロック対角化されている. 以上の結果より,

このフィルタは、対称性良く作られており、そしてディファレンシャルモードの基本波は通すが、kHz帯からMHz帯にかけての高周波ノイズ(コモン/ディファレンシャルモードともに)を除去する性能を有することがわかる。

2.6 等価回路解析

図2.5-1の平衡フィルタを題材に、等価回路解析を行う。その際、フィルタは完全に対称であると仮定する。最初に、等価回路の作成方法を示す。そして、得られた等価回路に素子値を代入し、モード特性(ミックスモードSパラメータ)が実測と合うかどうか検証する。なお、フィルタの構成部品の素子値については、その測定方法と測定結果を、2.6.2項に簡潔に記す。

2.6.1 等価回路の作成

2等分定理を用いて、平衡フィルタの等価回路を求める。そのためには、コンデンサ C_x をあらかじめ、2分割(詳細は4.4.6項参照)しておく(図2.6-1)。これに2等分定理を適用すると、黒丸で示した鏡映面上の点は、evenモードのときは開放、oddモードのときは接地となる。

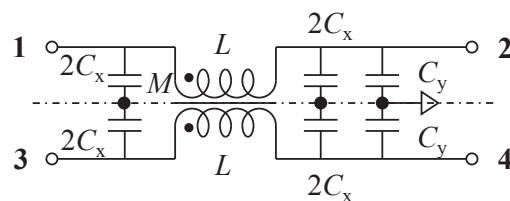


図2.6-1 平衡フィルタ (コンデンサ C_x を2分割)

結合コイルの部分は、直接は分割できないので、図2.6-2のような等価回路に変換して考える。図(a)は図2.5-1の結合コイル部分を抜き出したものである。それを、漏れインダクタンス $L-M$ と励磁インダクタンス M に分解すると、図(b)のようにT型の等価回路で表すことができる。また、その励磁インダクタンスを2分割したのが図(c)である。この図(c)に2等分定理を適用すると、evenモードのときは鏡映面を開放するので $L+M$ の、oddモードのときは鏡映面を接地するので $L-M$ のコイルと等価であることがわかる。

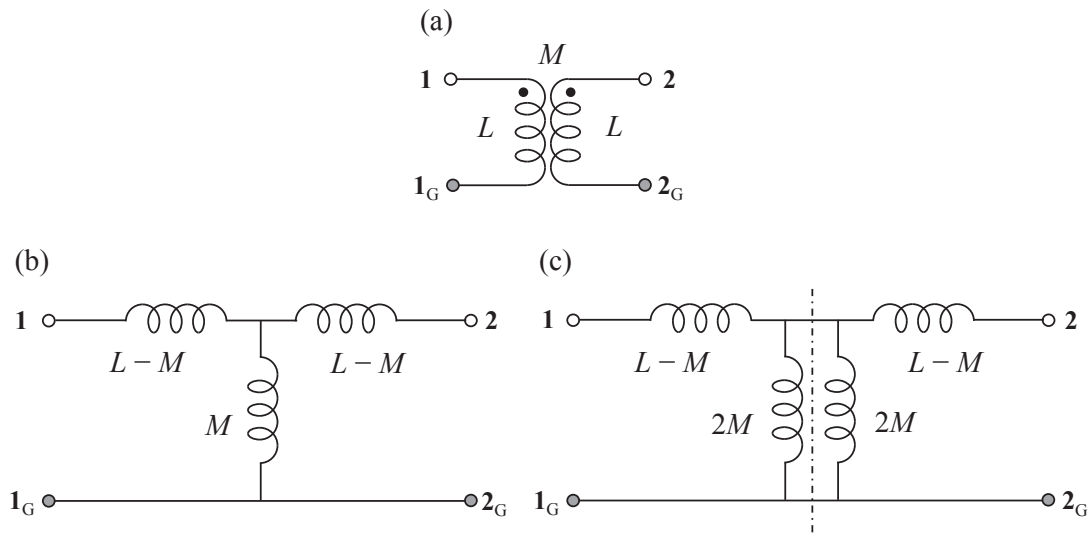


図 2.6-2 トランスとその等価回路

以上をまとめると、平衡フィルタのモードの等価回路として、図 2.6-3 が得られる。図 2.5-1 の素子値(測定方法については 2.6.2 項参照)を基に、この等価回路の S パラメータを計算した。その結果を図 2.5-2 (a), (d) に破線で示す(対称であることを前提としているので、非対角ブロックは無い)。低周波領域では実測と良く一致している(平均差異^{*11}は約 5%)。素子には損失や寄生因子による自己共振が存在するが、今回はそれらを考慮していないため、周波数が高くなる(この例では 1 MHz 付近から)とはずれてくる。

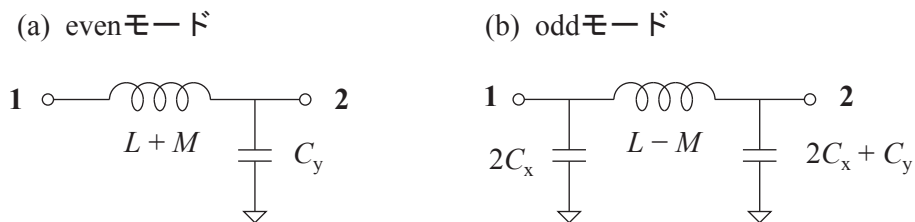


図 2.6-3 平衡フィルタのモードの等価回路

2.6.2 構成部品の素子値の測定

平衡フィルタは、コンデンサと結合コイル(コモンモードフィルタ)で構成されている(図 2.5-1)。本項では、それらの素子値を、非破壊(部品をはずさない)で求める。インピーダンスアナライザ Agilent 4294A を用い、以下のように端子

¹¹ $|S_{ccij}|$ と $|S_{ddij}|$ ($i, j = 1, 2$) の複素数として相対偏差。100 Hz, 1 kHz, 10 kHz, 100 kHz の 4 点の平均。

間のインピーダンスを測定する．テストフィクスチャとしては16047Eを用い，長さ150 mmのビニル被覆銅線(線径0.18 mm×12本のより線)2本でフィルタの端子と接続する．測定に際しては，事前に，被覆銅線の先端でフィクスチャ補正(open-short補正)を行った．なお，印加交流信号は，コンデンサのときは0.5 V，コイルのときは20 mAとした．

(1) コンデンサ

図2.5-1のライン間(例えば，端子1-3間)を測ると，低周波では，

$$C_{1-3} = 2C_x + C_y / 2 \quad (2.6-1)$$

が見える．一方，端子1-3間を短絡(長さ60 mm)し，ライン-グラウンド間(例えば，端子1-G間)を測ると，低周波では，

$$C_{1-G} = 2C_y \quad (2.6-2)$$

となる．これらの2回の測定から， C_x と C_y が求まる．測定結果を図2.6-4に示す．1 kHzでの値を代表値として，図2.5-1の破線内に記載した．

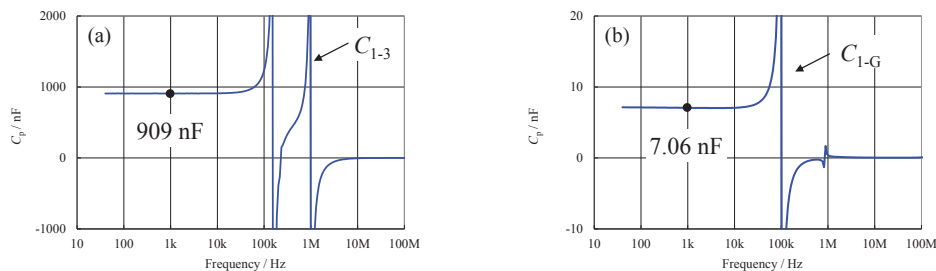


図 2.6-4 平衡フィルタに用いられたコンデンサの静電容量

(2) 結合コイル

他方のラインを開放し，ラインの両端(例えば，端子1-2間)を測ると，低周波では，

$$L_{1-2o} = L \quad (2.6-3)$$

と自己インダクタンスが見える．また，他方のラインの両端を短絡(長さ200 mm)した場合は，

$$L_{1-2s} = L(1 - k^2) \quad (2.6-4)$$

と漏れインダクタンスとなる．これらの2回の測定から， L と k ，そして M が求まる．測定結果を図2.6-5に示す(図は2つのラインの測定結果を重ね書きしてある，図中の数値はそれらの平均)．インダクタンスは1 kHzでの値を代表とした．このフェライトコアは10 kHz前後から透磁率に分散を生じるが，その影響はここでは無視し，定数(周波数によらない)として扱った(その分は誤差要因となるが)．

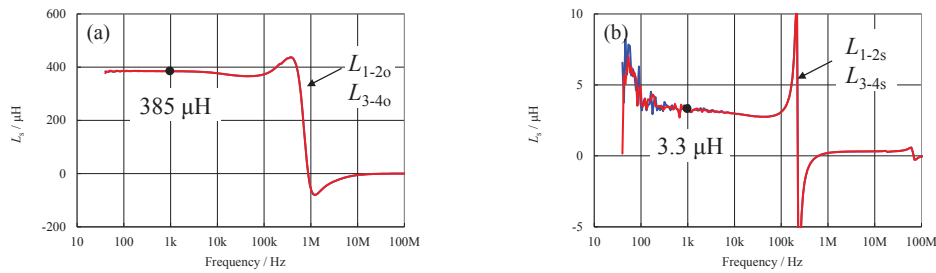


図 2.6-5 平衡フィルタに用いられた結合コイルのインダクタンス

2.7 まとめ

鏡映対称な回路の代表的な解析手法である、ミックスモードSパラメータと2等分定理を導入した．コモン/ディファレンシャルモードと even/odd モードの違いは、それらにインピーダンス的な尺度の違いとして表れている．また、平衡フィルタを題材に、ミックスモードSパラメータの実測例と2等分定理の活用例を紹介した．

参考文献

- [1] 佐藤利三郎, 「伝送回路」, コロナ社, 1963年.
- [2] David E. Bockelman, William R. Eisenstadt, “Combined differential and common-mode scattering parameters: Theory and simulation,” *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 43, no. 7, pp. 1530–1539, July 1995.
- [3] JIS C 60050-161: 1997/IEC60050-161: 1990, “International Electrotechnical Vocabulary: Electromagnetic compatibility.”
- [4] 藤城義和, 「Sパラメータによる電子部品の評価」, TDKアプリケーションノート AN-SP06A001_ja, 2006年8月 (http://www.tdk.co.jp/tvcl/spara/an-sp06a001_ja.pdf).
- [5] 藤城義和, 「Sパラメータを用いたシグナルインテグリティ解析4 平衡部品の評価(その1:モードとは)」, *電磁環境工学情報EMC*, pp. 121–136, 2012年9月.

- [6] 藤城義和, 「Sパラメータを用いたシグナルインテグリティ解析6 平衡部品の評価(その3: ミックス・モードSパラメータ)」, *電磁環境工学情報EMC*, pp. 87–108, 2012年11月.
- [7] Albert Charles Bartlett, “An extension of a property of artificial lines,” *Philosophical Magazine*, ser. 7, vol. 4, no. 24, pp. 902–907, November 1927 (Communication from the research staff of the General Electric Co., Wembley).
- [8] Albert Charles Bartlett, “The theory of electrical artificial lines and filters,” Chapman & Hall, 1930.
- [9] Otto Brune, “Note on Bartlett’s bisection theorem for 4-terminal electrical networks,” *Philosophical Magazine and Journal of Science*, ser. 7, vol. 14, no. 93, pp. 806–811, November 1932.
- [10] 藤城義和, 福永達也, 「電子部品のマルチポート解析 —高速デジタル回路用EMC対策部品のモデリング—」, *MWE(Microwave Workshops & Exhibition) 2007*, 於パシフィコ横浜, pp. 193–198, 2007年11月 (注意: この文献中のLCLの式(式(4)と式(7))には間違いがある. 正しい式は信学技報EMCJ2011-78参照.).
- [11] 藤城義和, 「Sパラメータによるコモンモードフィルタの解析」, *信学技報EMCJ*, 於岐阜大学, pp. 25–30, 2000年9月 (発表番号:EMCJ2000-60).
- [12] Joan-Ramon Regué, Miquel Ribó, Daniel Duran, David Badia, Antonio Pérez, “Common and differential mode characterization of EMI power-line filters from S-parameters measurements,” in *IEEE International Symposium on EMC*, Santa Clara, California, pp. 610–615, August 2004 (presentation no. WE-PM-3-3).
- [13] Antonio Pérez, Albert-Miquel Sánchez, Joan-Ramon Regué, Miquel Ribó, Pablo Rodríguez-Cepeda, Francisco-Javier Pajares, “Characterization of power-line filters and electronic equipment for prediction of conducted emissions,” *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 50, no. 3 (part 2), pp. 577–585, August 2008.

第3章 3相フィルタの新しい評価・解析手法

3.1 はじめに

半導体制御による電気機器の小型、高効率化の進展により、機器から発生するノイズは増大傾向にある。また、風力発電や太陽光発電などの新エネルギー/再生可能エネルギーの台頭とともに、電力系統にも多種多様なノイズが重畳され、その制御が問題となりつつある。それらの対策として、コンバータやインバータなどの、機器間のつなぎ目にある電力変換装置には、ノイズフィルタが多用されている[1], [2]。しかしながら、そのような電源ライン用のノイズフィルタ、特に3相回路用のものは、その評価方法が明確でないこともあり、カット&トライ的な手法や経験的な手法で対策されているのが現状である。そのため、適切な評価技術やそれを考慮したフィルタ理論の進展が望まれている。フィルタ設計を理論化できれば、設計効率の大幅な向上が期待できる。

一般にフィルタの特性は、抵抗終端したときのSパラメータ(の絶対値)あるいは挿入損失といった減衰特性で評価される[3]。シングルエンドのフィルタであれば、そのことは特段問題ないが、本稿の対象である3相フィルタの場合は少々工夫が必要となる。なぜならば、3相交流下での特性、すなわち、120度ずつ位相の異なる交流電流(正相/逆相^{*12})に対する応答が知りたいからである。また、ノイズフィルタとしては、伝導/放射ノイズに大きな影響を及ぼす零相に対する作用も見ておかななくてはならない。

ところが筆者の知る限り、適切な評価方法は存在しない。従来の方法、例えば、2011年版のCISPR 17[3], [4]^{*13}では、Asymmetrical/Symmetrical 挿入損失という2つの特性で評価するよう規定されている。Asymmetrical モードというのは、3つの端子を並列につないで測定するもの(図3.4-1(a)参照)で、零相(3ラインのコモンモード)特性を想定している。フィルタが対称な構造であれば、これは

¹² 対称座標法で用いられる「相」という用語(例えば、零相/正相/逆相)は、「モード」という用語(例えば、コモンモード/ディファレンシャルモード)と同じ意味である。本論文では、それぞれの慣習に応じて、両者を混用するが、それらは同列に扱われる。

¹³ CISPR: Comité International Spécial des Perturbations Radioélectriques (国際無線障害特別委員会)。EMCに関する規格を扱う国際的な標準化団体。IEC: International Electrotechnical Commission (国際電気標準会議)の特別委員会に位置づけられる。

妥当と言える。一方、Symmetrical モードは、フィルタの2つの端子にトランスを接続し、強制的に逆向きの電流を流すものである(図 3.4-1 (b) 参照)。これは、いわゆるディファレンシャルモードであり、逆位相の、つまり、位相が 180 度異なる電流のときの測定になっている。したがって、3 相交流(3 ラインの位相が 120 度ずつ異なる)に対する応答そのものではなく、非コモンモードあるいは非零相という意味でしかない。トランスの代わりにバランを用いたり [5]、あるいはトランスをはずしたり [6] といった測定法もあるが、基本的な思想に変わりはない。また、このことは単に評価にとどまらず、フィルタの解析や設計にも影響する。モードが適切でないと、その効果を正確に見積もれないため、等価回路解析も正しく機能しないからである。

そこで、それらに代わる新しい評価基準として、「Fortescue モード S パラメータ」を提案する [7]-[13]。それは、一言で言えば、対称座標法、すなわち零相/正相/逆相のモードに変換した S パラメータである。第 2 章で紹介したミックスモード S パラメータとの対比で言えば、それをもう一段高い対称性に伸展させたものということになる(3.6 節参照)。3.2 節でまず理論を構築する。そして、3.3 節では実測データを用いて、その妥当性を検証する。3.4 節では、従来の評価パラメータである Asymmetrical/Symmetrical 挿入損失とこの新しい S パラメータとの関係を理論的に解明し、新旧データの比較方法について指針を与える。そして、それらの議論を基にして、従来パラメータの物理的意味を明らかにするとともに、両評価法の得失を考察する。次に 3.5 節では、等価回路解析を行い、その有効性を確認する。これらの各節を通じて、本評価法が、単に 3 相フィルタの測定や評価だけでなく、設計や解析にも有用であることを示す。

3.2 Fortescue モード S パラメータ

本節では Fortescue モード S パラメータの定義と性質を述べる。対象とするのは、図 3.2-1 に示したような 3 相フィルタである。3 本のライン(その両端に端子がある)とグラウンド端子で構成されており、全部で 7 つの端子を有する。このようなフィルタの場合、グラウンド端子を共通の基準にして、残りの端子と端子対(ポート)を形成した 6 ポート回路とみなすことができる。グラウンド端子が無い場合でも、適当なもの(例えばシャーシや protective earth)をグラウンドに設定できれば、6 ポート回路として扱うことができる。それに対して、中性線を含む 4 本のラインで構成された 3 相フィルタの場合は、8 ポート以上として扱う必要があるので、以下の理論を直接適用することはできない(今後の課題である)。

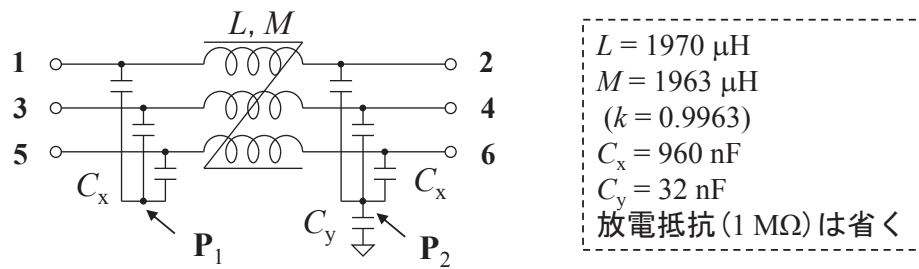


図 3.2-1 3相フィルタ (TDK-Lambda 社製 RTEN-5010)

図 3.2-1 の3つのコイルは、互いに結合した3巻線トランス(図 3.2-2)となっており、その自己インダクタンスを L 、相互インダクタンスを M 、結合係数を k ($k = M/L$) と表している。

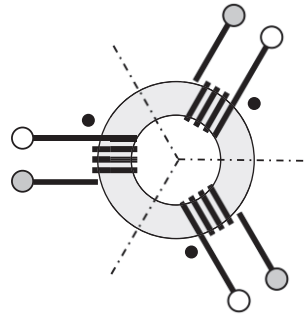


図 3.2-2 3巻線トランス (灰色は高い透磁率を有するコア)

3.2.1 定義

グラウンド端子を含め7端子の3相フィルタは、そのグラウンドを共通の帰路とした6ポート回路とみなせる(ポート番号は図 3.2-1 参照)。したがって、その特性は6行6列のS行列、

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{12} & \mathbf{S}_{13} \\ \mathbf{S}_{21} & \mathbf{S}_{22} & \mathbf{S}_{23} \\ \mathbf{S}_{31} & \mathbf{S}_{32} & \mathbf{S}_{33} \end{bmatrix} \quad (3.2-1)$$

で表現できる。ただし、式(3.2-1)の右辺は、中辺の6次行列を9個(3×3)の小行列に分割したものである^{*14}。しかし、この36個のシングルエンドのSパラメータのままでは、3相交流下での特性を把握しづらい。なぜならば、シングルエンドのSパラメータはポートごとの特性(単一ポートからの励振に対する単一ポートでの応答)だからである。

そこで、電圧、電流(ひいては電力波も)を、

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_3 \\ v_5 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \phi & \phi^2 \\ 1 & \phi^2 & \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_z \\ v_+ \\ v_- \end{bmatrix} \quad (\mathbf{v} = \mathbf{T}_V \mathbf{v}'), \quad (3.2-2a)$$

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_3 \\ i_5 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \phi & \phi^2 \\ 1 & \phi^2 & \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_z \\ i_+ \\ i_- \end{bmatrix} \quad (\mathbf{i} = \mathbf{T}_I \mathbf{i}') \quad (3.2-2b)$$

といったいわゆる対称座標に変換する(Fortescue変換[14])^{*15}。ただし、

$$\phi = \exp(-j2\pi/3) = -(1 + j\sqrt{3})/2 \quad (3.2-3)$$

である。脚符zは零相を、+は正相を、-は逆相を表している。式は代表で、ポート1, 3, 5の組について示したが、ポート2, 4, 6の組にも同様の変換を施す。ここでは、変換をユニタリにするため、行列に $1/\sqrt{3}$ をかけ、規格化してある。この変換行列、

$$\mathbf{T}_V = \mathbf{T}_I = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \phi & \phi^2 \\ 1 & \phi^2 & \phi \end{bmatrix} = \mathbf{\Phi} \quad (3.2-4)$$

を、式(3.2-1)のS行列に作用させると、

$$\mathbf{S}' = \mathbf{\Phi}_2^{-1} \mathbf{S} \mathbf{\Phi}_2 = \mathbf{\Phi}_2^* \mathbf{S} \mathbf{\Phi}_2 \quad (3.2-5)$$

と変化する(*は行列の複素共役転置を表す(数学記号については付録Cを参照))。ただし、

$$\mathbf{\Phi}_2 = \mathbf{\Phi} \otimes \mathbf{I} \quad (3.2-6)$$

である。 \otimes はクロネッカー積、 \mathbf{I} は2次の単位行列を表す。式(3.2-5)を具体的に書けば、

¹⁴ 以下、大きな行列を小行列に分割(区分け)して表現する場合がしばしばあるが、小行列の方は、太文字を用いているので区別はつく。ただし、サフィックスが重複するので注意が必要である(例： $\mathbf{S}_{11} \neq \mathbf{S}_{11}$)。

¹⁵ 対称座標法は古くから知られている手法であり、3相回路に用いることはある意味自然であるが、最適なモードが最初から与えられている、つまり天下り式の導入というのは、気になる点であろう。内容的には間違っていないものの、唐突さはぬぐえない。天下り式の弱点は応用が利かないことにある。すなわち、もっと複雑な回路になった場合、どういったモードを用いるべきかは、ここからは出てこない。それに応えてくれるのが群論である。4.2.3項はその解になっている。

$$\mathbf{S}' = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \phi^2 \mathbf{I} & \phi \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \phi \mathbf{I} & \phi^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{12} & \mathbf{S}_{13} \\ \mathbf{S}_{21} & \mathbf{S}_{22} & \mathbf{S}_{23} \\ \mathbf{S}_{31} & \mathbf{S}_{32} & \mathbf{S}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \phi \mathbf{I} & \phi^2 \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \phi^2 \mathbf{I} & \phi \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (3.2-7)$$

となる.

この変換されたS行列,

$$\mathbf{S}' = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{zz} & \mathbf{S}_{z+} & \mathbf{S}_{z-} \\ \mathbf{S}_{+z} & \mathbf{S}_{++} & \mathbf{S}_{+-} \\ \mathbf{S}_{-z} & \mathbf{S}_{-+} & \mathbf{S}_{--} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{zz11} & S_{zz12} & S_{z+11} & S_{z+12} & S_{z-11} & S_{z-12} \\ S_{zz21} & S_{zz22} & S_{z+21} & S_{z+22} & S_{z-21} & S_{z-22} \\ S_{+z11} & S_{+z12} & S_{++11} & S_{++12} & S_{+-11} & S_{+-12} \\ S_{+z21} & S_{+z22} & S_{++21} & S_{++22} & S_{+-21} & S_{+-22} \\ S_{-z11} & S_{-z12} & S_{-+11} & S_{-+12} & S_{--11} & S_{--12} \\ S_{-z21} & S_{-z22} & S_{-+21} & S_{-+22} & S_{--21} & S_{--22} \end{bmatrix} \quad (3.2-8)$$

を Fortescue モードS行列と呼ぶ[7]. これらの36個のSパラメータは, 零相(z)/正相(+)/逆相(-)に対する応答になっている. 左上のブロック \mathbf{S}_{zz} は, 零相信号を入射したときの応答で, S_{zz11} や S_{zz22} が零相の反射, S_{zz21} や S_{zz12} が零相の伝送を表す. 同様に, \mathbf{S}_{++} や \mathbf{S}_{--} のブロックは, 正相/逆相信号を入射したときの応答であり, その反射と伝送で構成されている. 非対角ブロックはモード変換を表している. 例えば, \mathbf{S}_{z+} は正相の信号を入射したのに, 零相にモード変換されて反射あるいは伝送される度合いを示している.

Fortescue 変換は今まで, Z行列やY行列には施されていたが, S行列, 特に(フィルタ特性の評価を目的とした)入出力のある6ポート回路のS行列に適用されるのは初めてである^{*16}. ここでは, 低周波の道具である対称座標法と高周波の道具であるSパラメータの融合が実現されている. S行列への適用に際しては, Z, Y行列とは異なり, 後述のように, 変換の際の基準インピーダンスの取扱いや電力の保存に注意を要する.

3.2.2 変換回路

Fortescue 変換を回路で表現する. 式(3.2-2)の2式を, 6ポートの縦続行列の形式にまとめると,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}' \\ \mathbf{i}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_v^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}_i^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi^* & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Phi^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{i} \end{bmatrix} \quad (3.2-9)$$

と書くことができる. この電圧と電流の関係(縦続行列)を回路として表せば, 図3.2-3のような並直列回路になる. ただし, 図中の \mathbf{K}_{ij} は2ポートの縦続行列である($i, j=1, 2, 3$, 黒丸がポート1側を示す).

¹⁶ 3回対称なサーキュレータの解析に, 固有ベクトルとして用いられることはあった[15].

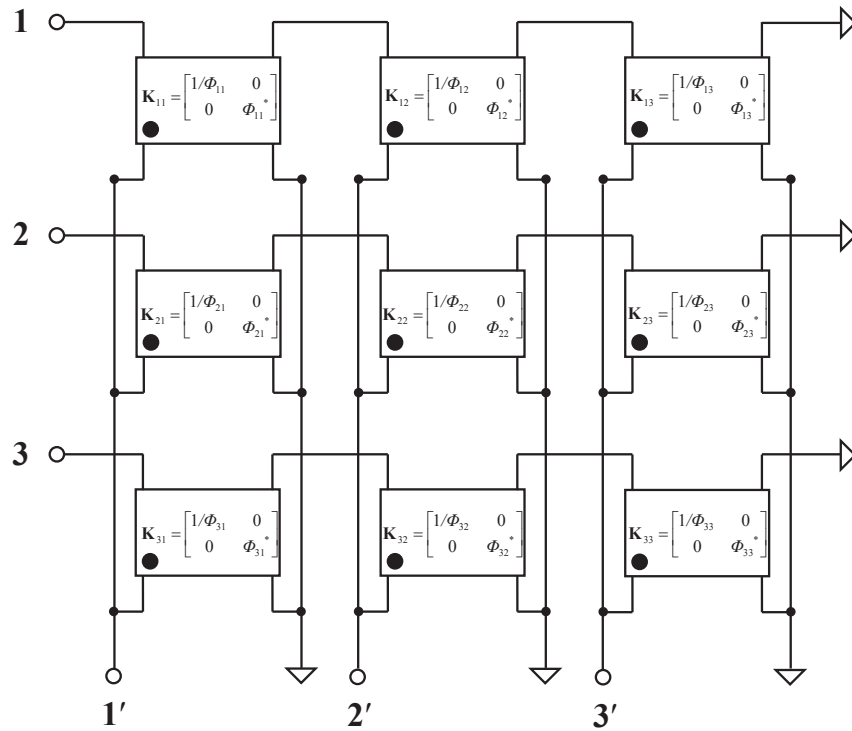


図 3.2-3 Fortescue 変換の変換回路 (縦続行列での表現)

図の第一行と第一列の縦続行列(\mathbf{K}_{11} , \mathbf{K}_{12} , \mathbf{K}_{13} , \mathbf{K}_{21} , \mathbf{K}_{31})は,

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{3} \end{bmatrix} \quad (3.2-10)$$

となっているので, 巻数比が $1:1/\sqrt{3}$ の理想トランスで表すことができる. それ以外の縦続行列は複素数を含むため, 単なる理想トランスにはならない. しかし, 例えば, \mathbf{K}_{22} や \mathbf{K}_{33} の場合, その縦続行列は,

$$\mathbf{K} = \phi^2 \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{3} \end{bmatrix} \quad (3.2-11)$$

であるから, $1:1/\sqrt{3}$ の理想トランス(式(3.2-10))と非可逆移相器,

$$\mathbf{K}_{\text{NPS}} = \phi^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2-12)$$

の積になっている(積の順序には依らない). したがって, \mathbf{K}_{22} や \mathbf{K}_{33} の部分は, それらの縦続接続として表現することができる. 式(3.2-12)をS行列に直すと,

$$\mathbf{S}_{\text{NPS}} = \begin{bmatrix} 0 & \phi^2 \\ \phi & 0 \end{bmatrix} \quad (3.2-13)$$

となる. 同様に, \mathbf{K}_{23} や \mathbf{K}_{32} の部分は, $1:1/\sqrt{3}$ の理想トランスと

$$\mathbf{S}_{\text{NPS}} = \begin{bmatrix} 0 & \phi^2 \\ \phi & 0 \end{bmatrix} \quad (3.2-14)$$

といった非可逆移相器の縦続接続で表せる．このような非可逆移相器と理想トランスで表した変換回路が，図 3.2-4 である [8]．

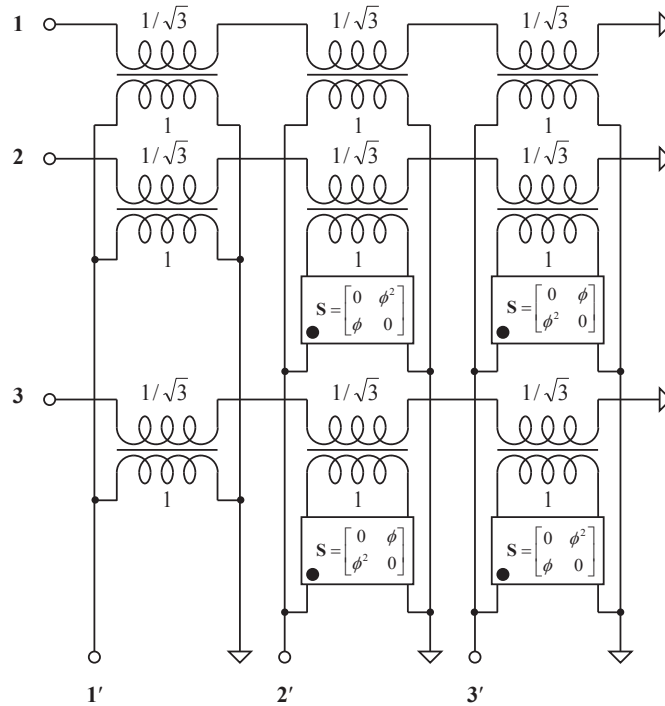


図 3.2-4 Fortescue 変換の変換回路（理想トランスと非可逆移相器での表現）

変換回路は S 行列でも表現できる．式(3.2-9)を S 行列に直すと，

$$\mathbf{S}_M = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{\Phi}^* \\ \mathbf{\Phi} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.2-15)$$

となる（縦続行列と S 行列の間の変換公式は文献[16]を参照）ので，変換回路は，図 3.2-5 のように描いてもかまわない．

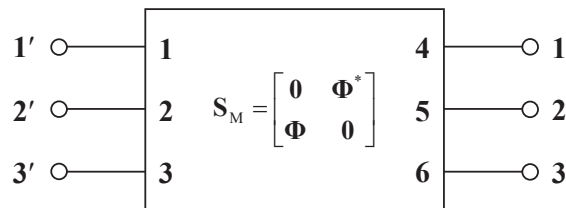


図 3.2-5 Fortescue 変換の変換回路（S 行列での表現）

これらの変換回路(図 3.2-3～図 3.2-5)を 3 相フィルタの両側に挿入することにより(図 3.2-6)，Fortescue モード S 行列が得られる．なお，逆変換を表現する

には、変換回路の入出力を反転させればよい(図 3.5-4 はその例)。

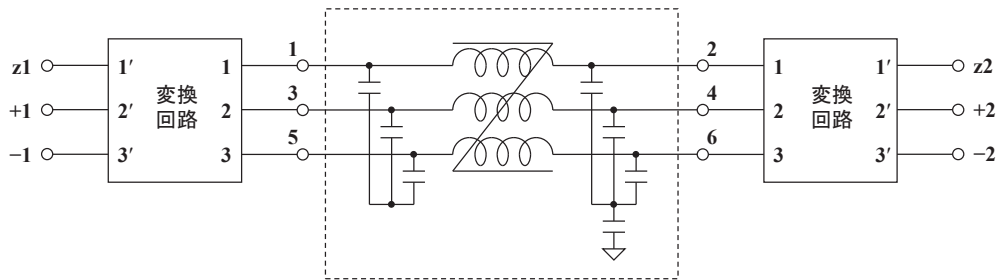


図 3.2-6 Fortescue 変換の回路表現

3.2.3 性質

式(3.2-5)で定義される Fortescue モードS行列は、変換行列がユニタリであるため、基準インピーダンスは変換前後で変わらない。そして、受動性および無損失性の性質は引き継がれる。しかし、この場合、even/odd モードと異なり、変換が実ではないので、可逆性は引き継がれない[16]。つまり、シングルエンドS行列が対称行列($\mathbf{S} = \mathbf{S}'$)であっても、Fortescue モードS行列は対称行列にならない($\mathbf{S}' \neq \mathbf{S}$)。このことは、図 3.2-4 の変換回路に非可逆移相器が含まれていることから理解できる。

次に対称性について考える。回路がラインの巡回置換, $(1-2) \rightarrow (3-4) \rightarrow (5-6) \rightarrow (1-2)$ に対して不変な場合、Sパラメータには、

$$\mathbf{S}_{11} = \mathbf{S}_{22} = \mathbf{S}_{33}, \quad (3.2-16a)$$

$$\mathbf{S}_{21} = \mathbf{S}_{32} = \mathbf{S}_{13}, \quad (3.2-16b)$$

$$\mathbf{S}_{31} = \mathbf{S}_{12} = \mathbf{S}_{23} \quad (3.2-16c)$$

といった関係が成り立つので、式(3.2-8)中辺の非対角ブロックは全て零行列になる。すなわち巡回対称な回路では、Fortescue モードS行列がブロック対角、

$$\mathbf{S}' = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{zz} & & \\ & \mathbf{S}_{++} & \\ & & \mathbf{S}_{--} \end{bmatrix} \quad (3.2-17)$$

になり、零相/正相/逆相のモード間の相互作用は無くなる。Fortescue 変換することで、6ポート回路(6次行列)が3つの2ポート回路(2次行列)に分解された。回路がさらに、 $(1-2) \leftrightarrow (3-4)$ といったラインの互換に対しても不変、したがってラインの任意の置換に対して不変(完全対称)な場合は、式(3.2-16b)と式(3.2-16c)が等しくなるので、

$$\mathbf{S}_{++} = \mathbf{S}_{--} = \mathbf{S}_{11} - \mathbf{S}_{22} \quad (3.2-18)$$

と、正相と逆相が縮退する。したがって、正相は通すけど、逆相は通さないということはできなくなる。特性評価という面では、少ないパラメータ数で済む(どちらか片方だけ見ればよい)ことになる。

3.3 実測による検証

上記理論を検証するため、TDK-Lambda社製の3相電源用ノイズフィルタ RTEN-5010(図 3.2-1 はその回路図)を測定した。グラウンド板上にフィルタを載せ、6つの端子にコネクタを付ける(図 3.3-1)。その6ポート回路のシングルエンドSパラメータ(基準インピーダンスは $50\ \Omega$)をネットワークアナライザで測定した。

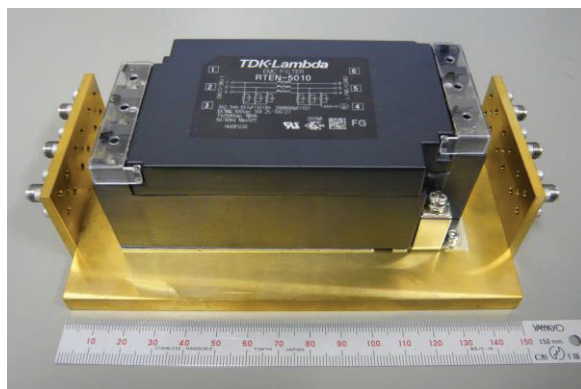


図 3.3-1 治具に装着した3相フィルタ

周波数範囲としては、商用周波数(50 Hz および 60 Hz)とその高調波(伝導ノイズの上限の 30 MHz までとした)を含むよう選定した。用いた測定器、HP 8751A(反射/伝送テストセット 87512A を装着)は、一度に1ポートずつしか測定できないので、6ポートのSパラメータを得るため、36回つなぎ替えて測定を行った。その際、ケーブルをつながないコネクタには $50\ \Omega$ の終端器(ヒロセ製 HRM-601S)を接続しておく^{*17}。校正としては、反射測定では open-short-load 校正、伝送測定では thru 校正 (swap equal adapter 法)を採用した。校正はコネクタ端面で行ったので、測定値にはコネクタとリード線の特徴が含まれている^{*18}。測定したシングルエンドの6ポートSパラメータを、式(3.2-7)で Fortescue モードSパラメータに変換した。

¹⁷ 終端器の非理想性は無視した。

¹⁸ しかし、その長さはせいぜい 3 cm であり、GHz オーダーにならないと効いてこない。

結果を図 3.3-2 に示す[7]. 図(a)～図(i)の位置は行列の配置に一致させてある. 各図の横軸は周波数(1 Hz～100 MHz), 縦軸はSパラメータの大きさ(-120 dB～0 dB)である. 正相(図(e))と逆相(図(i))の特性はほぼ同一で, 3 kHz にカットオフ周波数を持つローパス特性, また, 零相(図(a))に対して同様なローパス特性である. いずれも基本波の 50 Hz や 60 Hz は通過域で, 減衰域は 30 MHz 以上まで伸びている. そして, それらの帯域で, モード変換量は大きくない(おおむね-50 dB 以下^{*19}). 以上の結果より, このフィルタは, 対称性良く作られており, そして正相/逆相の基本波は通すが, kHz 帯から MHz 帯にかけての高周波ノイズを除去する性能を有していることがわかる.

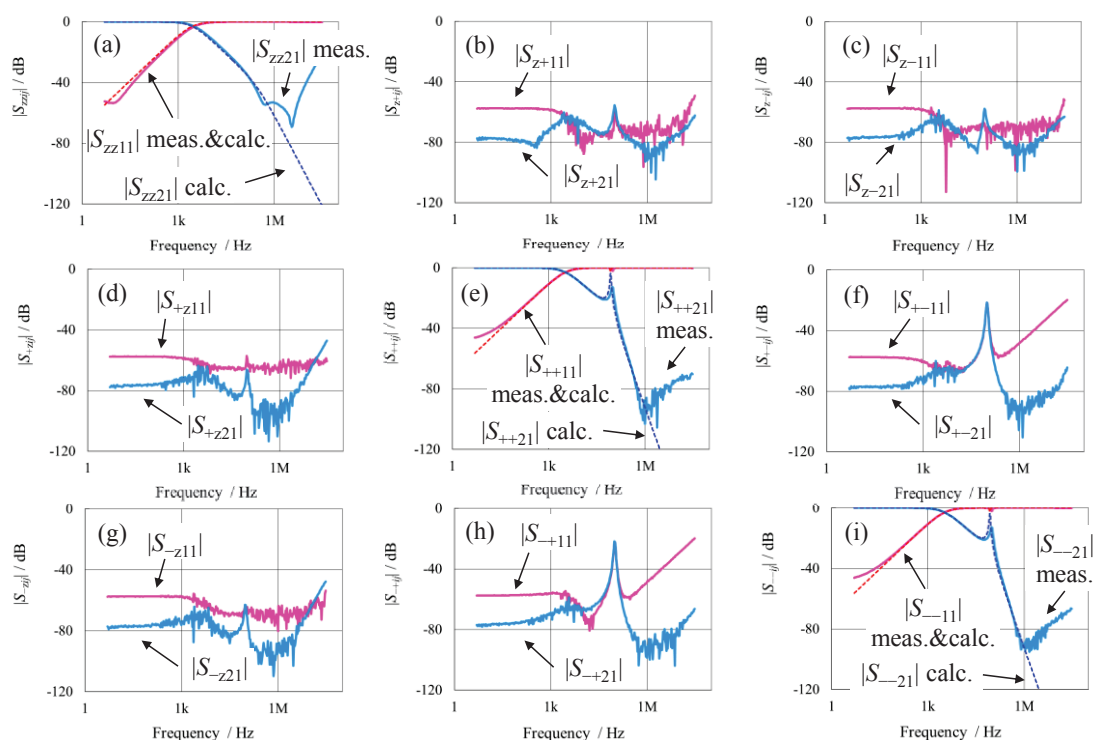


図 3.3-2 3相フィルタの Fortescue モード S パラメータ (実測値(実線)と計算値(破線))

これらの実験結果より, 対称な 3 相フィルタの Fortescue モード S パラメータ

¹⁹ S_+ 特性や S_- 特性は, 100 kHz 付近にピークを持っており, その周波数では正相-逆相間のモード変換が少なからず生じている. 原因は, 用いた部品のバラツキ, あるいは寄生成分や配線の不平衡にあるが, それを特定することができれば, 対称性の改善につながる. そのためには, 第 5 章で議論するような要因分析(測定データから誘導性/容量性の不平衡を推定する)を行うのが近道である. その際, 他の非対角ブロックにも小さいながらピークがあることや, 正相特性 S_+ や逆相特性 S_- にあるリップルの周波数と一致していることがヒントになるであろう. 詳細な解析は今後の課題である.

は、予想通り非対角ブロックが大きくなり、ほぼブロック対角化されることが検証できた。今回の検証実験は、限定された周波数範囲で行われたが、この Fortescue モード S パラメータの定義(式(3.2-5))には、周波数依存するパラメータが含まれていないことから明らかなように、周波数に対する適用制限はない。つまり、低い周波数でも高い周波数でも同じ式を使うことができる。ただ、実測の場合、S パラメータの測定方法(校正や治具の構造など)によって、周波数範囲が制限されることに注意しなくてはならない。

今回測定したデータは $50\ \Omega$ 系での特性であるため、実使用条件とは異なるかもしれない[17]-[19]が、少なくともモードは所望のものになっている。 $50\ \Omega$ 以外の終端条件での挙動が見たい場合は、これらの S パラメータを用いてシミュレーションするといったことは可能である。その際、対称性を仮定しモードごとに解析すれば、必要なのは当該の対角ブロックのみ ($\mathbf{S}_{zz} / \mathbf{S}_{++} / \mathbf{S}_{--}$) であるから、解析規模は1/3で済む。また、後述の等価回路に直しておけば、さらなる軽減化も可能となる^{*20}。

参考のため、変換前のシングルエンド S パラメータ ($|S_{11}| \sim |S_{61}|$) を図 3.3-3 に示す。このグラフからは 3 相フィルタがどのような特性を有しているのか、有効な情報は読み取れない。せいぜい、 $|S_{21}|$ が低周波になると $0\ \text{dB}$ に近づいているので、ポート 1 とポート 2 は直流的にはつながっていることが推測されるといった程度である。

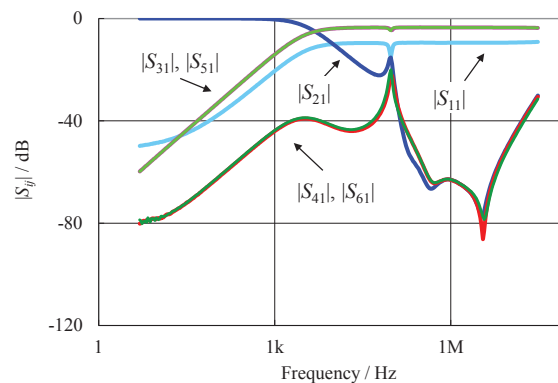


図 3.3-3 3相フィルタのシングルエンド S パラメータ (実測値)

3.4 従来法との比較

²⁰ 等価回路を用いた回路シミュレーションに関しては、文献[20], [21]を参照。

線型回路の電氣的な特性は、対応する回路行列によって全て把握できる。したがって、CISPR 17 の Asymmetrical/Symmetrical 挿入損失(図 3.4-1)も、6ポートSパラメータを用いて表現できるはずである。以下ではその理論式を求め、新旧評価方法の関係を導く[8]。また、両評価法の得失についても考察する。

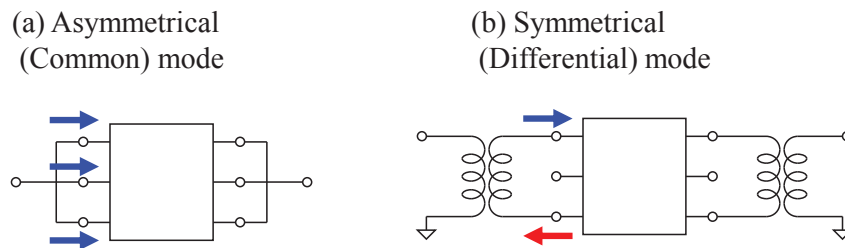


図 3.4-1 CISPR 17 - ed. 2.0 (2011)における挿入損失測定法

3.4.1 Asymmetrical 挿入損失

Asymmetrical モードの測定は、図 3.4-1(a)で行う。入出力ごとに全ての端子をつなぎ、一つの測定端子とする。図 3.4-2 は、それを図 3.2-1 の 3 相フィルタに適用したものである。端子を並列接続した場合、その電圧は常に等しい。しかし、流れる電流は、接続された回路によるので、等しくなるとは限らない。もし、回路が巡回対称(式(3.2-16)参照)ならば、電流も等しくなり零相と一致するが、一般にはそうならない。そこで、最初は対称性を仮定せずに進める。

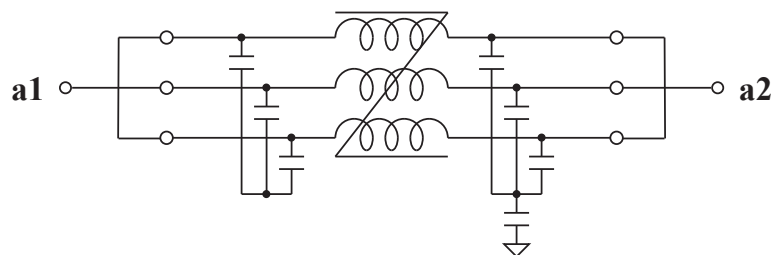


図 3.4-2 3 相フィルタの Asymmetrical モード

Asymmetrical モードでは、3つの端子が並列接続される。実際の測定では、短い導線で端子間をつなぐことになるが、その長さが波長よりも十分短ければ、端子間を短絡した配線とみなせる。その配線部分だけを抜き出したのが図 3.4-3 である。この回路は、長さの無い線で構成された単なる分岐(理想素子)を表現している。

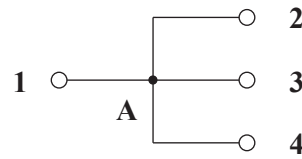


図 3.4-3 Asymmetrical モードに変換する素子

Asymmetrical モードの S 行列 \mathbf{S}_a を理論的に導く．そのためには，対象となる 6 ポート回路の両側に図 3.4-3 の分岐回路を縦続接続すればよい．そこで，まずはその分岐回路の S 行列を求める．図 3.4-3 を 4 ポート回路とみなした場合（グラウンドは共通），その S パラメータは，各ポートを基準インピーダンスで終端したときの反射係数および伝達関数（伝送係数の逆数）であるから，それらをまとめると，

$$\mathbf{S}_{\text{branch}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.4-1)$$

となる．ここでは，この回路を 3 分岐回路として使いたいのので，ポート 1 の基準インピーダンスを $1/3$ にする（その方が後の計算が楽になる）．変更を施す（式 (A.2-2) 参照）と，S 行列は，

$$\mathbf{S}'_{\text{branch}} = \begin{bmatrix} 0 & 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} & -2/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/\sqrt{3} & 1/3 & -2/3 & 1/3 \\ 1/\sqrt{3} & 1/3 & 1/3 & -2/3 \end{bmatrix} \quad (3.4-2)$$

と変化し，ポート 1 が整合する．そして，さらに，ポート 2, 3, 4 に Fortescue 変換（式 (3.2-2)）を施す．すると，

$$\mathbf{S}''_{\text{branch}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & \\ 1 & 0 & & \\ & & -1 & 0 \\ & & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.4-3)$$

が得られる．この S 行列の左上のブロックは，ポート 1 と零相が直結状態，すなわち，（基準インピーダンスを $1/3$ にした）ポート 1 に信号を入れた場合，ポート 2, 3, 4 側に零相としてそのまま伝送されることを表している．また，右下のブロックは，正相と逆相に関しては全反射（接地）であることを表している．そのことは，ポート 2, 3, 4 に 120 度ずつ位相の異なる信号（正相/逆相）を入れた場合，図 3.4-3 の分岐点 **A** ではそれらが相殺され，仮想接地になることから

も理解できる．式(3.2-8)のS行列の両側に式(3.4-3)を縦続接続(式(A.1-27)参照)すると，最終的に，Asymmetrical モードのS行列が，

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_a = \mathbf{S}_{zz} & \\ & - \left(\mathbf{S}_{z+} - \mathbf{S}_{z-} (\mathbf{I} + \mathbf{S}_{--})^{-1} \mathbf{S}_{-+} \right) \left(\mathbf{I} + \mathbf{S}_{++} - \mathbf{S}_{+-} (\mathbf{I} + \mathbf{S}_{--})^{-1} \mathbf{S}_{-+} \right)^{-1} \mathbf{S}_{+z} \\ & - \left(\mathbf{S}_{z-} - \mathbf{S}_{z+} (\mathbf{I} + \mathbf{S}_{++})^{-1} \mathbf{S}_{+-} \right) \left(\mathbf{I} + \mathbf{S}_{--} - \mathbf{S}_{-+} (\mathbf{I} + \mathbf{S}_{++})^{-1} \mathbf{S}_{+-} \right)^{-1} \mathbf{S}_{-z} \end{aligned} \quad (3.4-4)$$

と求まる．Asymmetrical 挿入損失は， $-20 \log |S_{a21}|$ に相当している．

この式は回路的にも導ける．図3.2-3の変換回路の正相ポート(2')と逆相ポート(3')を接地すると， $1:1/\sqrt{3}$ の理想トランスを3つ並列接続した回路になる．それは，図3.4-3の素子において，ポート1の基準インピーダンスを $1/3$ にしたものに相当している．したがって，Asymmetrical モードは正相および逆相を接地終端したときの零相とすることができる．そのことを式(3.2-8)に適用すると，式(3.4-4)が得られる(式(A.1-29)を用いる)．

回路が巡回対称な場合，式(3.2-8)中辺の非対角ブロックは零行列であるから，式(3.4-4)は，

$$\mathbf{S}_a = \mathbf{S}_{zz} = \mathbf{S}_{11} + \mathbf{S}_{21} + \mathbf{S}_{31} \quad (3.4-5)$$

と単純になる．対称性が良い場合は，他のモードの影響が及ばないため，それがどう終端されていてもかまわないのである．したがって，巡回対称な回路では，Asymmetrical モードのS行列は，零相のS行列に一致する．ただし，そのときのAsymmetrical モードの基準インピーダンスは，シングルエンド(したがってFortescue モード)の $1/3$ になっていることに注意しなければならない．

3.4.2 Symmetrical 挿入損失

Symmetrical モードの測定は，図3.4-1(b)で行う．2ライン間に巻数比が $1:1$ のトランスを挿入する．図3.4-4は，それを図3.2-1の3相フィルタに適用したものである．残った1ラインはそのまま(開放状態)にしておく．規格では，全てのラインの組み合わせについて測定を行い，それらの組(3相フィルタの場合，3通りある)で表現することになっている．

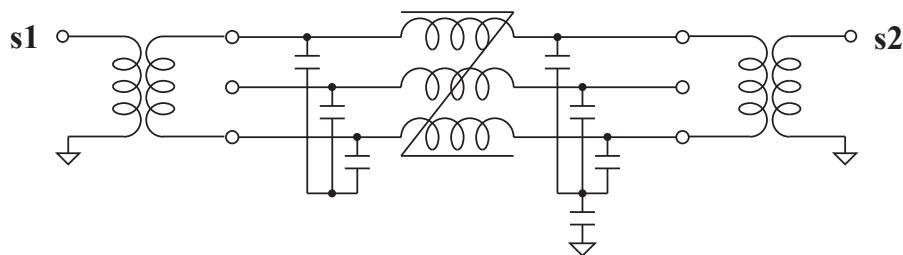


図 3.4-4 3相フィルタの Symmetrical モード

Symmetrical モードの S 行列 \mathbf{S}_s を理論的に導くには、空き端子を開放した 4 ポート回路にトランス(ここでは理想トランスを仮定する)を挿入すればよい。まずは、式(3.2-1)の 6 ポート回路において、2つのポート(ポート 5, 6 とする)に開放終端の処理(式(A.1-29)参照)を施す。すると、

$$\mathbf{S}' = \begin{bmatrix} \mathbf{S}'_{11} & \mathbf{S}'_{12} \\ \mathbf{S}'_{21} & \mathbf{S}'_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11} + \mathbf{S}_{13}(\mathbf{I} - \mathbf{S}_{33})^{-1}\mathbf{S}_{31} & \mathbf{S}_{12} + \mathbf{S}_{13}(\mathbf{I} - \mathbf{S}_{33})^{-1}\mathbf{S}_{32} \\ \mathbf{S}_{21} + \mathbf{S}_{23}(\mathbf{I} - \mathbf{S}_{33})^{-1}\mathbf{S}_{31} & \mathbf{S}_{22} + \mathbf{S}_{23}(\mathbf{I} - \mathbf{S}_{33})^{-1}\mathbf{S}_{32} \end{bmatrix} \quad (3.4-6)$$

が導かれる。理想トランスを挿入するには、この 4 ポート S 行列をコモン/ディファレンシャルモードに変換し(式(2.3-29)参照)、その上でコモンポートを開放すればよい(図 2.4-3(b)参照)。コモン/ディファレンシャルモードのミックスモード S 行列は、

$$\mathbf{S}'' = \begin{bmatrix} \mathbf{S}''_{cc} & \mathbf{S}''_{cd} \\ \mathbf{S}''_{dc} & \mathbf{S}''_{dd} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{S}'_{11} + \mathbf{S}'_{21} + \mathbf{S}'_{12} + \mathbf{S}'_{22} & \mathbf{S}'_{11} + \mathbf{S}'_{21} - \mathbf{S}'_{12} - \mathbf{S}'_{22} \\ \mathbf{S}'_{11} - \mathbf{S}'_{21} + \mathbf{S}'_{12} - \mathbf{S}'_{22} & \mathbf{S}'_{11} - \mathbf{S}'_{21} - \mathbf{S}'_{12} + \mathbf{S}'_{22} \end{bmatrix} \quad (3.4-7)$$

であるから、それらの要素を用いて、最終的に、

$$\mathbf{S}_s = \mathbf{S}''_{dd} + \mathbf{S}''_{dc}(\mathbf{I} - \mathbf{S}''_{cc})^{-1}\mathbf{S}''_{cd} \quad (3.4-8)$$

が得られる。これらの一連の操作を言葉で表現すれば、Symmetrical モードは、「空き端子とコモンモードを開放終端したときのディファレンシャルモード」ということになる。Symmetrical 挿入損失は、 $-20\log|S_{s21}|$ に相当している。

式(3.4-8)の右辺第 2 項は、コモンモードとディファレンシャルモードの間のモード変換の影響を表しているので、回路が完全対称な場合、その項は消え、

$$\mathbf{S}_s = \mathbf{S}''_{dd} = \mathbf{S}'_{11} - \mathbf{S}'_{21} = \mathbf{S}_{11} - \mathbf{S}_{21} \quad (3.4-9)$$

と簡単になる。したがってその場合、Symmetrical モードとディファレンシャルモード、そして式(3.2-18)の正相/逆相の 3 者の S 行列は一致する。ただし、そのときの Symmetrical モードやディファレンシャルモードの基準インピーダンスは、シングルエンド(したがって Fortescue モード)の 2 倍になっていることに注意しなくてはならない。なお、完全対称であれば、式(3.4-9)の値は、空き端子の位置や終端の処理条件(開放でなくても)にも左右されなくなる。

3.4.3 検証

上記理論を検証するため、Asymmetrical/Symmetrical S パラメータを算出する。実測した 6 ポート S パラメータを用い、回路シミュレータ ADS (Advanced Design System, Agilent 社製)で図 3.4-2 と図 3.4-4 の回路を模擬した。その際、Asymmetrical モードの基準インピーダンスを $50/3\Omega$ に、Symmetrical モードの基準インピーダンスを 100Ω にした。本来ならば、実物のトランスを使って測定するところであるが、ここでは、便宜上シミュレータを用いた。そのため、実在

のトランスであれば有しているだろう帯域制限や損失といった非理想性因子は排除されている*21。結果を図 3.4-5 に破線で示す。比較のため、Fortescue モード S パラメータ (図 3.3-2) を再掲している (実線) が、両者はほぼ完全に一致しているのがわかる。

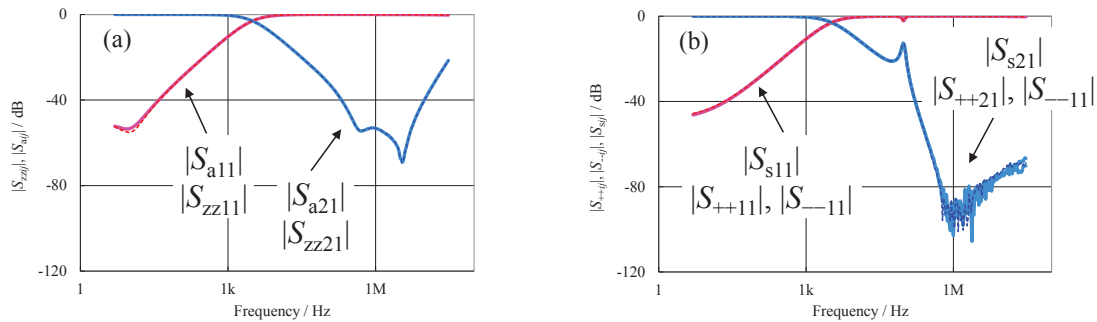


図 3.4-5 Symmetrical/Asymmetrical モード S パラメータ (破線) と Fortescue モード S パラメータ (実線) の比較

以上のことから、 $50\ \Omega$ 系で測定された Asymmetrical/Symmetrical 挿入損失と比較するためには、基準インピーダンスを 3 倍、つまり $150\ \Omega$ にした $|S_{zz21}|$ 特性や基準インピーダンスを半分、つまり $25\ \Omega$ にした $|S_{++21}|$ 特性または $|S_{-21}|$ 特性を見る必要があることがわかった。古いデータしか残っていないものでも、この知見を用いれば、Fortescue モード S パラメータと比較可能である。

3.4.4 新旧評価法の比較

CISPR 17 が、Asymmetrical/Symmetrical の 2 つのモードのみ*22で、3 相フィルタを特徴づけているのは、暗黙のうちに対称性を仮定しているからである。実際、完全対称であれば、式 (3.4-5) の \mathbf{S}_a と式 (3.4-9) の \mathbf{S}_s の 2 つの 2 ポート S 行列から、式 (3.2-1) の 36 個のシングルエンド S パラメータを逆算することも可能である。完全対称でなければ、もちろんこのようなことは成り立たない。パラメータの数の違いがそのことを物語っている。36 個のシングルエンドまたは Fortescue モード S パラメータから、8 個の S パラメータ (式 (3.4-4) と式 (3.4-8) の Asymmetrical/Symmetrical S パラメータ) を求めることは可能でも、その逆は一

*21 逆に言えば、実在のトランスを使った測定では、そのような点に注意が必要である (次項参照)。

*22 CISPR 17 - ed. 2.0 (2011) では、その他に、Unsymmetrical モードという、1 ラインごとのいわゆるシングルエンド特性も規定されている。

般には(対称性といった前提が無ければ)不可能である。

したがって、非対称性が無視できない場合や、非対称性の程度を知りたい場合などは、Fortescue モード S パラメータを用いる必要がある。回路の非対称性は、零相あるいはコモンモード発生の一因であるから、その特性を把握するのは重要である。冒頭(3.1 節)にも記したが、Symmetrical モードは、120 度ずつ異なる正相/逆相の特性ではなく、180 度位相の異なるディファレンシャルモード特性の評価になっていることを、改めて注意しておく。対称性が良くない場合、Symmetrical モードの特性は、正相/逆相の特性の代用にならない。

また、CISPR 17 の Asymmetrical/Symmetrical モードの測定では、端子をつないだり、トランスを挿入したり、実際に配線する必要があった。しかし、本提案のように、6 ポート S パラメータを一度測定してしまえば、回路シミュレータを用いて、数値計算することが可能である。回路シミュレータ上の配線や理想トランスが実物の代わりになっている。あるいは、式(3.4-4)や式(3.4-8)から求めることも可能である。その場合は、配線や理想トランスを挿入したのと同じ作用をする数式処理が、それらの代わりと言える。

以上の議論からわかるように、従来法と提案法を比較した場合、測定上、次のような得失がある。

- ▶ CISPR 17 の Asymmetrical/Symmetrical モードの測定では、実在の配線やトランスを使うので、周波数帯域や損失などの非理想性因子の影響に気をつけなくてはならない。
- ▶ Fortescue モード S パラメータは、パラメータ数が多いので、測定に手間がかかる。しかし、もし、6 ポートのネットワークアナライザが実用化されたならば、その面倒はだいぶ軽減される。

3.5 等価回路解析

本節では、3相フィルタの等価回路を考察する[9], [11], [12]。最初、図 3.2-1 の3相フィルタを用いて、具体的な等価回路を作成する。そして、そこで得られた知見を一般化し、モードの等価回路の作成方法として確立する。次に、等価回路がフィルタ設計にどう役立つのか、その活用方法について議論を行う。最後に、等価回路解析で用いた3相フィルタの構成部品の素子値について、測定方法と測定結果を記す。

3.5.1 等価回路の作成

3相フィルタの回路図は図3.2-1として与えられているので、そのままでも、回路シミュレータなどを用いれば計算することは可能である。しかし、6ポート回路として扱ったのでは、見通しが悪く、その真価を発揮させることはできない。そこで、零相/正相/逆相といったモードの特性を表現するような等価回路を作成したい。そのためには、対称性を仮定する必要がある。対称でなければ、モード間に相互作用が存在し、各モードを独立と考えることができないので、その場合は、元の6ポートのまま扱うしかない。以下では、フィルタが巡回対称(したがって完全対称でもある)とし、考察を進める。

図3.5-1(a), (b)に、図3.2-1の3相フィルタのコンデンサ部分を抜き出した回路を示す。図(c)は図(b)のコンデンサ C_y を等価的に3分割したものである(4.4.6項参照)。フィルタを零相で励振した場合、対称であれば、3つのラインは等電位になるので、フィルタの中心点 P_1 や中心点 P_2 には電流が流れない。したがって、それらの点は開放状態となる。中心点 P_2 については、図(c)で考えるとわかりやすい。点 P_{2a} , P_{2b} , P_{2c} が等電位になるので、それらの間は開放分離されるが、コンデンサ C_x とコンデンサ $C_y/3$ の間は分離されない(4.4.1項参照)。一方、正相/逆相で励振した場合は、中心点 P_1 や中心点 P_2 に120度ずつ位相の異なる信号が集まる。そのため、それらは相殺されて、実際に接地されていなくても、中心点は常に0Vに保たれる(仮想接地)。したがって、対称座標法のモード下では、中心点を開放または接地の状態のまま、切り離しても回路の動作には何ら変化は起こらない。

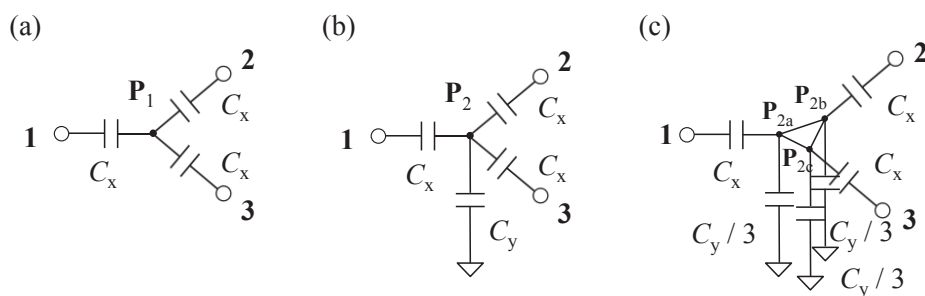


図 3.5-1 3相フィルタのコンデンサ部分 (星形結線)

また、同様の手法で3巻線トランスも分割できる。図3.5-2(a)の3巻線トランスは、漏れインダクタンス $L-M$ と励磁インダクタンス M に分解すると、図(b)のように表すことができる^{*23}。また、その励磁インダクタンスを3分割した

²³ 図3.5-2(b), (c)は、トランスの片側の端子が共通の場合の等価回路である。そうでなければ、各ポートに1:1の理想トランスを挿入すればよい。ここでは、図が煩雑になるのを避

のが図(c)である．これらの図を参照すれば，零相のインダクタンスは，点 Q_{1a} ， Q_{1b} ， Q_{1c} 間および点 Q_{2a} ， Q_{2b} ， Q_{2c} 間が開放切断されるので， $L+2M$ になり，正相/逆相のインダクタンスは，中点 Q_1 と中点 Q_2 が接地されるので， $L-M$ になることがわかる(4.4.7項参照)．

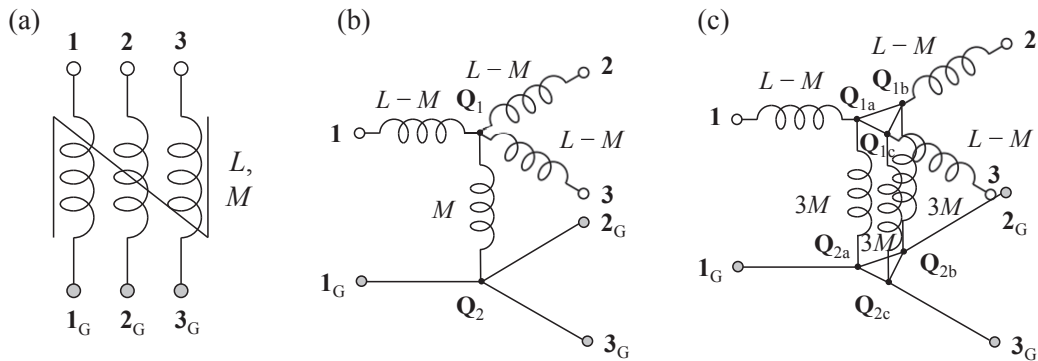


図 3.5-2 3巻線トランスとその等価回路

対称な回路の Fortescue モード S 行列の対角ブロックは，上記条件の下，切り離した回路に相当している(4.3.2項参照)．したがって，図 3.2-1 の 3相フィルタの場合，以上の結果を総合して，図 3.5-3 のようなモードの等価回路が得られる．これでフィルタが 3等分された．

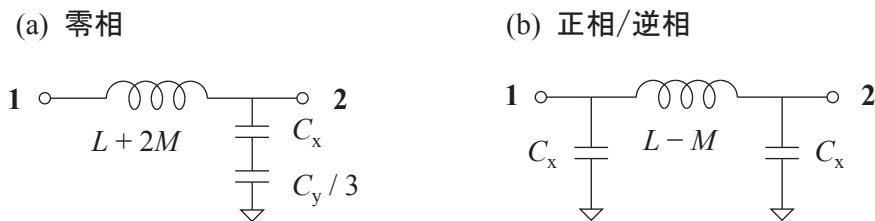


図 3.5-3 3相フィルタのモードの等価回路

逆に，これらのモードの等価回路を用いれば，元の(対称な)3相フィルタを，図 3.5-4 のように表すことができる．

け，前者の場合の図で済ませた．

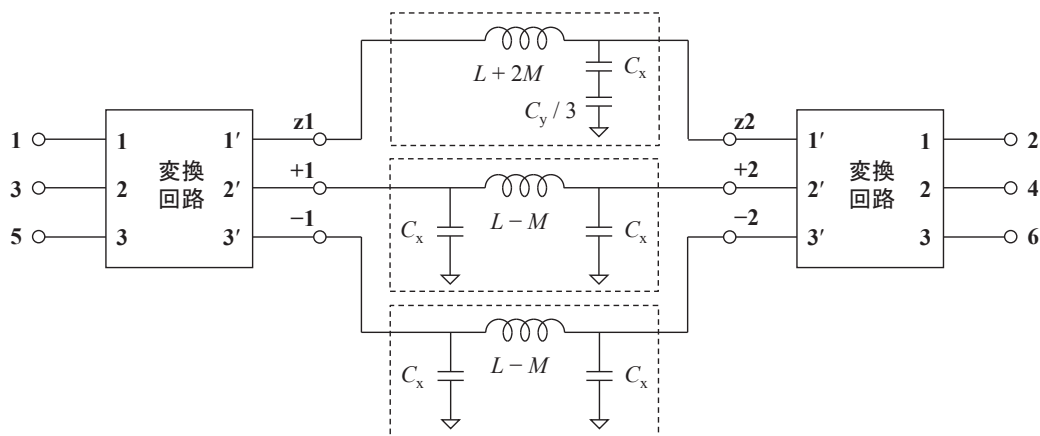


図 3.5-4 モードの等価回路で表現した 3 相フィルタ

図 3.2-1 の素子値(測定方法については 3.5.3 項参照)を基に、図 3.5-3 の等価回路の S パラメータを計算した。結果を図 3.3-2(a), (e), (i) に破線で示す(対称であることを前提としているので、非対角ブロックは無い)。低周波領域では実測と良く一致している(平均差異^{*24}は約 7%)。素子には損失や寄生因子による自己共振が存在するが、今回はそれらを考慮していないため、周波数が高くなる(この例では 1 MHz 付近から)とはずれてくる。

以上のことを一般化すると、スター結線や 3 巻線トランスは以下の手順で分離することができる。

- ▶ スター結線の midpoint は、零相のときは開放、正相/逆相のときは接地する。デルタ結線の場合は、デルタ-スター変換してから、適用すればよい。
- ▶ 図 3.5-2(a) の 3 巻線トランスは、零相の場合は $L+2M$ の、正相/逆相の場合は、 $L-M$ のコイルと等価である。

この手法を用いると、スター結線、デルタ結線、3 巻線トランス、および結合していない素子(例えば、直列コイルや並列コンデンサ)で構成された対称な 3 相フィルタについては、モードの等価回路を容易に求めることができる。ここでは、説明をわかりやすくするため、単純な回路を題材にしたが、寄生因子などを含んだより複雑な回路であっても、上記構成の範囲内であれば、この手続きで等価回路が得られる(等価回路作成に関するより系統的な取り扱いとは第 4 章参照)。

ここで得られた等価回路は、Fortescue モード S パラメータに即した等価回路と言える。すなわち、零相/正相/逆相の応答を表している。逆に言えば、このことは Fortescue モード S パラメータの対角ブロックが、零相/正相/逆相の特性

²⁴ $|S_{zzij}|$ と $|S_{++ij}|$, $|S_{-ij}|$ ($i, j = 1, 2$) の複素数として相対偏差。100 Hz, 1 kHz, 10 kHz, 200 kHz (100 kHz には極があるので避けた) の 4 点の平均。ただし、100 Hz 以下の反射特性では多少の乖離が見られる。

を表現していることの検証にもなっている。

3.5.2 等価回路の活用

3相フィルタを等価回路で表現できれば、それらを構成する素子が特性に及ぼす影響を定量的に見積もれる。例えば、図3.2-1の3相フィルタの場合、コンデンサ C_y は、零相には効くが正相/逆相には効かない、そして、その零相への効果も $C_y/3$ と C_x の直列として作用する。また、零相では、片側の C_x が効かないので、ロールオフ特性が正相/逆相に比べ、緩やかになっている。これらのことは等価回路から容易に見当がつく。このように、モードの等価回路を用いれば、フィルタに流れる電流(正相/逆相の主電流や零相のノイズ)に対して、どのような作用を示すのかが簡単に把握できるので、フィルタ設計の助けになる。

実際のフィルタ設計では、モードごとに目標値が設定される。例えば、50 Hzや60 Hzの正相/逆相の基本波は通すが、その高調波は抑制したいとか、特定の周波数帯の零相を阻止したいとか。上記等価回路は、零相/正相/逆相といったモードの特性を直接表現しているのであるから、その条件に沿うよう、モードごとにフィルタ回路を設計することが可能である。試行錯誤や過去の経験則に頼らなくて済むため、設計効率は格段に向上する。そして、できあがった試作品をFortescueモードSパラメータで評価することにより、その対角ブロックから設計の妥当性を確認できる。また非対角ブロックは、試作品が対称性良くできたかどうかの目安になる(これは今まで見れていなかった評価項目である)。使用する部品のバラツキ、および部品の寄生因子や配線の不平衡に起因する非対称性がどの程度抑えられているかを確認できる。

以上、対称性を仮定し等価回路解析を行った。フィルタ設計においては、見通しを良くするため、より簡単な回路が求められるが、そのためには、上記のように対称であることが大いに役立つ。しかし、現実のフィルタは完全には対称となりえないのだから、その影響がどう出るのかも知っておきたい。昨今の高周波化の進展で、非対称性は次第に重要性を増している。第5章で議論するような要因分析を、3相フィルタに適用するのはそう難しくはないはずである。今後の課題としたい。

3.5.3 構成部品の素子値の測定

3相フィルタは、コンデンサと3巻線トランスで構成されている(図3.2-1)。本項では、それらの素子値を、非破壊(部品をはずさない)で求める。インピー

ダンスアナライザ Agilent 4294A を用い、以下のように端子間のインピーダンスを測定する。テストフィクスチャとしては、42941A インピーダンスプローブにクリップリードを取り付けたものを使用した。測定に際しては、事前に、プローブ端で一度、アダプタセットアップ(open-short-load)をし、さらに、クリップリードの先端でフィクスチャ補正(open-short 補正)を行った。なお、印加交流信号は、コンデンサのときは 0.5 V、3 巻線トランスのときは 20 mA とした。

(1) コンデンサ

図 3.2-1 のライン間(例えば、端子 1-3 間)を測ると、低周波では、

$$C_{1-3} = C_x \quad (3.5-1)$$

が見える。一方、ライン-グラウンド間(例えば、端子 1-G 間)を測ると、低周波では、

$$\frac{1}{C_{1-G}} = \frac{2}{3C_x} + \frac{1}{C_y} \quad (3.5-2)$$

となる。これらの 2 回の測定から、 C_x と C_y が求まる。測定結果を図 3.5-5 に示す(図は全ラインの測定結果を重ね書きしてある、図中の数値はそれらの平均)。1 kHz での値を代表値として、図 3.2-1 の破線内に記載した。

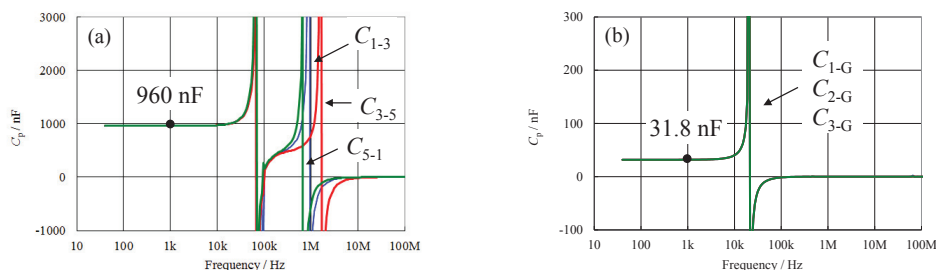


図 3.5-5 3 相フィルタに用いられたコンデンサの静電容量

(2) 3 巻線トランス

他のラインを全て開放し、ラインの両端(例えば、端子 1-2 間)を測ると、低周波では、

$$L_{1-2o} = L \quad (3.5-3)$$

と自己インダクタンスが見える。それに対して、どれか 1 つのラインの両端を短絡し(残りのラインは開放のまま)^{*25}、ラインの両端(例えば、端子 1-2 間)を測ると、低周波では、

$$L_{1-2s} = L(1 - k^2) \quad (3.5-4)$$

²⁵ 短絡には、長さ 290 mm のビニル被覆銅線(線径 0.18 mm×12 本のより線)を用いた。低周波では、そのインダクタンスや抵抗は無視できる。

と漏れインダクタンスとなる．これらの2回の測定から， L と k ，そして M が求まる．測定結果を図3.5-6に示す(図は全ラインの測定結果を重ね書きしてある，図中の数値はそれらの平均)．インダクタンスは100 Hzでの値を代表とした．このフェライトコアは1 kHz前後から透磁率に分散を生じるが，その影響はここでは無視し，定数(周波数によらない)として扱った(その分は誤差要因となるが)．

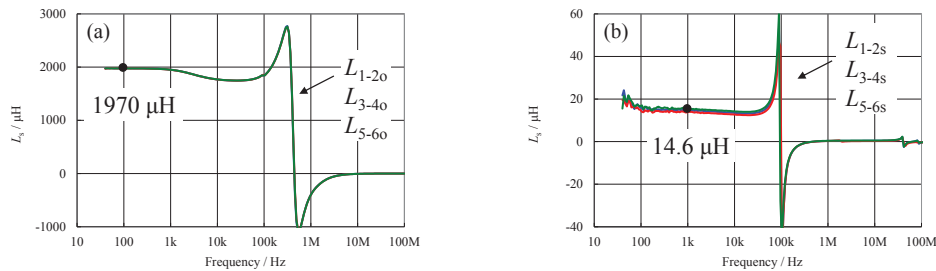


図 3.5-6 3相フィルタに用いられた3巻線トランスのインダクタンス

3.6 多相回路

以上，3相回路の評価・解析手法について述べてきたが，相数が3より多い場合についても簡単に触れておく[8]． n 相回路であれば，式(3.2-2)を拡張して，

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{n}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & \phi & \phi^2 & \phi^3 & \cdots & \phi^{-1} \\ 1 & \phi^2 & \phi^4 & \phi^6 & \cdots & \phi^{-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & -1 & 1 & -1 & \cdots & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & \phi^{-2} & \phi^{-4} & \phi^{-6} & \cdots & \phi^2 \\ 1 & \phi^{-1} & \phi^{-2} & \phi^{-3} & \cdots & \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_A \\ v_{E1+} \\ v_{E2+} \\ \vdots \\ v_B \\ \vdots \\ v_{E2-} \\ v_{E1-} \end{bmatrix} \quad (3.6-1)$$

という変換を用いればよい．ただし，

$$\phi = \exp(-j2\pi/n) \quad (3.6-2)$$

である．式は代表で，電圧の場合を示しているが，電流や電力波にも同様な変換を施す．この変換行列を Φ と置くと， $2n$ ポートS行列は，

$$\begin{aligned}
\mathbf{S}' &= \mathbf{\Phi}_2^{-1} \mathbf{S} \mathbf{\Phi}_2 = \mathbf{\Phi}_2^* \mathbf{S} \mathbf{\Phi}_2 \\
&= \begin{bmatrix}
\mathbf{S}_{AA} & \mathbf{S}_{AE_1^+} & \mathbf{S}_{AE_2^+} & \cdots & \mathbf{S}_{AB} & \cdots & \mathbf{S}_{AE_2^-} & \mathbf{S}_{AE_1^-} \\
\mathbf{S}_{E_1^+A} & \mathbf{S}_{E_1^+E_1^+} & \mathbf{S}_{E_1^+E_2^+} & \cdots & \mathbf{S}_{E_1^+B} & \cdots & \mathbf{S}_{E_1^+E_2^-} & \mathbf{S}_{E_1^+E_1^-} \\
\mathbf{S}_{E_2^+A} & \mathbf{S}_{E_2^+E_1^+} & \mathbf{S}_{E_2^+E_2^+} & \cdots & \mathbf{S}_{E_2^+B} & \cdots & \mathbf{S}_{E_2^+E_2^-} & \mathbf{S}_{E_2^+E_1^-} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
\mathbf{S}_{BA} & \mathbf{S}_{BE_1^+} & \mathbf{S}_{BE_2^+} & \cdots & \mathbf{S}_{BB} & \cdots & \mathbf{S}_{BE_2^-} & \mathbf{S}_{BE_1^-} \\
\vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
\mathbf{S}_{E_2^-A} & \mathbf{S}_{E_2^-E_1^+} & \mathbf{S}_{E_2^-E_2^+} & \cdots & \mathbf{S}_{E_2^-B} & \cdots & \mathbf{S}_{E_2^-E_2^-} & \mathbf{S}_{E_2^-E_1^-} \\
\mathbf{S}_{E_1^-A} & \mathbf{S}_{E_1^-E_1^+} & \mathbf{S}_{E_1^-E_2^+} & \cdots & \mathbf{S}_{E_1^-B} & \cdots & \mathbf{S}_{E_1^-E_2^-} & \mathbf{S}_{E_1^-E_1^-}
\end{bmatrix} \tag{3.6-3}
\end{aligned}$$

といった形になる。ただし、

$$\mathbf{\Phi}_2 = \mathbf{\Phi} \otimes \mathbf{I} \tag{3.6-4}$$

である。モードの名称には、点群における Mulliken の記号を用いた。その場合、記法として、① B 表現は n が偶数のときのみ現われること、② n が 2 以下のときは、E 表現はないこと、に気を付ける必要がある。

なお、変換行列 $\mathbf{\Phi}_2$ はユニタリなので、基準インピーダンスは変換前後で変わらない。ここでも、回路が巡回対称な場合は、式(3.6-3)がブロック対角となる。このモードの S 行列(式(3.6-3))は、シングルエンド S 行列に離散フーリエ変換を施したことに相当している。その流儀で言えば、

- ・ even/odd モードは、2 次の
- ・ Fortescue モードは、3 次の

離散フーリエ変換と言える。

多相回路への拡張については、検証をまだ行っていない。それは今後の課題である。

3.7 まとめ

3相フィルタの新しい評価基準「Fortescue モード S パラメータ」を提案した。それは、対称座標法、すなわち零相/正相/逆相のモードに変換した S パラメータであり、4ポートのミックスモード S パラメータの自然な拡張になっている。本法を用いると、フィルタの非対称性を含め、実在のモード下での振る舞いを見ることができる。この評価法は、3本のラインと1つのグラウンド端子で構成された3相フィルタに適用できる。Fortescue モード S 行列は、6ポートのシングルエンド S 行列を線型変換することによって得られるので、適用周波数範囲に制限はなく、また、測定に際して、他の部品などを必要としないという特

徴を有している。そして、位相特性を含む6ポート回路の特性を完全に表現できているので、単なる評価指標ということだけではなく、回路シミュレータ上で周辺回路を接続することによって、それらを考慮した動作確認を行うことができる。その際、対称性を仮定しモードごとに解析すれば、必要なのは当該の対角ブロックのみであるから、解析規模は1/3で済む。

また、FortescueモードSパラメータに即した等価回路を導入し、その作成方法を考察した。モードの等価回路を用いれば、3相フィルタを構成する素子が特性に及ぼす影響を定量的に見積もることが可能である。このことは、この新しい手法が、単に評価、測定だけでなく、解析や設計にも有効に使えることを意味している。

この新しいSパラメータを用いれば、CISPR 17 - ed. 2.0 (2011)のAsymmetricalモードは、「正相および逆相を接地終端したときの零相」、Symmetricalモードは、「空き端子とコモンモードを開放終端したときのディファレンシャルモード」と言うことができる。そして、対称性が良い場合には、基準インピーダンスを3倍にした $|S_{zz21}|$ がAsymmetrical挿入損失に、基準インピーダンスを半分にした $|S_{++21}|$ または $|S_{--21}|$ がSymmetrical挿入損失に相当することを明らかにした。これらの知見を応用すれば、新旧データの比較も可能である。しかし、対称性が悪ければ、そのような関係は成り立たない。したがって、非対称性が無視できない場合や、非対称性の程度を知りたい場合などは、FortescueモードSパラメータを用いる必要がある。

ここでは、3相フィルタに焦点を合わせ解析したが、本法は3相回路であれば、フィルタに限らず適用可能である。例えば、3相モータや3相インバータ、あるいは3相システム全体も同様の手法で扱うことができる。

本研究で得られた知見と有用性

- ▶ 3相フィルタの新しい評価基準「FortescueモードSパラメータ」を提案した。それは、対称座標法、すなわち零相/正相/逆相のモードに変換したSパラメータである。本法を用いると、フィルタの非対称性を含め、実在のモード下での振る舞いを見ることができる。対称座標法は今まで、Z行列やY行列には施されていたが、S行列、特に(フィルタ特性の評価を目的とした)入出力のある6ポート回路のS行列に適用されるのは初めてである。S行列への適用に際しては、Z、Y行列とは異なり、変換の際の基準インピーダンスの取扱いや電力の保存に注意を要する。
- ▶ FortescueモードSパラメータに即した等価回路を導入し、その作成方法を考案した。モードの等価回路は、構成素子の影響を定量化することができるので、フィルタ設計の効率向上に貢献する。3相フィルタの設計では、できあがった試作品をFortescueモードSパラメータで評価することによ

り，その対角ブロックから設計の妥当性を，また非対角ブロックから，試作品の非対称性を確認できる．

- ▶ 従来の評価パラメータである Asymmetrical/Symmetrical 挿入損失と本提案の Fortescue モード S パラメータの関係を理論的に解明し，新旧データの比較方法について指針を与えた．

今後の課題

以下に本章で挙げた今後の課題を列挙する．

- ▶ 中性線を含む(4ライン)3相フィルタのモード理論の考案
- ▶ 多相回路のモード理論の検証
- ▶ 3相フィルタの非対称性の解析

参考文献

- [1] 長谷川博司, 堂元貴史, 赤木泰文, 「コモンモード電圧を発生しない三相正弦波電圧出力 PWM インバータシステム —パッシブ EMI フィルタの設計と特性—」, *電学論 (D)*, vol. 122, no. 8, pp. 845–852, 2002 年 8 月.
- [2] Hirofumi AKAGI, Hiroshi HASEGAWA, Takafumi DOUMOTO, “Design and performance of a passive EMI filter for use with a voltage-source PWM inverter having sinusoidal output voltage and zero common-mode voltage,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 19, no. 4, pp. 1069–1076, July 2004.
- [3] CISPR 17 - ed. 2.0, “Methods of measurement of the suppression characteristics of passive EMC filtering devices,” June 10, 2011.
- [4] 山中幸雄, 「受動形 EMC フィルタの抑圧特性の測定法概要解説」, *電磁環境工学情報 EMC*, pp. 84–94, 2012 年 7 月.
- [5] 秋野直治, 中村晃, 石井公二, 堀江俊郎, 「高透磁率フェライトコアを応用した三相電源用ラインフィルタ」, *電気学会 産業電力電気応用研究会資料*, pp. 73–82, 1989 年 1 月 (発表番号: IEA-89-9).
- [6] Gundars Asmanis, Aivis Asmanis, Leonids Ribickis, “Analysis of high frequency effects in three phase EMI filters,” in *IEEE AP EMC (Asia-Pacific Symposium on Electromagnetic Compatibility)*, Singapore, pp. 653–656, May 2012.
- [7] 藤城義和, 越地耕二, 「Fortescue 変換型ミックスド・モード S パラメータ」, *信学ソ大*, 於富山大学, p. 330, 2012 年 9 月 (発表番号: B-4-34).

- [8] 藤城義和, 越地耕二, 「3相フィルタの評価法」, *超高速高周波エレクトロニクス実装研究会*, 於回路会館(西荻窪), vol. 12, no. 3, pp. 9–14, 2012年11月.
- [9] Yoshikazu FUJISHIRO, Kohji KOSHIJI, “Proposal and analysis of three-phase filter by using mixed-mode S-parameter based on Fortescue transformation,” in *IEEE 2nd CPMT Symposium Japan 2012*, Kyoto, Japan, pp. 257–260, December 2012 (presentation no. 17-2).
- [10] 藤城義和, 越地耕二, 「Fortescue モードSパラメータによる3相フィルタの解析」, 平成24年度 東京理科大学総合研究機構 インテリジェントシステム研究部門 研究成果報告会 (予稿付きポスター発表), 於東京理科大学野田キャンパス, pp. 7–12, 2013年3月.
- [11] 藤城義和, 越地耕二, 「多ポートのミックスド・モードSパラメータ」, *エレクトロニクス実装学会 春季大会*, 於東北大学, pp. 93–95, 2013年3月 (発表番号: 13C-12).
- [12] 藤城義和, 山本隆彦, 越地耕二, 「3相フィルタの等価回路解析」, *超高速高周波エレクトロニクス実装研究会*, 於杉並区勤労福祉会館(西荻窪), vol. 13, no. 1, pp. 17–22, 2013年5月.
- [13] Yoshikazu FUJISHIRO, Takahiko YAMAMOTO, Kohji KOSHIJI, “Proposal of Analysis method for three-phase filter using Fortescue-mode S-parameters,” *IEICE Trans. Communications* (査読中).
- [14] Charles LeGeyt Fortescue, “Method of symmetrical co-ordinates applied to the solution of polyphase networks,” *AIEE Transaction*, vol. 37, part 2, pp. 1027–1140, July 1918 (presented at the 34th annual convention of the AIEE in Atlantic City, N.J. on 28 June 1918).
- [15] 小西良弘, 「マイクロ波回路の基礎とその応用」, 総合電子出版社, 1990年.
- [16] 藤城義和, 「Sパラメータによる電子部品の評価」, TDKアプリケーションノート AN-SP06A001_ja, 2006年8月 (http://www.tdk.co.jp/tvcl/spara/an-sp06a001_ja.pdf).
- [17] CISPR 17 - ed. 1.0, “Methods of measurement of the suppression characteristics of passive radio interference filters and suppression components,” January 1981.
- [18] Frédéric Broydé, Evelyne Clavelier, “Some issues on the characterization of power-line filters and related standards,” *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 51, no. 3 (part 2), pp. 876–877, August 2009.
- [19] Krishna Mainali, Ramesh Oruganti, “Conducted EMI mitigation techniques for switch-mode power converters: A survey,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 25, no. 9, pp. 2344–2356, September 2010.

- [20] 藤城義和, 「電子部品モデルとシミュレーション」, *JIEP* サマーセミナー 2002 “高速・高周波信号伝送/EMC と共振”, 於国立オリンピック記念青少年総合センター(代々木), pp. 41-48, 2002年8月30日開催.
- [21] (編集)電子情報技術産業協会 ECセンター EDA標準WG, (著)渡辺毅, 阿部真利, 浜地芳宏, 藤城義和, 長谷川清久, 藤森省吾, 小林基行, 益子行雄, 本田裕, 「S Iシミュレーション・モデル解説書 ~IBISモデルを使用した高速伝送線路解析~」, 電子情報技術産業協会(JEITA) ECセンター, 2011年.

第4章 2等分定理の拡張

4.1 はじめに

平衡回路を解析するツールとして、2等分定理というものが知られている。それは90年ほど前に Albert Charles Bartlett が見出したもの[1]-[3]であるが、今日的な用語で言えば、「鏡映対称な回路のミックスモード回路行列の対角ブロックは、

- ▶ even モード：鏡映面で切断し、その切り口を開放したもの
- ▶ odd モード：鏡映面で切断し、その切り口を接地したもの

で与えられる」と言うことができる(2.4節参照)。この定理は、以下の2つの項目で構成されている。

- ① ミックスモード回路行列のブロック対角化
- ② その対角ブロックの回路表現

定理は、直接的には②しか述べていないが、その土台として①が暗に仮定されている。

鏡映対称というのは、全ての対称性の中で最も単純なものであるが、より複雑な対称性を有する場合はどうなるのか、理論的な検討を行った[4]-[7]。

最初に従来技術を振り返る。鏡映対称よりも高い対称性を持つ回路としては、例えば、3相回路(3つのラインの任意の置換に関して対称)やブランチラインカップラ(上下左右に関して対称)などが挙げられる。それらの回路の解析では適切なモードが知られているが、対称性との関連が薄いため、モードの等価回路には必ずしも結びついていない。対称な3相回路が、対称座標法(Fortescue 変換)によってモード分解されることは周知である(第3章参照)が、それは言わば直観によって得られたものであり、対称性からの帰結ではない^{*26}。そのため、どうすればモードの特性を表現できるかは明らかとは言えない。零相は3つの端子を並列接続することと想像できるが、正相/逆相については簡単には思いつかない。CISPR 17 - ed. 2.0 (2011)が Symmetrical モードを採っている理由の一端は、

²⁶ 対称座標法(method of symmetrical coordinates, analysis by symmetrical components)という名称は、それが対称性に関係していることを表しているが、どのような関係にあるのかは、あまり説明されていないようである[8]-[13]。

そのようなことにあるのだろう。また、ブランチラインカプラの場合、固有方程式を解くことによって独立なモードが得られる[14]が、その方法は手間がかかるうえに、対称性とは直接は関係していない。そのため、回路の分割に際しては、モードの電磁界などを改めて想起しなくてはならない。

Bartlett の 2 等分定理を拡張し、回路の対称性から適切なモードと回路を分割するための条件を見い出せるならば、モード理論に基づいた一貫した解析が実現できる。分割によって回路規模が縮小されると、その分、見通しが良くなり、コンピュータで計算する際の計算時間の短縮や記憶量の節約などにもつながる。本章では、対称性が回路解析に及ぼす影響を明らかにし、より小さな回路に分割するための条件(人間の判断を介さずとも判定できる)を明示する。

まずは、①のミックスモード回路行列を、より複雑な対称性に対応できるように拡張する必要がある。その枠組みを基礎にして、群の表現を援用したモード理論を構築する。そして、回路を群論的な視点から眺めることにより、②の一般化、すなわち対角ブロックの特性を表現するモードの等価回路の作成方法を確立する。電気回路に群論が適用できることは、序論(第1章)に記したように半世紀以上も前から知られている。つまり、対称適合モードをとると回路行列が対角化されること[15]、そして、その対称適合モードは射影演算子を用いると簡単に求まること[16],[17]は既知である。4.2節はその解説に充てられている。それを土台にして、本章の主要部である4.3節と4.4節を展開する。4.3節では、簡単な回路を例にとり、回路を分割するための判定条件を帰納的に導出する。続く4.4節では、判定条件適用に際しての注意点を、何項目かに分けて列挙する。最後に4.5節で、ブランチラインカプラやパワーデバイダなどの分布定数回路に応用した例を示す。なお、3相フィルタの等価回路解析は、重要な応用例であるが、それは既に3.5節で説明した。それらの例は、集中定数回路と分布定数回路、すなわち回路解析と電磁界解析で使えることを実証している。

本章では、最初に例を挙げ、それを一般化することで理論を築いていくという帰納的なスタイルをとっている。最初から抽象的な理論を振り回すとわかりづらい、というのが一つの理由であるが、もう一つは、発見的要素が強い内容を記述するためである。2等分定理と3相フィルタでの解析例を基に、群の表現を用いて手探りで進めたプロセスをそのまま書き記すのが、最も素直な形であり、受け入れやすいと思う。例えば、最初の例である図4.2-1は、図3.5-1(a)の3ポートスター回路を群論的な視点から再考するという設定になっている。それは、第3章や第5章が、最初に理論を述べ、次に実験やシミュレーションで検証するという演繹的なスタイルであるのとは対照的である。

本章は、群の表現論に基礎を置いているため、電気工学と群論の両方の専門用語が混ざっている。しかし、群論や群の表現論は、数学の一分野を構成する

ほどの規模であるため、本論文の中で解き起こすのは困難である。そこで、基本的な用語についてのみであるが、その簡単な解説を付録Bに記載した。

4.2 ユニタリ変換されたSパラメータ

「ユニタリ変換されたSパラメータ」を定義し、その枠組みを基礎にして、群の表現を援用したモード理論を構築する。本節は、次節に向けた準備と位置づけられる。

4.2.1 定義

平衡回路の周波数特性は、David E. Bockelman と William R. Eisenstadt が提案した4ポートのミックスモードSパラメータによって、しばしば評価される(2.3節参照)。ミックスモードSパラメータは、近接した2ヶ所の電圧と電流を、コモンモードとディファレンシャルモードに線型変換したときのSパラメータであり、各モードの反射・伝送特性、およびモード間の相互作用(モード変換)を表している。

このミックスモードという概念を一般化したい。そこで、変換の定義にまで遡り、新たな基準を設けるところから始める。モードの電圧 \mathbf{v}' 、電流 \mathbf{i}' は、シングルエンドの n ポート電圧 \mathbf{v} 、電流 \mathbf{i} から、

$$\mathbf{v} = \mathbf{T}_V \mathbf{v}', \quad \mathbf{i} = \mathbf{T}_I \mathbf{i}' \quad (4.2-1)$$

と線型変換されるものとする。ただし、電圧 \mathbf{v} 、 \mathbf{v}' および電流 \mathbf{i} 、 \mathbf{i}' は n 次元ベクトル、変換行列 \mathbf{T}_V 、 \mathbf{T}_I は n 次行列である。この変換の満たすべき条件を、以下に列挙する。

- A) 逆変換の存在： \mathbf{T}_V および \mathbf{T}_I は正則行列。
- B) 電力保存： $\mathbf{T}_I^* \mathbf{T}_V = \mathbf{I}$ 。
- C) 定インピーダンス： $\mathbf{T}_V = \mathbf{T}_I$ 。

ただし、 \mathbf{I} は単位行列を、 $*$ は行列の複素共役転置を表す(数学記号については付録Cを参照)。条件Aは、シングルエンドの諸量とモードの諸量との間を自由に往来できることを保証する。条件Bは、シングルエンドの電圧、電流で計算した電力とモードの電圧、電流から計算した電力が一致する、すなわち、

$$P = \mathbf{i}^* \mathbf{v} = (\mathbf{T}_I \mathbf{i}')^* (\mathbf{T}_V \mathbf{v}') = \mathbf{i}'^* \mathbf{v}' \quad (4.2-2)$$

であることを要求している。この条件が満たされないと、変換回路に増幅作用もしくは減衰作用を持たせなければならなくなる(4.4.5項参照)。条件Cは必ず

しも必要というわけではないが、電圧の変換と電流の変換が同一であれば、それが最も単純であり、したがって全ての変換の基本となりうることを意味している^{*27}。以上の3条件を総合すると^{*28}、

$$D) \text{ ユニタリ変換: } \mathbf{T}_V = \mathbf{T}_I = \mathbf{U},$$

が導かれる。ただし、 \mathbf{U} はユニタリ行列($\mathbf{U}^* \mathbf{U} = \mathbf{U} \mathbf{U}^* = \mathbf{I}$)である。逆に、電圧と電流の変換がユニタリ(条件D)であれば、A, B, Cの3条件は満たされる。

上記変換を施すと、シングルエンドS行列 \mathbf{S} (その基準インピーダンスは全ポートで同一とする)は、

$$\mathbf{S}' = \mathbf{U}^{-1} \mathbf{S} \mathbf{U} = \mathbf{U}^* \mathbf{S} \mathbf{U} \quad (4.2-3)$$

とモードのS行列に変化する。この変換されたS行列 \mathbf{S}' を、本論文では「ユニタリ変換されたS行列」と称する[18]。逆に、ユニタリ変換されたS行列からシングルエンドS行列を求めるには、

$$\mathbf{S} = \mathbf{U} \mathbf{S}' \mathbf{U}^{-1} = \mathbf{U} \mathbf{S}' \mathbf{U}^* \quad (4.2-4)$$

とすればよい。

ユニタリ変換されたS行列の基準インピーダンスは変換前と同じである(条件Cより)。また、受動性および無損失性の表現は変換前後で変わらない。すなわち、

$$\text{受動性: } \mathbf{S}^* \mathbf{S} \leq \mathbf{I} \Leftrightarrow \mathbf{S}'^* \mathbf{S}' \leq \mathbf{I}, \quad (4.2-5)$$

$$\text{無損失性: } \mathbf{S}^* \mathbf{S} = \mathbf{I} \Leftrightarrow \mathbf{S}'^* \mathbf{S}' = \mathbf{I} \quad (4.2-6)$$

である。ただし、行列の不等号はエルミート形式の大小を表す。一方、可逆性の表現は一般には引き継がれない。つまり、可逆な回路のシングルエンドS行列は対称行列(${}^t \mathbf{S} = \mathbf{S}$)であるが、変換後は対称行列になるとは限らない。変換が実、すなわち直交変換であれば、そのときに限り、対称行列(${}^t \mathbf{S}' = \mathbf{S}'$)となる[19]。^tは行列の転置を表す(数学記号については付録Cを参照)。

ここでは、代表としてS行列で示したが、インピーダンス行列($\mathbf{Z}' = \mathbf{U}^* \mathbf{Z} \mathbf{U}$)やアドミタンス行列($\mathbf{Y}' = \mathbf{U}^* \mathbf{Y} \mathbf{U}$)でも同様の議論が成り立つ。それらを総称して、ユニタリ変換された回路行列と称する。

4.2.2 回路の対称性と群論

回路の有する対称性を特性に反映させる。鏡映対称な場合は、even/oddモードあるいはコモン/ディファレンシャルモードが有効であった。より複雑な対称

²⁷ 条件Cは後に大切な役割を果たす(4.3.2項参照)。

²⁸ 条件Bと条件Cを満たすと、条件Aは自然に満たされる。したがって、条件Aを除くことも可能ではある。

性の場合には、それにふさわしいモードを選択する必要がある。前節では、変換をユニタリに制限したが、それでも数限りなく存在する。そこで本節では、群の表現(付録B参照)を援用し、対称性を軸にモード理論を構成する。

回路図を図形として捉えた場合、その対称性は点群(回転や鏡映といった対称操作)で特徴づけられる[20]-[22]^{*29}。回路要素(節点、枝(素子)、ポートなど)は対称操作で移動するが、移動後の形(したがって特性)を変えない対称操作の集合が、回路の対称性を規定する。図4.2-1と図4.2-2に例を示す^{*30}。

図4.2-1(a)は、同じ値 R を有する3つの抵抗器を星形につないだ3ポート回路である。この回路は、抵抗器の接続点 P を通り紙面に垂直な軸に関して、120度の回転(C_3)を施しても変わらない。同様に240度の回転(C_3^2)、そして360度の回転すなわち回転なし(E)でも不変である。これらの3つの対称操作 $\{E, C_3, C_3^2\}$ の集合を、Schönfliesの記号で点群 C_3 と表す。

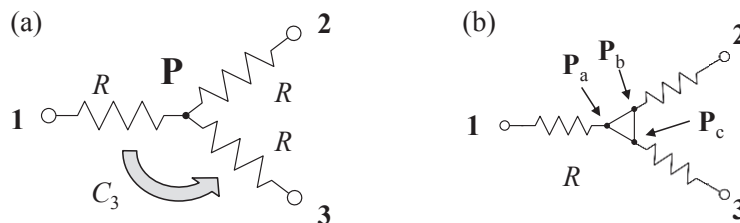


図4.2-1 3ポートスター回路(C_3 対称)

図4.2-2(a)は、同じ値 R を有する4つの抵抗器を環状に結線した4ポート回

²⁹ 集中定数回路の回路図は本来、節点と枝から構成されるグラフであり、トポロジ的に解釈することもできる。例えば、図4.2-1の3ポートスター回路の3つの抵抗器の間の角度は、何度で描こうとも特性には影響がない。つまり、必ずしも幾何学的に対称でなくてもかまわないのである。したがって、その対称性を解析するに当たっては、ポートの置換群(ポート番号の入れ替え)を用いるのが本質的と言える。しかし、置換群のような抽象度の高い群では、群論自体が難解になってしまい、議論の本筋を外れてしまう。そこで、本論文では、回路図を幾何学的な図形とみなし、対称性良く描くことで点群を利用した。その方が視覚的でわかりやすいため、群論の導入には適していると考えたのである。任意の有限群には、それと同型な対称群の部分群(すなわち置換群)が存在するので、点群で特徴づけても、間接的に置換群とみなしていることになる。 n ポート回路の場合、 n 次対称群の部分群がそれに相当する。

³⁰ これらの例は抵抗器で構成されているので、その回路行列は周波数には依存しない。しかしたとえ周波数に依ったとしても、対称でさえあれば、本章の議論はそのまま通じる。つまり、回路行列が周波数特性を持っていても、対称適合モードや変換行列は定数(周波数によらない)とすることができる。3.5節の3相フィルタや4.5節のブランチラインカップラ、パワーデバイダなどの応用例はそのことを実証している。抵抗回路を例としているのは、そのような疑念を生じさせないこと、および式が簡単になることが理由である。

路である。この回路は、上下左右に関して対称である。そのことを紙面に垂直な鏡映面 σ_y および σ_x で表す。また、回路はそれらの交線を軸とした 180 度の回転 (C_2) でも不変である。これらの 4 つの対称操作 $\{E, C_2, \sigma_x, \sigma_y\}$ の集合を点群 C_{2v} と表す。

このように、回路図の有する対称性(点群)は、図を見ることで特定できる。文献[21], [22]には、点群への帰属を系統的に判定する方法が紹介されている。

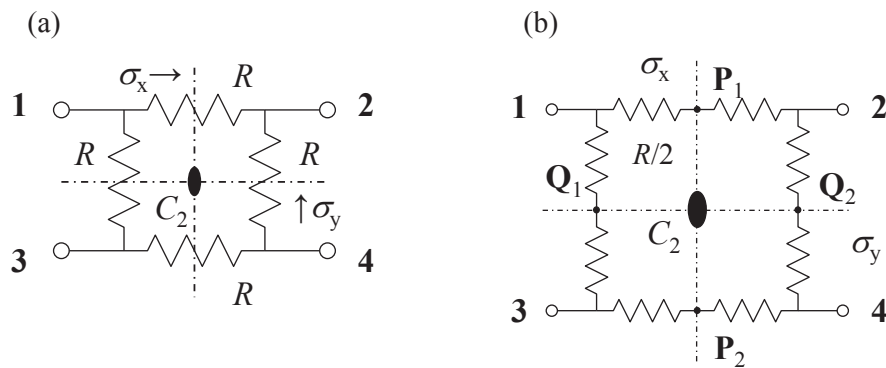


図 4.2-2 4ポートリング回路 (C_{2v} 対称)

4.2.3 対称適合モード

付録 A.1 (3)で述べたように、対称操作によるポートの置換行列 Δ とシングルエンドS行列 S は可換 ($\Delta S = S \Delta$) である [15]。対称操作の数だけ置換行列は存在するが、 S 行列はそれら全てと可換となる (Neumann の原理に相当)。置換行列は、点群の置換表現となっているので、既約表現に分解すれば、全ての Δ は同時にブロック対角化される。したがって、それらと可換な S 行列も、同じモードでブロック対角になる。そのモードを対称適合モードと称する。Z行列やY行列も同様に、同じモードによって同じ形のブロック対角となる。

対称適合モードの具体的な形は、射影演算子を用いて求めることができる [16], [17]。射影演算子 $P_{ij}^{(\Gamma)}$ は、対称操作 g とその既約表現の表現行列の i 行 j 列要素 $D_{ij}^{(\Gamma)}(g)$ を用いて、

$$P_{ij}^{(\Gamma)} = \sum_{g \in G} (D_{ij}^{(\Gamma)}(g)^* \cdot g) \tag{4.2-7}$$

と表される。ただし、 G は群、 Γ は既約表現、 $*$ は複素共役を表す。ここでは、実用上不要な係数は省いて示してある。既約表現が 1 次元の場合は、表現と指標は一致するので、射影演算子は既約指標 $\chi^{(\Gamma)}(g)$ を用いて、

$$P^{(\Gamma)} = \sum_{g \in G} (\chi^{(\Gamma)}(g)^* \cdot g) \tag{4.2-8}$$

と書くことができる(既約指標の例を表4.2-1に示す). 以下の例では, 主に後者のタイプの射影演算子(指標射影演算子)を用いる.

射影演算子は, あるベクトルを, その部分空間への射影に対応させるという作用を持っている(付録B参照). 一般に, 対称適合モードの基底ベクトルはシングルエンドの基底の線型結合で表される. 逆に, シングルエンドの基底ベクトルは対称適合モードの基底の線型結合になっている. したがって, シングルエンドの基底ベクトル(電圧, 電流や電力波の単位ベクトル)をある対称適合モードの空間に射影させると, もし, そのシングルエンドの基底ベクトルに当該の対称適合モードが含まれていたならば, それが抽出される.

得られた対称適合モードの基底ベクトルは互いに直交している^{*31}ので, その大きさを1に規格化すれば, 変換行列をユニタリにすることができる. したがって, そのように規格化された対称適合モードを用いれば, 変換後の回路行列は, ユニタリ変換された回路行列となる. 以下では, 対称適合モードは全て規格化されているものとする.

表4.2-1 点群 C_3 , C_{2v} の指標表

(a)					(b)						
	C_3					C_{2v}					
		E	C_3	C_3^2			E	C_2	σ_y	σ_x	
	A	Γ_1	1	1	1		A ₁	Γ_1	1	1	1
	E ⁺	Γ_2	1	ϕ	ϕ^2		A ₂	Γ_2	1	1	-1
	E ⁻	Γ_3	1	ϕ^2	ϕ		B ₁	Γ_3	1	-1	1
							B ₂	Γ_4	1	-1	-1

$\phi = \exp(-j2\pi/3) = -(1 + j\sqrt{3})/2$

図4.2-1と図4.2-2の回路で例を示す. 点群 C_3 には3つの既約表現 A, E⁺, E⁻がある(表4.2-1(a)参照)が, 3ポートスター回路(図4.2-1(a))の対称適合モードとしては, それらが1つずつ出現する[17]. そのことを, $A \oplus E^+ \oplus E^-$ と表す. それぞれの射影演算子を試験的にポート1の基底ベクトル \mathbf{e}_1 に作用させると, 対称操作 E では動かないこと ($E\mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_1$), そして対称操作 C_3 によってポート1はポート3に ($C_3\mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_3$), C_3^2 によってポート2に ($C_3^2\mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_2$) 移り変わること

³¹ 式(4.2-7)の射影演算子で求めた基底ベクトルは, 異なるモードであれば直交している. しかし, 指標射影演算子(式(4.2-8))の場合は, 2次元以上の既約表現の基底ベクトルを求めると, 同一既約表現に属するモードの線型結合となるため, そのままでは必ずしも直交していない. そのようなときでも, Gram-Schmidtの直交化法などで, 適当な線型結合を取ることにより直交化できる.

$$\text{モード A : } \mathbf{P}^{(A)} \mathbf{e}_1 = (E + C_3 + C_3^2) \mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_2, \quad (4.2-9a)$$

$$\text{モード E}^+ : \mathbf{P}^{(E^+)} \mathbf{e}_1 = (E + \phi^2 C_3 + \phi C_3^2) \mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_1 + \phi^2 \mathbf{e}_3 + \phi \mathbf{e}_2, \quad (4.2-9b)$$

$$\text{モード E}^- : \mathbf{P}^{(E^-)} \mathbf{e}_1 = (E + \phi C_3 + \phi^2 C_3^2) \mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_1 + \phi \mathbf{e}_3 + \phi^2 \mathbf{e}_2 \quad (4.2-9c)$$

のように、対応したモードの基底ベクトルが得られる。ただし、 \mathbf{e}_i はポート i の基底ベクトル ($i=1, 2, 3$)、 $\phi = \exp(-j2\pi/3) = -(1+j\sqrt{3})/2$ である。これらを適当に規格化することで、変換行列、

$$\mathbf{U} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \phi & \phi^2 \\ 1 & \phi^2 & \phi \end{bmatrix} \quad (4.2-10)$$

が導かれる。既約表現 A は、3つのポートを同位相で励振するモード(零相)、既約表現 E^+ と E^- は、3つのポートを120度ずつ位相をずらして励振するモード(正相と逆相)である。これは3相交流で用いられる対称座標法(Fortescue変換)に他ならない(第3章参照)。ここでは、対称座標法が、回路図の有する対称性から自然な帰結として導かれたことに注意して欲しい。

3ポートスター回路のY行列は、各ポートを短絡終端したときの自己および相互アドミタンスであるから、

$$\mathbf{Y} = \frac{1}{3R} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.2-11)$$

と表される。これをS行列に直すと(式(A.1-18)参照)、

$$\mathbf{S} = \frac{1}{3(\hat{R}+1)} \begin{bmatrix} 3\hat{R}-1 & 2 & 2 \\ 2 & 3\hat{R}-1 & 2 \\ 2 & 2 & 3\hat{R}-1 \end{bmatrix} \quad (4.2-12)$$

となる。ただし、 $\hat{R} = R/Z_0$ 、 Z_0 は基準インピーダンスである^{*32}。これらのY行列やS行列に、上記変換を施すと、

$$\mathbf{Y}' = \begin{bmatrix} Y_A & & \\ & Y_{E^+} & \\ & & Y_{E^-} \end{bmatrix} = \mathbf{U}^* \mathbf{Y} \mathbf{U} = \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 1/R & \\ & & 1/R \end{bmatrix}, \quad (4.2-13)$$

$$\mathbf{S}' = \begin{bmatrix} \Gamma_A & & \\ & \Gamma_{E^+} & \\ & & \Gamma_{E^-} \end{bmatrix} = \mathbf{U}^* \mathbf{S} \mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & G(R) & \\ & & G(R) \end{bmatrix} \quad (4.2-14)$$

と対角化される。ただし、 $G(R)$ は、

³² 本論文では、冠にハの付いた変数は基準インピーダンスで規格化した値であることを示す(付録A参照)。

$$G(R) = (\hat{R} - 1)/(\hat{R} + 1) \quad (4.2-15)$$

と定義した関数である(式(A.1-46)も参照). 既約表現 E^+ と E^- の対角要素は, 可逆性のため縮退している[17]^{*33}.

同様に, 4ポートリング回路(図4.2-2)では, 4つの既約表現 A_1, B_1, B_2, A_2 (表4.2-1(b)参照)が1つずつ現れる ($A_1 \oplus A_2 \oplus B_1 \oplus B_2$ [17]). そして, 射影演算子,

$$\text{モード } A_1: P^{(A_1)} = (E + C_2 + \sigma_y + \sigma_x) = (E + \sigma_x)(E + \sigma_y), \quad (4.2-16a)$$

$$\text{モード } B_1: P^{(B_1)} = (E - C_2 + \sigma_y - \sigma_x) = (E - \sigma_x)(E + \sigma_y), \quad (4.2-16b)$$

$$\text{モード } B_2: P^{(B_2)} = (E - C_2 - \sigma_y + \sigma_x) = (E + \sigma_x)(E - \sigma_y), \quad (4.2-16c)$$

$$\text{モード } A_2: P^{(A_2)} = (E + C_2 - \sigma_y - \sigma_x) = (E - \sigma_x)(E - \sigma_y) \quad (4.2-16d)$$

を用いる(右辺の因数分解については後述)と, 対応する対称適合モード,

$$\text{モード } A_1: \mathbf{e}_{A_1} = (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_4)/2, \quad (4.2-17a)$$

$$\text{モード } B_1: \mathbf{e}_{B_1} = (\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3 - \mathbf{e}_4)/2, \quad (4.2-17b)$$

$$\text{モード } B_2: \mathbf{e}_{B_2} = (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3 - \mathbf{e}_4)/2, \quad (4.2-17c)$$

$$\text{モード } A_2: \mathbf{e}_{A_2} = (\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_4)/2 \quad (4.2-17d)$$

が得られる. したがって, 変換行列は,

$$\mathbf{U} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2-18)$$

となる. 図4.2-3は, その対称適合モードを視覚的に(矢印で)表したものである.

³³ Mulliken の記号では, 互いに複素共役な1次元表現をあたかも2次元表現のように扱い, “E”という記号を当てている. それは, この例のように, 可逆な回路では縮退するからである. しかし, 本来は1次元表現なので, 本論文では, 正相/逆相に合わせ, E^+/E^- のように上付きの±を付けて区別している. モード E^+ が縮退しているのは, 次のようにも考えられる. 3ポートスター回路は平面図形(2次元点群)と捉えた場合でも, もっと高い対称性 C_{3v} になっている. したがって, 通常であれば, C_{3v} として解析する必要があり, その場合, 対称適合モードは $A_1 \oplus E$ となる. それを C_3 に制限すると, モード E は適合関係により $E^+ \oplus E^-$ に分裂する. つまり, C_3 で解析したときのモード E^+ とモード E^- は, もともと2次元表現だったのである. 低い対称性で解析した場合, 一般には回路規模が十分に小さくならない(4.4.4項参照)が, この例のように, 全てのポート上に対称要素(回転軸や鏡映面)がある場合(C_{3v} では全ポートが鏡映面上にある)は, その対称操作を除いて対称性を下げても, 回路規模が変わらないときもある. そうであれば, 低い対称性の方が表現の次数も低下するため, かえって扱いやすい(仮装した偶然縮退が増えるが). 必ずしも高い対称性で解析した方が良いとは限らないのである. この例からわかるように, C_{3v} 対称の3ポート回路は, 必ず可逆でなければならない. 逆に, C_3 対称でかつ可逆な3ポート回路は, C_{3v} 対称である.

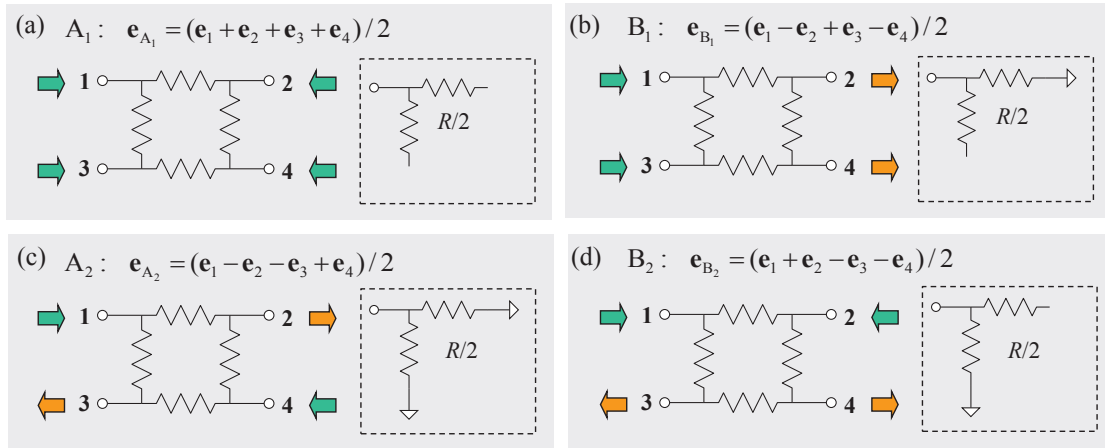


図4.2-3 4ポートリング回路の対称適合モードとそのモードの等価回路(破線内)

4ポートリング回路のY行列は、各ポートを短絡終端したときの自己および相互アドミタンスであるから、

$$\mathbf{Y} = \frac{1}{R} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.2-19)$$

と表される。これをS行列に直すと(式(A.1-18)参照)、

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\hat{R} + 4} \begin{bmatrix} a & 2 & 2 & b \\ 2 & a & b & 2 \\ 2 & b & a & 2 \\ b & 2 & 2 & a \end{bmatrix} \quad (4.2-20)$$

となる。ただし、 $a = \hat{R} - b$ 、 $b = 4/(\hat{R} + 2)$ である。これらのY行列やS行列に、上記変換を施すと、

$$\mathbf{Y}' = \begin{bmatrix} Y_{A_1} & & & \\ & Y_{B_1} & & \\ & & Y_{B_2} & \\ & & & Y_{A_2} \end{bmatrix} = \mathbf{U}^* \mathbf{Y} \mathbf{U} = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ & 2/R & & \\ & & 2/R & \\ & & & 4/R \end{bmatrix}, \quad (4.2-21)$$

$$\mathbf{S}' = \begin{bmatrix} \Gamma_{A_1} & & & \\ & \Gamma_{B_1} & & \\ & & \Gamma_{B_2} & \\ & & & \Gamma_{A_2} \end{bmatrix} = \mathbf{U}^* \mathbf{S} \mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & G(R/2) & & \\ & & G(R/2) & \\ & & & G(R/4) \end{bmatrix} \quad (4.2-22)$$

と対角化される。式(4.2-21)や式(4.2-22)の対角要素は、それぞれ、open、 $R/2$ の抵抗(2つ³⁴)、 $R/4$ の抵抗を意味しているが、そのことを表現する等価回路

³⁴ モード B_1 とモード B_2 は縮退しているが、それらは本来、 C_{4v} 対称のE表現(2次元表現)

を図 4.2-3 の破線の枠内に示す。既約表現 A_1 は 4 つのポートを同位相で励振するモードであるから、2等分定理を応用すれば、全ての抵抗器の midpoint が開放となることは理解できる。既約表現 B_1 では、ポート 1 とポート 3 が同位相、ポート 1 とポート 2 が逆位相で励振されるので、ポート 1-3 間の抵抗器の midpoint Q_1 (図 4.2-2(b) 参照) が開放で、ポート 1-2 間の抵抗器の midpoint P_1 が接地になるだろうことは推定される。その他の既約表現 B_2 と A_2 の等価回路も同様である。以上の操作で、4ポートリング回路は 4 等分された。この場合は 2等分定理の延長(絵を見て判断)で解釈することができたが、それをもう少し系統的にしたのが、次節で考察する判定条件である。

これは言うまでもないことであるが、対称でなければ、本章の議論は成り立たない。つまり、非対称な場合、対称適合モードは存在しないし、たとえあったとしても回路行列は一般にはブロック対角化されないので、回路を分割することはできない。ただ、適当なモードを用いて、非対称な回路をモード解析すること自体は可能であり、実際、第5章では、ブロック対角とならないことを利用して、その非対称性を定量化している(回路は分割できないし、してはいない)。

4.3 回路表現

前節で見たように、対称な回路の回路行列は、その群の既約表現に属する対称適合モードに変換することで、ブロック対角となる。その対角ブロックの特性は、以下に示す判定条件^{*35}に基づいて分割した回路で表現できる。

4.3.1 固定点の状態

だからである。 C_{2v} 対称として解析すると偶然縮退のように見えるが、そうではない(偶然ではなく、隠れた(というより、この場合は考慮していない)対称性に起因している)。したがって、図 4.2-2 で、もし縦横の抵抗器が異なった値を有していれば、 C_{4v} 対称でなくなり、縮退は解かれる[17]。 C_{4v} 対称で解析すると、ポートを分割しなければならないので、ここでは、あえて C_{2v} 対称を用いた(C_{4v} 対称を使うと回路規模をもっと小さくできる)。

³⁵ この判定条件は、固定点の状態(当該のモードで開放になるか接地になるか)、およびモードの等価回路が分離した回路の一片で済むかどうかを判定するものである(4.3.4項参照)。回路図の有する対称性(点群)を判定するものではない(それは図から特定できる(4.2.2項参照))。

固定部分群^{*36}は、この判定条件の一つのキーワードであるが、最初からそれを持ち出すと説明が煩雑になるので、まずは、対象とする節点が全ての対称操作で動かない場合、すなわち、回路の群が同時に固定部分群にもなっている場合を取り上げる(そうでない場合は4.3.3項で検討する)。

3ポートスター回路(図4.2-1(a))の接続点 \mathbf{P} は、その例である。点 \mathbf{P} は対称軸上にあるので、点群 \mathbf{C}_3 の対称操作では全く動かない(そこで、以下では固定点と言う)。一方、ポートは対称操作で位置を変える。この例では、ポート1はポート3やポート2に移る(ポートの軌道)。しかし、動いた先は固定点 \mathbf{P} に関して対等な位置になっている。すなわち、ポートによる固定点 \mathbf{P} への影響度合い(励振や終端)は、同じ軌道であれば等しい。なぜならば、対称操作で回路の形は変わらないからである。固定点は動かないので、そこにつながっている全てのものは、もし移動したとしても同じ配置となっていなければならない。したがって、ポートと固定点の位置関係も変わらないはずである。このことは3ポートスター回路に限らず、一般的に成り立つ。対称操作によって、ポートは、固定点の周りの対等でかつ均一な位置に散らばる。

4.2.3項で述べたように、対称適合モードの基底ベクトルは、対称操作によって移動したポートの基底ベクトルに、その既約表現の表現行列の要素をかけたものになっている。したがって、恒等表現の場合、同じ軌道に属するポートの基底ベクトルの単純和になる。そのため、恒等表現に属するモードでは、それらのポートからの同相励振となり、固定点につながる枝は同じ軌道であれば、電位が等しくなる。したがって、同一軌道の枝どうしは開放分離される。一方、異なる軌道のものは一般には等電位にはならないので、切り離せない(それらの枝はつながったままである(4.4.1項参照))。

それに対して、恒等表現以外の場合は、固定点は仮想接地となる。なぜならば、異なる既約表現の表現行列の要素は、

$$\sum_{g \in \mathbf{G}} D_{ij}^{(\Gamma)}(g)^* D_{i'j'}^{(\Gamma)}(g) = \frac{|\mathbf{G}|}{d^{(\Gamma)}} \delta_{\Gamma} \delta_{ii'} \delta_{jj'} \quad (4.3-1)$$

と直交しているからである(大直交定理[20]-[22])。ただし、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタ($i=j$ のとき1で、そうでないときは0)、 $|\mathbf{G}|$ は群 \mathbf{G} の位数、 $d^{(\Gamma)}$ は既約表現 Γ の次元を表す。そのため、恒等表現以外の対称適合モードは、どれも恒等表現と直交しており、そのモードで励振した信号のベクトル和は、固定点では相殺されてしまう。したがって固定点の電位は、実際に接地されていなくても、恒等表現以外のモード下では常に0Vに保たれる。

³⁶ 回路図のある節点を動かさない対称操作は部分群をなす。そのように、群が作用している集合の、ある一つの要素を不変に保つ群元からなる部分群を固定部分群と称する(付録B参照)。具体例を含め、詳細は4.3.3項で説明する。

4.3.2 モードの等価回路

次に、上記固定点の状態とユニタリ変換された回路行列がどういった関係にあるのかを調べる。固定点が開放または接地となっている場合、その状態のまま固定点で切り離しても、回路の動作には何ら変化は起こらないはずである。対称適合モードは、大きさが1になるよう規格化してあるので、各ポートに配分される信号はその何分の1かになっている。例えば、3ポートスター回路では $1/\sqrt{3}$ (式(4.2-10))、4ポートリング回路では $1/2$ (式(4.2-18))である。一方、分割した回路を単独で特性評価しようとするれば、インピーダンスであれば、 $1A$ を印加したとき何 V 生じるか、アドミタンスであれば、 $1V$ 印加したとき何 A 流れるか、 S パラメータであれば、 $1W^{1/2}$ 入射したとき、何 $W^{1/2}$ の反射・伝送波があるかを調べることになる。そのため、回路の特性を評価するための信号の大きさは、一般には、分割前後で異なっている。しかし、本理論では、電圧の変換と電流の変換を同一のものとした(条件C)ため、それらの比であるインピーダンスやアドミタンス、 S パラメータといった回路パラメータには影響が及ばない。また、線型な回路では、ポートでの励振を一斉に何倍かしても、固定点の状態は変わらず、開放ならば開放、接地ならば接地のままである。したがって、対称適合モードで励振した場合、その確定した状態のまま固定点を切り離した回路の一片が、ユニタリ変換された回路行列の対応する対角ブロックの回路表現になる。

2等分定理の場合、ユニタリ変換である even/odd モードが、鏡映面で開放/接地分離した回路の片方に相当しているのに対して、ユニタリ変換でないコモン/ディファレンシャルモードは、コモンモードが開放分離した回路の並列接続(インピーダンス換算で半分)、ディファレンシャルモードが接地分離した回路の直列接続(インピーダンス換算で2倍)となるのは、このことに起因している(2.4節参照)。ユニタリ変換でないとどうなるかについては、4.4.5項で改めて考察する。

図4.2-1(a)の例で検証する。3ポートスター回路の場合、既約表現 A が恒等表現である。したがって、そのモードで励振した場合、固定点につながっている同一軌道の3本の枝は開放分離される。そのことは、対称性をくずさないように固定点 P を3つに分ける(図4.2-1(b))とわかりやすい。点 P_a 、 P_b 、 P_c はモード A の下では等電位になるので、それらの間には電流が流れず、開放状態になる(図4.3-1(a))。一方、既約表現 E^{\pm} のモードでは、固定点に 120 度ずつ位相の異なる信号が集まる(既約表現 A に直交しているということ)ので、相殺されて接地状態になる(図4.3-1(b))。これらの図4.3-1のモードの等価回路は、確

かに式(4.2-13)や式(4.2-14)のユニタリ変換された回路行列の対角要素を表している。これで、3ポートスター回路は3等分された[4]。

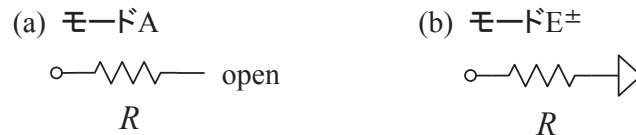


図 4.3-1 3ポートスター回路 (C_3 対称) のモードの等価回路

4.3.3 固定部分群による判定

(1) 固定部分群による剰余類分解

次に、節点を動かさない対称操作が、回路の群の一部である場合(固定部分群が回路の群と異なる場合)について考える。最初に例を挙げる。4ポートリング回路(図 4.2-2(b))は、モード A_1 が恒等表現なので、その場合は図 4.2-3(a)に示したように全ての中点が開放となる。しかし、中点 P_1 に着目すれば、モード A_1 だけでなくモード B_2 でも開放になる。同様に、中点 Q_1 はモード B_1 でも開放になる。このことは、単に恒等表現ということだけでは、判定できないことを示している。

3ポートスター回路(図 4.2-1(a))では、全ての対称操作で固定点 P が動かない(固定部分群が回路の群そのものである)ため、対称操作によるポートの移動先が、固定点 P の周りの対等な位置を占めていた。しかし、4ポートリング回路では、回路の分割点(P_1 や Q_1)にとって、全てのポートが対等というわけではない。中点 P_1 にとっては、ポート 1 とポート 2 は対等な位置となっている。同様にポート 3 とポート 4 も中点 P_1 に関して対等である。しかし、ポート 1 とポート 3、あるいはポート 2 とポート 4 は対等ではない。例えば、ポート 1 とポート 3 を同位相で励振しても、その影響は中点 P_1 には異なって伝わる。つまり、中点 P_1 にとって重要なのは、 P_1 を中心としたポートの配置状況、すなわち P_1 を動かさない対称操作である。回路の群の中で、ある節点を動かさない対称操作は、部分群となる。そのような部分群は固定部分群と呼ばれる。その用語を用いれば、中点(以下では固定点と言う) P_1 の状態を決めているのは、 P_1 の固定部分群ということになる^{*37}。

固定点 P_1 を動かさない対称操作は E と σ_x である。それは回路の群 C_{2v} の部分

³⁷ 固定部分群の重要性は、既に文献[23]で指摘されている。文献では、固有振動の数を数え上げるために用いた。

群(固定点 \mathbf{P}_1 に関する固定部分群)となっている. ポート1は対称操作 σ_x によってポート2に移動する. そして, もちろん, 対称操作 E では動かない. それらの移った先, ポート1とポート2が固定点 \mathbf{P}_1 の周りで対等な位置を占める. 一方, 残りの対称操作 σ_y と C_2 によって, ポート1はそれぞれ, ポート3とポート4に移るが, それらは固定点 \mathbf{P}_2 の周りで, 固定点 \mathbf{P}_1 に対するポート1とポート2に相当する位置になっている. そのことは,

$$\sigma_y = E \cdot \sigma_x, \quad (4.3-2)$$

$$C_2 = \sigma_x \cdot \sigma_y \quad (4.3-3)$$

と書いておくともっとはつきりする. この右辺に記されている対称操作の積は, 右側の対称操作に引き続いて, 左側の操作を行うことを表している. 例えば, 式(4.3-3)に従えば, ポート1は最初, σ_y によってポート3に移り, その後, σ_x によってポート4に移動することになる^{*38}.

固定点 \mathbf{P}_1 は対称操作 E と σ_x では動かないが, 対称操作 σ_y や C_2 によって別な固定点 \mathbf{P}_2 に移る. つまり, $\{\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2\}$ で軌道を形成し, それに対する固定部分群が $C_s = \{E, \sigma_x\}$ なのである^{*39}. 固定部分群 C_s によって C_{2v} を(右)剰余類分解すると,

$$C_{2v} = C_s \cup C_s \sigma_y \quad (4.3-4)$$

となる. この剰余類分解に即し, 上記のポートの移動を解釈すると次のようになる. 剰余類 C_s はポート1を固定点 \mathbf{P}_1 の周りに均等に配置する. 一方, 剰余類 $C_s \sigma_y$ はポート1をいったん固定点 \mathbf{P}_2 付近の相応な位置(この例ではポート3)に移し, その後, \mathbf{P}_2 の周りに均等に配置する. 固定点 \mathbf{P}_2 は \mathbf{P}_1 と同一軌道であるから, 回路の中で対等な位置を占めている. したがって, 固定点 \mathbf{P}_2 の周りに配置されたポートは, \mathbf{P}_2 に関して対等であると同時に, \mathbf{P}_1 に関して対等な位置となる.

以上のことを一般化すると, 次のようになる. 群 \mathbf{G} のある固定点に関する固定部分群を \mathbf{F} , 固定点を軌道内の別な点に移す対称操作の代表を g_p ($p = 0 \sim r-1$, $g_0 = E$) とすると, 群 \mathbf{G} は(右)剰余類分解を用いて,

$$\mathbf{G} = \mathbf{F} \cup \mathbf{F}g_1 \cup \mathbf{F}g_2 \cup \dots \cup \mathbf{F}g_{r-1} \quad (4.3-5)$$

と書ける. したがって, 群 \mathbf{G} の位数 $|\mathbf{G}|$ は, 固定部分群 \mathbf{F} の位数 $|\mathbf{F}|$ と固定点の軌道の長さ r の積に等しい ($|\mathbf{G}| = |\mathbf{F}|r$, 軌道-固定群定理). これらの各剰余類は, 対応する固定点の周りにポートを均等に配置する作用を持つ.

(2) 射影演算子の因数分解

³⁸ この場合は, 可換群なので, 積の順序で結果は変わらない. しかし, 以下では剰余類を考えるので, 順序にも注意しておく.

³⁹ C_s は正規部分群なので, \mathbf{P}_1 と \mathbf{P}_2 の状態は同じになる. そして, \mathbf{P}_1 につながっている枝と \mathbf{P}_2 につながっている枝はいずれも C_s の軌道となる.

次に、この剰余類分解を考慮し、射影演算子の構造を吟味する。式(4.2-7)の射影演算子の対称操作 g を、固定部分群 \mathbf{F} の対称操作 f と固定点を軌道内の別な点に移す対称操作の代表 g_p の積で表すと、

$$\begin{aligned} P_{ij}^{(\Gamma)} &= \sum_{g \in G} (D_{ij}^{(\Gamma)}(g)^* \cdot g) \\ &= \sum_{p=0}^{r-1} \sum_{f \in \mathbf{F}} (D_{ij}^{(\Gamma)}(fg_p)^* \cdot fg_p) = \sum_{k=1}^{d^{(\Gamma)}} \left(\sum_{f \in \mathbf{F}} D_{ik}^{(\Gamma)}(f)^* \cdot f \right) \left(\sum_{p=0}^{r-1} D_{kj}^{(\Gamma)}(g_p)^* \cdot g_p \right) \end{aligned} \quad (4.3-6)$$

のように、剰余類分解に即して因数分解できる(軌道と固定群に分離)。ただし、式の誘導の際、積の表現は表現の積になるということを用いた。既約表現が1次元の場合(式(4.2-8))は、

$$P^{(\Gamma)} = \sum_{g \in G} (\chi^{(\Gamma)}(g)^* \cdot g) = \left(\sum_{f \in \mathbf{F}} \chi^{(\Gamma)}(f)^* \cdot f \right) \left(\sum_{p=0}^{r-1} \chi^{(\Gamma)}(g_p)^* \cdot g_p \right) \quad (4.3-7)$$

と簡単になる。因数分解したことで、固定部分群に関する和がひとかたまりになった。そのため、励振ポートからの影響を、剰余類ごとにまとめて捉えることができる。これによると、

- ▶ 固定部分群の恒等表現の場合：剰余類ごとに同相励振
- ▶ 固定部分群の恒等表現以外の場合：剰余類ごとに恒等表現と直交

となるのだから、「固定点の状態は、固定部分群の既約表現で定まる」と言える。

4ポートリング回路の例(図4.2-2参照)で検証する。中点 \mathbf{P}_1 に関しては、 $\mathbf{C}_s = \{E, \sigma_x\}$ が固定部分群であるから、射影演算子は式(4.2-16)の右辺のように因数分解できる。この固定部分群の因子は、既約表現 \mathbf{A}_1 と \mathbf{B}_2 では、 $(E + \sigma_x)$ と同相励振のモードを生成するように、既約表現 \mathbf{A}_2 と \mathbf{B}_1 では、 $(E - \sigma_x)$ と逆相励振のモードを生成するようになっている。これは固定点 \mathbf{P}_1 の状態、「モード \mathbf{A}_1 と \mathbf{B}_2 が開放、モード \mathbf{A}_2 と \mathbf{B}_1 が接地」に対応している(図4.2-3)。一方、固定点 \mathbf{Q}_1 に関しては、 $\mathbf{C}_s = \{E, \sigma_y\}$ が固定部分群であるから、式(4.2-16)の固定部分群の因子 $(E \pm \sigma_y)$ が固定点の状態を定める。それによれば、固定点 \mathbf{Q}_1 の状態は、「モード \mathbf{A}_1 と \mathbf{B}_1 が $(E + \sigma_y)$ なので開放、モード \mathbf{A}_2 と \mathbf{B}_2 が $(E - \sigma_y)$ なので接地」と判定されるが、それは図4.2-3の結果と一致している。

4.3.4 判定条件

以上を整理すると、モードの等価回路を作成するための条件は次の2項目にまとめられる。

-
- ① 固定点の状態：回路図のある節点(固定点)を動かさない対称操作は、固

定部分群をなす。その固定点の状態は、対応する固定部分群の既約表現によって判別できる。

- ▶ 恒等表現の場合：固定点につながる枝が固定部分群の同一軌道ならば、枝どうしは開放状態になる。異なる軌道のものは切り離せない。
 - ▶ 恒等表現以外の場合：固定点は仮想接地になる。
- ② モードの等価回路：ユニタリ変換された回路行列の対角ブロックは、固定点を上記状態の下、分離した回路の一片に相当する。
-

この判定条件は2等分定理の一般化になっている。逆に、2等分定理をこの判定条件から翻訳すれば、以下のように表せる。

- ▶ 回路は C_s 対称であり、対称適合モードは A' (even モード, 恒等表現) と A'' (odd モード) の2種類となる(表 4.4-3 参照)。
- ▶ 鏡映面上にある節点は必ず固定点であり、それ以外の固定点はない。
- ▶ 固定部分群は、回路の群 C_s 自身である。
- ▶ 鏡映面上にあるポートや素子を除き、固定点につながる枝は、必ず同一軌道となる。したがって、恒等表現の場合 (even モード) は開放分離され、恒等表現でない場合 (odd モード) は接地分離される。
- ▶ even/odd モードのミックスモード回路行列の対角ブロックは、分離した回路の片方で表される。

2等分定理では必ず回路を分割できたが、対称性が高い場合は、良い位置に固定点がないとうまく分割できないこともある。これは相違点である。

4.4 判定条件適用に際しての諸注意

以上、群の表現を援用し、回路を分割するための判定条件を導出した。しかしその判定条件は、いわば骨格部分に相当し、実際の適用に際してはもう少し細かい点に注意が必要となる。本節では、それらの群論的あるいは電気回路的な注意点について検討する。

4.4.1 枝の軌道

4.3.1項で考察したように、固定点につながる枝を固定部分群による軌道で類別すると、同一軌道のものは対等な位置を占めるので、恒等表現に属するモー

ドで励振した場合、それらは等電位となり開放分離されるが、異なる軌道は一般には等電位にはならないので、切り離さない(それらの枝はつながったままである)。

そのことを例で示す。3ポートスター回路を上下に配置(それぞれの抵抗値は異なるとする)し、その中心どうしをつないだ回路を考える(図 4.4-1(a))。

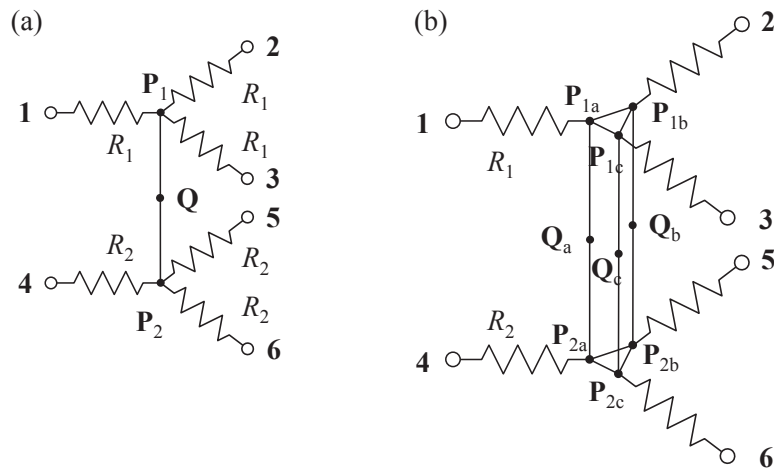


図 4.4-1 ダブル3ポートスター回路(C₃対称)

この6ポート回路も C₃ 対称性を持つ。その対称適合モード(2A ⊕ 2E⁺ ⊕ 2E⁻)の基底は、式(4.2-9)と同様な手続きで、

$$\text{モード A : } \mathbf{e}_{A1} = (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3) / \sqrt{3}, \quad \mathbf{e}_{A2} = (\mathbf{e}_4 + \mathbf{e}_5 + \mathbf{e}_6) / \sqrt{3}, \quad (4.4-1a)$$

$$\text{モード E}^+ : \mathbf{e}_{E^+1} = (\mathbf{e}_1 + \phi \mathbf{e}_2 + \phi^2 \mathbf{e}_3) / \sqrt{3}, \quad \mathbf{e}_{E^+2} = (\mathbf{e}_4 + \phi \mathbf{e}_5 + \phi^2 \mathbf{e}_6) / \sqrt{3}, \quad (4.4-1b)$$

$$\text{モード E}^- : \mathbf{e}_{E^-1} = (\mathbf{e}_1 + \phi^2 \mathbf{e}_2 + \phi \mathbf{e}_3) / \sqrt{3}, \quad \mathbf{e}_{E^-2} = (\mathbf{e}_4 + \phi^2 \mathbf{e}_5 + \phi \mathbf{e}_6) / \sqrt{3} \quad (4.4-1c)$$

と導ける。このモードに変換すると、ダブル3ポートスター回路のS行列、

$$\mathbf{S} = \frac{2}{3(R_A + 2)} \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{C} \\ \mathbf{C} & \mathbf{B} \end{bmatrix} \quad (4.4-2)$$

は、

$$\mathbf{S}' = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_A & & \\ & \mathbf{S}_{E^+} & \\ & & \mathbf{S}_{E^-} \end{bmatrix} \quad (4.4-3)$$

とブロック対角化される。ただし、

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & c & c \\ c & a & c \\ c & c & a \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b & d & d \\ d & b & d \\ d & d & b \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.4-4)$$

$$a = \frac{3\hat{R}_1(\hat{R}_A + 1) - \hat{R}_2 - 4}{2(\hat{R}_1 + 1)}, \quad b = \frac{3\hat{R}_2(\hat{R}_A + 1) - \hat{R}_1 - 4}{2(\hat{R}_2 + 1)}, \quad c = \frac{1}{d} = \frac{\hat{R}_2 + 1}{\hat{R}_1 + 1}, \quad (4.4-5)$$

$$\mathbf{S}_A = \frac{1}{\hat{R}_A + 2} \begin{bmatrix} \hat{R}_A & 2 \\ 2 & \hat{R}_A \end{bmatrix}, \quad (4.4-6)$$

$$\mathbf{S}_{E^+} = \mathbf{S}_{E^-} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}(R_1) & \\ & \mathbf{G}(R_2) \end{bmatrix}, \quad (4.4-7)$$

$$R_A = R_1 + R_2 \quad (4.4-8)$$

である(関数 \mathbf{G} の定義は式(A.1-46)参照). 恒等表現(A)は1つの2次行列で, 恒等表現以外(E^\pm)は4つの1次行列で構成されている. この恒等表現(2次行列)のように, 同一既約表現に複数のモードが属している場合は, 一般に完全な対角型にならず(ブロック対角にはなる)^{*40}. したがって伝送成分が生じる.

次に回路を分割する. 恒等表現でない場合は, 固定点 \mathbf{P}_1 と固定点 \mathbf{P}_2 は接地される(図4.4-2(b)). したがって, そのSパラメータは, 抵抗 R_1 または R_2 の反射係数になる. それが式(4.4-7)に相当する(表A.1-3の shunt-to-GND 参照). 恒等表現の場合は, 3ポートスター回路(図4.2-1(b))と同様に, 固定点 \mathbf{P}_1 , \mathbf{P}_2 を3つに分けると考えやすい(図4.4-1(b)). 分割した固定点どうしは等電位なので, それらは開放分離される. 一方, \mathbf{P}_1 と \mathbf{P}_2 は対称性という観点^{*41}だけから考えれば, その電位は等しくないので, 分離できない. そのため, モードの等価回路は, 図4.4-2(a)のように, 抵抗 R_1 と R_2 が直列につながった2ポートの series-thru 回路になる. それが式(4.4-6)に相当している(表A.1-3の series-thru 参照). 分離した際に, 対称適合モードの基底ベクトル \mathbf{e}_{A1} の中から1つ, そして, \mathbf{e}_{A2} の中からもう1つ残り, 2ポート回路を形成する.

⁴⁰ この例のE表現がそうであるように, 対角型になるときもある. また, そのままでは対角型になっていない場合でも, ブロック内で適当な線型結合をとって対角型にすることは可能である(4.4.4項(1)参照).

⁴¹ 固定点 \mathbf{P}_1 と固定点 \mathbf{P}_2 はつながっているので, 実際は等電位である. \mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2 間に微小な抵抗が存在していると考えてもよい. 一般に導体でつながっている2点はいつも等電位であるが, それらが切り離せるわけではない. 4.4.9項の一般点参照.

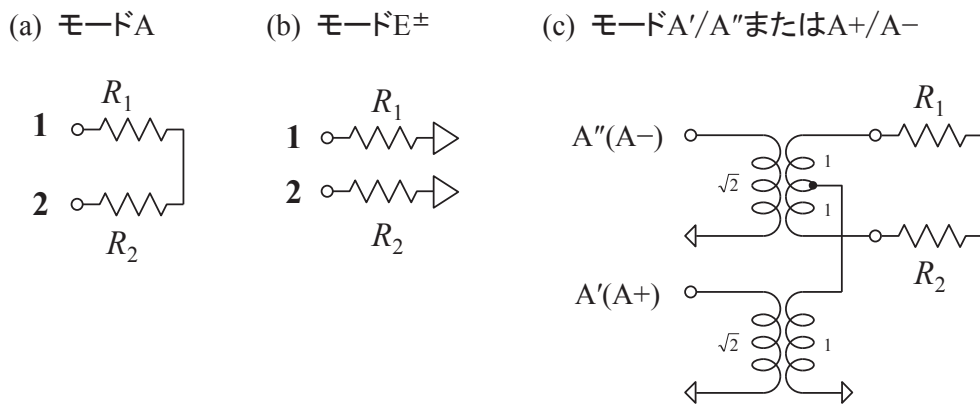


図 4.4-2 ダブル3ポートスター回路のモードの等価回路

この C_3 対称のダブル3ポートスター回路は、切り離せない枝があるということとともに、同一既約表現に複数モードが属している場合は、モードの等価回路も複数ポート回路になる(1ポート回路ではない)という例になっている。

4.4.2 適合関係

固定部分群での判定に際しては、適合関係に注意しなくてはならない。対称適合モードは、回路の群の既約表現に即しているので、固定部分群にとっては既約とは限らない。対称適合モードが1次元表現であれば、固定部分群においても1次元なので困ることはない(上記4ポートリング回路の例がそうである)。特に、恒等表現の対称適合モードであれば、固定部分群でも恒等表現になり、全ての固定点において同一軌道の枝は開放される。

問題は2次元以上の表現の場合である。対称適合モードを固定部分群の既約表現に分解したとき、全てが恒等表現で構成されているか、全てが恒等表現以外で構成されていれば問題ないが、両者が混ざっている場合は、一般には、対称性という観点からだけから固定点の状態を定めることはできない。しかし、同一既約表現内で適当な線型結合をとることにより、対称適合モードを固定部分群の既約表現に純化できれば、固定点の状態は確定する。その上で、モードの等価回路を導けばよい。その際、全てのモードを扱う必要はなく、一番やさしいものについてだけ考えればよい。多次元表現は縮退しているので、そこに属するモードは全て同じ特性となるからである。

また、多次元表現の場合には、式(4.3-6)の固定部分群に関する和をとる際、上記の適合関係と同様に、表現行列を固定部分群の既約表現に簡約したものとして考えていることを注意しておく。

例として、3ポートリング回路(図4.4-3(a))を考える。この回路の対称性は、

紙面に垂直な3重回転軸の他に、その軸を含む3つの鏡映面 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ を併せ持つ点群 C_{3v} である(表 4.4-1 参照).

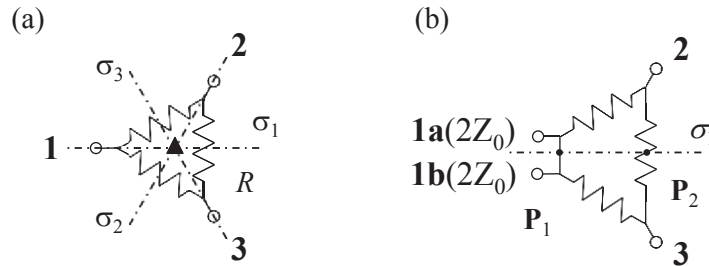


図 4.4-3 3ポートリング回路(C_{3v} 対称)

対称適合モード($A_1 \oplus E$)としては、 C_3 対称のときと同じもの(式(4.2-9)参照),

$$\text{モード } A_1 : \mathbf{e}_z = (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3) / \sqrt{3}, \quad (4.4-9a)$$

$$\text{モード } E : \mathbf{e}_+ = (\mathbf{e}_1 + \phi \mathbf{e}_2 + \phi^2 \mathbf{e}_3) / \sqrt{3}, \quad \mathbf{e}_- = (\mathbf{e}_1 + \phi^2 \mathbf{e}_2 + \phi \mathbf{e}_3) / \sqrt{3} \quad (4.4-9b)$$

をとることができる. ただし, この2次元表現 E の2つのモードは縮退しているので, それらの任意の線型結合でかまわない. 例えば, その和と差をとって,

$$\text{モード } E : \mathbf{e}_\alpha = (2\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_3 - \mathbf{e}_2) / \sqrt{6}, \quad \mathbf{e}_\beta = (\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3) / \sqrt{2} \quad (4.4-9c)$$

と実際にすることもできる. 後者のモードを使うと, 変換行列は,

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{3} & 2/\sqrt{6} & 0 \\ 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{6} & -1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \quad (4.4-10)$$

となる. これは3相交流で用いられる Clarke 変換である[24]-[26]. 図 4.4-4 は, そのモードを視覚的に(矢印で)表したものである. これらのモードに変換すると, 3ポートリング回路の S 行列,

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\hat{R}+3} \begin{bmatrix} \hat{R}-1 & 2 & 2 \\ 2 & \hat{R}-1 & 2 \\ 2 & 2 & \hat{R}-1 \end{bmatrix} \quad (4.4-11)$$

は,

$$\mathbf{S}' = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & G(R/3) & \\ & & G(R/3) \end{bmatrix} \quad (4.4-12)$$

と対角化される(関数 G の定義は式(A.1-46)参照). 予想通り, E 表現は縮退している. したがって, もし, 式(4.4-9b)のモードの方を選択していたとしても, 結果(式(4.4-12))は変わらない. 別な方法として, デルタ-スター変換して3ポ

一トスター回路に直してから求めるということも可能である(式(4.2-12)や式(4.2-14)で $R \rightarrow R/3$ とする)が、もちろん同じ結果が得られる。

表 4.4-1 点群 C_{3v} の指標表 (右 2 列は適合関係を示す)

C_{3v}		E	$2C_3$	$3\sigma_v$	$\downarrow C_3$	$\downarrow C_s$
A_1	Γ_1	1	1	1	A	A'
A_2	Γ_2	1	1	-1	A	A''
E	Γ_3	2	-1	0	E	A'⊕A''

次に回路を分割する。この回路は鏡映面が抵抗器の中点を通っているので、そこが固定点となる。そこで、回路を図 4.4-3(b)のように変形しておく^{*42}。固定点 P_1 、 P_2 の固定部分群は、 $C_s = \{E, \sigma_1\}$ であるから^{*43}、その適合関係は、

$$A_1 \downarrow C_s = A', \quad (4.4-13)$$

$$E \downarrow C_s = A' \oplus A'' \quad (4.4-14)$$

となる(点群 C_s の指標表は表 4.4-3 参照)。したがって、モード A_1 は固定部分群の恒等表現であり、抵抗器の中点は開放される。同様の考察を 3 つの鏡映面で行えば、全ての抵抗器の中点が開放となることがわかる。その等価回路を図 4.4-4(a) の破線内に示す。

一方、モード E の適合関係は、恒等表現とそれ以外の表現が混ざっていることを示している。そのため、中点の状態は単純ではない。実際、式(4.4-9b)のモードであれば、中点は開放でも接地でもない。それに対して、式(4.4-9c)のモードは、モード E_α が A' 、モード E_β が A'' と固定部分群の既約表現になっている^{*44}ので、固定点 P_1 と固定点 P_2 は、

- ▶ モード E_α : 開放(図 4.4-4(b) の破線内),
- ▶ モード E_β : 接地(図 4.4-4(c) の破線内)

と分離できる^{*45}。モード E_β の方は、ポート 1a が直接接地(したがって無効)となるので、その等価回路は 1 ポート回路に還元される(図 4.4-4(c) の破線内の右

⁴² ポートの分割に関しては 4.4.6 項参照。しかし、ここでは分割したポートは使わないので気にしないでよい。

⁴³ 3 つの抵抗器の中点は、回路の群の軌道をなしているため、それらの固定部分群は互いに共役な部分群になっている。しかし、自己共役(すなわち、正規部分群)ではないので、3 つの中点の状態は一般には異なる。この例の場合、他の抵抗器の中点は、モード E では開放でも接地でもない。一方、モード A_1 のときは、本文にも書いたように 3 つとも同じ状態になる(だから、異なるとは限らない)。

⁴⁴ 今回の例では最初から C_s の既約表現となるモードが見つかっているが、もし、そうでなくても、射影演算子を用いて、任意の対称適合モードから作り出すことは可能である。

⁴⁵ 式(4.4-9c)は、鏡映面 σ_1 上にある抵抗器の中点を分離するようなモードであったが、同

図参照). 一方, モード E_α は解釈が難しい. しかし, その特性は求まらなくてもかまわない. なぜならば, 両モードは縮退しているため, 同じ特性になるはずであり, そして, モード E_β の方が既に解けているからである.

以上の手続きで得られたモードの等価回路(図 4.4-4 の破線内)は, 確かに式(4.4-12)の対角要素を表している.

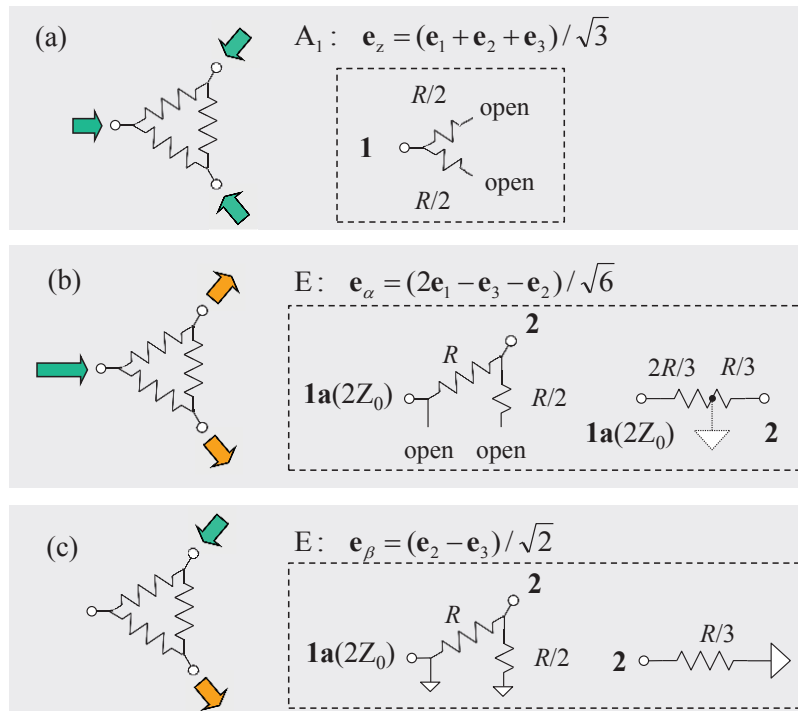


図 4.4-4 3ポートリング回路の対称適合モードとそのモードの等価回路(破線内)

4.4.3 同一既約表現内の線型結合

(1) 回路の群

同一既約表現に属する対称適合モードは, 対称性という観点だけから言えば, 任意の線型結合が許される. しかし, 回路を分割する際, 結合のとり方によっては, モードの等価回路が簡単にならない場合があるので, 注意を要する.

例を挙げる. ダブル3ポートスター回路(図 4.4-1)は, C_3 対称のモードでは, 恒等表現に式(4.4-1a)の2つのモードが存在するため, モードの等価回路は2ポート回路となる. この場合は, 分割した回路に各モードから1つずつポートが割り当てられ, 図 4.4-2(a)の series-thru 回路が得られる. 式(4.4-1a)の2つのモードは, 同一既約表現に属しているため, 対称性という観点からはそれら

じ中点でも他の鏡映面上にある中点は, そのモードでは分離できない.

の線型結合でもかまわない。例えば，和と差をとり，

$$\text{モード A : } \mathbf{e}_{A+} = (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_4 + \mathbf{e}_5 + \mathbf{e}_6) / \sqrt{6}, \quad (4.4-15a)$$

$$\text{モード A : } \mathbf{e}_{A-} = (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3 - \mathbf{e}_4 - \mathbf{e}_5 - \mathbf{e}_6) / \sqrt{6} \quad (4.4-15b)$$

とすることも可能である。このようにしても，恒等表現のように振る舞う(全ての対称操作でモードが変わらない)ことは自明である。しかし，これらのモードの場合，分割した回路に，ポートが重複して割り当てられる(例えば，式(4.4-15a)にも式(4.4-15b)にもポート1に関与する基底ベクトルがある)ので，モードの等価回路は，単純ではない。具体的に言えば，この例では和と差をとったので，図4.4-2(a)の両ポートに even/odd モードに変換するハイブリッドトランス(図2.3-3)を挿入したものと表現できる(図4.4-2(c))。

以上見たように，対称適合モードの線型結合は，一般に，分割した回路にさらに線型変換を施したような形で表される。したがって，簡単化のためには，そうならないよううまく線型結合をとるのがコツである。

(2) 固定部分群

対称適合モードとしても同一既約表現に属し，かつ固定部分群にとっても同一既約表現であるようなモードは，線型結合によって，次のような事態が起こりうる。恒等表現以外の場合は，固定点は接地されるので，それらの線型結合をとっても，接地されることに変わりはない。しかし，恒等表現の場合は，接地にならないモードどうしが，線型結合によってちょうど相殺されて接地状態になるということも起こりうる。そのため，固定点の状態は，実際は接地状態なのに，そうでない(開放状態または分離しない)と判定されることになる。このことは単独で考えるとおかしいが，同一既約表現に複数モードが属している場合は，それら全体で特性を表現しているのであり，最終的な等価回路は正しくなる。

4.4.4項(1)の， C_{3h} 対称なのに C_3 対称として扱ったダブル3ポートスター回路の節点 Q はその例である。線型結合をとったとき，分離していないはずの節点 Q が，偶然，接地状態になる。

4.4.4 低い対称性の使用

判定条件の適用に際しては，十分高い対称性を用いる必要がある。低い対称性，すなわち部分群を使った場合には，以下に示すように回路規模が小さくならないという現象が起こりうる。

(1) 回路の群

低い対称性(部分群)で作った対称適合モードだと、本来分離できるはずの節点が、分離しないということがありえる。これは回路規模が十分小さくならないということの意味している(それだけの害ではある)。逆に、同一既約表現に属しているモードをうまく線型結合すれば、高い対称性のものになるときもあるので、知らずに低い対称性を用いた場合、偶然、対象外の節点が分離しているという現象も起こりうる。

ダブル3ポートスター回路(図4.4-1)を例に説明を加える。抵抗 R_1 と R_2 が等しい場合($R_1 = R_2 = R$)、上下に鏡映対称となるので、回路の対称性も C_{3h} に昇格する($C_{3h} = C_3 \times C_s$)。表4.4-2の指標表を参照すると、この6ポート回路の対称適合モード($A' \oplus E'^+ \oplus E'^- \oplus A'' \oplus E''^+ \oplus E''^-$)として、

$$\text{モード } A' : \mathbf{e}_{A'} = (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_4 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_5 + \mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_6) / \sqrt{6}, \quad (4.4-16a)$$

$$\text{モード } E'^+ : \mathbf{e}_{E'^+} = (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_4 + \phi(\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_5) + \phi^2(\mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_6)) / \sqrt{6}, \quad (4.4-16b)$$

$$\text{モード } E'^- : \mathbf{e}_{E'^-} = (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_4 + \phi^2(\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_5) + \phi(\mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_6)) / \sqrt{6}, \quad (4.4-16c)$$

$$\text{モード } A'' : \mathbf{e}_{A''} = (\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_4 + \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_5 + \mathbf{e}_3 - \mathbf{e}_6) / \sqrt{6}, \quad (4.4-16d)$$

$$\text{モード } E''^+ : \mathbf{e}_{E''^+} = (\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_4 + \phi(\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_5) + \phi^2(\mathbf{e}_3 - \mathbf{e}_6)) / \sqrt{6}, \quad (4.4-16e)$$

$$\text{モード } E''^- : \mathbf{e}_{E''^-} = (\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_4 + \phi^2(\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_5) + \phi(\mathbf{e}_3 - \mathbf{e}_6)) / \sqrt{6} \quad (4.4-16f)$$

といった基底が得られる。したがって、変換行列は、

$$\mathbf{U} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & -\mathbf{I} \end{bmatrix} \otimes \Phi \quad (4.4-17)$$

となる。ただし、 \otimes はクロネッカー積を表す記号、

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \phi & \phi^2 \\ 1 & \phi^2 & \phi \end{bmatrix} \quad (4.4-18)$$

である。このモードに変換すると、ダブル3ポートスター回路(6ポートスター回路とも言える)のS行列、

$$\mathbf{S} = \frac{1}{3(\hat{R}+1)} \begin{bmatrix} 3\hat{R}-2 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 3\hat{R}-2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 3\hat{R}-2 \end{bmatrix} \quad (4.4-19)$$

は、式(4.4-3)とは異なり、

$$\mathbf{S}' = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & G(R) & & & & \\ & & G(R) & & & \\ & & & G(R) & & \\ & & & & G(R) & \\ & & & & & G(R) \end{bmatrix} \quad (4.4-20)$$

と完全に対角化される(関数 G の定義は式(A. 1-46)参照).

表 4. 4-2 点群 C_{3h} の指標表 (右 2 列は適合関係を示す)

C_{3h}	E	C_3	C_3^2	σ_h	S_3	S_3^5	$\downarrow C_3$	$\downarrow C_s$
$A' \Gamma_1$	1	1	1	1	1	1	A	A'
$E'^+ \Gamma_4$	1	ϕ	ϕ^2	1	ϕ	ϕ^2	E	$2A'$
$E'^- \Gamma_3$	1	ϕ^2	ϕ	1	ϕ^2	ϕ		
$A'' \Gamma_2$	1	1	1	-1	-1	-1	A	A''
$E''^+ \Gamma_6$	1	ϕ	ϕ^2	-1	$-\phi$	$-\phi^2$	E	$2A''$
$E''^- \Gamma_5$	1	ϕ^2	ϕ	-1	$-\phi^2$	$-\phi$		

$$\phi = \exp(-j2\pi/3) = -(1+j\sqrt{3})/2$$

次に回路を分割する. この場合は, 節点 P_1, P_2 の他に, 節点 Q も固定点となる. その固定部分群は, 固定点 P_1, P_2 が C_3 で, 固定点 Q が回路の群 C_{3h} 自身である. モード A' は C_{3h} の恒等表現なので, 固定点 P_1, P_2, Q につながっている枝はいずれも開放となる. なぜならば, 回路が C_3 対称のときは, 固定点 Q につながっている 2 つの枝は別な軌道であったが, C_{3h} 対称では同じ軌道になるからである. したがって, モードの等価回路は図 4. 3-1(a) で表される. それに対して, モード A'' は C_{3h} では恒等表現ではないが, 固定部分群 C_3 では恒等表現となる. そのため, 固定点 P_1, P_2 は開放であるが, 固定点 Q は接地となる. 図 4. 4-1(b) を参考にそれらの固定点を分離すれば, モードの等価回路は図 4. 3-1(b) となることがわかる. その他のモード (E'^{\pm}, E''^{\pm}) では, 固定点 P_1, P_2, Q はいずれも接地となるので, モードの等価回路は同じく図 4. 3-1(b) となる. これで, 全ての等価回路が 1 ポート回路で与えられた. それらは, 式(4. 4-20)を再現している.

もし, $R_1 = R_2$ であるにも関わらず, 低い対称性 C_3 として扱ったならば, 4. 4. 1 項で解析したように, 節点 Q は分離しない. そのため, 完全な対角型にはならず, ブロックとして残る. また, そのときのモードを式(4. 4-1)ではなく, その線型結合をとり式(4. 4-16)のようにすれば, 節点 Q が偶然, 切り離されることになる. それは, 式(4. 4-1)を even/odd モードに変換したことに相当するので, 等価回路としては図 4. 4-2(c) のようになる. したがって, 恒等表現(モード A' と A'' に相当)の場合, 図 4. 4-2(a) の series-thru 回路の midpoint (抵抗 R_1 と R_2 の接続点) が新たな固定点となり, 開放または接地の上, 2 分割される. それが, それぞれ図 4. 3-1(a), (b) に該当する.

(2) 固定部分群

一方, 固定部分群として低いもの(固定部分群のさらに部分群)を用いた場合

には、「本当は接地状態なのに、『開放状態』または『分離しない』」とか、「本当は開放状態なのに、『分離しない』」といった判定がなされてしまうことがある。その原因の一つは、4.4.4項(1)同様、対称性の低下に伴い、固定点につながっている枝の軌道も小さくなってしまい、分離しないと判定されてしまうことにある。またもう一つは、4.4.3項(2)で述べたように、線型結合によって、恒等表現なのに、接地状態となることがありえるからである。高い対称性で恒等表現だったものは低い対称性(部分群)でも恒等表現であるが、その逆は成り立たない。すなわち、高い対称性で恒等表現以外のものでも、対称性を下げると、適合関係により、恒等表現になったり、恒等表現が含まれたりする。そのため、それらの線型結合をとることで、恒等表現の中に、接地状態を生じさせることが可能なのである。しかし、いずれの場合も、想定される次元数よりも回路規模が小さくならないといったことであり、間違いとまでは言えない。

例を挙げる。 $R_1 = R_2$ のダブル3ポートスター回路における固定点 Q の状態は、もし、固定部分群として C_3 を用いたならば、次のようになる。モード A' やモード A'' の適合関係は、表4.4-2に示したように、

$$A' \downarrow C_3 = A'' \downarrow C_3 = A \quad (4.4-21)$$

であるから、両モードともに恒等表現となる。そのため、固定点 Q は分離しない(固定点につながっている枝は別軌道なので)。固定部分群が C_{3h} であったならば、モード A' は開放、モード A'' は接地と判定されるのであるから、いずれも当たっていない。固定点 Q が分離しないのであるから、分割された回路は図4.4-2(a)のseries-thru回路のようになる。モードは1次元表現なので、本来は1ポート回路であるはずなのだが、2ポート回路になってしまっている。しかし、4.4.4項(1)で述べたように、ポートの割り当てを考慮すると、モードの等価回路はそのeven/oddモードに変換したものになるので、実質的には中点で切れているのである。なお、その他のモード(モード E^{\pm} , E''^{\pm})は、

$$E^{\pm} \downarrow C_3 = E''^{\pm} \downarrow C_3 = E \quad (4.4-22)$$

なので大丈夫である。

4.4.5 非ユニタリ変換の例

変換がユニタリであれば、モードの回路行列の対角ブロックは、分割した回路の一片に相当する。それでは、ユニタリでなければどうなるのか、いくつかの例を挙げる。

(1) 鏡映対称 (C_s 対称)

最初に、鏡映対称の場合について考える。鏡映対称な回路の対称適合モード

は、even/odd モード(表 4.4-3 参照)なので、そのモードの回路行列の対角ブロックは、2等分した回路で表現できる(2等分定理)。しかし、コモン/ディファレンシャルモードはユニタリではないので、分割した回路にはならない(2.4節参照)。そのことを一般化する。

以下では、電圧、電流の変換が、

$$\mathbf{T}_V = \Theta \mathbf{D}_V, \quad (4.4-23a)$$

$$\mathbf{T}_I = \Theta \mathbf{D}_I \quad (4.4-23b)$$

という形になっている場合を考察する。ただし、 \mathbf{D}_V と \mathbf{D}_I は、 $\sqrt{2}$ または $1/\sqrt{2}$ を対角要素に持つ対角行列とする。各対角要素を独立に選べるとすると、全部で、 $2^4 = 16$ 通りの組み合わせがあることになる。それらの内、電力を保存する(条件B)ものは、

$$\mathbf{D}_I = \mathbf{D}_V^{-1} \quad (4.4-24)$$

の、 $2^2 = 4$ 通り(\mathbf{D}_V を定めると自動的に \mathbf{D}_I も決まってしまうので)、定インピーダンスとなる(条件C)ものは、

$$\mathbf{D}_I = \mathbf{D}_V \quad (4.4-25)$$

の、同じく $2^2 = 4$ 通りであり、残りの8通りは両方非保存となる。両方保存するのはユニタリ変換であるから、この16通りの中には含まれていない。したがって、条件Bを満たすものは条件Cを満足しないし、その逆も真である。

いくつかの例を挙げる。最初に、

$$\mathbf{D}_V = \mathbf{D}_I = \sqrt{2}\mathbf{I} \quad (4.4-26)$$

の場合を考える。このとき、

$$\mathbf{T}_V = \mathbf{T}_I = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \sqrt{2}\Theta \quad (4.4-27)$$

となり(文献[27]-[29]ではこのモードを採用している)、条件Bが満たされない。つまり、

$$\mathbf{T}_I^* \mathbf{T}_V = 2\mathbf{I} \quad (4.4-28)$$

なので、モードの電圧、電流で求めると電力が半減してしまう。電力を計算する必要がないか、もしくは「モードで電力を計算するときは、2倍する必要がある」ということを認識しておけば、それで使えるが、いずれにしても、慎重な運用を要する。この場合のモードの特性を、あえて等価回路で表現すると、電圧、電流ともに $1/\sqrt{2}$ にするような非可逆減衰器(逆方向には増幅器になる)を接続した形となる。図 2.4-1 の2ポート回路に適用した例を図 4.4-5 に示す。電力が保存しないので、変換回路を無損失で構成することはできない。この問題は、通常対称座標法(式(4.4-34)および図 4.4-7 参照)と共通している。

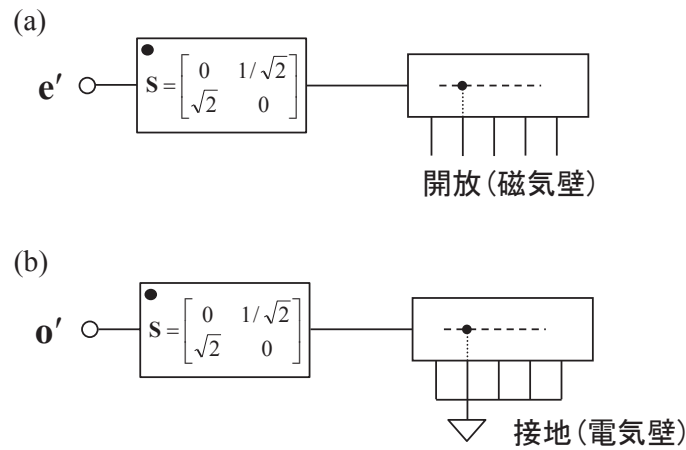


図 4.4-5 電力保存条件(条件B)を満たさない変換の場合の等価回路 (変換回路は黒丸がポート1側を示す)

次に、電圧と電流で変換が異なるものを考える。例えば、対角行列を、

$$\mathbf{D}_V = \mathbf{D}_I^{-1} = \sqrt{2}\mathbf{I} \tag{4.4-29}$$

と選べば、変換行列は、

$$\mathbf{T}_V = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \sqrt{2}\mathbf{\Theta}, \quad \mathbf{T}_I = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \frac{\mathbf{\Theta}}{\sqrt{2}} \tag{4.4-30}$$

となる。この場合は、条件Bは成立するが、条件Cが成り立たない。その比率は、インピーダンス換算で1/2なので、even/oddモードの等価回路をいずれも並列接続したもので表現することができる(図4.4-6)。

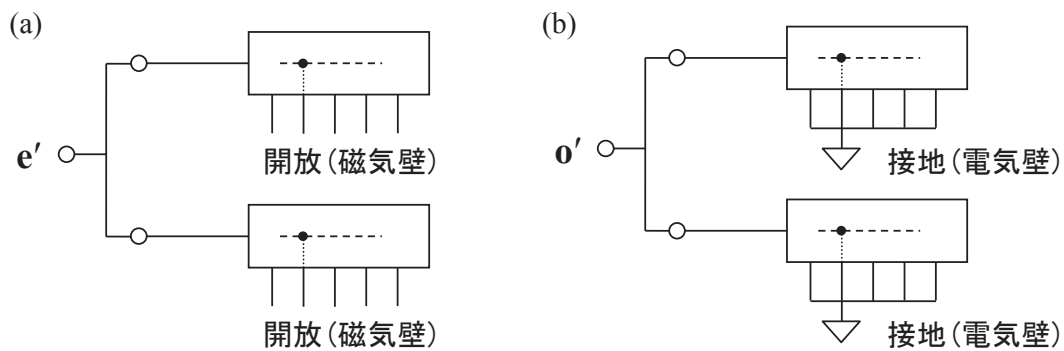


図 4.4-6 定インピーダンス条件(条件C)を満たさない変換の場合の等価回路

この場合は、oddモード系に対しても並列であったあったが、それを直列にするためには、

$$\mathbf{D}_V = \mathbf{D}_I^{-1} = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \\ & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \tag{4.4-31}$$

に変えればよい。すると、変換行列は、

$$\mathbf{T}_V = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 \\ 1 & -1/2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_I = \begin{bmatrix} 1/2 & 1 \\ 1/2 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.4-32)$$

となる。これは、いわゆるコモン/ディファレンシャルモードであり、16通りの中で最も自然なものと言える。この場合も、 \mathbf{T}_V と \mathbf{T}_I は等しくないので、条件Cは満たされていない。式(4.4-23)の変換は、条件Aが最初から満たされているので、条件Bさえ満足すれば、モードごとに特性インピーダンスを有することになる[19]が、実際、コモン/ディファレンシャルモードのミックスモードS行列は、値そのものはeven/oddモードのときと同じであるが、その基準インピーダンスは、 \mathbf{D}_V^{-2} 倍、すなわち、コモンモードが半分で、ディファレンシャルモードが2倍になっている。それは等価回路がそれぞれ並列および直列で表されることと合致している(図2.4-3)。

以上の例では、条件Bまたは条件Cのいずれか一方は成立していた。両方成り立たない例を得たければ、 \mathbf{D}_V を適当に定めた後、式(4.4-24)でも、式(4.4-25)でもないような \mathbf{D}_I にすればよい。なお、条件Aをも満たさない場合は、正則行列でないということであるから、式(4.4-23)の枠をはずし、例えば、

$$\mathbf{T}_V = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{や} \quad \mathbf{T}_V = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \quad (4.4-33)$$

のようなランク落ちした変換行列が相当している。そのような一般の変換に対する変換回路や等価回路については、今後の課題である。

(2) \mathbf{C}_3 対称

次に、 \mathbf{C}_3 対称の場合を考える。ここでは3相フィルタを例に考察する。まずは、対称座標法を振り返る。Fortescue変換(対称座標法)は、多くの場合、

$$\mathbf{T}_V = \mathbf{T}_I = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \phi & \phi^2 \\ 1 & \phi^2 & \phi \end{bmatrix} = \sqrt{3}\mathbf{\Phi} \quad (4.4-34)$$

と定義されている[8]-[12]。すなわち、式(3.2-2)にかかっていた規格化係数の $1/\sqrt{3}$ が省かれているのである^{*46}。ただ、その分、逆変換には、

$$\mathbf{T}_V^{-1} = \mathbf{T}_I^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \phi & \phi^2 \\ 1 & \phi^2 & \phi \end{bmatrix}^* = \frac{\mathbf{\Phi}^*}{\sqrt{3}} \quad (4.4-35)$$

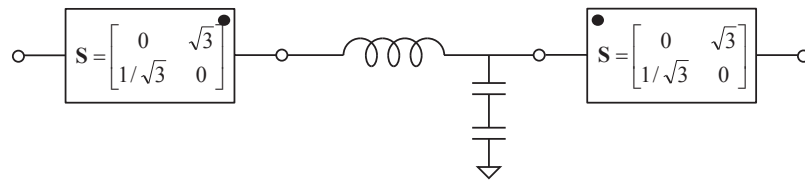
といったように、 $1/3$ という係数が表れる。また、そのことによって、条件Bを満たさなくなる。すなわち、変換行列の積が、

⁴⁶ 文献[13]では、本論文と同様に、規格化したFortescue変換が用いられている。

$$\mathbf{T}_I^* \mathbf{T}_V = 3\mathbf{I} \quad (4.4-36)$$

となり，モードの電圧，電流で求めると電力が1/3になってしまう（鏡映対称のときの式(4.4-28)と同じ状況）．一方，条件Cは成り立っているので，インピーダンスは変換前後で変わらない．したがって，等価回路としては，電圧，電流ともに $1/\sqrt{3}$ にするような非可逆減衰器（逆方向には増幅器になる）を接続した形となる．図3.2-1の3相フィルタに適用した例を図4.4-7に示す．電力が保存しないので，変換回路を無損失で構成することはできない．

(a) 零相系



(b) 正相/逆相系

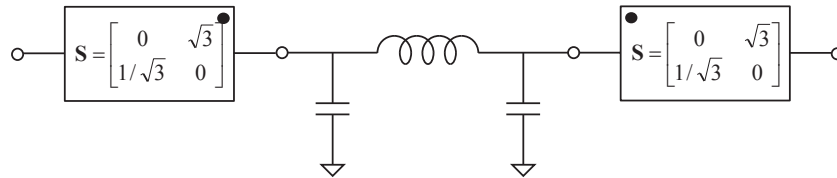


図4.4-7 電力保存条件(条件B)を満たさない変換の場合の等価回路（変換回路は黒丸がポート1側を示す）

この問題は，電圧の変換と電流の変換を異なるものにすれば，解消可能である．例えば，

$$\mathbf{T}_V = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \phi & \phi^2 \\ 1 & \phi^2 & \phi \end{bmatrix} = \sqrt{3}\mathbf{\Phi}, \quad \mathbf{T}_I = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \phi & \phi^2 \\ 1 & \phi^2 & \phi \end{bmatrix} = \frac{\mathbf{\Phi}}{\sqrt{3}} \quad (4.4-37)$$

とすれば，電力は保存されるようになる（条件Bは満たす）．しかし，今度は条件Cが成り立たなくなり，インピーダンスが崩れてしまう（鏡映対称のときの式(4.4-30)と同じ状況）．この場合は，電圧が $\sqrt{3}$ 倍で，電流が $1/\sqrt{3}$ なので，それら比を取り，零相/正相/逆相はインピーダンス換算で，1/3に縮む．つまり，等価回路としては，図3.5-3を3つ並列接続したようなものになる（図4.4-8）．この零相系の等価回路は図3.2-1の3つの入出力端子をそれぞれ並列接続したもので，すなわち Asymmetrical モード（図3.4-2）と一致する．

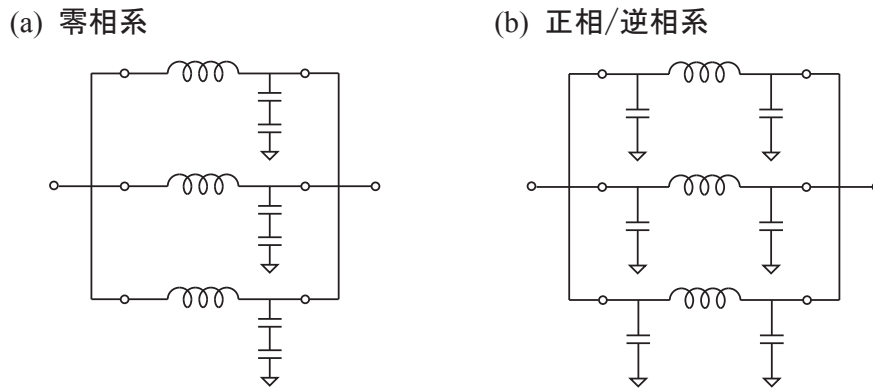


図 4.4-8 定インピーダンス条件(条件 C)を満たさない変換の場合の等価回路

4.4.6 素子/ポートの分割

対称面あるいは対称軸上に素子やポートが存在している回路(図 4.4-9(a))は、そのままでは判定条件を適用できない。そのような場合は、適当な個数の並列接続⁴⁷に分割すれば良い。その際、 m 分割したとすれば、各素子のインピーダンスやポートの基準インピーダンスは m 倍しなくてはならない(図 4.4-9(b))。

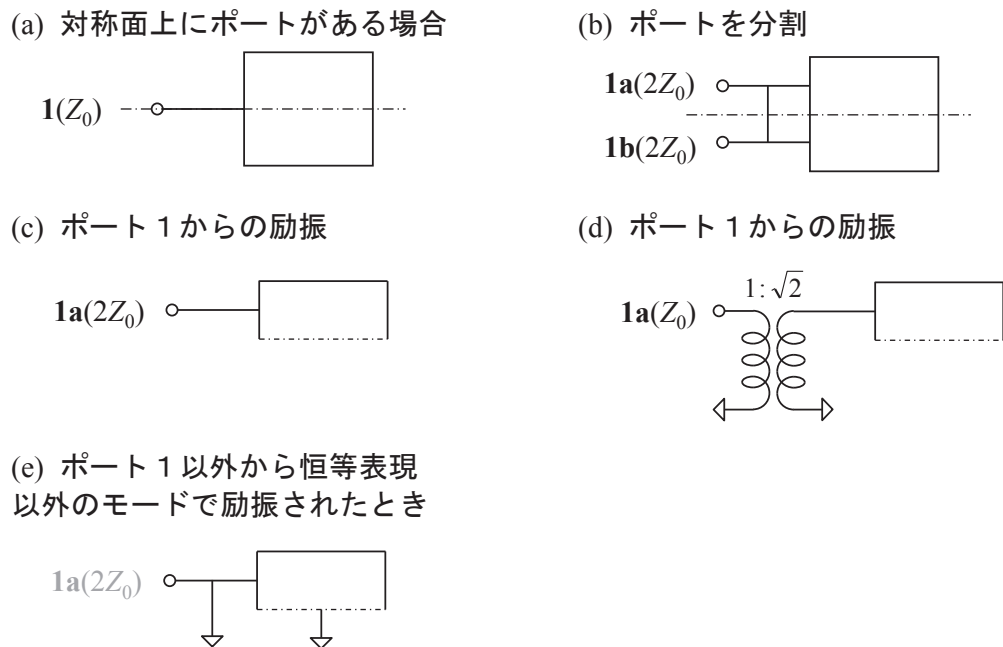


図 4.4-9 ポートの分割 (括弧内はポートの基準インピーダンスを表す)

⁴⁷ 対称面あるいは対称軸(2 回回転軸)が素子を横切っているときは、直列に分割すれば良い(各素子値は 2 倍となる)。図 4.2-2(b)はその例である。

素子の並列分割は、特に問題ないであろう。3相フィルタの等価回路を求めるときに既に用いた(C_Y や M を3分割した(図3.5-1(c), 図3.5-2(c)参照)). そこで、以下ではポートの分割について考える。

分割したポートから励振する場合は、それらを同相励振するものとする(元々、一つのポートであったのだから)。したがって、分割したポートどうしは全てが開放分離され、その一つがモードの等価回路に寄与する(図4.4-9(c)). S行列の計算に際しては、その m 倍した基準インピーダンス(mZ_0)を適用する。あるいは、元の基準インピーダンスのままで済ませたいならば、 $1:\sqrt{m}$ の理想トランスを挿入すればよい(図4.4-9(d)). Z行列やY行列の計算は、その理想トランスを挿入した回路で行う。

一方、それ以外のポートから励振する場合は、対称面あるいは対称軸上にポートがあったのだから、そのモードが、分割したポートの固定部分群の恒等表現でないならば、そのポートは接地状態となり、モードの等価回路には寄与しない(図4.4-9(e)).

(1) 3ポートスター回路の例

図4.4-10(a)の3ポートスター回路で検証する。図4.2-1と同じ回路であるが、素子値が均一でないため、 C_S 対称となっている。

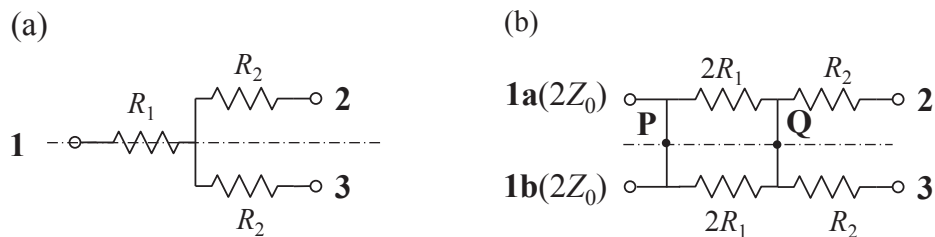


図4.4-10 3ポートスター回路(C_S 対称)

点群 $C_S = \{E, \sigma\}$ はいわゆる鏡映対称であるから、この例は2等分定理の範疇である。表4.4-3の指標表を参照すると、その対称適合モード($2A' \oplus A''$)として、

$$\text{モード } A' (\text{even}) : \mathbf{e}_1 (\text{変換無し}), \quad \mathbf{e}_e = (\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3) / \sqrt{2}, \quad (4.4-38a)$$

$$\text{モード } A'' (\text{odd}) : \mathbf{e}_o = (\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3) / \sqrt{2} \quad (4.4-38b)$$

が得られる。したがって、変換行列は、

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{\Theta} \end{bmatrix} \quad (4.4-39)$$

と表される[30], [31]。このモードに変換すると、3ポートスター回路のS行列、

$$\mathbf{S} = \frac{1}{(\hat{R}_{A'}+3)(\hat{R}_2+1)} \begin{bmatrix} (\hat{R}_{A'}-1)(\hat{R}_2+1) & 2(\hat{R}_2+1) & 2(\hat{R}_2+1) \\ 2(\hat{R}_2+1) & \hat{R}_2(\hat{R}_{A'}+2)-1 & 2(\hat{R}_1+1) \\ 2(\hat{R}_2+1) & 2(\hat{R}_1+1) & \hat{R}_2(\hat{R}_{A'}+2)-1 \end{bmatrix} \quad (4.4-40)$$

は,

$$\mathbf{S}' = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{A'} \\ \Gamma_{A'} \end{bmatrix} \quad (4.4-41)$$

とブロック対角化される. ただし,

$$\mathbf{S}_{A'} = \frac{1}{\hat{R}_{A'}+3} \begin{bmatrix} \hat{R}_{A'}-1 & 2\sqrt{2} \\ 2\sqrt{2} & \hat{R}_{A'}+1 \end{bmatrix} \quad (4.4-42)$$

$$\Gamma_{A'} = G(R_2) \quad (4.4-43)$$

$$R_{A'} = 2R_1 + R_2 \quad (4.4-44)$$

である(関数 G の定義は式(A.1-46)参照). モード A' (恒等表現)は2次行列, モード A'' は1次行列で構成されている.

表 4.4-3 点群 C_s の指標表

$C_s = C_{1h}$		E	σ
A'	Γ_1	1	1
A''	Γ_2	1	-1

次に回路を分割する. 対称面上にポート1と抵抗 R_1 があるので, それらを並列に分割し, 図 4.4-10(b)のように表しておく. この図では, 節点 P と節点 Q が固定点で, その固定部分群は C_s 自身となる. 2等分定理より, 固定点はモード A' では開放(図 4.4-11(a)), モード A'' では接地(図 4.4-11(c))となる. 図 4.4-11(c)では固定点が接地されているので, ポート1aと抵抗 $2R_1$ は無効である. すると, 1ポート回路に還元され, その反射係数は式(4.4-43)のようになる. 一方, 図 4.4-11(a)は, 予想通り2ポート回路である. しかし, ポート1aの基準インピーダンスが2倍なので, 単純には計算できない. そこで, 最初, 基準インピーダンスが両ポートで等しい場合の S 行列を求め, その後, ポート1aの基準インピーダンスを変更する. 同一の基準インピーダンス (Z_0) であれば, 単純な series-thru 回路なので, その S 行列は,

$$\mathbf{S}'_{A'} = \frac{1}{\hat{R}_{A'}+2} \begin{bmatrix} \hat{R}_{A'} & 2 \\ 2 & \hat{R}_{A'} \end{bmatrix} \quad (4.4-45)$$

になる(表 A.1-3 参照). この式に, 式(A.2-2)を適用し, ポート1の基準インピーダンスを2倍にすると, 確かに式(4.4-42)と一致する. 理想トランスを用い, 図 4.4-11(b)のように計算することも可能である. この場合, Y 行列は, 表 A.1-3の式に, 式(A.2-11)を適用して,

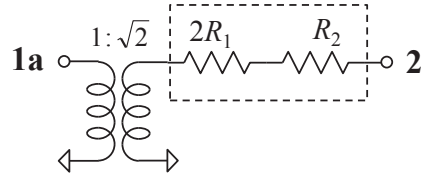
$$\mathbf{Y}_{A'} = \frac{1}{R_{A'}} \begin{bmatrix} 2 & -\sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.4-46)$$

となるので、式(A.1-18)を使ってS行列に直せば、再び式(4.4-42)が得られる。

(a) モードA'



(b) モードA'



(c) モードA''



図 4.4-11 3ポートスター回路(C_s対称)のモードの等価回路

(2) 一般化

以上の手続きを一般化する。ポート1が対称面上にあり、その他のポートは対称面上にない鏡映対称な回路を考える^{*48}。したがって、ポート数は奇数(2n+1とする)になる。そのZ行列は、対称性を考慮して、

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{11} & \mathbf{Z}_{12} & \mathbf{Z}_{12} \\ \mathbf{Z}_{21} & \mathbf{Z}_{22a} & \mathbf{Z}_{22b} \\ \mathbf{Z}_{21} & \mathbf{Z}_{22b} & \mathbf{Z}_{22a} \end{bmatrix} \quad (4.4-47)$$

と書くことができる^{*49}。Z₁₁は1次行列、Z_{22a}、Z_{22b}はn次行列、Z₁₂は1×n行列、Z₂₁はn×1行列である。これを、even/oddモードに変換すれば、変換行列、

$$\mathbf{T}_V = \mathbf{T}_I = \begin{bmatrix} 1 & \\ & \Theta \otimes \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (4.4-48)$$

を作用させて、

$$\mathbf{Z}' = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{11} & \mathbf{Z}_{12}\sqrt{2} & \\ \mathbf{Z}_{21}\sqrt{2} & \mathbf{Z}_{22a} + \mathbf{Z}_{22b} & \\ & & \mathbf{Z}_{22a} - \mathbf{Z}_{22b} \end{bmatrix} \quad (4.4-49)$$

が得られる。

次にポートを分割して求める。図4.4-9(b)のようにポート1を2分割すると、その特性はポート1をコピーしたものになるので、Z行列は、

⁴⁸ 回転対称な場合も同様であるが、より簡単な鏡映対称の方で説明する。

⁴⁹ 計算の都合上、Z行列を用いる。S行列に直すことも可能ではあるが、式が複雑になる。

$$\mathbf{Z}'' = \left[\begin{array}{cc|cc} Z_{11} & Z_{12} & Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22a} & Z_{21} & Z_{22b} \\ \hline Z_{11} & Z_{12} & Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22b} & Z_{21} & Z_{22a} \end{array} \right] \quad (4.4-50)$$

と変化する(コピーしたポートは, $n+1$ 番として挿入する). 次に, 分割したポート(ポート1およびポート $n+1$)の基準インピーダンスを2倍する. すると,

$$\mathbf{Z}''' = \left[\begin{array}{cc|cc} Z_{11}/2 & Z_{12}/\sqrt{2} & Z_{11}/2 & Z_{12}/\sqrt{2} \\ Z_{21}/\sqrt{2} & Z_{22a} & Z_{21}/\sqrt{2} & Z_{22b} \\ \hline Z_{11}/2 & Z_{12}/\sqrt{2} & Z_{11}/2 & Z_{12}/\sqrt{2} \\ Z_{21}/\sqrt{2} & Z_{22b} & Z_{21}/\sqrt{2} & Z_{22a} \end{array} \right] \quad (4.4-51)$$

が得られる((式(A.2-10)参照)). これは, 鏡映対称な $2n$ ポート Z 行列となっているので, even/oddモードに変換すれば,

$$\mathbf{Z}'''' = \left[\begin{array}{cc|cc} Z_{11} & Z_{12}\sqrt{2} & & \\ Z_{21}\sqrt{2} & Z_{22a}+Z_{22b} & & \\ \hline & & 0 & 0 \\ & & 0 & Z_{22a}-Z_{22b} \end{array} \right] \quad (4.4-52)$$

と, ブロック対角化される. この式は, 分割したポートの oddモードが, 短絡状態にあることを示している. そして, その行と列を取り除くと, 確かに式(4.4-49)に一致する.

4.4.7 磁気結合の分離

トランスや結合線路など磁気結合のある回路は, その対称性を特定しづらい上に, それが対称であっても, 幾何学的に分割するのは難しい. その場合, 一番確実なのは, インダクタンス行列に戻って, それを対称適合モードに変換することである. 行列の計算になるので, 手間はかかるが間違いはない. あるいは, 図2.6-2(b)や図3.5-2(b)のように漏れインダクタンスと励磁インダクタンスといった結合のないコイルで置き換えられるのであれば, 4.3.4項の判定条件を用いて, 幾何学的に分割することも可能である.

例として, 図3.5-2(a)に示した自己インダクタンス L , 相互インダクタンス M の C_3 対称(でかつ可逆)な3巻線トランスを考える. このインダクタンス行列,

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L & M & M \\ M & L & M \\ M & M & L \end{bmatrix} \quad (4.4-53)$$

は, Fortescue 変換(式(4.2-10))すると,

$$\mathbf{L}' = \begin{bmatrix} L+2M & & \\ & L-M & \\ & & L-M \end{bmatrix} \quad (4.4-54)$$

と対角化することができる。したがって、モード A のインダクタンスが $L+2M$ で、モード E^\pm のインダクタンスが $L-M$ である。

図 3.5-2(b) の等価回路で、接続点 \mathbf{Q}_1 , \mathbf{Q}_2 を 3 分割し (図 3.5-2(c) 参照), モード A の場合は開放, したがって,

$$L_A = L - M + 3M = L + 2M, \quad (4.4-55)$$

そしてモード E^\pm の場合は接地, したがって,

$$L_{E^\pm} = L - M \quad (4.4-56)$$

として求めても, 同じ結果を得ることができる。

一般に完全対称な n 巻線トランス (全ての自己インダクタンスが L , 全ての相互インダクタンスが M) であれば, モードのインダクタンスは, 恒等表現の場合が,

$$L_{\text{恒等表現}} = L + (n-1)M \quad (4.4-57)$$

で, それ以外の場合が

$$L_{\text{恒等表現以外}} = L - M \quad (4.4-58)$$

となる。

4.4.8 ジャイロな回路

外部直流磁界にさらされた磁性体やプラズマなどのジャイロな媒質⁵⁰が用いられている場合, 通常の空間的な対称性だけでは把握できないこともあるので注意を要する。すなわち, 時間反転対称性を考慮しなければならない。その場合,

- ▶ 無色群: 時間反転対称ではない。
- ▶ 灰色群: 時間反転対称である。
- ▶ 黒白群: 空間的対称操作と時間的対称操作を組み合わせた対称操作を持つ。

の 3 種類に分けられる (後 2 者をまとめて磁気群と言う)。前 2 者は特に影響はない。それぞれ, 単なる非可逆回路と可逆回路である。問題は 3 番目の黒白群

⁵⁰ 外部直流磁界下にある媒質を扱う場合, その直流磁界も対称操作で動く必要がある。時間反転によって外部直流磁界の向きが逆になると, それに応じて特性も変わってしまうが, 同時に鏡映操作を行う (外部直流磁界を発生させる電流で考えるとわかりやすい) と, それが解消される場合がある。そのような性質をジャイロと言う。コマの歳差運動と同じ原理である。磁性体 (電子スピン) は透磁率が, プラズマ (荷電粒子の運動) は誘電率がそのような特性を有する。

の場合である。ポートの置換 Δ と時間反転の同時操作に関して対称であれば、その場合は、

$$\Delta S = {}^t S \Delta \quad (4.4-59)$$

という関係式で表されることになる [32]-[34]^{*51}。そのため 4.3.4 項の判定条件は、直接は適用できない。

4.4.9 固定点の見つけ方

2等分定理の場合、鏡映面上にある節点全てが固定点であった(そしてそれ以外はない)。そのため、固定点を見つけるということに関しては特に意識しなくてもかまわなかった。しかし、より複雑な対称性の場合、そうはいかない。どの点がどのような対称操作で動かないのか、事前に見極めておく必要がある。そのためにも群論(点群)の知識が有効となる。注意点を以下に列挙する。

- ▶ 対称操作で動かない点というのは、鏡映面または回転軸上の点である。
- ▶ 恒等操作以外の対称操作で動かない節点があれば、それが分割点の候補である。少なくとも、恒等操作とその操作の2つで、固定部分群となる。
- ▶ ある節点を動かさない操作が、恒等操作しかない場合は、その点は一般点である。その固定部分群 $C_1 = \{E\}$ に制限した場合、全てのモードは恒等表現になるので、同一軌道の枝は開放分離される。しかし、固定部分群は恒等操作しか持っていないのだから、枝の軌道は自分自身しかない。つまり、分離するべきものが無いのである。だから、一般点は分割目的の固定点としては不適である。
- ▶ 固定点が多数ある場合は、それらの全ての点に対して、一つずつ判定条件を適用していけばよい。固定点が連続したものが、固定線や固定面であるから、その場合も点の集まりとして一点ずつ判定する。連続構造体を解析する場合は、そのような視点で捉える必要がある。
- ▶ 全ての固定点を考慮しなければならないわけではない。一部の固定点を取り上げないということが、低い対称性を用いることに相当している場合もある。
- ▶ 回路が対称であったとしても、固定点は存在しないこともある。その場合は、分割できないことになる。 C_3 対称な3ポートリング回路はその典型例である。図 4.4-3 の3ポートリング回路は、抵抗器で構成されているため、 C_{3v} 対称となっている(鏡映面があるので、抵抗器の midpoint で分割できる)が、抵抗器の代わりにダイオードのような有向素子を用いれば、対称

⁵¹ そのため、通常とは異なる関係を持った非可逆回路ということになる(ジャイロな回路)。

性は低下する．環状の電流が流れる向きにダイオードを配置すれば， C_3 対称，そうでなければ，無対称(C_1 対称)となり，固定点が無くなる(したがって分割できない)．

4.5 活用例

以上，回路を分割する条件について種々検討してきたが，例題としては，主に抵抗素子で構成された回路を用いた．しかし，得られた結果(判定条件)は，特に素子の種類には依存しないので，対称性さえ満たせば，集中定数素子であっても，分布定数素子であっても判定可能である．もちろん，抵抗器と異なり，周波数によって値が変化してもかまわない．

そこで，以下では，応用例として，ブランチラインカップラやパワーデバイダといった分布定数回路の解析を試みる．なお，3相フィルタの等価回路解析は，集中定数回路への応用例として重要であるが，それは既に3.5節で考察した．これらの応用例を踏まえ，モード分解の活用スキームについて，最後にまとめる．

4.5.1 ブランチラインカップラ

4本の伝送線をリング状に結線したブランチラインカップラ(図4.5-1(a))を解析する[6]．

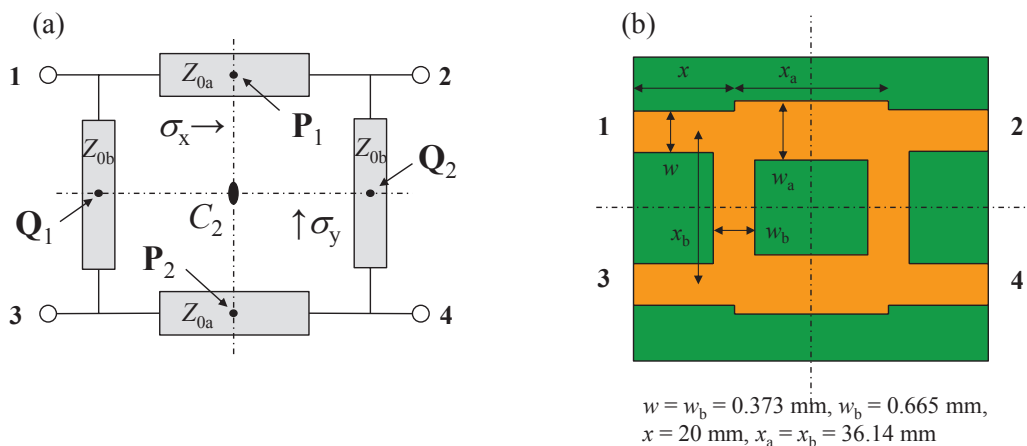


図 4.5-1 ブランチラインカップラ

ブランチラインカップラは、水平配置の線路の特性インピーダンス Z_{0a} と垂直配置の線路の特性インピーダンス Z_{0b} を、 $1/Z_{0a}^2 = 1/Z_{0b}^2 + 1/Z_0^2$ と関係づけることで、中心周波数(4本の伝送線路が同時に1/4波長になる)において、良好な方向性と反射($S_{11} = S_{31} = 0$)が実現される。ただし、 Z_0 は基準インピーダンス(この例では 50Ω)である。

図 4.5-1 (b)は、そのブランチラインカップラをストリップ線路で構成したときのパターン図である。中心周波数 1 GHz において等分配($|S_{21}| = |S_{41}|$)と設計してある^{*52}。基材は、比誘電率が 4.3、厚さが 0.8 mm のものを想定している。簡単化のため、導体は無損失で厚さ無しとした。この S パラメータを電磁界シミュレータ MW STUDIO (Microwave Studio, CST 社製)を用いて time-domain で計算した。図 4.5-1 (b)の長さ x の部分の伝送線路は、基板端にポートを設けるための引き出し線であり、その位相分は計算結果から差し引いている(基準面の移動)。また、周波数が低いので、不連続の影響はそう大きくない。

ブランチラインカップラは、図 4.2-2 の 4 ポートリング回路同様、上下左右に对称(C_{2v})である。したがって、 A_1, B_1, B_2, A_2 の 4 つのモードを用いることによって、回路を1/4に分割することができる。すなわち、図 4.5-1 (b)を対称面で4分割して、切断面を開放(磁気壁)あるいは接地(電気壁)とすればよい。図 4.5-2 に、全体をまるごとシミュレーションしたもの(実線)と、4分割して計算し、その結果から逆変換(式(4.2-4))でシングルエンドの S パラメータにしたもの(破線)を比較して示す。両者はほぼ完全に一致している。

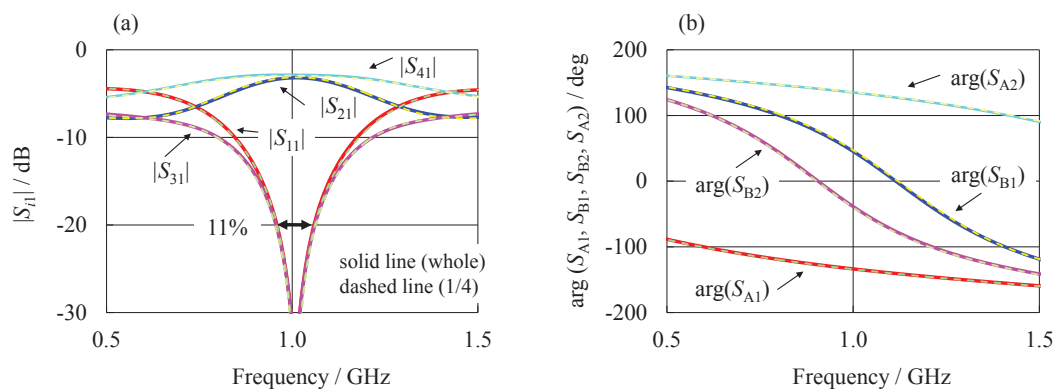


図 4.5-2 ブランチラインカップラの S パラメータ (図 (a) がシングルエンド S パラメータの大きさ、図 (b) がモードの S パラメータの位相)

ブランチラインカップラの S 行列は、対称性から、

⁵² そのためには、 $Z_{0a}\sqrt{2} = Z_{0b} = Z_0 = 50 \Omega$ とすればよい。等分配のカップラは、ハイブリッドカップラと言われる。

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ b & a & d & c \\ c & d & a & b \\ d & c & b & a \end{bmatrix} \quad (4.5-1)$$

という形をしているが、その理論特性は、上記手続きを図4.5-1(a)に適用すれば求められる。そのSパラメータは、中心周波数付近では、

$$a \approx -j\delta \cot(\alpha/2) \cos^2 \alpha \quad (4.5-2a)$$

$$b \approx -j \sin \alpha \exp(-j\delta \cot(\alpha/2)(1 + \cos^2 \alpha)/2) \quad (4.5-2b)$$

$$c \approx \delta \cot(\alpha/2) \cos \alpha \sin \alpha \quad (4.5-2c)$$

$$d \approx -\cos \alpha \exp(-j\delta \cot(\alpha/2)(1 + \cos^2 \alpha)/2) \quad (4.5-2d)$$

のように、近似される。ただし、 α は

$$\cos \alpha = Z_{0a} / Z_{0b} \quad (0 \leq \alpha \leq \pi/2) \quad (4.5-3)$$

と定義した。この値は中心周波数でのカップリング $|S_{41}|=|d|$ を表している。また、角周波数 ω は中心角周波数 ω_0 からの偏移 δ で、

$$\omega / \omega_0 = 1 + 2\delta / \pi \quad (|\delta| \ll 1) \quad (4.5-4)$$

と表される。

この近似式で計算した値も、近似の範囲内で、上記シミュレーション結果と一致している(図が見にくくなるのでプロットしていないが)。例えば、この近似式によれば、中心周波数($|\delta|=0$)では $S_{11}=S_{31}=0$ で、そこからずれると、反射損失 $|S_{11}|$ やアイソレーション $|S_{31}|$ は δ に比例し、等分配($\alpha=\pi/4$)の場合の比帯域幅⁵³は、 $4/5\pi(1+\sqrt{2}) \approx 11\%$ になる[14]が、それらうまく再現できている(図4.5-2(a)参照)。

ブランチャインカプラをこのように4分割して解析する手法は良く知られている。例えば、文献[14]では、式(4.5-1)の固有ベクトルを求めることで、モード分解している。固定点の状態の判定に関しては、詳しい記述はないが、おそらくは、4.2.3項のように2等分定理の延長で考えているものと思われる。文献[35]では、重ね合わせの原理を用いて丁寧に説明している。しかし、モードをどのように見つけたかについては記載がない。いずれも解析結果は同じであるが、思考プロセスは本論文のものとは異なる。本論文の手法は、

- ・ 対称適合モードの求め方
- ・ 固定点の見つけ方、および状態の判定
- ・ モードの等価回路の作成方法(ユニタリ変換に基づく多等分)

といった一連の操作が、系統だって用意されており、等価回路解析を確実なものとしている。

また、文献[36]では、even/oddモードと重ね合わせの原理を使って、2分割

⁵³ ここでは、アイソレーション $|S_{31}|$ が -20 dBとなる幅と中心周波数との比として定義する。

で解析をしている．これは， C_{2v} 対称を C_s 対称に落としたこと相当している．低い対称性を用いたため，回路規模は小さくなりきっていない(4.4.4項参照)．

4.5.2 Wilkinson 型パワーデバイダ

もう一つの例として，Wilkinson 型パワーデバイダを解析する．これは2等分定理の範疇であるが，ポートを分割する例として取り上げる(4.4.6項参照)．このWilkinson 型パワーデバイダ(図4.5-3(a))は，2本の1/4波長伝送線路と1つの抵抗器で構成されており，信号を分配(逆方向から見ると合成)する機能を有する．伝送線路の特性インピーダンスを $\sqrt{2}Z_0$ ，抵抗値を $2Z_0$ とすることで，中心周波数において，良好な反射と出力ポート間のアイソレーションが実現される．ただし， Z_0 は基準インピーダンス(この例では $50\ \Omega$)である．

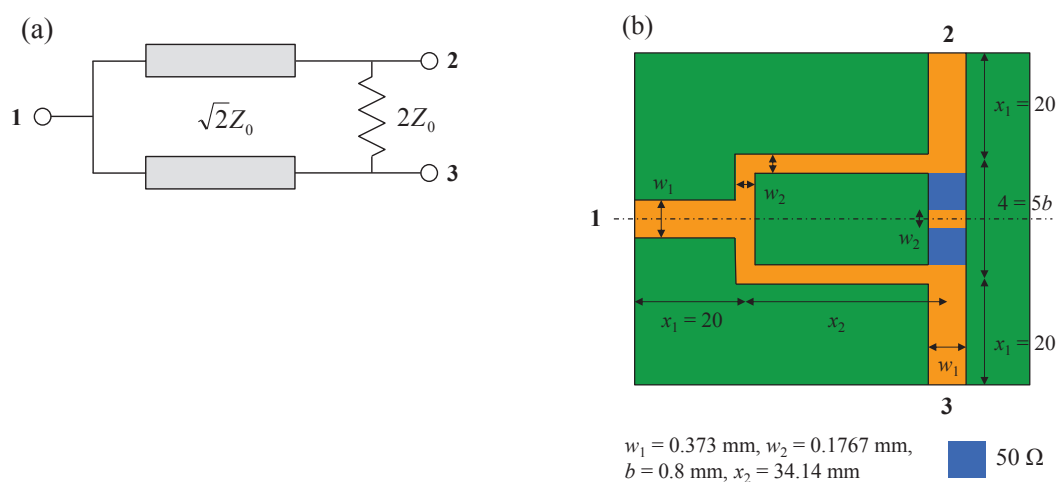


図 4.5-3 Wilkinson 型パワーデバイダ

図4.5-3(b)は，そのWilkinson 型パワーデバイダ(中心周波数1 GHz)をストリップ線路で構成したときのパターン図である．構造上，1/4波長伝送線路は途中で直角に曲げてあるので，特性にはその不連続が多少なりとも影響する．基材は，比誘電率が4.3，厚さが0.8 mmのものを想定している．また，抵抗器は，集中定数素子^{*54}として配置した．分割しやすいように， $50\ \Omega$ のものを2個直列につないでいる．簡単化のため，導体は無損失で厚さ無しとした．このSパラメータを電磁界シミュレータ MW STUDIO (CST 社製)を用いて time-domain で

⁵⁴ 素子の大きさに相当するインダクタンスや周囲の導体間との浮遊容量が加わるので，それも誤差要因となる．

計算した. 図 4.5-3(b)の長さ x_1 の部分の伝送線路は, 基板端にポートを設けるための引き出し線であり, その位相分は計算結果から差し引いている(基準面の移動).

図 4.5-4 に, 全体をまるごとシミュレーションしたもの(実線)と, even/odd モードで2分割して計算したもの(破線)を比較して示す. 両者はほぼ完全に一致している. なお, even モード特性の計算では, ポート1の基準インピーダンスは $100\ \Omega$ に設定している.

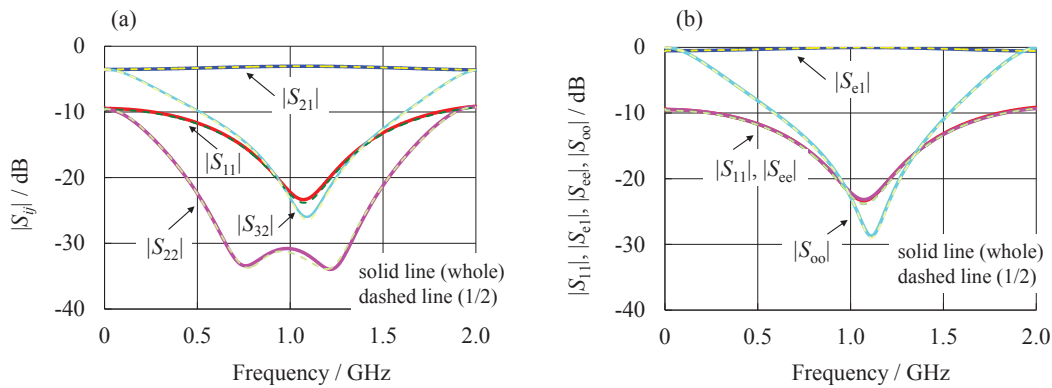


図 4.5-4 Wilkinson 型パワーデバイダの S パラメータ (図 (a) がシングルエンド S パラメータ, 図 (b) が even/odd モードのミックスモード S パラメータ)

Wilkinson 型パワーデバイダの理論特性は, 4.4.6 項および図 4.4-10 と同様の解析で求められる. それを図 4.5-3(a)に適用すれば, even/odd モードの S 行列,

$$\mathbf{S}' = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{A'} & \\ & \Gamma_{A''} \end{bmatrix}, \quad (4.5-5)$$

$$\mathbf{S}_{A'} = \frac{1}{1 + \rho^2 e^{-j2\theta}} \begin{bmatrix} -\rho(1 + e^{-j2\theta}) & e^{-j\theta}(1 - \rho^2) \\ e^{-j\theta}(1 - \rho^2) & \rho(1 + e^{-j2\theta}) \end{bmatrix}, \quad (4.5-6)$$

$$\Gamma_{A''} = \frac{-2\rho(1 + e^{-j2\theta})}{(1 - \rho^2)(1 - e^{-j2\theta}) + 2\rho(1 + e^{-j2\theta})} \quad (4.5-7)$$

が得られる. ただし,

$$\rho = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} = 3 - \sqrt{8}, \quad (4.5-8)$$

$$\theta = \frac{\pi \omega}{2 \omega_0} \quad (\text{電気角}) \quad (4.5-9)$$

である. ω は角周波数, ω_0 は中心角周波数を表す.

図 4.5-5 にこの理論式で計算した値(破線)と上記シミュレーション値(実線, 図 4.5-4 からの再掲)の比較を示す. 両者は, 似たような特性を示しているが, S パラメータの深い部分では一致していない. 不連続や抵抗器の寄生成分の影

響と思われる。

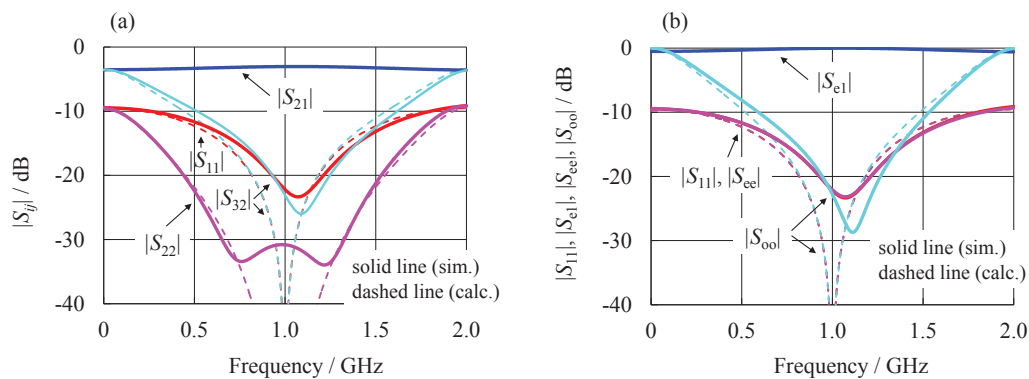


図 4.5-5 Wilkinson 型パワーデバイダの S パラメータ (シミュレーション値と理論値の比較)

なお、本項で示した解析手法は、文献[36]にも、ほぼ同様の趣旨のものが載っている(基準インピーダンスとは言っていないが)。

4.5.3 活用のスキーム

図 4.5-6 は、以上の応用例の解析プロセスを図示したものである。直接求める方法(X)といったモード領域に移り(Y_1)、より小規模な回路で計算を行い(Y_2)、その後、逆変換で元に戻す(Y_3)という方法の2通りは、同じ結果を与える。

簡単な回路であれば、プロセス(X)は可能であり、実際、本章の4.3節と4.4節では、その結果を利用して理論の検証を行った。しかし、複雑な回路になった場合、計算するのが難しかったり、あるいはシミュレーションに時間がかかったりするようになるので、その場合には、プロセス($Y_1 \rightarrow Y_2 \rightarrow Y_3$)が有効となる。順変換と逆変換という手間が増えるが、より小規模な回路で済む分、計算がしやすくなる。なお、モードの特性のみが知りたい場合は、プロセス(Y_3)は必要ない。

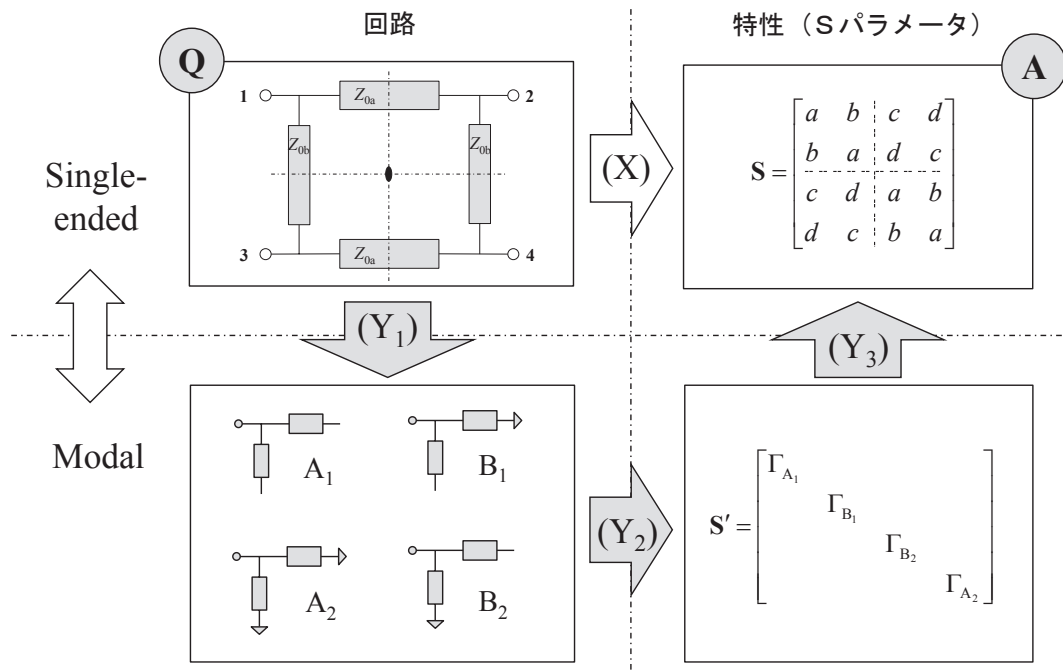


図 4.5-6 活用のスキーム

4.6 まとめ

群の表現を援用することで、Bartlettの2等分定理を、より複雑な対称性を有する場合に拡張した。2等分定理を構成していた2つの項目は、

① ブロック対角化：ミックスモード回路行列 → ユニタリ変換された回路行列

② その対角ブロックの回路表現：鏡映面を開放/接地して回路を2分割 → 固定点の状態を固定部分群の既約表現で判別し回路を多分割と一般化された。詳細は、4.3.4項の判定条件に集約されている。

その証明には、射影演算子とモード理論の両方の知見を用いた。特に、剰余類分解による射影演算子の因数分解はその核心である。剰余類分解自体は周知であるが、それを因数分解に適用したことで、固定点の判定が可能となった。もう一つの重要な点はユニタリ変換の指摘である。「切り離れた回路の一片が、モードの等価回路になるための条件は、変換がユニタリであること」が今回初めて明らかになった。

本論文では簡単のため、抵抗器で構成された回路を例として話を進めたが、対称性さえ保証されれば、任意の集中/分布定数回路に適用可能である。3.5節で解析した3相フィルタは集中定数回路の、4.5節で解析したブランチラインカ

プラヤパワーデバイダは分布定数回路の例である。後者では、固定点の集まりが、固定線や固定面になるということを利用している。

この判定条件は、絵を見て判断するとか、固有方程式を解いて求めるのではなく、純粹に対称性だけから判定できるのが特長である。人間の判断を要さないため確実であり、またコンピュータなどで自動判定させることも可能である。これらの知見を用いれば、より小さな回路を有限個組み合わせるだけで、回路全体を特性づけることができる。このことは、回路の見通しを良くし、また大規模な回路や構造体に適用した際には、コンピュータシミュレーションの計算量や記憶量の節約などに寄与する。

本研究では、簡単な回路を例にとり、具体的な事実を基にそれを一般化する形で、帰納的に真理を導いた。第二ステップとしては、それらを足掛かりにして、具象を排した一般論とその厳密な証明に高めたいと考えている。

今回の対象は電気回路であったが、線型時不変な系であれば他分野であっても、アナロジーが通用するはずである。機会があれば、磁気回路解析/応力解析/振動解析/熱解析などへの応用可能性も探りたい。

本研究で得られた知見と有用性

- ▶ 群の表現を援用することで、Bartlettの2等分定理を、より複雑な対称性を有する場合に拡張した。
- ▶ この判定条件は、純粹に対称性だけから構成されているのが特長である。人間の判断を要さないため確実であり、またコンピュータなどで自動判定させることも可能である。
- ▶ より小さな回路を有限個組み合わせるだけで、回路全体を特性づけることができる。このことは、回路の見通しを良くし、また大規模な回路や構造体に適用した際には、コンピュータシミュレーションの計算量や記憶量の節約などに寄与する。

今後の課題

以下に本章で挙げた今後の課題を列挙する。

- ▶ ユニタリ変換とは限らない、一般の変換(正則とも限らない)に対する変換回路や等価回路の研究
- ▶ 具象を排した一般論、およびその厳密な証明
- ▶ 電気回路以外への適用

参考文献

- [1] Albert Charles Bartlett, “An extension of a property of artificial lines,” *Philosophical Magazine*, ser. 7, vol. 4, no. 24, pp. 902–907, November 1927 (Communication from the research staff of the General Electric Co., Wembley).
- [2] Albert Charles Bartlett, “The theory of electrical artificial lines and filters,” Chapman & Hall, 1930.
- [3] Otto Brune, “Note on Bartlett’s bisection theorem for 4-terminal electrical networks,” *Philosophical Magazine and Journal of Science*, ser. 7, vol. 14, no. 93, pp. 806–811, November 1932.
- [4] 藤城義和, 越地耕二, 「多等分定理」, *信学総大*, 於岐阜大学, p. 394, 2013年3月 (発表番号: B-4-49).
- [5] 藤城義和, 山本隆彦, 越地耕二, 「多等分定理とその EMC 解析への応用」, *JPCA ショウ 2013 アカデミックプラザ*, 於東京ビッグサイト, 2013年6月 (発表番号: AP-31).
- [6] 藤城義和, 山本隆彦, 越地耕二, 「多等分定理に基づくブランチラインカプラの解析」, *信学ソ大*, 於福岡工業大学, p. 112, 2013年9月 (発表番号: C-2-87).
- [7] Yoshikazu FUJISHIRO, Takahiko YAMAMOTO, Kohji KOSHIJI, “Modal S-parameters and the circuit representation of symmetric circuits,” in *IEEE Electrical Design of Advanced Packaging & Systems Symposium (EDAPS)*, Nara, Japan, pp. 122–125, December 2013 (presentation no. OS4-2).
- [8] Charles LeGeyt Fortescue, “Method of symmetrical co-ordinates applied to the solution of polyphase networks,” *AIEE Transaction*, vol. 37, part 2, pp. 1027–1140, July 1918 (presented at the 34th annual convention of the AIEE in Atlantic City, N.J. on 28 June 1918).
- [9] 山田直平, 「交流回路計算法」, コロナ社, 1940年; 1955年.
- [10] 電気学会, 「交流理論」, 電気学会, 1969年.
- [11] 関根泰次, 「電力系統過渡解析論」, オーム社, 1984年.
- [12] 大野克郎, 西哲生, 「電気回路(1)」, オーム社, 1999年(第3版).
- [13] 羽鳥孝三, 「基礎電気回路(2)」, コロナ社, 1985年.
- [14] 小西良弘, 「マイクロ波回路の基礎とその応用」, 総合電子出版社, 1990年.
- [15] (edited & written by) Carol Gray Montgomery, Robert Henry Dicke, Edward Mills Purcell, (written by) E. Robert Beringer, Nathan Marcuvitz, “Principles of microwave circuits,” McGraw-Hill, 1948.

- [16] David Marlow Kerns, "Analysis of symmetrical waveguide junctions," *Journal of research of the National Bureau of Standards*, vol. 46, no. 4, pp. 267–282, April 1951 (Research paper 2195).
- [17] 藤城義和, 「Sパラメータを用いたシグナルインテグリティ解析 5 平衡部品の評価(その2:群論)」, *電磁環境工学情報EMC*, pp. 96–116, 2012年10月.
- [18] 藤城義和, 越地耕二, 「多ポートのミックスド・モードSパラメータ」, *エレクトロニクス実装学会 春季大会*, 於東北大学, pp. 93–95, 2013年3月(発表番号:13C-12).
- [19] 藤城義和, 「Sパラメータによる電子部品の評価」, TDKアプリケーションノート AN-SP06A001_ja, 2006年8月(http://www.tdk.co.jp/tvcl/spara/an-sp06a001_ja.pdf).
- [20] 犬井鉄郎, 田辺行人, 小野寺嘉孝, 「応用群論」, 裳華房, 1976年; 1980年(増補版).
- [21] (著)F. Albert Cotton, (訳)中原勝儼, 「群論の化学への応用」, 丸善, 1980年; F. Albert Cotton, "Chemical applications of group theory," John Wiley & Sons, 1963; 1971.
- [22] (著)Gerald Burns, (部分訳)中村輝太郎, 澤田昭勝, 「物性物理学のための群論入門」, 培風館, 1983年; Gerald Burns, "Introduction to group theory with applications," Academic Press, 1977.
- [23] 高橋秀俊, 「線型集中定数系論Ⅲ」, 岩波書店, 1969年.
- [24] Edith L. Clarke, "Determination of voltages and currents during unbalanced faults," *General Electric Review*, vol.40, no.11, pp.511-513, November 1937.
- [25] Edith L. Clarke, "Circuit analysis of A-C power systems - vol. 1 Symmetrical and related components," John-Wiley & Sons (General Electric series), 1943.
- [26] Edith L. Clarke, "Circuit analysis of A-C power systems - vol. 2," John-Wiley & Sons (General Electric series), 1950.
- [27] (著)Clayton R. Paul, (監修)佐藤利三郎, (監訳)櫻井秋久, 「EMC概論」, ミマツデータシステム, 1996年; Clayton R. Paul, "Introduction to Electromagnetic Compatibility," John Wiley & Sons, 1992 (1st ed.); 2006 (2nd ed.).
- [28] 碓井有三, 「ボード設計者のための 分布定数回路のすべて」, 自費出版, 2000年; 2004年(改訂版).
- [29] 別宮貞俊, 前川幸一郎, 「三相送電線網の一線接地による地電流の算出」, *電気試験所研究報告*, no. 181, 1926年10月.
- [30] Andrea Ferrero, Marco Pirola, "Generalized mixed-mode S-parameters," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 54, no. 1, pp. 458–463, January 2006.

- [31] William R. Eisenstadt, Bob Stengel, Bruce M. Thompson, “Microwave differential circuit design using mixed-mode S-parameters,” Artech House, 2006. Victor A.
- [32] Dmitriev, “Comments on ‘Scattering parameters measurement of a nonreciprocal coupling structure,’” *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 42, no. 5, pp. 922–923, May 1994.
- [33] Victor A. Dmitriev, “Generators of magnetic groups of symmetry and commutation relations,” *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 43, no. 12, pp. 2668–2675, Dec. 1995.
- [34] R. F. Harrington, A. T. Villeneuve, “Reciprocity relationships for gyrotropic media,” *IRE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 6, no. 3, pp. 308–310, Jul. 1958.
- [35] Robert E. Collin, “Foundations for microwave engineering,” McGraw-Hill, 1966 (1st ed.); 1992 (2nd ed.)
- [36] David M. Pozar, “Microwave Engineering,” John Wiley & Sons, 1998 (2nd ed.); 2004 (3rd ed.); 2012 (4th ed.).

第5章 平衡回路における非対称性の評価と解析

5.1 はじめに

差動伝送は、対称に配置した2本の信号線を用い、互いに逆位相の2つの信号(差動信号)を送受信させる伝送方式である[1]。昨今の大容量通信の要請を受け、デジタル伝送の主役として高速化に寄与している。その差動伝送を構成する要件の一つに、線路あるいはそこに使われる部品の「対称性」が挙げられる。対称性が悪いと、入力した差動信号(ディファレンシャルモード)の一部がコモンモードに変換され、アイパターンのマージンを損なったり、クロストークや放射ノイズの原因となったりする[2]-[5]。逆に、コモンモードとして結合した外来電磁界が、ディファレンシャルモードに変換され、差動信号に影響を及ぼすという懸念もある[6]。また、回路が対称であれば、コモンモードとディファレンシャルモードの間のモード変換がなくなるので、それぞれのモードを別個の事象として取り扱うことが可能となる。このように、対称性に配慮することは、差動伝送にとって基本とも言えるが、そのためには、伝送経路や部品を対称に配置するとともに、それらの構成部品自体の対称性を上げることが重要となる。

しかしながら、非対称性が及ぼす影響については、実験的にはともかく、理論的にはほとんどわかっていないというのが現状である。例えば、構成部品の非対称性に関する研究としては以下のようなものが挙げられる。コモンモードフィルタ(以下CMF)については、巻数比による影響を調べたもの[7]、導線をついストペア化することで、対称性の向上を図ったもの[8]などがある。CMF以外に目を向ければ、トランスの寄生因子の不均衡によるコモンモード電流の解析[9]やフィルタの非対称性の評価方法の提案[10]、電源ライン用LCフィルタの構成部品の不ぞろいに起因するモード変換の研究[11]、グラウンドビアの配置によるモード変換のシミュレーション[12]がある。しかし、これらはいずれも与えた非対称性が特性にどう影響するか、あるいは特性がどう改善できるかといった方向の研究であり、非対称性の原因を特定したり、解明したりするものではない。

そこで、代表的な平衡回路であるコモンモードフィルタや結合線路を題材に、その非対称性について理論的な解析を試みる[7],[13]-[15]。回路が有する幾何

学的あるいは電氣的な非対称性が、特性にどう影響するのか、定量的な関係を明らかにしたい。それがわかれば、回路の非対称性を補償することや、測定値から支配的な要因を特定し、構成改善の指針を得ることが可能となる。それは、対称性を制御したものづくりへの第一歩である。

最初に、評価指標の分類とその相互関係を明らかにし(5.2節)、その上で、非対称性がどう特性に反映されるかを導く。5.3節では2端子部品、5.4節ではCMF、5.5節では伝送線路を扱う。いずれも、非対称性の影響を理論的に解明することが目的であるが、特にCMFについては、その設計における非対称性の制御を念頭に、要因の判別方法についても検討する。

本章では、第2章で紹介したミックスモードS行列が、非対称な回路の場合はブロック対角化されないということを利用して、そのための非対角ブロックが議論の中心になっている。前章までは対称な回路を扱っていたので、非対角ブロックは全要素が0であり、したがって対角ブロックのみに注目していたのとは対照的である。

5.2 非対称性の評価指標

本節では、非対称性の評価指標について考察する。最初に、既存の指標の相互関係を理論的に導く。その際、いくつかの異なった方法が同じ結果を与えることを示し、式の信頼性を向上させる。その後、簡単な回路を用いて理論式の検証を行う。次に、非対称性の程度を総合的に評価できる指標を考える。一般に、ポート数が増えると指標の数も増加してしまうので、なるべく少数で判定できるようなものが望ましい。そこで、本論文では電力和の活用を提案する。

5.2.1 評価指標の相互関係

非対称性の程度を表す指標としては、以下のものが知られている。

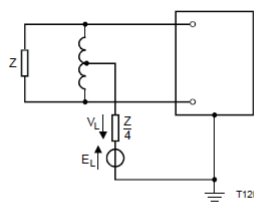
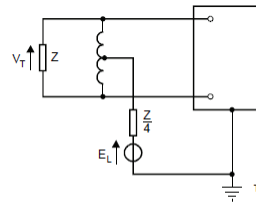
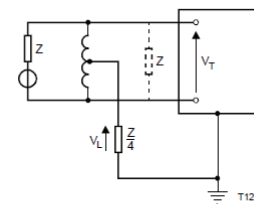
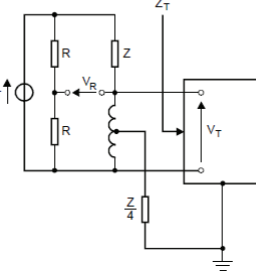
- ① ミックスモードSパラメータの非対角要素(S_{dc} や S_{cd} (2.3.2項(3)参照))
- ② ITU-T 勧告 G.117[16]-[19]の諸パラメータ(LCL や $LCTL$)^{*55}
- ③ 対称度 δ [20]、電流分配率 $\nu=1/(1+\delta)$ [21]

⁵⁵ ITU: International Telecommunication Union (国際電気通信連合)。電気通信分野(有線通信および無線通信)において、国際的な標準と規制を確立するための国連の機関。旧 CCITT。

これらの指標は、独立にそれぞれの必要性の中から生まれたものである。そのため、指標間の関係は必ずしも明らかにはなっていない。そこで、本節では、モード変換に関連している前2者についてその相互関係を検討する(③については今後の課題である)。その関係が明示できれば、両者の知見が統合され、相互にデータのやり取りが可能となる。

ITU-T 勧告 G.117 で定義されている各種パラメータの一覧を表 5.2-1 に示す。

表 5.2-1 (a) ITU-T 勧告 G.117 の反射パラメータ

<p style="text-align: center;">$LIL = -20 \log (1 - S_{cc})/2$</p>  <p style="text-align: right; font-size: small;">T1208250-06/e05</p> <p>Longitudinal impedance ratio, $q = \frac{E_L}{V_L}$ and Longitudinal Impedance Loss (LIL) = $20 \log_{10} q = 20 \log_{10} \left \frac{E_L}{V_L} \right$ dB</p>	<p style="text-align: center;">$LCL = -20 \log S_{dc}$</p>  <p style="text-align: right; font-size: small;">T1208240-06/e04</p> <p>and Longitudinal conversion ratio, $c = \frac{V_T}{E_L}$ Longitudinal Conversion Loss (LCL) = $20 \log_{10} \left \frac{1}{c} \right = 20 \log_{10} \left \frac{E_L}{V_T} \right$ dB</p>
<p style="text-align: center;">$TCL = -20 \log S_{cd} / 2(1 + S_{dd})$</p>  <p style="text-align: right; font-size: small;">T1208230-06/e03</p> <p>Transverse conversion ratio, $k = \frac{V_L}{V_T}$ and Transverse Conversion Loss (TCL) = $20 \log_{10} \left \frac{1}{k} \right = 20 \log_{10} \left \frac{V_T}{V_L} \right$ dB</p>	<p style="text-align: center;">$TRL = -20 \log -S_{dd}$</p>  <p style="text-align: right; font-size: small;">T1208220-06/e02</p> <p>Transverse reflexion factor $\rho = \frac{Z - Z_T}{Z + Z_T} = \frac{\text{reflected voltage}}{\text{forward voltage}} = \frac{2V_R}{E_T}$ and Transverse Return Loss (TRL) = $20 \log_{10} \left \frac{1}{\rho} \right = 20 \log_{10} \left \frac{E_T}{2V_R} \right$ dB</p>

※ Sパラメータの基準インピーダンス Z_0 は、 $Z_0 = Z/2$ 。

表 5. 2-1(b) ITU-T 勧告 G.117 の伝送パラメータ (1 → 2)

$LTL_{12} = -20 \log S_{cc21} / 2 $	$LCTL_{12} = -20 \log S_{dc21} $
<p>Longitudinal transfer ratio 1 to 2 = $m_{12} = \frac{V_{L2}}{E_{L1}}$ and Longitudinal Transfer Loss 1 to 2 (LTL_{12}) = $20 \log_{10} \left \frac{1}{m_{12}} \right = 20 \log_{10} \left \frac{E_{L1}}{V_{L2}} \right$ dB and Longitudinal conversion transfer ratio 1 to 2 = $h_{12} = \frac{V_{T2}}{E_{L1}}$ and Longitudinal Conversion Transfer Loss 1 to 2 ($LCTL_{12}$) = $20 \log_{10} \left \frac{1}{h_{12}} \right = 20 \log_{10} \left \frac{E_{L1}}{V_{T2}} \right$ dB</p>	
$TCTL_{12} = -20 \log S_{cd21} / 2(1 + S_{dd11}) $	$TTL_{12} = -20 \log S_{dd21} / (1 + S_{dd11}) $
<p>Transverse transfer ratio 1 to 2 = $g_{12} = \frac{V_{T2}}{V_{T1}}$ and Transverse Transfer Loss 1 to 2 (TTL_{12}) = $20 \log_{10} \left \frac{1}{g_{12}} \right = 20 \log_{10} \left \frac{V_{T1}}{V_{T2}} \right$ dB and Transverse conversion transfer ratio 1 to 2 = $t_{12} = \frac{V_{L2}}{V_{T1}}$ and Transverse Conversion Transfer Loss 1 to 2 ($TCTL_{12}$) = $20 \log_{10} \left \frac{1}{t_{12}} \right = 20 \log_{10} \left \frac{V_{T1}}{V_{L2}} \right$ dB</p>	

※ Sパラメータの基準インピーダンス Z_{0i} は, $Z_{0i} = Z_i / 2 = 2Z_{Li}$ ($i = 1, 2$).

※伝送パラメータ (2 → 1) の関係式は, 添え字を $1 \leftrightarrow 2$ と交換すれば得られる. 例えば, $LCTL_{21} = -20 \log |S_{dc12}|$ である.

まずは, 最も良く用いられている LCL (Longitudinal Conversion Loss) について検討する. LCL は, 表 5. 2-1 (a) の印加縦電圧 E_L と横終端抵抗 Z の両端の電圧 V_T の比 (dB 単位),

$$LCL = 20 \log |E_L / V_T| \quad (5. 2-1)$$

として定義される. LCL の図 (表 5. 2-1 (a) 内) は, 図 2. 3-2 で, ポート **D** を Z , ポート **C** を $Z/4$ の抵抗で終端したものと同じである. したがって, LCL はディファレンシャルモードの基準インピーダンス Z_{0d} を Z , コモンモードの基準インピーダンス Z_{0c} を $Z/4$ (したがって, シングルエンドの基準インピーダンスが $Z/2$) としたときの, S_{dc} そのもの, 式で書けば,

$$LCL = -20 \log |S_{dc}| \quad (5. 2-2)$$

とすることができる [22], [23], [13].

このことは、Sパラメータの定義からも直接導ける。ミックスモードSパラメータの非対角要素 S_{dc} は、電圧比で表現すると、式(A.1-21)をミックスモードS行列(式(2.3-20))に当てはめて、

$$S_{dc} = \sqrt{\frac{Z_{0c}}{Z_{0d}}} \frac{v_d}{E_c/2} \quad (5.2-3)$$

と書くことができる。ただし、 E_c (表5.2-1(a)で言えば E_L)はコモンモードの電源電圧である。したがって、ディファレンシャルモードの基準インピーダンスが、コモンモードの4倍、

$$Z_{0d} = 4Z_{0c} \quad (5.2-4)$$

のとき(式(2.3-16)も参照)は、

$$S_{dc} = v_d / E_c \quad (5.2-5)$$

になる。これは、まさに式(5.2-1)である。

次に、LCLをZ行列で表す。ミックスモードS行列(式(2.3-20))は、ミックスモードZ行列(式(2.3-21))を用いて、

$$\begin{aligned} \mathbf{S}' &= (\hat{\mathbf{Z}}' - \mathbf{I})(\hat{\mathbf{Z}}' + \mathbf{I})^{-1} \\ &= \frac{1}{|\hat{\mathbf{Z}}'| + \hat{Z}_{cc} + \hat{Z}_{dd} + 1} \begin{bmatrix} |\hat{\mathbf{Z}}'| + \hat{Z}_{cc} - \hat{Z}_{dd} - 1 & 2\hat{Z}_{cd} \\ 2\hat{Z}_{dc} & |\hat{\mathbf{Z}}'| - \hat{Z}_{cc} + \hat{Z}_{dd} - 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.2-6)$$

と表すことができる(式(A.1-18)参照)。ただし、

$$\hat{\mathbf{Z}}' = \begin{bmatrix} \hat{Z}_{cc} & \hat{Z}_{cd} \\ \hat{Z}_{dc} & \hat{Z}_{dd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{cc}/Z_{0c} & Z_{cd}/\sqrt{Z_{0c}Z_{0d}} \\ Z_{dc}/\sqrt{Z_{0c}Z_{0d}} & Z_{dd}/Z_{0d} \end{bmatrix} \quad (5.2-7)$$

である。これらを、式(5.2-2)に代入すると、

$$LCL = -20 \log \left| \frac{2\hat{Z}_{dc}}{|\hat{\mathbf{Z}}'| + \hat{Z}_{cc} + \hat{Z}_{dd} + 1} \right| \quad (5.2-8)$$

が得られる。これは、^{かみ}上が導いた式(文献[24]の式(13))と一致している[22]。このことから、LCLが式(5.2-2)で与えられることがわかる。

他のパラメータについても、同様に関係式を導き、表5.2-1に記載した[14]。TRLの測定回路は、方向性ブリッジになっているので、ディファレンシャルモードの反射係数 S_{dd} で直接表される。一方、LILは、検出電圧が $Z/4$ の抵抗の電圧降下 V_L になっているので、反射係数そのものにはならず、定数項が付く。またTCLやTTL、TCTLは、基準電圧が励振源電圧でなく、ポート電圧 V_T となっているので、その比、 $(1+S_{dd})/2$ だけ換算係数をかけなくてはならない。LCTLはLCL同様、 S_{dc21} そのもので表される。それに対して、LTLは、励振源電圧を基準に取っているので、 S_{cc21} とは、2倍(6 dB)違う。

これらの関係式からわかるように、もし、回路が可逆($S_{cd} = S_{dc}$)で、かつディファレンシャルモードの整合が取れている($S_{dd} = 0$)ならば、TCLとLCL、あるいはTCTLとLCTLには、

$$TCL = LCL - 6\text{dB}, \quad (5.2-9)$$

$$TCTL = LCTL - 6\text{dB} \quad (5.2-10)$$

といった関係が成り立つことになる。

なお、Sパラメータの測定は、多くの場合、 $50\ \Omega$ 基準 ($Z_0 = 50\ \Omega$) でなされるが、測定後、基準インピーダンスの変更 (付録 A.2 参照) を施すことで、任意の値に変更することが可能である。

これらの換算式を簡単な回路 (図 5.2-1) で検証した^{*56}。ミックスモード S パラメータ (式 (5.3-1) 参照, 基準インピーダンスは $50\ \Omega$) からは、

$$LIL_1 = -20\log \left| \frac{\hat{R}_1 + \hat{R}_2 + 4}{2(\hat{R}_1 + 2)(\hat{R}_2 + 2)} \right| = 10.7\ \text{dB}, \quad (5.2-11a)$$

$$TRL_1 = -20\log \left| \frac{\hat{R}_1\hat{R}_2 + \hat{R}_1 + \hat{R}_2}{(\hat{R}_1 + 2)(\hat{R}_2 + 2)} \right| = 7.6\ \text{dB}, \quad (5.2-11b)$$

$$LCL_1 = -20\log \left| \frac{\hat{R}_1 - \hat{R}_2}{(\hat{R}_1 + 2)(\hat{R}_2 + 2)} \right| = 21.6\ \text{dB}, \quad (5.2-11c)$$

$$TCL_1 = -20\log \left| \frac{\hat{R}_1 - \hat{R}_2}{2(2\hat{R}_1\hat{R}_2 + 3\hat{R}_1 + 3\hat{R}_2 + 4)} \right| = 30.6\ \text{dB}, \quad (5.2-11d)$$

$$LTL_{12} = -20\log \left| \frac{\hat{R}_1 + \hat{R}_2 + 4}{2(\hat{R}_1 + 2)(\hat{R}_2 + 2)} \right| = 10.7\ \text{dB}, \quad (5.2-11e)$$

$$TTL_{12} = -20\log \left| \frac{\hat{R}_1 + \hat{R}_2 + 4}{2\hat{R}_1\hat{R}_2 + 3\hat{R}_1 + 3\hat{R}_2 + 4} \right| = 7.7\ \text{dB}, \quad (5.2-11f)$$

$$LCTL_{12} = -20\log \left| \frac{\hat{R}_2 - \hat{R}_1}{(\hat{R}_1 + 2)(\hat{R}_2 + 2)} \right| = 21.6\ \text{dB}, \quad (5.2-11g)$$

$$TCTL_{12} = -20\log \left| \frac{\hat{R}_2 - \hat{R}_1}{2(2\hat{R}_1\hat{R}_2 + 3\hat{R}_1 + 3\hat{R}_2 + 4)} \right| = 30.6\ \text{dB} \quad (5.2-11h)$$

と求まる^{*57}が、実際、回路シミュレータ ADS (Agilent 社製) で電圧比を計算したところ、同一の値が得られた。式 (5.2-11c)、式 (5.2-11d)、式 (5.2-11g)、式 (5.2-11h) からわかるように、 LCL や TCL 、 $LCTL$ 、 $TCTL$ は、2つの抵抗値の差の対数に比例している。つまり、対称性が悪いほど、それらの指標は悪化する傾向にある。

⁵⁶ ここでは、series-thru 回路を用いているが、文献[14]では、shunt-to-GND 回路での検証(反射パラメータのみ)を紹介している。

⁵⁷ 本論文では、冠にハの付いた変数は基準インピーダンスで規格化した値であることを示す(付録 A 参照)。

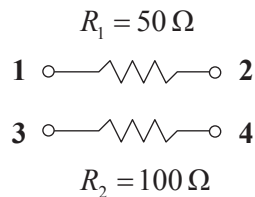


図 5.2-1 抵抗器の series-thru 4 ポート回路

以上，ITU-T 勧告 G.117 の諸パラメータとミックスモード S パラメータの関係を明示した．これらの関係式を用いれば，両者の知見が統合され，相互にデータのやり取りが可能となる．また，次のような利点ももたらされる．

- ▶ S パラメータの測定データから ITU-T 勧告 G.117 の諸パラメータを直接計算できる (Z 行列や縦続行列などを経由しなくてよい)．必要があれば基準インピーダンスの変更を施す．
- ▶ その際，特別な治具 (トランスなど) を必要としない．数式処理がそれらの治具の代わりである．
- ▶ 簡単な式で表現できる (見通しが良い)．

両者の関係が明らかになったので，以下では，ミックスモード S パラメータの非対角ブロックを用い，回路の非対称性を理論的に考察していく．

5.2.2 総合的な評価指標の提案

非対称性の程度を総合的に評価できる指標を考える．ミックスモード S パラメータの非対角ブロックは，ポート数が増えると，その総数も自乗に比例して増加する．そこで，より少ない数で評価できるような指標があれば，実用上，都合が良い．本節では電力和を用いて，指標数の削減を試みる．

ミックスモード S パラメータの非対角ブロックの要素 S_{dcij} は，ポート j に入射したコモンモードがポート i にディファレンシャルモードとして反射・伝送される度合いを， S_{cdij} はその逆で，ポート j に入射したディファレンシャルモードがポート i にコモンモードとして反射・伝送される度合いを表す．S パラメータは入射波と反射・伝送波の電力の比の平方根であるから (式 (A.1-10) 参照)，絶対値の自乗和をとることで，電力和 (power-sum) となる．したがって，4 ポートのミックスモード S パラメータ (式 (2.3-30) 参照) の場合，

$$P_{dcl} = |S_{dc11}|^2 + |S_{dc21}|^2 \quad (5.2-12a)$$

は，ポート 1 に入射したコモンモードの内，ディファレンシャルモードに変換されて反射および伝送される電力の和を表している．同様に，その他のモード変換の電力和，

$$P_{dc2} = |S_{dc22}|^2 + |S_{dcl2}|^2, \quad (5.2-12b)$$

$$P_{cd1} = |S_{cd11}|^2 + |S_{cd21}|^2, \quad (5.2-12c)$$

$$P_{cd2} = |S_{cd22}|^2 + |S_{cd12}|^2 \quad (5.2-12d)$$

も定義することができる。より一般的に書けば、

$$P_{dcj} = \sum_i |S_{dcij}|^2 \quad (5.2-13a)$$

が、コモンモードからディファレンシャルモードへ変換される電力和の割合を、

$$P_{cdj} = \sum_i |S_{cdij}|^2 \quad (5.2-13b)$$

が、ディファレンシャルモードからコモンモードへ変換される電力和の割合を表す(ポート j が入射ポート)。dB 値にするには、 $-10 \log$ をとれば良い。

4ポートの差動回路が、入出力に関して対称であれば、

$$S_{xx11} = S_{xx22}, \quad S_{xx21} = S_{xx12} \quad (\mathbf{xx} = \mathbf{cc}, \mathbf{dd}, \mathbf{dc}, \mathbf{cd}) \quad (5.2-14)$$

となるので、

$$P_{dcl} = P_{dc2}, \quad P_{cd1} = P_{cd2} \quad (5.2-15)$$

が成り立つ。回路がさらに可逆であれば、ミックスモードSパラメータは、式(2.3-36)の関係を併せ持つので、

$$P_{dcl} = P_{dc2} = P_{cd1} = P_{cd2} \quad (5.2-16)$$

となる。これらの性質は、指標数のさらなる削減に寄与する。式(5.2-15)だと半分で、式(5.2-16)だと1/4で済む。したがって、入出力に関して対称で、かつ可逆な4ポート差動回路は、原理的には一つの指標だけで非対称性を評価できることになる。

また、後述の式(5.3-1b)や式(5.3-2b)、式(5.4-10c)、式(5.4-20c)では、反射と伝送のモード変換が同じ大きさ、すなわち、

$$|S_{xx11}| = |S_{xx21}|, \quad |S_{xx22}| = |S_{xx12}| \quad (\mathbf{xx} = \mathbf{dc}, \mathbf{cd}) \quad (5.2-17)$$

となっているので、それらと電力和(式(5.2-12))は、dB換算で3dBの差があるだけとなる。したがってこの場合は、どちらで評価しても結果は変わらない。

以上見たように、電力和をとることで、指標の数はポート数に単純比例となる。また、回路の性質を考慮すればさらに減らせるので、その削減効果は絶大と言えよう。本提案がどの程度有効か、実用性の検証などは今後の課題である。

5.3 2端子部品で構成される回路

ミックスモードS行列の非対角ブロックが、非対称性の指標と言えるためには、対称性が悪くなるほど、その大きさが大きくなる(あるいは小さくなる)ような傾向であって欲しい。そこで、最初に最も単純な回路で、様子を探る。題

材は、図 5.3-1 に挙げたコイルの series-thru 4 ポート回路(コイル間の結合は無い)とコンデンサの shunt-thru 4 ポート回路である。

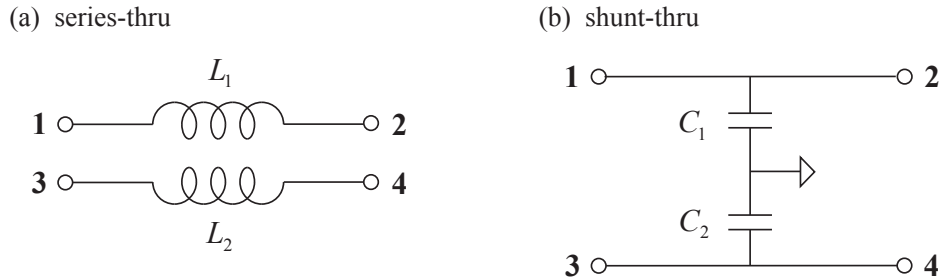


図 5.3-1 コイルの series-thru 4 ポート回路とコンデンサの shunt-thru 4 ポート回路

そのミックスモード S 行列は、表 A.1-3 のシングルエンド S 行列(を 2 つ直和にしたもの)を、式(2.3-29)に入れて、

$$\text{series-thru : } \mathbf{S}_{cc} = \mathbf{S}_{dd} = \frac{1}{(\hat{Z}_1 + 2)(\hat{Z}_2 + 2)} \begin{bmatrix} \hat{Z}_1 \hat{Z}_2 + \hat{Z}_1 + \hat{Z}_2 & * \\ \hat{Z}_1 + \hat{Z}_2 + 4 & * \end{bmatrix}, \quad (5.3-1a)$$

$$\text{series-thru : } \mathbf{S}_{dc} = \mathbf{S}_{cd} = \frac{\hat{Z}_1 - \hat{Z}_2}{(\hat{Z}_1 + 2)(\hat{Z}_2 + 2)} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.3-1b)$$

$$\text{shunt-thru : } \mathbf{S}_{cc} = \mathbf{S}_{dd} = \frac{1}{(2 + \hat{Y}_1)(2 + \hat{Y}_2)} \begin{bmatrix} -(\hat{Y}_1 + \hat{Y}_2 + \hat{Y}_1 \hat{Y}_2) & * \\ 4 + \hat{Y}_1 + \hat{Y}_2 & * \end{bmatrix}, \quad (5.3-2a)$$

$$\text{shunt-thru : } \mathbf{S}_{dc} = \mathbf{S}_{cd} = \frac{\hat{Y}_2 - \hat{Y}_1}{(2 + \hat{Y}_1)(2 + \hat{Y}_2)} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.3-2b)$$

と求まる[25]. ただし、

$$\hat{Z}_i = Z_i / Z_0, \quad Z_i = j\omega L_i, \quad (5.3-3)$$

$$\hat{Y}_i = Y_i / Y_0, \quad Y_i = j\omega C_i, \quad (5.3-4)$$

ω は角周波数, $Z_0 = 1/Y_0$ は特性インピーダンス, $i = 1, 2$ である. また, 上記小行列では, 22 要素と 12 要素は, それぞれ 11 要素と 21 要素に等しいので, 紙面の節約のため, それらを*で略記した.

式(5.3-1b)や式(5.3-2b)からわかるように, 非対角ブロック $\mathbf{S}_{dc} = \mathbf{S}_{cd}$ は, インダクタンス差 $\Delta L = L_1 - L_2$ あるいは容量差 $\Delta C = C_2 - C_1$ に比例する. つまり, 2 つの素子のインダクタンスや静電容量が等しければ, モード変換は生じないが, 対称性が悪くなり, ΔL あるいは ΔC が大きくなれば, それにしたがって, モード変換量も大きくなる. また, その値は低周波では周波数に比例する.

5.4 コモンモードフィルタ

本節では、コモンモードフィルタ(CMF)の非対称性について検討する。一般に非対称な回路の計算は、対称性を使って簡略化するということができないため、まともに行ったのでは、式が複雑になりすぎて見通しが悪い。そこで、多くの場合がそうであるように、一番大きな因子一つによって非対称性が支配されているといった場合を考える。ここでは、誘導性または容量性のいずれかの不平衡因子が支配的という状況を想定し、その特性を明らかにする。

まずは、次項でCMFの概要を述べ、非対称性の要因が誘導性や容量性の不平衡にあることを示す。次に、誘導性または容量性のいずれかの不平衡因子が支配的という状況下でのミックスモードS行列の非対角ブロックを理論的に導出する。そしてそれを基に、要因の判別方法を提案する。最後に、試作した非対称なCMFを実測し、理論式の妥当性と有効性を検証する。

なお、CMFの4ポート特性の計算は、縦続行列を用いた手法でしばしばなされる[26]-[28]が、ここでは、実験結果と対比しやすいよう、S行列を直接計算する方向で進める。

5.4.1 コモンモードフィルタとは

コモンモードフィルタ(コモンモードチョークコイルともいわれる)は、2本の導線をフェライトなどの高い透磁率を有するコアに巻きつけた構造をしている(図5.4-3(a)参照)[29]。コアを共有しているため、線間に強い磁気結合があり、同じ方向に流れる電流(コモンモード電流)に対してはチョークコイルとして働き、逆方向の電流(ディファレンシャルモード電流)に対してはほとんど何も作用しないという特性をもつ。そのため、差動伝送用のノイズフィルタ[30],[31]として多用されている(図5.4-1にその模式図を示す[4],[5],[32])。しかし、CMF自体の対称性が悪ければ、その効果も薄れてしまう[33]。

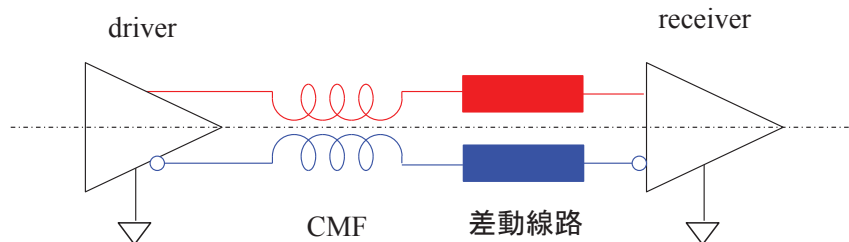


図 5.4-1 差動伝送(平衡伝送)

グラウンド面上に置かれたCMFの等価回路を図5.4-2に示す。ここでは、比較的low周波^{*58}での振る舞いを見るため、集中定数的な表現を用いている。また、簡略化のため、損失成分(抵抗)は考慮していない(損失がどう影響するかは今後の課題である)。 L_1, L_2, M は結合コイルの自己および相互インダクタンスを表す。 C_m は二つの巻線間の静電容量を、 C_1, C_2 は巻線とグラウンド間の静電容量を表す。また、 C_{w1}, C_{w2} はそれぞれの巻線の分布容量を等価的に表現したものである。これらの容量成分は寄生因子であるが、無視することはできない。なぜならば、ディファレンシャルモード特性は、結合コイルの漏れインダクタンスとこれらの容量成分で定まるが、コイルの結合が強いと漏れが少ないため、たとえ小さな容量値でもその寄与が大きく表れるからである^{*59}。本来は巻線とグラウンド間の相互インダクタンスも考慮すべきではあるが、コアの透磁率が大きい場合は、その影響は限定的なので省略してある。CMFの入出力間の対称性は伝送信号のモード変換には直接寄与しないため(2.2節参照)、ここでは、完全に対称と仮定し、 C_1, C_2, C_m を半分ずつ左右に振り分けて示している。

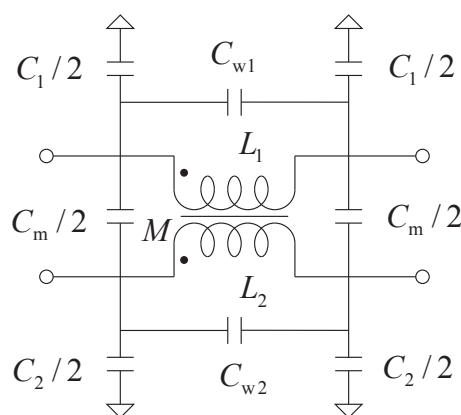


図5.4-2 グラウンド面上に置かれたCMFの等価回路

CMFの非対称性は、この等価回路で言えば、 L_1 と L_2 の違い、 C_1 と C_2 の違い、 C_{w1} と C_{w2} の違いのいずれかに起因する。 M や C_m は非対称性には直接は効かない。図5.4-3(b)～(e)にCMFの非対称性の代表的な要因を示す。図(b)は2本の導線の巻数の違い、図(c)は巻線間隔のずれ、図(d)はリード線の長さの

⁵⁸ 本節では、おおむね10 MHz程度まで、高くても数百 MHzまでの周波数帯に着目している(5.4.5項の実験結果参照)。

⁵⁹ そのような場合は、CMFの特性はSパラメータで評価する必要がある。CMFは従来、インピーダンス特性で評価されてきたが、寄生容量が無視できないときのディファレンシャルモード特性は、Sパラメータでないと正しく見積もれない[25], [29]。ディファレンシャルモードインピーダンスでの評価は、あたかも、T型フィルタの伝送特性を入力インピーダンスで評価するようなものだからである。

違いである。インダクタンスは巻数の自乗に比例するので、図(b)では明らかに L_1 と L_2 の値は異なる。図(c)では漏れ磁束、図(d)ではリード線部分のインダクタンスが異なるので、その分が間接的に L_1 と L_2 の違いに表れる。また、このような巻線の幾何学的な非対称性は C_1 と C_2 , C_{w1} と C_{w2} の違いにも反映する。図(e)は同軸線路を巻線として用いたものである。同軸構造のようにシールドされている導体の場合、中心導体(番号1とする)とグラウンド間には直接的な電気力線は存在しない。したがって、その場合は $C_1 = 0$ となり、大きく対称性がくずれる。同様に、中心導体の分布容量 C_{w1} もかなり小さくなる。また、インダクタンスも異なる。外皮導体によって発生した磁束は全て中心導体と鎖交するが、中心導体によって発生した磁束は、同軸線路内だけに存在するものも一部あるため、その分が漏れ磁束になる。しかし、フェライトの透磁率が大きい場合はその影響はわずかであろう。

分布容量 (C_{w1} , C_{w2}) の効果はインダクタンス L_1 , L_2 , M との自己共振周波数付近から顕在化してくる。したがって、それ以下の低い周波数帯での挙動を調べているうちは、気にする必要はない。そこで、以下では L_1 と L_2 の違い(誘導性の不平衡)、および C_1 と C_2 の違い(容量性の不平衡)に的を絞って、解析を進める。

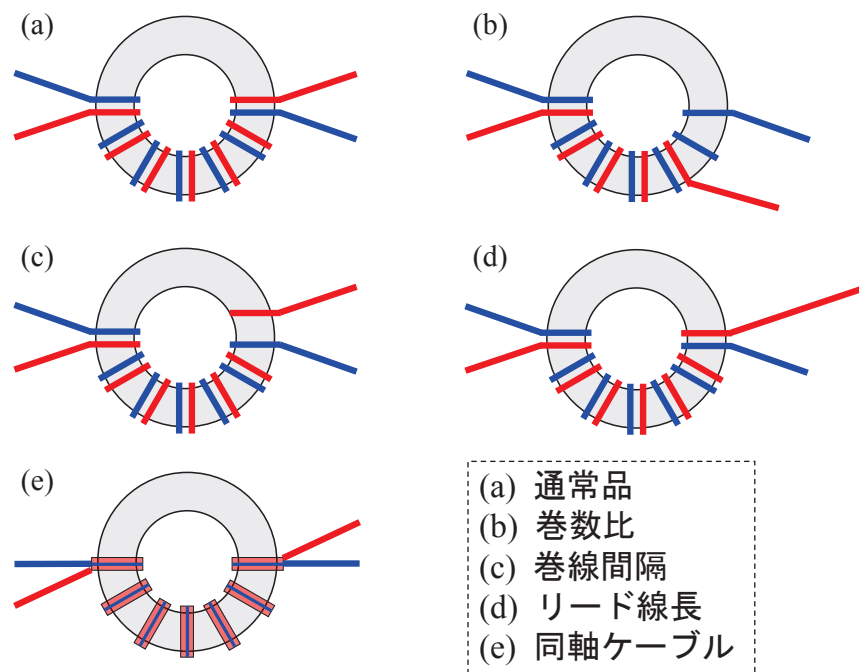


図 5.4-3 CMF の非対称性の要因

5.4.2 誘導性の不平衡

図 5.4-4(a)は、図 5.4-2 の結合コイル部分を抜き出した回路である。この 4 ポート S 行列を求める。

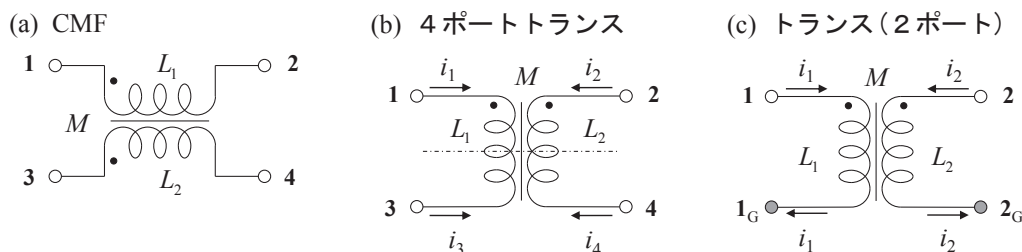


図 5.4-4 結合コイル (図(a)や図(b)は共通グラウンド, 図(c)はグラウンド無)

そのためには、まず図(b)のようなトランスを考える。通常トランスは、コイルの一端に入れた電流がそのまま他端から出てくるような端子条件で使用されるが、それはいわばトランスを 2 ポート回路と見ていることになる。図(c)のように、端子 1 と端子 1_G が一つの端子対(ポート)を形成し、端子 2 と端子 2_G がもう一つの端子対(ポート)を形成する。このときトランスの特性は、その定義から、

$$\mathbf{Z}_{\text{trans}} = j\omega \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} = j\omega L \begin{bmatrix} 1/n_L & k_L \\ k_L & n_L \end{bmatrix} \quad (5.4-1)$$

といった Z 行列で表現することができる。ただし、 ω は角周波数。式(5.4-1)の右辺では、今後の計算を簡単にするため、 L_1, L_2, M の代わりに、

$$L = \sqrt{L_1 L_2}, \quad (5.4-2a)$$

$$n_L = \sqrt{L_2 / L_1} \quad (\text{巻数比}), \quad (5.4-2b)$$

$$k_L = M / L \quad (\text{結合係数}) \quad (5.4-2c)$$

を用いた ($n_L > 0$, $0 \leq k_L \leq 1$)。結合コイルの非対称性(誘導性の不平衡)は、直接的には、式(5.4-2b)の巻数比 n_L に表れる。

しかしここでは、差動回路に使う場合を想定しているので、トランスを 4 ポート部品、すなわち、コイルの各端子を独立したポートとみなす必要がある [25], [34]。トランスをグラウンド面上に配置し、各端子とグラウンドで端子対(ポート)を形成すると捉える(図 5.4-4(b))。そうした場合、コイルの一端に入る電流は必ずしも他端から出ていく電流と等しくはならない(現実にはグラウンドとの寄生容量など他に流れる経路がある)。そのような 4 ポートトランスの特性は、4 ポートの回路行列で特性づけられる。以下ではそれを導く。

集中定数トランスは図 5.4-4(b)のように、上下対称であるから⁶⁰、その4ポートのミックスモードS行列はブロック対角になる(式(2.3-44)参照)。そして、そのときのディファレンシャルモード特性部分が上記2ポートトランスに相当している。したがって、対角ブロック \mathbf{S}_{dd} は、式(5.4-1)をS行列に直し、

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{dd} &= \mathbf{S}_{\text{trans}} = (\mathbf{Z}_{\text{trans}} - 2Z_0\mathbf{I})(\mathbf{Z}_{\text{trans}} + 2Z_0\mathbf{I})^{-1} \\ &= \frac{1}{\Delta_L} \begin{bmatrix} \hat{Z}_L^2(1-k_L^2) + 2\hat{Z}_L(1/n_L - n_L) - 4 & 4k_L\hat{Z}_L \\ 4k_L\hat{Z}_L & \hat{Z}_L^2(1-k_L^2) + 2\hat{Z}_L(n_L - 1/n_L) - 4 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.4-3)$$

で与えられる。ただし、

$$\hat{Z}_L = Z_L / Z_0, \quad Z_L = j\omega L, \quad (5.4-4)$$

$$\Delta_L = \hat{Z}_L^2(1-k_L^2) + 2\hat{Z}_L(n_L + 1/n_L) + 4 \quad (5.4-5)$$

と置いた。計算に際しては、ディファレンシャルモードの基準インピーダンスが、シングルエンドの基準インピーダンス Z_0 の2倍、すなわち $2Z_0$ であるとした(2.3節参照)。一方、コモンモード電流(両ポートに同位相で流れる電流)は、トランス内では行き場がなくなるので、コモンモードに対しては開放状態に見える。反射係数で表現すれば、+1である。したがって、コモンモード特性 \mathbf{S}_{cc} は、

$$\mathbf{S}_{cc} = \mathbf{I} \quad (5.4-6)$$

と表せる。ただし、 \mathbf{I} は2次の単位行列である。

4ポートトランスのミックスモードS行列は、式(5.4-3)と式(5.4-6)をまとめ、

$$\mathbf{S}'_{\text{trans}4} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_{\text{trans}} \end{bmatrix} \quad (5.4-7)$$

となる。このミックスモードS行列をシングルエンドに戻すと、式(2.3-31)により、

$$\mathbf{S}_{\text{trans}4} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{I} + \mathbf{S}_{\text{trans}} & \mathbf{I} - \mathbf{S}_{\text{trans}} \\ \mathbf{I} - \mathbf{S}_{\text{trans}} & \mathbf{I} + \mathbf{S}_{\text{trans}} \end{bmatrix} \quad (5.4-8)$$

が得られる。これが図 5.4-4(b)のトランスの4ポートS行列である。図 5.4-4(a)の結合コイルのS行列はこの式で単にポート番号を、「ポート2 \leftrightarrow ポート3」と

⁶⁰ CMFの非対称性は、平衡(上下対称)かどうか重要である。したがって、結合コイルの1次側と2次側の対称性が効く(式(5.4-10c)参照)。一方、左右、すなわち入出力に関する対称性は重要ではない。それに対して、トランスはCMFの縦横を逆にしたものなので、今度は、1次側と2次側は対称でなくてもかまわない。しかも、上下の非対称性は、集中定数的に振る舞うような低周波領域では見えてこない。したがって、対称的には有利と言えよう。ただし、実在のトランスには、巻線間の容量や対グラウンド容量(図 5.4-2 参照)があるので、それらが不平衡であれば、モード変換に効いてくる[9]。また、中間タップを有するトランスの場合は、その中間タップの位置が非対称性に大きく影響する。

入れ替えるだけで良い。その結合コイルのS行列を、改めてミックスモードに変換すれば、最終的に、

$$\mathbf{S}'_L = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{L-cc} & \mathbf{S}_{L-cd} \\ \mathbf{S}_{L-dc} & \mathbf{S}_{L-dd} \end{bmatrix}, \tag{5.4-9}$$

$$\mathbf{S}_{L-cc} = \frac{1}{\Delta_L} \begin{bmatrix} \hat{Z}_L^2(1-k_L^2) + \hat{Z}_L(n_L + 1/n_L + 2k_L) & * \\ \hat{Z}_L(n_L + 1/n_L - 2k_L) + 4 & * \end{bmatrix}, \tag{5.4-10a}$$

$$\mathbf{S}_{L-dd} = \frac{1}{\Delta_L} \begin{bmatrix} \hat{Z}_L^2(1-k_L^2) + \hat{Z}_L(n_L + 1/n_L - 2k_L) & * \\ \hat{Z}_L(n_L + 1/n_L + 2k_L) + 4 & * \end{bmatrix}, \tag{5.4-10b}$$

$$\mathbf{S}_{L-dc} = \mathbf{S}_{L-cd} = \frac{\hat{Z}_L(1/n_L - n_L)}{\Delta_L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \tag{5.4-10c}$$

と所望のミックスモードS行列が求まる。上記小行列では、22要素と12要素は、それぞれ11要素と21要素に等しいので、紙面の節約のため、それらを*で略記した。結合していない場合 ($M = k_L = 0$)、式(5.4-10)は式(5.3-1)に還元される。

式(5.4-10c)より、巻数比 n_L が $n_L = 1$ 、すなわち対称であれば、 $\mathbf{S}_{L-dc} = \mathbf{S}_{L-cd} = \mathbf{0}$ と非対角ブロックは消えるが、そうでないときは、モード変換を生じることがわかる。

5.4.3 容量性の不平衡

次に、図5.4-2の容量部分を抜き出した回路(図5.4-5(a))の4ポートS行列を求める。この回路は左右対称なので、2等分定理より、evenモードに対しては鏡映面で切り離し、切り口を開放したもの(図(b))、oddモードに対しては切り口を短絡したもの(図(c))で表すことができる。

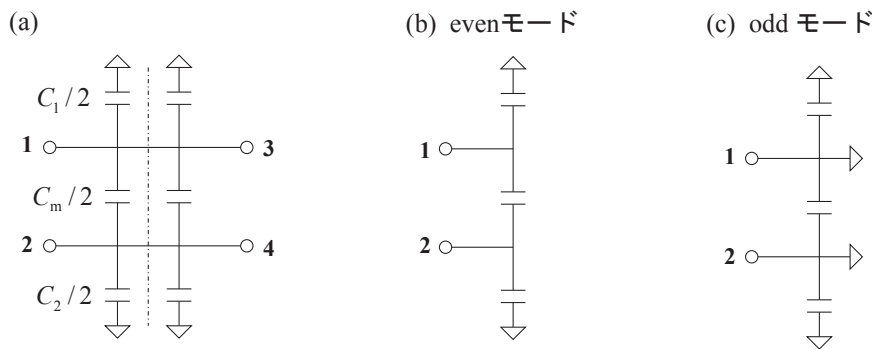


図 5.4-5 コンデンサ回路

したがって、evenモードは、 $C_1/2, C_2/2, C_m/2$ で構成されるπ型2ポート回路

となる．その特性は，良く知られているように，

$$\mathbf{Y}_\pi = \frac{j\omega}{2} \begin{bmatrix} C_1 + C_m & -C_m \\ -C_m & C_2 + C_m \end{bmatrix} = \frac{j\omega C}{2} \begin{bmatrix} n_c & -k_c \\ -k_c & 1/n_c \end{bmatrix} \quad (5.4-11)$$

といったY行列で表現できる．ただし， ω は角周波数．式(5.4-11)の右辺では，今後の計算を簡単にするため， C_1, C_2, C_m の代わりに，

$$C = \sqrt{(C_1 + C_m)(C_2 + C_m)}, \quad (5.4-12a)$$

$$n_c = \sqrt{(C_1 + C_m)/(C_2 + C_m)}, \quad (5.4-12b)$$

$$k_c = C_m / C \quad (5.4-12c)$$

を用いた($n_c > 0$, $0 \leq k_c \leq 1$)．この場合も結合コイル同様，非対称性(容量性の不平衡)は，直接的には，式(5.4-12b)の n_c に表れる．

これをS行列に直すと，

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{cc} &= \mathbf{S}_\pi = (\mathbf{Y}_0 \mathbf{I} - \mathbf{Y}_\pi)(\mathbf{Y}_0 \mathbf{I} + \mathbf{Y}_\pi)^{-1} \\ &= \frac{1}{\Delta_c} \begin{bmatrix} 4 + 2\hat{Y}_c(1/n_c - n_c) - \hat{Y}_c^2(1 - k_c^2) & 4k_c\hat{Y}_c \\ 4k_c\hat{Y}_c & 4 + 2\hat{Y}_c(1/n_c - n_c) - \hat{Y}_c^2(1 - k_c^2) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.4-13)$$

となる．ただし，

$$\hat{Y}_c = Y_c / Y_0, \quad Y_c = j\omega C, \quad (5.4-14)$$

$$\Delta_c = 4 + 2\hat{Y}_c(n_c + 1/n_c) + \hat{Y}_c^2(1 - k_c^2) \quad (5.4-15)$$

と置いた． $Y_0 = 1/Z_0$ は基準アドミタンスである．一方，oddモードでは，各ポートが接地されているので，反射係数で表現すれば， -1 となる．したがって，ダイファレンシャルモード特性 \mathbf{S}_{dd} は，

$$\mathbf{S}_{dd} = -\mathbf{I} \quad (5.4-16)$$

と表せる．

図5.4-5(a)の回路のミックスモードS行列は，式(5.4-13)と式(5.4-16)をまとめ，

$$\mathbf{S}'_{\pi 4} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_\pi & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (5.4-17)$$

となる．このミックスモードS行列をシングルエンドに戻すと，式(2.3-31)により，

$$\mathbf{S}_{\pi 4} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_\pi - \mathbf{I} & \mathbf{S}_\pi + \mathbf{I} \\ \mathbf{S}_\pi + \mathbf{I} & \mathbf{S}_\pi - \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (5.4-18)$$

が得られる．このS行列を，改めてポート1と2，ポート3と4を組にしてミックスモードに変換すれば，

$$\mathbf{S}''_C = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{C-cc} & \mathbf{S}_{C-cd} \\ \mathbf{S}_{C-dc} & \mathbf{S}_{C-dd} \end{bmatrix}, \quad (5.4-19)$$

$$\mathbf{S}_{C-cc} = \frac{1}{\Delta_C} \begin{bmatrix} -\hat{Y}_C(n_C + 1/n_C - 2k_C) - \hat{Y}_C^2(1 - k_C^2) & * \\ 4 + \hat{Y}_C(n_C + 1/n_C + 2k_C) & * \end{bmatrix}, \quad (5.4-20a)$$

$$\mathbf{S}_{C-dd} = \frac{1}{\Delta_C} \begin{bmatrix} -\hat{Y}_C(n_C + 1/n_C + 2k_C) - \hat{Y}_C^2(1 - k_C^2) & * \\ 4 + \hat{Y}_C(n_C + 1/n_C - 2k_C) & * \end{bmatrix}, \quad (5.4-20b)$$

$$\mathbf{S}_{C-dc} = \mathbf{S}_{C-cd} = \frac{\hat{Y}_C(1/n_C - n_C)}{\Delta_C} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.4-20c)$$

と所望のミックスモードS行列が求まる．結合していない場合 ($C_m = k_C = 0$)，式(5.4-20)は式(5.3-2)に還元される．

この場合も結合コイル同様，容量性の不平衡の指標 n_C が， $n_C = 1$ ，すなわち対称であれば非対角ブロックは消える．

5.4.4 要因の判別

以上のことより，CMFの非対称性の指標であるミックスモードS行列の非対角ブロックは，誘導性の不平衡が支配的な場合は式(5.4-10c)で，容量性の不平衡が支配的な場合は式(5.4-20c)で表されることがわかった．両因子が混在している場合は，その大きさでどちらが支配的になるかが定まる．つまり，式(5.4-10c)と式(5.4-20c)において，(行列の外に出されている)係数の絶対値を比べたとき，一方が他方に比べ十分大きいならば，非対角ブロックの値は近似的にその大きい方の値となる．

両者は似たような形(双対)をしているが，その小行列 \mathbf{S}_{dc} ， \mathbf{S}_{cd} の対角要素と非対角要素の正負が異なっている．容量性の場合は S_{dc11} と S_{dc21} (あるいは S_{cd11} と S_{cd21}) は同じ位相角になるが，誘導性の場合は位相角が反転する．したがって，どちらが支配的かはミックスモードS行列の非対角ブロックの位相を見れば判別可能である．また，導線の付番の交替 (n_L や n_C を逆数にしたことに相当する) は，ミックスモードS行列の非対角ブロックの符号に表れるので，どちら側が過剰かもそこから読み取れる． S_{dc11} (あるいは S_{cd11}) の位相が+90度するとき， $n_L < 1$ (L_1 が過剰) または $n_C < 1$ (C_2 が過剰) であり，逆に，-90度するとき， $n_L > 1$ (L_2 が過剰) または $n_C > 1$ (C_1 が過剰) である．

一方，モード変換量(非対角ブロックの大きさ $|S_{dcij}|$ ， $|S_{cdij}|$ ($i, j = 1, 2$)) は周波数によって変化する．周波数が低いときは，式(5.4-5)あるいは式(5.4-15)を定数項で近似できるので，

$$\mathbf{S}_{L-dc} = \mathbf{S}_{L-cd} = \frac{j\omega L(1/n_L - n_L)}{4Z_0} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.4-21a)$$

$$\mathbf{S}_{C\text{-dc}} = \mathbf{S}_{C\text{-cd}} = \frac{j\omega C(1/n_C - n_C)}{4Y_0} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.4-21b)$$

となり，その大きさは，

$$|S_{L\text{-dc}ij}| = |S_{L\text{-cd}ij}| = \omega L |1/n_L - n_L| / 4Z_0, \quad (5.4-22a)$$

$$|S_{C\text{-dc}ij}| = |S_{C\text{-cd}ij}| = \omega C |1/n_C - n_C| / 4Y_0 \quad (5.4-22b)$$

のように，周波数に比例する[7]．しかし，周波数が高くなるにつれ高次の項が効いてくるので，単純にはいかない．もし，結合が強くて， k_L あるいは k_C が1に近ければ，2次の項が無視できるので，高周波領域で，

$$\mathbf{S}_{L\text{-dc}} = \mathbf{S}_{L\text{-cd}} = \frac{1/n_L - n_L}{2(1/n_L + n_L)} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.4-23a)$$

$$\mathbf{S}_{C\text{-dc}} = \mathbf{S}_{C\text{-cd}} = \frac{1/n_C - n_C}{2(1/n_C + n_C)} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.4-23b)$$

となり，その大きさは，

$$|S_{L\text{-dc}ij}| = |S_{L\text{-cd}ij}| = \frac{1}{2} \left| \frac{1 - n_L^2}{1 + n_L^2} \right|, \quad (5.4-24a)$$

$$|S_{C\text{-dc}ij}| = |S_{C\text{-cd}ij}| = \frac{1}{2} \left| \frac{1 - n_C^2}{1 + n_C^2} \right| \quad (5.4-24b)$$

のように一定値(周波数によらない)となる．以上の導出過程からわかるように，この場合の低周波と高周波の境目は，

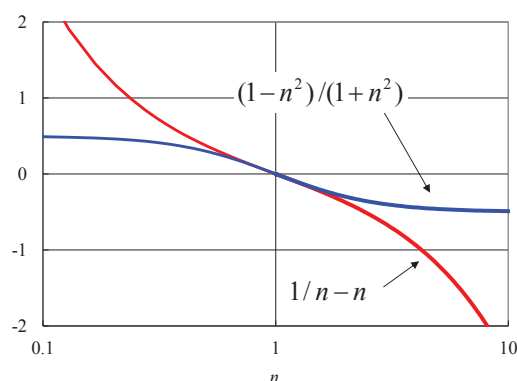
$$\omega = 2Z_0 / L(n_L + 1/n_L), \quad (5.4-25a)$$

$$\omega = 2Y_0 / C(n_C + 1/n_C) \quad (5.4-25b)$$

が目安となる．

いずれにしても，関数 $|1/n - n|$ や $|(1 - n^2)/(1 + n^2)|$ は $n = 1$ のとき0で n が1から遠ざかるほど増加する(図5.4-6参照)のだから，式(5.4-22)や式(5.4-24)の成り立つ範囲では，非対称性が強くなるほど，モード変換が生じることになる．そして， $n \approx 1$ の場合， $|n - 1|$ が1桁大きくなるにつれ，モード変換量は20 dB悪化する($|n - 1|$ に比例する)．実用的な平衡度合いとして，-40 dBを目安にとると，高周波領域では， n が 1 ± 0.02 の範囲内であることが要求される．これは慎重に製作すれば十分可能な数値である*61．

⁶¹ 「慎重に製作」というのは，対称性を考慮してCMFを設計したり，対称性に配慮した製造ラインを工程設計したり，ということの意味している．しかし，それでもバラツキは存在するので，ある程度の余裕は必要である．また，もともと対称性に気を使わないでも済むようなロバストな製品であれば，それに越したことはない．

図 5.4-6 n の関数

5.4.5 実測による検証

上記理論を検証するためモデル実験を行った。故意に、誘導性または容量性の不平衡を発生させたサンプルを作製し、実測値と理論値が一致するか検証する。

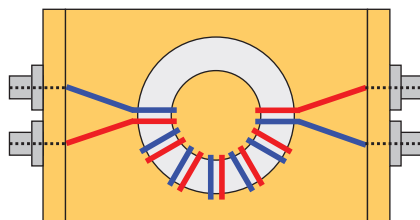
(1) サンプル作製および測定方法

実験用のCMFは、トロイダル形状のフェライトコア(TDK製 HF70T25×13×15, 外径 25 mm, 内径 15 mm, 厚さ 13 mm)に導線を巻きつけて作製した。一つ目の実験は巻数比の影響を調べるものである。2本のビニル被覆銅線(線径 0.18 mm×12本のより線)をバイファイラ巻きでコアに3回巻いたもの(正常品(図 5.4-3(a)に相当), $n_L \approx 1$)と、片方の導線は3回巻くがもう一方は2回にしたもの(巻数不一致品(図 5.4-3(b)に相当), $n_L \approx 2/3$)の2種類を試作した。二つ目の実験は、導線を同軸構造としたとき(図 5.4-3(e)に相当)の影響を見るものである。2本の導線の代わりに、可とう性の同軸ケーブル(特性インピーダンス 50 Ω)を5.5回巻いた(全長約 30 cm)ものを試作した。

作製したCMFを真ちゅうのグラウンド板上に置き、引き出した導線に4つの同軸コネクタを付けて(図 5.4-7 参照)、ネットワークアナライザ Agilent E5071B でシングルエンドSパラメータを測定した(基準インピーダンスは 50 Ω)。校正は、同軸端までを付属の校正キットを用いて行っている。したがって、測定値には引き出した導線や同軸コネクタの特性が含まれているが、周波数がそれほど高くない場合はそれらの影響は限定的である^{*62}。ミックスモードSパラメータは、その測定値から式(2.3-30)で計算した。

⁶² 引き出し部分の長さは 3 cm 程度なので GHz オーダーにならないと効かない。

(a) Top view



(b) Side view

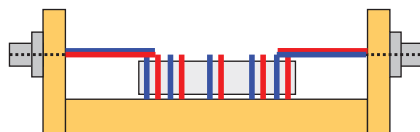


図 5.4-7 測定治具に装着したCMF

(2) 結果

ミックスモードSパラメータの測定結果を図5.4-8に示す。図(a)～図(d)の位置は行列の配置に一致させてある。各図の横軸は周波数(100 kHz～1 GHz)、縦軸はSパラメータの大きさ(-80 dB～0 dB)である。実線は正常品、破線は巻数不一致品の特性を表している。両者はいずれも、コモンモードに対しては400 kHz付近がカットオフ(図(a))の、ディファレンシャルモードに対しては300 MHz付近がカットオフ(図(d))のローパス特性となっている。したがって、その間の周波数帯(400 kHz～300 MHz)では、コモンモードのみを抑制するCMFとして作用することがわかる。巻数比を変化させても、それらの特性にはさほど影響がない。

一方、モード変換特性(図(b), (c))は、正常品は良好(1 MHzで-60 dB以下)であるが、巻数不一致品は、-20 dB程度まで悪化している。その原因は、巻数の違いによる誘導性の不平衡にある。実際、位相特性(図5.4-10(b)参照)は、 S_{dc11} と S_{dc21} とで、数十MHzまで約180度の差を保っている。

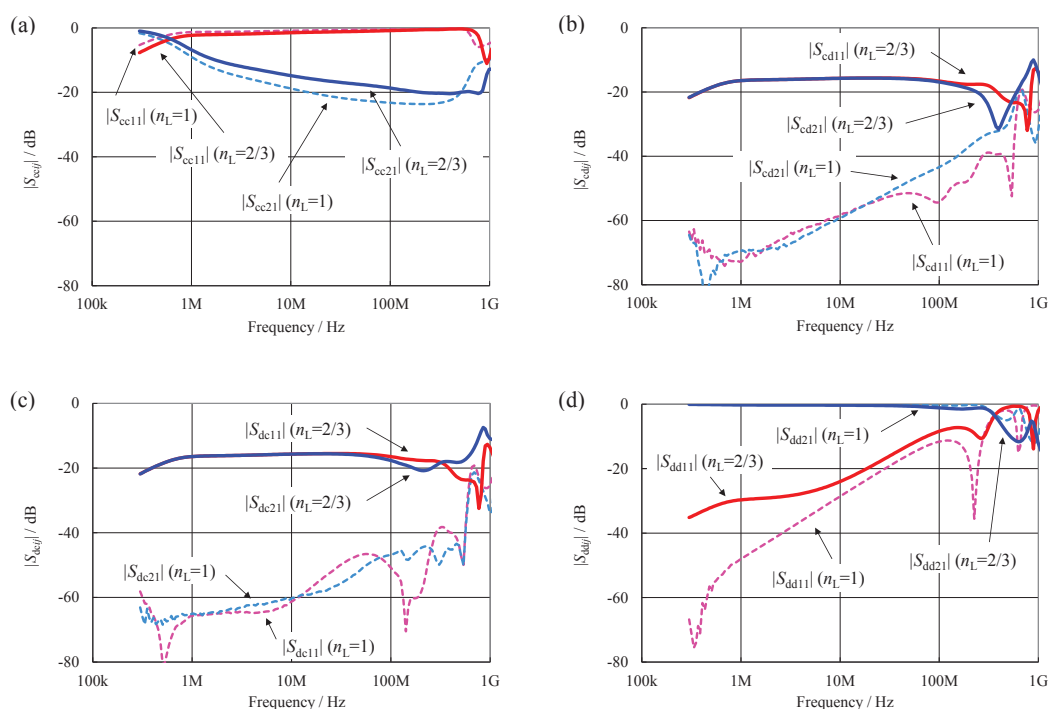


図 5.4-8 CMF のミックスモード S パラメータ (巻数比の影響: 正常品 (実線), 巻数不一致品 (破線))

巻数不一致品のモード変換量 $|S_{dej}|$, $|S_{cdj}|$ は, 300 kHz ~ 1 MHz では周波数に比例し, それより周波数が高い (1 MHz ~ 100 MHz) と一定値になっている. これは式 (5.4-22a) および式 (5.4-24a) で予想した通りの振る舞いであるが, 数値的に検証してみる.

そのためには, 式 (5.4-2) の 3 つのパラメータ (L , n_L , k_L) を知る必要がある. 巻数比 n_L は今回の実験条件より, $n_L \approx 2/3$ としてよい. また, フェライトは比透磁率が非常に大きいので, 結合係数 k_L は $k_L \approx 1$ と仮定する. L はコモンモード特性 $|S_{cc21}|$ の実測値 (図 5.4-8 (a)) を用いて, 式 (5.4-10a) から換算した. その結果を図 5.4-9 に示す. 300 kHz 付近ではほぼ一定になっているが, 1 MHz ぐらいから減少している. これは用いたフェライト材料の透磁率の分散特性を表している. 実際, 300 kHz でのインダクタンス値はフェライト材料の比透磁率の公称値 ($\mu_r = 1500$) から予測される値⁶³, 12 μH とほぼ一致している. したがって, この L 値は妥当な値と判断した.

⁶³ フェライトコアの形状から, 断面積を約 65 mm², 磁路長を約 63 mm として概算した.

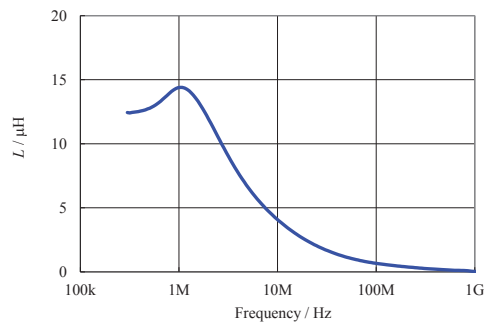


図 5.4-9 S_{cc21} 特性から推定されるインダクタンス値

これらの値⁶⁴を用いて、式(5.4-10c)からモード変換特性(S_{dcij} , S_{cdij})を計算した。その結果を図 5.4-10 に点線で示す。実測値(実線)とは、10 MHz 付近まで良く合っている(平均差異⁶⁵は約 7%)。このことから、巻数不一致品のモード変換特性は誘導性が支配的であることも、間接的に確かめられた。

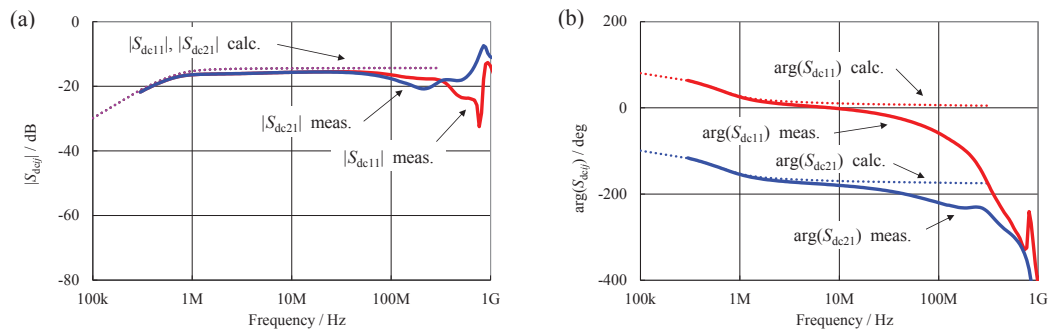


図 5.4-10 巻数不一致品 ($n_L \approx 2/3$) の S_{dc} 特性 (実測値(実線)と計算値(点線))

次に、同軸ケーブルを巻いたCMFについて調べる。そのモード変換特性の実測値(実線)を図 5.4-11 に示す。モード変換量(図(a))はそれほど大きくないが、その位相特性(図(b))は、 S_{dc11} と S_{dc21} とで、10 MHz 程度まで+90 度の同相であり、予想通り容量性の不平衡が支配的であることがわかる。

⁶⁴ $n_L = 2/3$, $k_L = 1$ とした。また、 L は図 5.4-9 に示した値(周波数によって変化する)を使用した。ただし、フェライトの透磁率は低周波ではほぼ一定なので、300 kHz 未満の L は 300 kHz の値で代用した。

⁶⁵ 300 kHz~10 MHz の $|S_{dcij}|$ ($i, j = 1, 2$) の dB 値の相対偏差の平均。

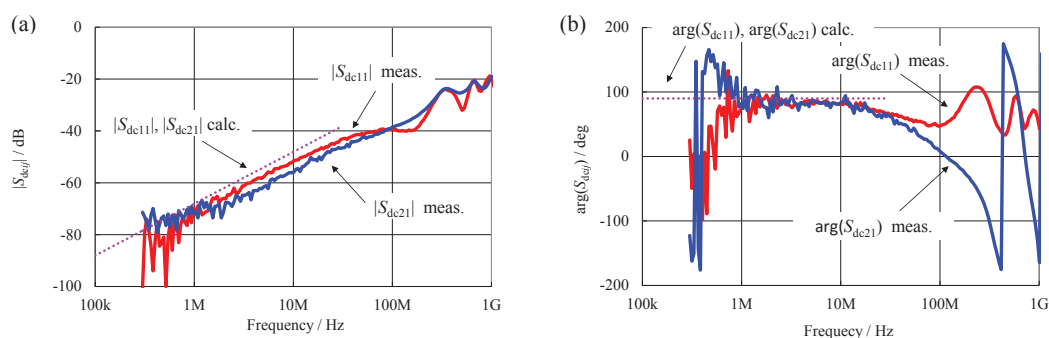


図 5.4-11 同軸ケーブルを巻いたCMFの S_{dc} 特性（実測値(実線)と計算値(点線)）

そのことを検証するため、同軸ケーブルを巻いたCMFの静電容量を測定した。図 5.4-7 の配置のまま、出力端を開放状態にして、入力端にインピーダンス測定器を接続する（測定条件については 3.5.3 項参照）。同軸ケーブルの内外導体間をプロービングすると C_m が、外導体と真ちゅうグラウンド間をプロービングすると C_2 が求まる。すると、1 MHz で $C_m = 67\text{pF}$ 、 $C_2 = 5\text{pF}$ ($n_c = k_c = 0.96$) であった。

図 5.4-11 に示した点線は、これらの値(周波数によらない一定値として扱う)を用い、式(5.4-20c)で計算した結果である。10 MHz ぐらいまでは、実測値とおおむね一致している(平均差異^{*66}は約 8%)。このことは、今回の試作品(同軸ケーブルを巻いたCMF)のモード変換特性が、容量性の不平衡に起因していることを示している。

5.4.6 本節のまとめ

非対称なCMFについて、誘導性または容量性のいずれかの不平衡因子が支配的という状況下でのミックスモードSパラメータを理論的に導出し、その妥当性と有効性を実験で検証した。

現在のところ、「非対称性を考慮したCMF」という製品はほとんど存在しない^{*67}が、それは、大切さの認識という問題以外にも、評価指標の整備状況や製造

⁶⁶ 1 MHz～10 MHz の $|S_{dcij}|$ ($i, j = 1, 2$) の dB 値の相対偏差の平均。

⁶⁷ TDKは、車載 Ethernet 向けに、業界最高水準のモード変換特性(100 MHz までの広い周波数帯域にわたって、 S_{cd21} を従来品よりも 15 dB～25 dB 改善)を実現し、かつ業界最小サイズの ACT45L シリーズを開発して、2013 年 11 月より量産している[35]。従来の CAN-BUS や FlexRay という規格に対し、新しい分野である車載 Ethernet は、高水準のモード変換特性 S_{cd21} が要求されるため、高精度自動巻線を採用することにより、高い信頼性を維持しているとのこと。

コストなど多くの要因が関係している。しかし、信号の高速高周波化や機器の高性能化に伴い、対称性の向上は今後避けられない課題となりつつあるため、上記原因の解消は急務と言える。本節は非対称性の問題提起であると同時に、解決策の提案にもなっている。ここで得られた知見を活用すれば、CMFの非対称性を補償することや、測定値から支配的な要因を特定し、構成改善の指針を得ることが可能である。それらは、対称性の良いCMFを設計する際に有効となる。また、5.2節で議論した評価指標は、製造ラインでの選別の際に役立つ。今後、対称性を制御したものづくりへと展開していきたい。

本節の議論は、CMFを対象としているが、図 5.4-2 を見ればわかるように、平衡フィルタ(図 2.5-1 参照)や低周波での結合線路(図 5.5-2 参照)にも転用可能である。つまり、それらにおいて、誘導性または容量性のいずれかの不平衡因子が支配的であれば、本節の結果がそのまま成り立つ。

5.5 結合線路

本節では、結合線路の非対称性について考える。結合線路のミックスモード S パラメータを理論的に求め、非対称性がどう表れるのかを考察する。また、回路シミュレータを用いて、得られた理論式の検証を行う。線路が電氣的に短い(周波数が低い)と集中定数近似が成り立つので、その場合は、前節の式に還元されるはずである。そのことも合わせて確認する。

5.5.1 理論

対象としては、最も単純な無損失 2 線条線路(図 5.5-1)をとりあげる。ここでは、簡単のため、均一媒質中の無損失 TEM 線路を仮定する。実際の線路では必ずしも断面構造が均一ではないかもしれないが、低周波では実効誘電率、実効透磁率を有する均一媒質と近似することができる[36]^{*68}。無損失 TEM 線路では、直列インダクタンスと並列容量が、長さ方向に分布したものとみなすことができる。図はその微小区間(長さ dx)を表したものであり、全体としては、これが

⁶⁸ 単線路では、不均一媒質であっても、実効誘電率を用いれば、低周波では均一媒質な線路とみなすことができた(準 TEM 近似)。しかし、多線条線路の場合、事情が複雑である。不均一媒質だと、モードによって実効誘電率も異なるので、それぞれのモードでは均一媒質な線路とみなすことはできるが、全体では均一媒質とみなした式(モードによって特性インピーダンスは異なるが、実効誘電率は等しい)にはならない。したがって、以下の議論を不均一媒質へ適用する際には、近似が有効かどうか、慎重な判断を要する。

縦続接続されたものとなっている。\$L_{11}\$ と \$L_{22}\$ は各信号導体の単位長さ当たりの自己インダクタンス、\$L_{21}\$ は信号導体間の単位長さ当たりの相互インダクタンス、\$C_{10}\$ と \$C_{20}\$ は信号導体とグラウンドとの間の単位長さ当たりの静電容量、\$C_{21}\$ は信号導体間の単位長さ当たりの静電容量である。

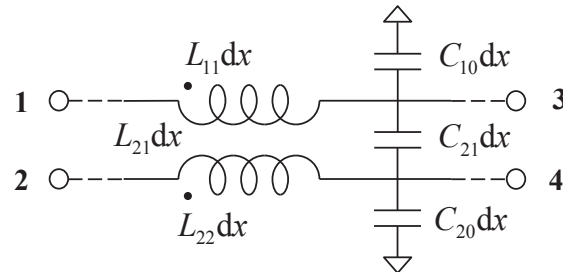


図 5.5-1 無損失 TEM 2 線条線路

無損失 TEM 2 線条線路の定常状態の特性は、

$$-\frac{dv}{dx} = j\omega \mathbf{L} \mathbf{i}, \quad (5.5-1a)$$

$$-\frac{di}{dx} = j\omega \mathbf{C} \mathbf{v} \quad (5.5-1b)$$

といった電信方程式で表される [36]。ただし、\$\omega\$ は角周波数、\$x\$ は位置、\$\mathbf{v}, \mathbf{i}\$ は位置 \$x\$ での電圧、電流ベクトルである。また、\$\mathbf{L}, \mathbf{C}\$ は、それぞれ直列インダクタンス、並列容量を表す 2 次実対称行列、

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{21} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix}, \quad (5.5-2a)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & -C_{21} \\ -C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{10} + C_{21} & -C_{21} \\ -C_{21} & C_{20} + C_{21} \end{bmatrix} \quad (5.5-2b)$$

である。無損失均一媒質の場合、この \$\mathbf{L}\$ 行列と \$\mathbf{C}\$ 行列には、

$$\mathbf{LC} = \mathbf{CL} = \epsilon \mu \mathbf{I} \quad (5.5-3)$$

という関係が成り立つ [36]。ただし、\$\epsilon, \mu\$ はそれぞれ、媒質の誘電率と透磁率である。そのため、\$\mathbf{L}\$ 行列と \$\mathbf{C}\$ 行列は、どちらか一方が与えられれば、他方は自動的に定まってしまう (独立なパラメータの数は半減し、3 つになる)。

式(5.5-1)をひとまとめにし、行列の形で書けば、

$$-\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{i} \end{bmatrix} = j\omega \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{L} \\ \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{i} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{i} \end{bmatrix} \quad (5.5-4)$$

となる。ただし、

$$\mathbf{A} = j\omega \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{L} \\ \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (5.5-5)$$

と置いた。この微分方程式は、形式的に、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{i} \end{bmatrix} = e^{-x\mathbf{A}} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_0 \\ \mathbf{i}_0 \end{bmatrix} \quad (5.5-6)$$

と解くことができる[36]. この解は, 初期値(この場合は $x=0$ の位置での電圧ベクトル \mathbf{v}_0 と電流ベクトル \mathbf{i}_0)を与えたときに, 任意の位置 x での値を返すものになっているので, 係数 $e^{-x\mathbf{A}}$ は, 「長さ x の伝送線路の縦続行列」の逆行列に相当している. したがって, その行列の指数関数を具体的に計算すれば(式(C.4-1)参照),

$$\mathbf{K}_x = e^{x\mathbf{A}} = e^{-j\kappa x} \frac{\mathbf{A} - j\kappa \mathbf{I}}{-2j\kappa} + e^{j\kappa x} \frac{\mathbf{A} + j\kappa \mathbf{I}}{2j\kappa} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \cos \theta & j\zeta_0 \sin \theta \\ j\eta_0 \sin \theta & \mathbf{I} \cos \theta \end{bmatrix} \quad (5.5-7)$$

と縦続行列が明示される[20], [37]. ただし,

$$\kappa = \omega \sqrt{\mu\epsilon} \quad (\text{位相定数(波数)}), \quad (5.5-8)$$

$$\theta = \kappa x \quad (\text{電気角}) \quad (5.5-9)$$

である. また特性インピーダンス行列 $\zeta_0 = \eta_0^{-1}$ は,

$$\zeta_0 = \mathbf{L} / \sqrt{\mu\epsilon} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \begin{bmatrix} L_{11} & L_{21} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix}, \quad (5.5-10a)$$

$$\eta_0 = \mathbf{C} / \sqrt{\mu\epsilon} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \begin{bmatrix} C_{11} & -C_{21} \\ -C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \quad (5.5-10b)$$

となる[36]. この縦続行列をZ行列に直す(変換式は文献[25]参照)と,

$$\mathbf{Z}_x = \frac{1}{j} \begin{bmatrix} \zeta_0 \cot \theta & \zeta_0 \csc \theta \\ \zeta_0 \csc \theta & \zeta_0 \cot \theta \end{bmatrix} \quad (5.5-11)$$

が得られる. これらの縦続行列やZ行列は, 特性インピーダンス行列 $\zeta_0 = \eta_0^{-1}$ が, スカラーの場合, 単線路の式に還元される.

回路行列がわかったので, この結合線路の性質は全て計算できる. まずは, ミックスモードZ行列を計算する. ポート番号に注意して, 式(5.5-11)に式(2.3-21)を適用すれば,

$$\mathbf{Z}'_x = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{cc} & \mathbf{Z}_{\Delta} \\ \mathbf{Z}_{\Delta} & \mathbf{Z}_{dd} \end{bmatrix} = \frac{1}{j} \begin{bmatrix} \zeta_{0c} \begin{bmatrix} \cot \theta & \csc \theta \\ \csc \theta & \cot \theta \end{bmatrix} & \zeta_{0\Delta} \begin{bmatrix} \cot \theta & \csc \theta \\ \csc \theta & \cot \theta \end{bmatrix} \\ \zeta_{0\Delta} \begin{bmatrix} \cot \theta & \csc \theta \\ \csc \theta & \cot \theta \end{bmatrix} & \zeta_{0d} \begin{bmatrix} \cot \theta & \csc \theta \\ \csc \theta & \cot \theta \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (5.5-12)$$

が得られる. ただし,

$$\zeta_{0c} = (\zeta_{011} + \zeta_{022} + 2\zeta_{021})/4, \quad (5.5-13a)$$

$$\zeta_{0d} = \zeta_{011} + \zeta_{022} - 2\zeta_{021}, \quad (5.5-13b)$$

$$\zeta_{0\Delta} = (\zeta_{011} - \zeta_{022})/2 \quad (5.5-13c)$$

である.

これをS行列に直せば, ミックスモードS行列になる. しかし, まともに計算すると, 非常に式が込み入ってしまう(数値計算なら, それでもかまわないが).

そこで、ほぼ対称であるが、わずかに対称性がくずれている場合の近似式を求める。

準備として、いくつかのパラメータを定義しておく。対称性の程度 n^{*69} と結合係数 k を、

$$n = \sqrt{L_{22}/L_{11}} = \sqrt{C_{11}/C_{22}} \quad (n > 0), \quad (5.5-14)$$

$$k = L_{21}/L = C_{21}/C \quad (0 \leq k < 1) \quad (5.5-15)$$

と置く。ただし、

$$L = \sqrt{L_1 L_2}, \quad C = \sqrt{C_1 C_2} \quad (5.5-16)$$

である。この L と C は式(5.5-3)より、

$$LC(1-k^2) = \mu\varepsilon \quad (5.5-17)$$

という関係にある。結合線路の対称性は、 n に(のみ)表れる。すなわち、対称な場合、

$$n = 1 \quad (L_{11} = L_{22}, \quad C_{11} = C_{22}) \quad (5.5-18)$$

であり、 n が 1 から離れるほど、非対称になる。

ここで近似を行う。ほぼ対称であるが、わずかにずれている場合 ($n \approx 1$) を想定する。一方、結合はそれほど強くはないとする。すなわち、

$$|1-n| \ll 1-k < 1 \quad (5.5-19)$$

である。すると、式(5.5-13)は、

$$\zeta_{0c} \approx \zeta_0(1+k)/2, \quad (5.5-20a)$$

$$\zeta_{0d} \approx 2\zeta_0(1-k), \quad (5.5-20b)$$

$$\zeta_{0\Delta} \approx -\zeta_0\xi \quad (5.5-20c)$$

と近似される。ただし、

$$\zeta_0 = L/\sqrt{\mu\varepsilon} = \sqrt{\mu\varepsilon}/C(1-k^2) = \sqrt{L/C(1-k^2)}, \quad (5.5-21)$$

$$\xi = \frac{n-1/n}{2} = \frac{L_{22}-L_{11}}{2L} = \frac{C_{11}-C_{22}}{2C} \quad (5.5-22)$$

と置いた。 ξ は L_{11} と L_{22} あるいは C_{11} と C_{22} (したがって C_{10} と C_{20}) の差を意味する(対称な場合は $\xi = 0$ になる)。 n はこの ξ を用いて、

$$n \approx 1 + \xi \quad (|\xi| < 1) \quad (5.5-23)$$

と書ける。また、コモンモードの特性インピーダンスとディファレンシャルモードのそれは、

$$\zeta_{0c}\zeta_{0d} \approx \zeta_0^2(1-k^2) = L/C \quad (5.5-24)$$

という関係になる。以降(近似計算)では、非対称性の程度として、 n よりも、むしろこの ξ を用いて計算を進める。必要であれば、両者は式(5.5-22)、あるいは近似的には式(5.5-23)で結ばれているので、いつでも元に戻すことができる。

以上の準備を基に、コモン/ディファレンシャルモードのミックスモード S 行

⁶⁹ L についてだけ言えば、コイルの巻数比に相当している(式(5.5-14)の中辺参照)。

列を導出する．逆行列の計算に際して，非対角ブロック $\hat{\mathbf{Z}}_{\Delta}$ が小さいものとして近似すると(式(C.3-4)参照)，

$$\begin{aligned} \mathbf{S}'_x &= (\hat{\mathbf{Z}}'_x - \mathbf{I})(\hat{\mathbf{Z}}'_x + \mathbf{I})^{-1} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Z}}_{cc} - \mathbf{I} & \hat{\mathbf{Z}}_{\Delta} \\ \hat{\mathbf{Z}}_{\Delta} & \hat{\mathbf{Z}}_{dd} - \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Z}}_{cc} + \mathbf{I} & \hat{\mathbf{Z}}_{\Delta} \\ \hat{\mathbf{Z}}_{\Delta} & \hat{\mathbf{Z}}_{dd} + \mathbf{I} \end{bmatrix}^{-1} \\ &\approx \begin{bmatrix} (\hat{\mathbf{Z}}_{cc} - \mathbf{I})(\hat{\mathbf{Z}}_{cc} + \mathbf{I})^{-1} & (\mathbf{I} - (\hat{\mathbf{Z}}_{cc} - \mathbf{I})(\hat{\mathbf{Z}}_{cc} + \mathbf{I})^{-1})\hat{\mathbf{Z}}_{\Delta}(\hat{\mathbf{Z}}_{dd} + \mathbf{I})^{-1} \\ (\mathbf{I} - (\hat{\mathbf{Z}}_{dd} - \mathbf{I})(\hat{\mathbf{Z}}_{dd} + \mathbf{I})^{-1})\hat{\mathbf{Z}}_{\Delta}(\hat{\mathbf{Z}}_{cc} + \mathbf{I})^{-1} & (\hat{\mathbf{Z}}_{dd} - \mathbf{I})(\hat{\mathbf{Z}}_{dd} + \mathbf{I})^{-1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.5-25)$$

が得られる．式(5.5-12)を代入し，さらに計算を進めると，

$$\mathbf{S}'_x = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{cc} & \mathbf{S}_{cd} \\ \mathbf{S}_{dc} & \mathbf{S}_{dd} \end{bmatrix}, \quad (5.5-26)$$

$$\mathbf{S}_{cc} \approx \frac{1}{1 - \rho_c^2 e^{-j2\theta}} \begin{bmatrix} \rho_c(1 - e^{-j2\theta}) & * \\ (1 - \rho_c^2)e^{-j\theta} & * \end{bmatrix}, \quad (5.5-27a)$$

$$\mathbf{S}_{dd} \approx \frac{1}{1 - \rho_d^2 e^{-j2\theta}} \begin{bmatrix} \rho_d(1 - e^{-j2\theta}) & * \\ (1 - \rho_d^2)e^{-j\theta} & * \end{bmatrix}, \quad (5.5-27b)$$

$$\mathbf{S}_{dc} = \mathbf{S}_{cd} \approx \frac{\hat{\zeta}_{0\Delta}(1 - \rho_c)(1 - \rho_d)(1 - e^{-2j\theta})/2}{(1 - \rho_c^2 e^{-2j\theta})(1 - \rho_d^2 e^{-2j\theta})} \begin{bmatrix} 1 + \rho_c \rho_d e^{-2j\theta} & * \\ -(\rho_c + \rho_d)e^{-j\theta} & * \end{bmatrix} \quad (5.5-27c)$$

となる．ただし，

$$\rho_c = (\hat{\zeta}_{0c} - 1)/(\hat{\zeta}_{0c} + 1), \quad (5.5-28a)$$

$$\rho_d = (\hat{\zeta}_{0d} - 1)/(\hat{\zeta}_{0d} + 1), \quad (5.5-28b)$$

$$\hat{\zeta}_{0c} = \zeta_{0c}/Z_{0c} = 2\zeta_{0c}/Z_0, \quad (5.5-29a)$$

$$\hat{\zeta}_{0d} = \zeta_{0d}/Z_{0d} = \zeta_{0d}/2Z_0, \quad (5.5-29b)$$

$$\hat{\zeta}_{0\Delta} = \zeta_{0\Delta}/\sqrt{\zeta_{0c}\zeta_{0d}} = \zeta_{0\Delta}/Z_0 \quad (5.5-29c)$$

と置いた． Z_0 は基準インピーダンス．上記小行列では，22要素と12要素は，それぞれ11要素と21要素に等しいので，紙面の節約のため，それらを*で略記した．

以上で，非対称性が小さい場合の近似式ではあるが，均一媒質中の無損失TEM結合線路のミックスモードS行列が陽に示された．コモンモード特性 \mathbf{S}_{cc} (式(5.5-27a))，ディファレンシャルモード特性 \mathbf{S}_{dd} (式(5.5-27b))は，特性インピーダンスがそれぞれ， ζ_{0c} ， ζ_{0d} の単線路のS行列(式(A.2-16)参照^{*70})と同じである[38]．ほぼ対称なのであるから，それは妥当と言える．一方，非対角ブロック $\mathbf{S}_{dc} = \mathbf{S}_{cd}$ (式(5.5-27c))は，少々複雑である．しかし，それが $\xi = (n-1/n)/2$ に比例することはわかる(式(5.5-20c)参照)．つまり対称性が悪い，すなわち n が1から離れる(したがって $|\xi|$ が大きい)ほど $\mathbf{S}_{dc} = \mathbf{S}_{cd}$ も大きい．また，

⁷⁰ 特性インピーダンスと基準インピーダンスが交替しているので， ρ の符号も逆になっていることに注意．

$$\rho_c = -\rho_d \quad (\hat{\zeta}_{0c}\hat{\zeta}_{0d} = 1) \quad (5.5-30)$$

という特別な場合は、

$$S_{dc21} = S_{cd21} \approx 0 \quad (5.5-31)$$

になる。

次に、さらなる近似として、電氣的に短い場合(図 5.5-2)を考える。式(5.5-27c)に、低周波集中定数近似の条件^{*71}、

$$\theta \ll 1 \quad (5.5-32)$$

を適用すると、非対角ブロックは、

$$S_{dc} = S_{cd} \approx \frac{j\theta\hat{\zeta}_{0\Delta}}{(1+\rho_c)(1+\rho_d)} \begin{bmatrix} 1+\rho_c\rho_d & * \\ -(\rho_c+\rho_d) & * \end{bmatrix} = \frac{j\theta\hat{\zeta}_{0\Delta}}{2\hat{\zeta}_{0c}\hat{\zeta}_{0d}} \begin{bmatrix} 1+\hat{\zeta}_{0c}\hat{\zeta}_{0d} & * \\ 1-\hat{\zeta}_{0c}\hat{\zeta}_{0d} & * \end{bmatrix} \quad (5.5-33)$$

となる。したがって、低周波では、モード変換量は周波数に比例する(θ が周波数に比例する(付録 A.1(5)参照)ので)。また、位相特性は、反射が $-\xi$ の正負で、伝送が $\xi(\rho_c+\rho_d)$ の正負で符号が定まることがわかる。

この状態で、特性インピーダンスが大きく、

$$\hat{\zeta}_{0c}\hat{\zeta}_{0d} \gg 1 \quad (\sqrt{L/C} \gg Z_0) \quad (5.5-34)$$

となる場合は、さらに近似を進めて、

$$S_{dc} = S_{cd} \approx \frac{j\theta\hat{\zeta}_{0\Delta}}{2} \begin{bmatrix} 1 & * \\ -1 & * \end{bmatrix} = \frac{\omega L x \xi}{2jZ_0} \begin{bmatrix} 1 & * \\ -1 & * \end{bmatrix} \quad (5.5-35)$$

が得られる。この近似は、図 5.5-2 で容量成分を無視することに相当するので、集中定数的な結合コイル(コモンモードフィルタ、図 5.4-4(a))になるが、確かに、式(5.4-21a)に一致している^{*72}。同様に、特性インピーダンスが小さく、

$$\hat{\zeta}_{0c}\hat{\zeta}_{0d} \ll 1 \quad (\sqrt{L/C} \ll Z_0) \quad (5.5-36)$$

となる場合は、近似として、

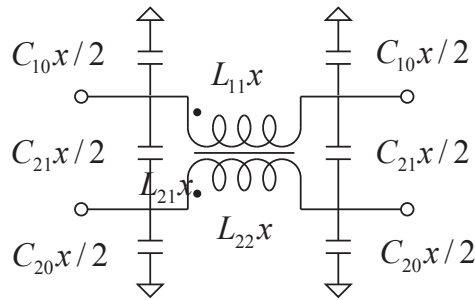
$$S_{dc} = S_{cd} = \frac{j\theta\hat{\zeta}_{0\Delta}}{2\hat{\zeta}_{0c}\hat{\zeta}_{0d}} \begin{bmatrix} 1 & * \\ 1 & * \end{bmatrix} = \frac{\omega C x \xi}{2jY_0} \begin{bmatrix} 1 & * \\ 1 & * \end{bmatrix} \quad (5.5-37)$$

が得られる。ただし、 $Y_0=1/Z_0$ は特性アドミタンスである。この近似は、図 5.5-2 でインダクタンス成分を無視することに相当するので、図 5.4-5(a)になるが、確かに、式(5.4-21b)に一致している^{*73}。

⁷¹ $|\rho_c|$ や $|\rho_d|$ が1に近い場合は、 $\theta \ll 1$ より強い低周波条件、 $\omega x L \ll Z_0$ 、 $\omega x C \ll Y_0$ を課す。

⁷² 式(5.5-35)の L は単位長さあたりの量なので、 Lx が通常のインダクタンスに相当する。

⁷³ 式(5.5-37)の C は単位長さあたりの量なので、 Cx が通常の静電容量に相当する。

図 5.5-2 無損失 TEM 2 線条線路の集中定数近似 (π 型)

5.5.2 検証

上記理論を検証するため、回路シミュレータ ADS (Agilent 社製) を用いて、非対称マイクロストリップ結合線路のミックスモード S パラメータを計算した。解析した結合線路の断面図を図 5.5-3 に示す (灰色が導体、外観図は図 2.2-1 を参照)。片方の導体は固定し、もう一方の導体 (ポート 3, 4 につながる方) だけ導体幅を変化させる ($\Delta w = 0/0.01/0.1/1/10 \text{ mm}$)。ただし、誘電体およびグラウンドの幅は無限、線路の長さ x は 100 mm とする。また、基材の比誘電率を 1 (真空) とすることで、媒質を均一なものとした。

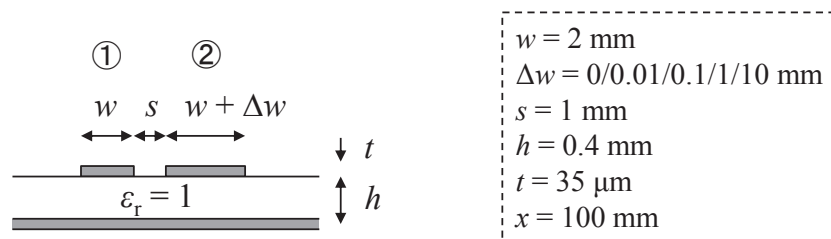


図 5.5-3 非対称マイクロストリップ結合線路

ADS には、非対称マイクロストリップ結合線路のモデルとして、MACLIN (Microstrip Asymmetric Coupled Lines) という素子が組み込まれている。この MACLIN 素子の 4 ポートのシングルエンド Z 行列とミックスモード S 行列 ($Z_0 = 50 \Omega$) を ADS でシミュレーションした。そして、その 4 ポート Z 行列の 1 MHz での値から、式 (5.5-11) を用いて、 ζ_0 , n , k , ξ を逆算した^{*74}。さらにそこから、式 (5.5-14), 式 (5.5-15), 式 (5.5-21) で、インダクタンス値と静電容量値に換算した。その結果を表 5.5-1 と図 5.5-4 に示す。導体幅の変化量 Δw を

⁷⁴ 対角ブロックと非対角ブロックから、 $\csc^2 \theta - \cot^2 \theta = 1$ の関係を使って計算した。そして、 ζ_0 や η_0 を光速で除したものが、 \mathbf{L} や \mathbf{C} になる (式 (5.5-10) 参照)。

増すと、 n が 1 から離れていき、その分、 $|\xi|$ が増加することがわかる。

表 5.5-1 MACLIN 素子の諸パラメータ

$\Delta w / \text{mm}$	ζ_0 / Ω	n	ξ	k	L_{11} / nHm^{-1}	L_{22} / nHm^{-1}	L_{21} / nHm^{-1}	C_{10} / pFm^{-1}	C_{20} / pFm^{-1}	C_{21} / pFm^{-1}
0	48.4	1.000	0.000	0.0629	161.5	161.5	10.17	64.8	64.8	4.35
0.01	48.3	0.998	-0.002	0.0629	161.5	160.9	10.14	64.8	65.0	4.36
0.1	47.6	0.983	-0.017	0.0625	161.5	156.0	9.92	64.8	67.2	4.40
1	41.7	0.862	-0.149	0.0593	161.4	119.9	8.25	64.4	88.3	4.76
10	23.2	0.480	-0.802	0.0481	161.2	37.1	3.73	62.2	293.4	6.94

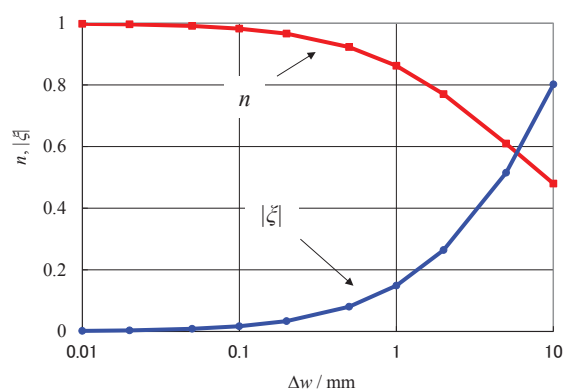


図 5.5-4 導体幅の変化による対称性のくずれ (Δw の中間値もプロットしてある)

得られた値(表 5.5-1)を結合線路の定数(周波数によらない)として、今度は、式(5.5-27)で周波数特性を計算した。すなわち、1 MHz のときの値を用いて、他の周波数のときの特性を推定したのである。そのようにして計算したミックスモード S パラメータと ADS で直接シミュレーションしたものを比較して、図 5.5-5 に示す。

両者は、 -150 dB 以下の計算誤差の部分を除いて、おおむね一致しているが、対称性が悪くなると、差異が見えてくる。 $\Delta w = 1 \text{ mm}$ ($|\xi| = 0.149$) のときには、一部のパラメータに、 $\Delta w = 10 \text{ mm}$ ($|\xi| = 0.802$) のときには、ほとんどのパラメータにずれが生じている⁷⁵。それは近似の条件 ($|\xi| < 1$) が破れているせいである。実際、近似せずに計算⁷⁶すれば、それらの差異は解消される。以上より、式(5.5-27)は検証された。

⁷⁵ 3 kHz ~ 1 MHz の $|S_{ccij}|$, $|S_{ddij}|$, $|S_{dcij}|$, $|S_{cdij}|$ ($i, j = 1, 2$) の複素数として相対偏差は、平均で、 $\Delta w = 0.01 \text{ mm}$ のとき 0.93%, $\Delta w = 0.1 \text{ mm}$ のとき 0.75%, $\Delta w = 1 \text{ mm}$ のとき 3.8%, $\Delta w = 10 \text{ mm}$ のとき 33%であった。

⁷⁶ 逆行列の計算に、式(C.3-3)を用いる。式は多少複雑になるが、不可能ではない。

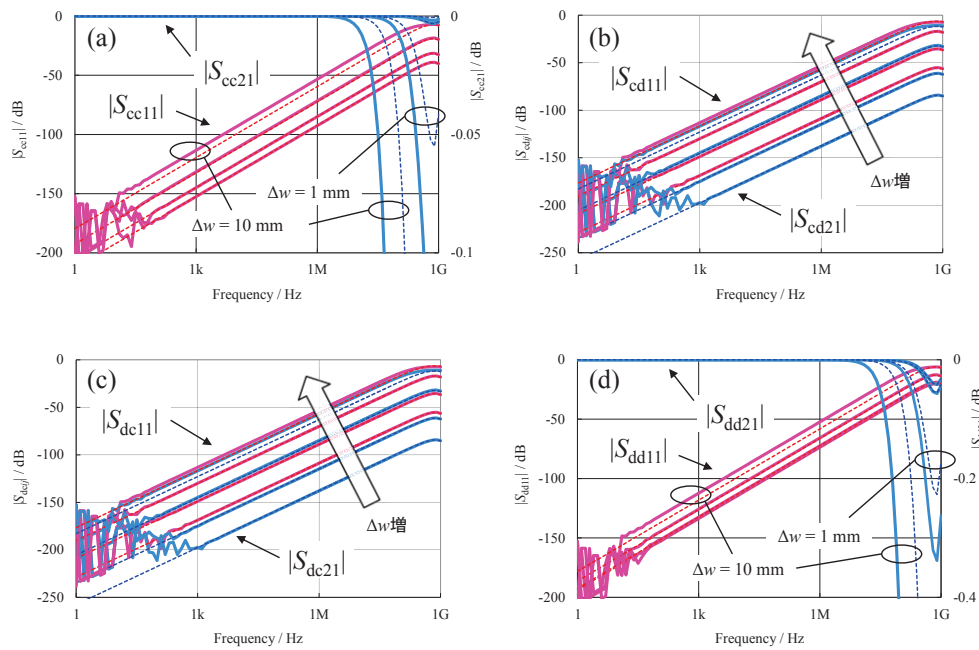


図 5.5-5 MACLIN 素子のミックスモード S パラメータ (シミュレーション値 (実線) と計算値 (破線))

非対角ブロックの特性は、対称性が悪くなるほど悪化する．それを直接図示したのが、図 5.5-6 である．横軸に $|\xi|$ を、縦軸に 1 MHz の $|S_{dcij}|$ をプロットしてある．

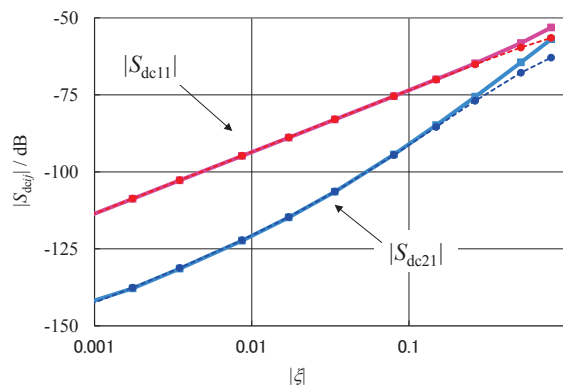


図 5.5-6 MACLIN 素子の 1 MHz の S_{dc} 特性の ξ 依存性 (シミュレーション値 (実線) と計算値 (破線), Δw の中間値もプロットしてある)

Δw が大きくなると、 $|\xi|$ が増加し、そして、 $|S_{dcij}|$ が悪化するという構図である． $|\xi|$ が小さいとき ($|\xi| \ll 1$) は、 $|S_{dcij}|$ は $|\xi|$ に比例する (式 (5.5-27c) 参照)． $|\xi|$ が大きくなると、比例からはずれてくる (特に $|S_{dc21}|$) が、それは近似の条件を満

たさなくなるということ以外に、特性インピーダンスや結合係数が同一条件でない^{*77}ことに起因している。

図 5.5-7 に、 $|S_{dcj}|$ の位相特性を示す^{*78}。全ての Δw を載せてあるが、それらはほぼ重なっている。低周波では、 S_{dc11} 、 S_{dc21} ともに、+90 度の同位相であり、容量性の不平衡が優勢であることがわかる。しかし、高周波になると、それらは乖離してくる。位相特性から不平衡の要因を特定できるのは、周波数が低いときに限るといえることがわかる。

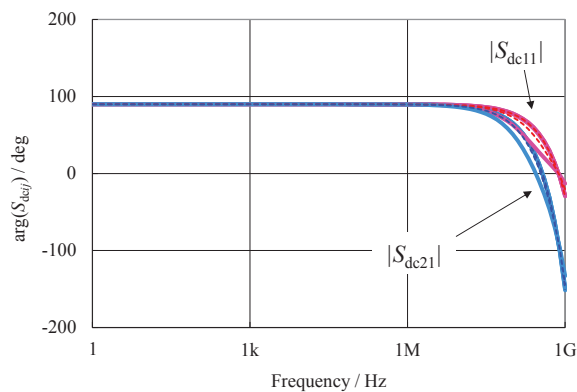


図 5.5-7 MACLIN 素子の S_{dc} の位相特性（シミュレーション値(実線)と計算値(破線)）

5.5.3 本節のまとめ

以上の結果より、わずかに非対称な無損失均一媒質 TEM 結合線路のミックスモード S 行列の非対角ブロック $S_{dc} = S_{cd}$ は、対称性が悪いほどが大きくなることがわかった。その大きさは、 $\xi = (n-1/n)/2$ に比例する(式(5.5-27c)と図 5.4-6 参照)。また、電氣的に短い場合、 S_{dc11} と S_{dc21} (あるいは S_{cd11} と S_{cd21}) は、特性インピーダンスが、 $\hat{\zeta}_{0c}\hat{\zeta}_{0d} > 1$ ($\sqrt{L/C} > Z_0$) のとき、すなわち誘導性の不平衡が優勢のとき逆位相で、 $\hat{\zeta}_{0c}\hat{\zeta}_{0d} < 1$ ($\sqrt{L/C} < Z_0$) のとき、すなわち容量性の不平衡が優勢のとき同位相になる(式(5.5-33)より)。これは、前節の結果と合致している。電氣的に長くなれば、位相角の振る舞いは複雑になり、非対称性の要因をそこから特定することは難しい(式(5.5-27c))。

⁷⁷ 片方の導体幅を固定し、一方だけ変化させているので、 ξ だけでなく、特性インピーダンス ζ_0 や結合係数 k も同時に変化してしまう。

⁷⁸ グラフを見やすくするため、主値 (± 90 度の範囲内) に収まるよう、何点か ± 180 度の補正を施した。

本節では均一媒質を仮定したので、求めた理論式が実用になる場合は少ないかもしれない。ストリップ線路や裸導線(被覆があっても誘電率が大きくなければその影響は少ない)などには直接使えるが、マイクロストリップ線路やコプレーナ線路などの不均一媒質では、実効誘電率のモードによる違いが顕著でない場合に限り有効である。本理論を不均一媒質の場合に拡張するのは今後の課題である。その際、得られた式は、均一媒質の極限では、本節の結果に一致しなくてはならない。

5.6 まとめ

平衡回路の非対称性について理論的な解析を行った。本章で扱った、2端子部品、コモンモードフィルタ、結合線路の3つの例では、いずれも、

- ▶ 対称性が悪くなるほど、モード変換が生じる
- ▶ モード変換量は低周波では周波数に比例する

ということがわかった。したがって、ミックスモードS行列の非対角ブロック $\mathbf{S}_{dc} = \mathbf{S}_{cd}$ は、非対称性の程度を表す指標として、(少なくともこれらの回路では)有効である。対称性が悪いほどモード変換が起きやすいと漫然と予想はしていた(あるいは実験的には確認されていた)が、本章の検討結果によって、それが理論的に示された。

ミックスモードS行列などのモードの回路行列は、対称な回路ではブロック対角となる。その有効性は前章までに詳述したとおりである。しかし、対称でない場合は、ブロック対角とはならないので、ミックスモードに変換することが役に立つかどうかは必ずしも明らかではなかった^{*79}。もちろん、ミックスモー

⁷⁹ コモン/ディファレンシャルモードは、変換を式(2.3-2)のように定数としている。そのため、回路が対称でないと、ブロック対角とはならない。それに対して、ブロック対角となるよう、回路によってモードを可変するという解析法もありえる。平衡/不平衡モードはその代表と言えよう[20], [25], [39]。しかし、平衡/不平衡モードもどう有効であるかは必ずしも明らかではない。回路によってモードを変えなくてはならない(モードは一般には周波数の関数となる)ので、実験データの解析には向いていない。それでは理論解析に使えるのかというと、これもまた難しい面がある。無損失均一媒質 TEM 結合線路の電信方程式を解くことができるとしばしば説かれるが、それはモード分解しなくても式(5.5-6)のように求解することが可能であるし、そもそも一般解が式(5.5-7)や式(5.5-11)として既に得られている[20]ので、改めて解く必要もない(これらの式は求解手順からもわかるように、2線条に限らず、多線条線路でも成り立つ)。平衡/不平衡モードは変換行列(したがって対称度)を実にしないと、電力保存条件を満たさないとか、一般にはSパラメータの変換に適さない(基準インピーダンス行列を対角行列にとることができない)とかの適用範囲の狭さも難

ドS行列の非対角ブロックは、モード変換の度合いを表現するパラメータとして、重要な意味を持っているが、それが非対称性とどう結びついているかは、本論文で初めて解明された。このことにより、コモンモードフィルタや結合線路などの具体的な回路の性質が明らかになると同時に、評価法としての有効性も検証された。

コモンモードフィルタの集中定数解析では、非対称性の要因(誘導性/容量性)別に、ミックスモードSパラメータの理論式を導き、そしてモデル実験により、その妥当性と有効性を検証した。それらのことにより、以下に示すようなより深い結果が得られた。

- ▶ 非対称性が強くなるほど、モード変換が生じる。 $n \approx 1$ の場合、 $|n-1|$ が1桁大きくなるにつれ、モード変換量は20 dB悪化する($|n-1|$ に比例する)。実用的な平衡度合いとして、-40 dBを目安にとると、高周波では、 n が 1 ± 0.02 の範囲内であることが要求される。
- ▶ モード変換量は低周波では周波数に比例する。周波数が高くなると、結合が強い場合は一定値になる。
- ▶ S_{dc11} と S_{dc21} (あるいは S_{cd11} と S_{cd21})の位相特性を見ることで、非対称性の要因を判別可能である。同相であれば容量性の不平衡、逆相であれば誘導性の不平衡が支配的である。また、 S_{dc11} (あるいは S_{cd11})の位相が+90度のとき、 $n_L < 1$ (L_1 が過剰)または $n_C < 1$ (C_2 が過剰)である。逆に、-90度のとき、 $n_L > 1$ (L_2 が過剰)または $n_C > 1$ (C_1 が過剰)である。ただし、周波数が高くなり、集中定数近似が成り立たなくなれば、このような位相特性での判定は不可能となる。

これらの知見を活用すれば、コモンモードフィルタや平衡フィルタにおいて、その非対称性を補償することや、測定値から支配的な要因を特定し、構成改善の指針を得ることが可能となる。そのためには、測定時における位相特性の不確かさなどを含め、精度面での検討がさらに必要となる。今後、対称性を制御したものづくりへと展開していきたい。

本研究で得られた知見と有用性

- ▶ コモンモードフィルタ(の誘導性または容量性不平衡が支配的な場合)、およびわずかに非対称な無損失均一媒質TEM結合線路のミックスモードSパラメータの理論式を導いた。
- ▶ これらの場合、対称性が悪くなるほど、モード変換が生じることが、理論的に明らかになった。したがって、ミックスモードSパラメータの非対角

点である。ブロック対角にすることが最終目的でない以上、それを何に役立てられるのか、改めて考える必要がある。

ブロックは、非対称性の程度を表す指標として、(少なくともこれらの回路では)有効である。

- ▶ コモンモードフィルタの非対称性の要因は、周波数が低い場合、ミックスモードSパラメータの非対角ブロックの位相特性から判別可能である。このことにより、その非対称性を補償することや、測定値から支配的な要因を特定し、構成改善の指針を得ることが可能となる。

今後の課題

以下に本章で挙げた今後の課題を列挙する。

- ▶ 非対称性の指標(③を含む)の相互関係の明示
- ▶ 非対称性の評価指標として、モード変換量(ミックスモードSパラメータの非対角ブロック)の電力和が有効であることの検証
- ▶ CMFの集中定数解析における、損失の影響および誘導性と容量性の両不平衡因子が混在した場合の挙動の解明
- ▶ 不均一媒質中の無損失TEM2線条線路のモード解析
- ▶ ミックスモードSパラメータの位相特性の不確かさの算出方法

参考文献

- [1] National Semiconductor, “LVDS Owner’s Manual,” 2008.
- [2] Fujio AMEMIYA, Nobuo KUWABARA, Tsuyoshi IDEGUCHI, “Method for Estimating Electromagnetic Interference due to Unbalance in Telecommunications Line,” *IEICE Trans. Commun.*, vol. E75-B, no. 3, pp. 141–147, March 1992.
- [3] 濱田清司, 牧昌弘, 下塩義文, 徳田正満, 桑原伸夫, 「平衡度を考慮した解析法によるツイストペアケーブル放射電磁界特性」, *信学論 (B)*, vol. J86-B, no. 4, pp. 703–713, 2003年4月.
- [4] 松原清隆, 藤吉健, 宮崎千春, 徳田正満, 「ディファレンシャル型マイクロストリップ線路におけるコモンモードチョークコイル実装によるEMI抑制効果」, *信学技報 EMCJ*, pp. 39–44, 2005年7月 (発表番号: EMCJ2005-48).
- [5] 梅村昌生, 「信号用コモンモードフィルタによるEMC対策」, *電磁環境工学情報EMC*, no. 235, pp. 63–82, 2007年11月.

- [6] 笹部孝司, 吉田和久, 藤原修, 「平衡線路回路におけるコモンからディファレンシャルへのノイズモード変換の解析」, *電学論 (C)*, vol. 120, no. 4, pp. 583–589, 2000年4月.
- [7] 藤城義和, 「Sパラメータによるコモンモードフィルタの解析」, *信学技報 EMCJ*, 於岐阜大学, pp. 25–30, 2000年9月 (発表番号:EMCJ2000-60).
- [8] Bin-Chyi Tseng, Zhi-Hui Chen, Lin-Kun Wu, “Improvement of mode conversion for LTCC multilayer common mode filter by twisted differential lines structure,” in *IEEE International Symposium on EMC*, pp. 456–459, August 2006.
- [9] 明星慶洋, 斉藤成一, 「信号トランス回路モデルのパラメータと有線通信線路の周囲に発生する磁界との関係に関する検討」, *信学論 (B)*, vol. J91-B, no. 2, pp. 188–198, 2008年2月.
- [10] A. Axelrod, “Experimental study of DM-to-CM and vice-versa conversion effects in balanced signal and power line filters,” in *IEEE International Symposium on EMC (EMC’03)*, pp. 599–602, May 2003.
- [11] Shuo Wang, Fred C. Lee, “Investigation of the transformation between differential-mode and common-mode noises in an EMI filter due to unbalance,” *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 52, no. 3, pp. 578–587, August 2010.
- [12] Alma Jaze, Bruce Archambeault, Sam Connor, “Differential mode to common mode conversion on differential signal vias due to asymmetric GND via configurations,” in *IEEE International Symposium on EMC*, pp. 735–740, Denver, Colorado, August 2013.
- [13] 藤城義和, 越地耕二, 「平衡回路の非対称性の理論的考察」, *信学技報 EMCJ*, 於北海道大学, pp. 37–42, 2011年9月 (発表番号:EMCJ2011-78).
- [14] 藤城義和, 越地耕二, 「平衡回路の非対称性を表す各種パラメータ」, *信学総大*, 於岡山大学, p. 394, 2012年3月 (発表番号: B-4-64).
- [15] 藤城義和, 越地耕二, 「コモンモードフィルタの非対称性に関する評価指標の解析的導出」, *信学論 (B)*, vol. J96-B, no. 4, pp. 417–426, 2013年4月.
- [16] ITU-T Recommendation G. 117, “Transmission aspects of unbalance about earth,” 1996.
- [17] ITU-T Recommendation O.9, “Measuring arrangements to assess the degree of unbalance about earth,” March 1999.
- [18] 下塩義文, 古賀広昭, 「平衡ケーブルの平衡度測定法」, *電磁環境工学情報 EMC*, pp. 39–46, 2002年6月.

- [19] 雨宮不二雄, 「[[特別講演]通信EMC技術の研究開発と国際標準化 -通信ポートの妨害波許容値は如何にして決められたか-」, *信学技報 EMCJ*, pp. 47-52, 2010年3月 (発表番号: EMCJ2009-134).
- [20] 佐藤利三郎, 「伝送回路」, コロナ社, 1963年.
- [21] Hidenari UCHIDA, “Fundamentals of coupled lines and multiwire antennas (Tohoku University electronics series 1),” Sasaki printing and publishing company, 1967.
- [22] Koichi YANAGAWA, Jon Cross, “Modal decomposition (non-balun) measurement technique: error analysis and application to UTP/STP characterization to 500MHz,” in *44th International Wire and Cable Symposium*, Philadelphia, Pennsylvania, pp. 126-133, November 1995.
- [23] 藤城義和, 「Sパラメータによるコモンモードフィルタの評価」, 第9回日経ボード情報フォーラム “GHz時代の電子機器のEMC設計・測定・評価技術”, 於日経ホール(大手町), 2002年2月13日開催.
- [24] 上芳夫, 「高速電力線搬送通信における屋内電源コンセントの等価表現とコモンモード電流」, *信学技報 EMCJ*, pp. 73-78, 2005年9月 (発表番号: EMCJ2005-71).
- [25] 藤城義和, 「Sパラメータによる電子部品の評価」, TDKアプリケーションノート AN-SP06A001_ja, 2006年8月 (http://www.tdk.co.jp/tvcl/spara/an-sp06a001_ja.pdf).
- [26] 下塩義文, 山本直樹, 三好正純, 古賀広昭, 徳田正満, 「平衡ケーブルの各種不平衡と対地平衡度特性の検討」, *信学技報 EMCJ*, pp. 17-22, 1998年5月 (発表番号: EMCJ98-12).
- [27] 下塩義文, 三好正純, 古賀広昭, 徳田正満, 高井朋昭, 「任意の位置に不平衡が存在する平衡ケーブルの対地平衡度特性とその計算法」, *信学論 (B-II)*, vol. J81-BII, no. 9, pp. 883-891, 1998年9月.
- [28] 下塩義文, 牧野修, 李哲, 「測定した4端子定数からなる4ポート縦続行列によるコモンモードチョークの1GHzまでの伝送特性および不平衡変換特性の検討」, *信学技報 EMCJ*, pp. 63-68, 2003年6月 (発表番号: EMCJ2003-32).
- [29] 藤城義和, 「Sパラメータを用いたシグナルインテグリティ解析7 平衡部品の評価(その4:コモンモードフィルタ)」, *電磁環境工学情報EMC*, pp. 98-126, 2012年12月.
- [30] 梅村昌生, 藤城義和, 「EMC規格の基礎知識とEMC設計の手法概説」, *電磁環境工学情報EMC*, no. 254, pp. 94-104, 2009年6月.
- [31] 藤城義和, 「EMC対策部品の分類・役割とSパラメータ活用術」, *電磁環境工学情報EMC*, no. 255, pp. 94-105, 2009年7月 (注意: この文献

- 中の LCL の式には間違いがある。正しい式は信学技報 EMCJ2011-78 参照.)。
- [32] 山本直樹, 守田圭佑, 下塩義文, 古賀広昭, 徳田正満, 「フェライトコアによる線路のコモンモード信号抑圧特性」, *信学技報 EMCJ*, pp. 13–18, 2000 年 11 月 (発表番号: EMCJ2000-93)。
- [33] 藤城義和, 梅村哲也, 「IEEE1394 と USB の雑音対策, 対策部品の評価に死角あり」, *日経エレクトロニクス*, no. 784, pp. 214–220, 2000 年 12 月 4 日号と no. 785, pp. 218–223, 2000 年 12 月 18 日号の 2 回連載。
- [34] Lotfi A. Zadeh, “Multipole analysis of active networks,” *IRE Trans. Circuit Theory*, vol. CT-4, no. 3, pp. 97–105, September 1957.
- [35] TDK プレスリリース, 「EMC 対策部品: 業界最小サイズの車載 Ethernet 規格対応小型コモンモードフィルタの開発と量産化」, 2013 年 11 月 7 日 (http://www.tdk.co.jp/news_center/press/20131107707.htm)
- [36] Clayton R. Paul, “Analysis of multiconductor transmission lines,” John Wiley & Sons, 1994.
- [37] (著) Clayton R. Paul, (監修) 佐藤利三郎, (監訳) 櫻井秋久, 「EMC 概論」, ミマツデータシステム, 1996 年; Clayton R. Paul, “Introduction to Electromagnetic Compatibility,” John Wiley & Sons, 1992 (1st ed.); 2006 (2nd ed.).
- [38] 藤城義和, 「S パラメータを用いたシグナルインテグリティ解析 6 平衡部品の評価(その 3: ミックスド・モード S パラメータ)」, *電磁環境工学情報 EMC*, pp. 87–108, 2012 年 11 月。
- [39] 藤城義和, 「S パラメータを用いたシグナルインテグリティ解析 4 平衡部品の評価(その 1: モードとは)」, *電磁環境工学情報 EMC*, pp. 121–136, 2012 年 9 月。

第6章 結論

6.1 結言

本研究は、3相フィルタのモード解析やコモンモードフィルタにおける非対称性の要因分析など、具体的な課題に取り組みつつ、背後にある対称性あるいは非対称性について、そのからくりを明らかにしてきた。それらの具体的な成果は、各章の章末に記載したので、ここではまとめとして、一言だけキーワード的に挙げる。

- ① 3相フィルタの新しい評価・解析手法：3相フィルタの新しい評価基準「Fortescue モードSパラメータ」を提案した。
- ② 2等分定理の拡張：Bartlettの2等分定理を、群論を用いてより複雑な対称性を有する場合に拡張した。
- ③ 平衡回路における非対称性の評価と解析：コモンモードフィルタや結合線路のミックスモードSパラメータを理論的に導出し、回路の非対称性とその非対角ブロックに表れることを明らかにした。

①と②は「対称性」に関する研究である。平衡回路(2ライン)にとどまっていたSパラメータのモード解析を、3相回路(3ライン)にまで延伸し、また、2等分定理を拡張することによって、より複雑な対称性を持つ回路についても、モード解析(回路の分割)するための道筋をつけた。すなわち、モード理論やミックスモードSパラメータ、2等分定理といった断片を、群論的な視点に基づいて整理し、そして一般化することによって、対称な回路を自在に操ることが可能となったのである。現在のところ、複雑な対称性を有する回路はそう多くはないが、解析手法を開発したことで、その視界は開けた。もっとも、3相フィルタのような簡単なものでも、ユニタリ変換の場合は切り離れた回路の一片になること、固定点の見つけ方、素子/ポートの分割手法、枝の軌道による分離/不分離の判定など、本研究の結果を用いないと、正確な等価回路解析は望めない。そのように基礎的な部分を盤石なものとしたことも、本研究の成果の一つである。これらの研究を通じ、対称性が電気回路解析に及ぼす影響を統一的に掌握できるよう努めてきたが、もしかしたら、まだ抜けている部分があるかも

しれない。今後、実用例を増やしていく中で補っていければと考えている。

一方、③は「非対称性」に関する研究である。環境電磁工学(EMC)の分野では、コモンモードの抑制が大きな課題であるが、本研究はその一つの解になっている。コモンモードフィルタや結合線路において、非対称性が強くなるほど、モード変換量が大きくなることを理論的に示した。また、それをコモンモードフィルタの設計にフィードバックし、非対称性の制御方法を考案した。発現機構の解明が対称性を制御したものづくりにつながっている。

以上、対称性に焦点を合わせ、電気回路の中でそれがどのように表れるかを追求してきた。その結果、マルチポート回路における伝送特性は、群の表現を援用することで、より高い視点からモード解析可能となった。本研究の成果が、電気工学の進展にいくばくかでも貢献できることを願っている。

6.2 今後の課題

最後に、今後の課題について一言述べる。各章で挙げた比較的小さな課題については、既に章末に記載した。ここでは、本研究に関連してはいるものの、手を付けられなかった課題について、2点ほど書き留めておく。

(1) 基準インピーダンスの複素化

本論文で扱ったSパラメータは基準インピーダンスを正数に限定したもの、すなわち、抵抗終端したときの特性であった。しかし、現実には純粋な抵抗で終端されることはなく、また、本研究の題材である3相フィルタに関して言えば、モータなどの誘導負荷で用いられることも多いため、本格的な応用に際しては、シミュレーションの併用(Sパラメータや等価回路をシミュレータに取り込み、周辺回路を配置して実動作を模擬する)などで対処する必要がある。

それを解消する手段として、「基準インピーダンスを複素数にまで拡張したSパラメータ」の活用が考えられる。しかし、それにはいくつかの流儀が存在する[1]。最も単純なものは、進行波(traveling wave)を基にしたSパラメータである。これは、式(A.1-13)の基準インピーダンスにおいて、単に、実数という枠をはずし、複素数にしたものである。もう一つは、Paul Penfield Jr. [2]や Dante C. Youla [3]によって提唱された、電力波(power wave)を基にしたSパラメータである[1]。これは共役整合に礎を置いており、主に増幅器の解析などで使われている。両者の違いは、Sパラメータをインピーダンスで表現した式(式(A.1-18)に相当する)に端的に表れる。簡単のため、1ポートの場合(反射係数)で示す。 Z_0 を基準インピーダンス(複素数)としたとき、インピーダンス Z の反射係数は、

それぞれ,

$$\Gamma_{\text{traveling wave}} = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0}, \quad (6.2-1)$$

$$\Gamma_{\text{power wave}} = \frac{Z - Z_0^*}{Z + Z_0} \quad (6.2-2)$$

と表される. 後者は分子に複素共役が付いているので, 共役整合 ($Z = Z_0^*$) した場合, 反射係数が 0 (反射しない) になる. 一方, 前者はそうならない. また, 前者は, 受動性であっても, 反射係数が 1 を超えることがある [4] が, 後者はそうならない. 両者の違いは, 複素共役の有無だけなので, 基準インピーダンスを正数に限定したならば一致する. したがって, その場合は, 電力波と言っても, 進行波と言ってもかまわない.

抵抗以外の終端条件での伝送特性を表現するには, どちらが適しているのだろうか, あるいは, もっと別なパラメータが必要なのだろうか. 純リアクタンス負荷の場合は, どうすれば良いのだろうか. 基準インピーダンスの複素化については, 数多くの研究がなされている. したがって, 既に答えは出ているのかもしれないが, その基礎を固め, 実用化にこぎつけたい.

さて, ここで一つの疑問がある. 基準インピーダンスを複素化した S パラメータは上記のように 2 通り (あるいはそれ以上 [5], [6]) あるが, 果たして自然はそのように紛らわしい複数の定義を必要とするのだろうか. どちらか一方で十分ではないのだろうか. 以下では, そのことについて考察する.

進行波というのは, どのぐらい物理的なのか [7]. 電力波は上記のように, 共役整合を基にしている. 一方, 進行波は伝送線路に基礎を置いている. 無損失伝送線路は, 複素導体で構成されている場合, 伝送方向に電磁界の無い (断面方向にのみ電磁界がある) TEM モードが存在し, その場合は, 一つの導体を基準にすることで, 電圧をうまく定義することができる. また, 単位長さ当たりのインダクタンスと静電容量を用いて, 電気回路的に表現することが可能となる (LC モデル, 5.5 節参照). よく知られているように, その場合, 特性インピーダンスが実数で, 伝播定数が純虚数 (位相定数 (波数) が実数) になる. しかし, 損失があると, とたんに解釈が難しくなる. 有損失伝送線路は, 通常, Heaviside が提唱した LRCG モデルで表現される [8]. それは LC モデルに抵抗 R とコンダクタンス G を足したもので, 直列の LR と並列の CG を組み合わせた形となっている. 抵抗 R は導体抵抗や媒質が有する透磁率の虚数成分を, コンダクタンス G は, 媒質が有する誘電率の虚数成分や媒質の導電成分 (通常は非常に高抵抗であるが) を表している. 抵抗 R が存在した場合, 伝送方向に電界成分を生じるため, TEM モードでなくなり, したがって電圧が定義できなくなる^{*80}. しかし, LRCG

⁸⁰ コンダクタンス G も同様に, TEM モードを阻害すると予想されるが, その真偽ははっきり

モデルは、LCモデルの延長として、その微分方程式(電信方程式)を解くことにより、電圧波や電流波、ひいては電圧、電流を与えることに成功している(例えば文献[10]参照)。その解は、特性インピーダンスや伝播定数が複素数となっており、減衰する波動を表している。その電圧波(あるいは電流波、またはそれらを適当に規格化したもの)が、先に触れた進行波であり、その反射は式(6.2-1)で表される。電圧を定義できなかつたはずの有損失伝送線路が解け、電圧が求まっているという状態は、何かおかしくはないだろうか。LRCGモデル、したがって、進行波、そしてそれを基にした反射係数やSパラメータは、どのぐらい物理的な意味を持っているのであろうか。もし、それらが物理的であるなら、式(6.2-1)も有効となる。基本に立ち返り、もう一度、よく考え直す必要があると思う。

有損失伝送線路であっても、損失が小さい場合(実際はそうであることが多い)は、LRCGモデルでRとGを摂動として扱うことは可能であろう。それは準TEM近似と呼ばれ、伝送方向の電磁界を無視することで、電圧も近似的に定義される。この場合は、電信方程式の解が有効なので、進行波やそれを基にしたSパラメータにも意味を見いだせるはずである。しかし、運用に際しては、近似の条件を慎重に見極め、適用範囲を逸脱しないよう気を付けなくてはならない。

抵抗終端でないときの伝送特性をどう評価するのか、基準インピーダンスを複素数にまで拡張したSパラメータはどう定義されるべきなのか、今後の課題として、じっくりと取り組みたい。

(2) 非対称性に起因する放射ノイズの理論

非対称性については、まだまだ不明な部分も多く、特に理論面では解明が進んでいない。本研究では、モード変換によって非対称性を定量化したが、放射ノイズとの関連性については、手を付けられていない。非対称性に起因する放射電磁界は、どのような指標で評価すべきなのか、その場合もモード変換量が有効なのか、あるいはもっと別なもの(対称度とか)が良いのか、理論的な解明が期待される。

放射電磁界を理論的に計算するのは、非常に厄介であるが不可能ではない。非対称な伝送線路からの放射電磁界を理論的に求めることができれば、最適な指標が判明するはずである。平行な2本の近接導体からの放射電界(の最大値)は、文献[11]で考察されているように、ディファレンシャルモード(等振幅逆位相の2電流)のとき、

りしていない。文献[9]では、TEMモードを阻まないと述べてある。

$$\left| E_{d遠方界max} \right| = \frac{\mu_0}{4\pi c_0} \frac{|i_d| \omega^2 A}{d} \quad (6.2-3)$$

で、コモンモード(等振幅同位相の2電流)のとき、

$$\left| E_{c遠方界max} \right| = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{|i_c| \omega \ell}{d} \quad (6.2-4)$$

と概算される^{*81}。ただし、 μ_0 は真空の透磁率、 c_0 は光速、 ω は角周波数、 λ は波長($\lambda = c_0/\omega$)、 d は線路の中央から観測点までの距離、 ℓ は導体の長さ、 g は導体の間隔、 A はループ面積($A = \ell g$)、 i_d はディファレンシャルモード電流($i_d = (i_1 - i_2)/2$)、 i_c はコモンモード電流($i_c = i_1 + i_2$)である。ディファレンシャルモードは往復電流であり、遠くから見ると、ほぼ電流が流れていないように見えるが、位置のわずかな違いによって、相殺しきれない分が現われる(電界強度の最大値は2導体で構成される面内にある)。上記2式より、ディファレンシャルモードとコモンモードによる放射電界の比は、

$$\left| \frac{E_{c遠方界max}}{E_{d遠方界max}} \right| = \left| \frac{i_c}{i_d} \right| \frac{c_0}{\omega g} = \frac{1}{2\pi} \left| \frac{i_c}{i_d} \right| \frac{\lambda}{g} \quad (6.2-5)$$

と表される。つまり、導体間隔 g と波長 λ の比で決まるのである。例えば、周波数が30 MHz(波長 $\lambda = 10$ m)で導体間隔が $g = 1$ mmの場合、電流の大きさが等しい($|i_c| = |i_d|$)とすると、遠方の電界強度はコモンモードの方が約1600倍大きいことになる。逆に言うと、ディファレンシャルモード電流(反対向きの電流)は、3桁程影響が少ないということになる。EMC設計やEMC対策で、いわゆるコモンモード放射が重要視されるゆえんである。

しかし、この見積もりは、コモンモードの帰路電流の存在を無視している。おそらくは遠くを帰ってくると仮定し、その寄与を除外しているのであろう。しかし、もしそれほど遠くでないのであれば、帰路電流も考慮する必要がある。電流は、途中で途切れないのであるから、かならずループになっており、コモンモードといえども例外ではなく、遠くから見ればループ、すなわちディファレンシャルモードのように見えるはずである。その場合、どのような計算になるのだろうか、帰路電流に着目し、理論式を求めてみたい。そのことが、非対称性と放射電磁界の関係を明らかにすることだろう。

参考文献

⁸¹ 次のような仮定を置いている。①観測点までの距離に比べ、線路の長さは十分短い。②2本の線路の間隔は電氣的に短い。

- [1] Kaneyuki KUROKAWA, “Power waves and the scattering matrix,” *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. MTT-13, no. 2, pp. 194–202, March 1965.
- [2] Paul Penfield Jr., “Noise in negative-resistance amplifiers,” *IRE Trans. Circuit Theory*, vol. CT-7, no. 2, pp. 166–170, June 1960.
- [3] Dante C. Youla, “On scattering matrices normalized to complex port numbers,” *Proc. IRE*, vol. 49, no. 7, p. 1221, July 1961.
- [4] Donald Woods, “Reappraisal of the unconditional stability criteria for active 2-Port networks in terms of S Parameters,” *IEEE Trans. Circuits and Systems*, vol. CAS-33, no. 2, pp. 73–81, February 1976.
- [5] Roger B. Marks, Dylan F. Williams, “A general wave guide circuit theory,” *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology*, vol. 97, no. 5, pp. 533–562, September/October 1992.
- [6] Dylan F. Williams, “Traveling waves and power waves: Building a solid foundation for microwave circuit theory,” *IEEE Microwave Magazine*, vol. 14, no. 7, pp. 38–45, November/December 2013.
- [7] Yoshikazu FUJISHIRO, Takahiko YAMAMOTO, Kohji KOSHIJI, “Modal S-parameters and the circuit representation of symmetric circuits,” in *IEEE Electrical Design of Advanced Packaging & Systems Symposium (EDAPS)*, Nara, Japan, pp. 122–125, December 2013 (presentation no. OS4-2).
- [8] Paul J. Nahin, “Oliver Heaviside: genius and curmudgeon,” *IEEE Spectrum*, vol. 20, no. 7, pp. 63–69, July 1983.
- [9] Clayton R. Paul, “Analysis of multiconductor transmission lines,” John Wiley & Sons, 1994.
- [10] 尾崎弘, 「電気回路(2)」, オーム社, 2000年(第3版).
- [11] (著)Clayton R. Paul, (監修)佐藤利三郎, (監訳)櫻井秋久, 「EMC概論」, ミマツデータシステム, 1996年; Clayton R. Paul, “Introduction to Electromagnetic Compatibility,” John Wiley & Sons, 1992 (1st ed.); 2006 (2nd ed.).

付録 A Sパラメータ

A.1 定義と性質

(1) 定義[1]-[3]

n ポート回路(図 A. 1-1)の線型な特性は、電圧と電流の関係を用いて、

$$\mathbf{v} = \mathbf{Z}\mathbf{i}, \quad (\text{A. 1-1})$$

$$\mathbf{i} = \mathbf{Y}\mathbf{v}, \quad (\text{A. 1-2})$$

あるいは、入反射の電力波の関係を用いて、

$$\mathbf{b} = \mathbf{S}\mathbf{a} \quad (\text{A. 1-3})$$

として表現することができる。ただし、電圧 \mathbf{v} 、電流 \mathbf{i} 、および入反射の電力波 \mathbf{a} 、 \mathbf{b} は、それぞれ、

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{i} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_n \end{bmatrix}, \quad (\text{A. 1-4})$$

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (\text{A. 1-5})$$

といった n 次元ベクトル、インピーダンス行列(Z行列) \mathbf{Z} 、アドミタンス行列(Y行列) \mathbf{Y} 、散乱行列(S行列, Scattering matrix) \mathbf{S} は、それぞれ、

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & & Z_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \cdots & Z_{nn} \end{bmatrix}, \quad (\text{A. 1-6})$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & & Y_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix}, \quad (\text{A. 1-7})$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & & S_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \cdots & S_{nn} \end{bmatrix} \quad (\text{A. 1-8})$$

といった n 次行列である。S 行列の要素 S_{ij} ($i, j = 1 \sim n$) を S パラメータと言う。S パラメータは、 $i = j$ のとき反射特性を、 $i \neq j$ のとき伝送特性を表す。本論文では、これらの S/Z/Y 行列を総称して、回路行列と称する。

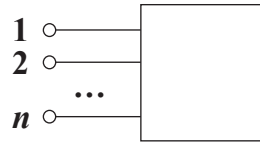


図 A. 1-1 n ポート回路 (グラウンドは共通)

入反射の電力波 \mathbf{a} , \mathbf{b} は、電圧 \mathbf{v} , 電流 \mathbf{i} から、

$$\mathbf{a} = (\hat{\mathbf{v}} + \hat{\mathbf{i}})/2, \quad \mathbf{b} = (\hat{\mathbf{v}} - \hat{\mathbf{i}})/2, \quad (\text{A. 1-9})$$

と定義される量で、その自乗はポートに入る電力

$$P = |\mathbf{a}|^2 - |\mathbf{b}|^2 = \text{Re}(\hat{\mathbf{i}}^* \hat{\mathbf{v}}) = \text{Re}(\hat{\mathbf{i}}^* \mathbf{v}) \quad (\text{A. 1-10})$$

を表す。逆に、電圧 \mathbf{v} , 電流 \mathbf{i} は、電力波 \mathbf{a} , \mathbf{b} によって

$$\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{a} + \mathbf{b}, \quad \hat{\mathbf{i}} = \mathbf{a} - \mathbf{b} \quad (\text{A. 1-11})$$

と表される。ただし、 $\hat{\mathbf{v}}$, $\hat{\mathbf{i}}$ は、基準インピーダンスによって規格化された電圧および電流^{*82},

$$\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{Y}_0^{1/2} \mathbf{v}, \quad \hat{\mathbf{i}} = \mathbf{Z}_0^{1/2} \mathbf{i} \quad (\text{A. 1-12})$$

であり、

$$\mathbf{Z}_0 = \mathbf{Y}_0^{-1} = \begin{bmatrix} Z_{01} & & & \\ & Z_{02} & & \\ & & \ddots & \\ & & & Z_{0n} \end{bmatrix} \quad (\text{A. 1-13})$$

は、ポートの基準インピーダンス (ポート i の基準インピーダンスを Z_{0i} とする^{*83}) を対角要素に並べた対角行列である。この \mathbf{Z}_0 を基準インピーダンス行列と言う。

規格化された電圧と電流の関係を、

$$\hat{\mathbf{v}} = \hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{i}}, \quad (\text{A. 1-14})$$

$$\hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{v}} \quad (\text{A. 1-15})$$

⁸² 本論文では、冠に $\hat{}$ の付いた変数は基準インピーダンスで規格化した値であることを示す。

⁸³ 本論文では、基準インピーダンスを正数 (すなわち抵抗終端) に限定する。

と表せば, $\hat{\mathbf{Z}}$, $\hat{\mathbf{Y}}$ は,

$$\hat{\mathbf{Z}} = \mathbf{Y}_0^{-1/2} \mathbf{Z} \mathbf{Y}_0^{-1/2}, \quad (\text{A. 1-16})$$

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{Z}_0^{-1/2} \mathbf{Y} \mathbf{Z}_0^{-1/2} \quad (\text{A. 1-17})$$

である. これらは規格化されたZ行列, あるいはY行列と称される[2].

電力波と電圧, 電流は, 式(A. 1-9)や式(A. 1-11)の関係があるので, Z行列, Y行列, S行列の間には,

$$\mathbf{S} = (\hat{\mathbf{Z}} - \mathbf{I})(\hat{\mathbf{Z}} + \mathbf{I})^{-1} = (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{Y}})(\mathbf{I} + \hat{\mathbf{Y}})^{-1}, \quad (\text{A. 1-18})$$

$$\hat{\mathbf{Z}} = \hat{\mathbf{Y}}^{-1} = (\mathbf{I} + \mathbf{S})(\mathbf{I} - \mathbf{S})^{-1}, \quad \mathbf{Z} = \mathbf{Y}^{-1} = \mathbf{Z}_0^{1/2} (\mathbf{I} + \mathbf{S})(\mathbf{I} - \mathbf{S})^{-1} \mathbf{Z}_0^{1/2} \quad (\text{A. 1-19})$$

$$\hat{\mathbf{Y}} = \hat{\mathbf{Z}}^{-1} = (\mathbf{I} - \mathbf{S})(\mathbf{I} + \mathbf{S})^{-1}, \quad \mathbf{Y} = \mathbf{Z}^{-1} = \mathbf{Y}_0^{1/2} (\mathbf{I} - \mathbf{S})(\mathbf{I} + \mathbf{S})^{-1} \mathbf{Y}_0^{1/2} \quad (\text{A. 1-20})$$

といった相互関係が成り立つ. ただし, \mathbf{I} は単位行列である.

Sパラメータは電力比(の平方根)で定義されているが, それを電圧比で表現すると, 例えば, S_{21} であれば,

$$S_{21} = \sqrt{\frac{Z_{01}}{Z_{02}}} \frac{v_2}{E_1/2} \quad (\text{A. 1-21})$$

となる. ただし, E_1 は励振源電圧である[4].

(2) 縦続接続と終端

2ポート回路Mと2ポート回路Nを図A. 1-2(a)のように縦続接続する. それらのS行列 \mathbf{S}_M , \mathbf{S}_N を, それぞれ,

$$\begin{bmatrix} b_{M1} \\ b_{M2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{M11} & S_{M12} \\ S_{M21} & S_{M22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{M1} \\ a_{M2} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} b_{N1} \\ b_{N2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{N11} & S_{N12} \\ S_{N21} & S_{N22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{N1} \\ a_{N2} \end{bmatrix} \quad (\text{A. 1-22})$$

と書くと, 接続されるポート(ポート M_2 とポート N_1)では, 一方の反射波が他方の入射波になるのだから,

$$b_{M2} = a_{N1}, \quad a_{M2} = b_{N1} \quad (\text{A. 1-23})$$

が成り立つ. ただし, 両ポートの基準インピーダンスは等しくなければならない. このことを考慮して, 式(A. 1-22)の2つの式を結合すると,

$$\begin{bmatrix} b_{M1} \\ b_{N2} \end{bmatrix} = \frac{1}{1 - S_{M22} S_{N11}} \begin{bmatrix} S_{M11} - S_{N11} | \mathbf{S}_M | & S_{M12} S_{N12} \\ S_{N21} S_{M21} & S_{N22} - S_{M22} | \mathbf{S}_N | \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{M1} \\ a_{N2} \end{bmatrix} \quad (\text{A. 1-24})$$

と, 全体の2ポートS行列が得られる.

回路Nが1ポートの場合, つまり, 回路Mの出力ポート(M_2)を回路Nで終端した場合(図A. 1-2(b)), 回路Mの入力ポート(M_1)の反射係数 Γ は, 式(A. 1-24)の1,1要素であるから,

$$\Gamma = \frac{S_{M11} - \Gamma_N | \mathbf{S}_M |}{1 - S_{M22} \Gamma_N} = S_{M11} + \frac{S_{M12} \Gamma_N S_{M21}}{1 - S_{M22} \Gamma_N} \quad (\text{A. 1-25})$$

となる. ただし, 回路Nが1ポートなので, S_{N11} の代わりに Γ_N という記号を用

いた。したがって、開放終端(+)または短絡終端(-)の場合は、

$$\Gamma_{\pm} = S_{M11} \pm \frac{S_{M12}S_{M21}}{1 \mp S_{M22}} \quad (\text{A. 1-26})$$

となる。

以上は回路 M と回路 N が 2 ポートの場合であったが、もっとポート数が多い場合も同様に計算できる。回路を接続されるポートとそうでないポートの 2 つのグループに分けると、全体の S 行列は、

$$\mathbf{S}_{MN} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{M11} + \mathbf{S}_{M12}(\mathbf{S}_{N11}^{-1} - \mathbf{S}_{M22})^{-1}\mathbf{S}_{M21} & \mathbf{S}_{M12}(\mathbf{I} - \mathbf{S}_{N11}\mathbf{S}_{M22})^{-1}\mathbf{S}_{N12} \\ \mathbf{S}_{N21}(\mathbf{I} - \mathbf{S}_{M22}\mathbf{S}_{N11})^{-1}\mathbf{S}_{M21} & \mathbf{S}_{N22} + \mathbf{S}_{N21}(\mathbf{S}_{M22}^{-1} - \mathbf{S}_{N11})^{-1}\mathbf{S}_{N12} \end{bmatrix} \quad (\text{A. 1-27})$$

で与えられる [2], [5], [6]。ただし、 \mathbf{I} は単位行列である。そして、回路 M を回路 N で終端した場合は、この 1, 1 ブロック、

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \mathbf{S}_{M11} + \mathbf{S}_{M12}(\mathbf{S}_{N11}^{-1} - \mathbf{S}_{M22})^{-1}\mathbf{S}_{M21} \\ &= \mathbf{S}_{M11} + \mathbf{S}_{M12}(\mathbf{I} - \mathbf{S}_{N11}\mathbf{S}_{M22})^{-1}\mathbf{S}_{N11}\mathbf{S}_{M21} \\ &= \mathbf{S}_{M11} + \mathbf{S}_{M12}\mathbf{S}_{N11}(\mathbf{I} - \mathbf{S}_{M22}\mathbf{S}_{N11})^{-1}\mathbf{S}_{M21} \end{aligned} \quad (\text{A. 1-28})$$

となる。したがって、開放終端(+)または短絡終端(-)の場合は、

$$\mathbf{S}_{\pm} = \mathbf{S}_{M11} \pm \mathbf{S}_{M12}(\mathbf{I} \mp \mathbf{S}_{M22})^{-1}\mathbf{S}_{M21} \quad (\text{A. 1-29})$$

である。

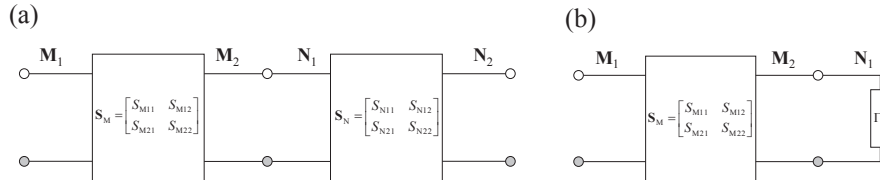


図 A. 1-2 縦続接続

(3) ポートの置換

ポート i とポート j を置換するということは、ポート i を新たにポート j と呼び、逆にポート j を新たにポート i と呼ぶことである (付番の変更)。このような置換は、

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \cdot \\ v_i \\ \cdot \\ \cdot \\ v_j \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & & & & & & \\ & \ddots & & & & & & & & & \\ & & 1 & & & & & & & & \\ & & & 0 & & 1 & & & & & \\ & & & & 1 & & & & & & \\ & & & & & \ddots & & & & & \\ & & & & & & 1 & & & & \\ & & & 1 & & & 0 & & & & \\ & & & & & & & 1 & & & \\ & & & & & & & & \ddots & & \\ & & & & & & & & & 1 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \cdot \\ v_{i\#} \\ \cdot \\ \cdot \\ v_{j\#} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} \quad (\text{A. 1-30})$$

といった変換式で表される(新しい番号には#を付けている). これを単に,

$$\mathbf{v} = \Delta_{ij} \mathbf{v}_{\#} \quad (\text{A. 1-31})$$

と書く. 任意の置換は, この2つのポートの間の置換(互換という)を適当回繰り返したもの,

$$\mathbf{v} = \Delta_{i_1 j_1} \mathbf{v}_{\#1}, \quad \mathbf{v}_{\#1} = \Delta_{i_2 j_2} \mathbf{v}_{\#2}, \quad \mathbf{v}_{\#2} = \Delta_{i_3 j_3} \mathbf{v}_{\#3}, \quad \dots \quad (\text{A. 1-32})$$

であるから, その変換行列(置換行列と言う)は, 互換の変換行列の積,

$$\Delta = \Delta_{i_1 j_1} \Delta_{i_2 j_2} \Delta_{i_3 j_3} \dots \quad (\text{A. 1-33})$$

で表される. それは, 各行各列に一つだけ1があり, 残りは0の正方行列となる. 参考のため, 置換行列の例を表A. 1-1に示す. 最終的に, ポートの置換は, その Δ を用いて,

$$\mathbf{v} = \Delta \mathbf{v}_{\#} \quad (\text{A. 1-34})$$

と書くことができる. ここでは, 代表として電圧で表現したが, 電流や電力波も同様に変換される.

表 A. 1-1 置換行列の例

置換		置換行列
2ポート回路	ポート1, 2の置換(互換)	$\Delta_{\sigma} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
3ポート回路	ポート1, 2, 3の巡回置換 (1 → 2 → 3 → 1)	$\Delta_{C_3} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

このような変換を施すと, 式(A. 1-1)~式(A. 1-3)は,

$$\mathbf{v}_{\#} = (\Delta^{-1} \mathbf{Z} \Delta) \mathbf{i}_{\#}, \quad (\text{A. 1-35})$$

$$\mathbf{i}_{\#} = (\Delta^{-1} \mathbf{Y} \Delta) \mathbf{v}_{\#}, \quad (\text{A. 1-36})$$

$$\mathbf{b}_\# = (\Delta^{-1}\mathbf{S}\Delta)\mathbf{a}_\# \quad (\text{A. 1-37})$$

となる。したがって、ポートの付番を変更した S/Z/Y 行列は、

$$\mathbf{Z}_\# = \Delta^{-1}\mathbf{Z}\Delta, \quad (\text{A. 1-38})$$

$$\mathbf{Y}_\# = \Delta^{-1}\mathbf{Y}\Delta, \quad (\text{A. 1-39})$$

$$\mathbf{S}_\# = \Delta^{-1}\mathbf{S}\Delta \quad (\text{A. 1-40})$$

と表される。

もし、ポートの置換によって、回路が変わらない場合は、 $\mathbf{Z}_\# = \mathbf{Z}$, $\mathbf{Y}_\# = \mathbf{Y}$, $\mathbf{S}_\# = \mathbf{S}$ なのであるから、

$$\Delta\mathbf{Z} = \mathbf{Z}\Delta, \quad (\text{A. 1-41})$$

$$\Delta\mathbf{Y} = \mathbf{Y}\Delta, \quad (\text{A. 1-42})$$

$$\Delta\mathbf{S} = \mathbf{S}\Delta \quad (\text{A. 1-43})$$

と、S/Z/Y 行列と置換行列 Δ は可換になる[7].

(4) 性質

回路の性質は、回路行列に反映される。表 A. 1-2 は、可逆性、受動性、無損失性が回路にどのような制限を与えるのか、まとめたものである[1], [2], [6].

表 A. 1-2 回路行列の性質

	Z 行列	Y 行列	S 行列
可逆性	${}^t\mathbf{Z} = \mathbf{Z}$	${}^t\mathbf{Y} = \mathbf{Y}$	${}^t\mathbf{S} = \mathbf{S}$
受動性	$\mathbf{R} \geq \mathbf{0}$	$\mathbf{G} \geq \mathbf{0}$	$\mathbf{S}^*\mathbf{S} \leq \mathbf{I}$
無損失性	$\mathbf{R} = \mathbf{0}$	$\mathbf{G} = \mathbf{0}$	$\mathbf{S}^*\mathbf{S} = \mathbf{I}$

- ▶ 回路が可逆の場合、S/Z/Y 行列は対称行列になる。
- ▶ 受動性における不等号は、エルミート形式の大小を表す。また、 \mathbf{R} や \mathbf{G} は、Z/Y 行列のエルミート部分、

$$\mathbf{R} = (\mathbf{Z} + \mathbf{Z}^*)/2, \quad (\text{A. 1-44})$$

$$\mathbf{G} = (\mathbf{Y} + \mathbf{Y}^*)/2 \quad (\text{A. 1-45})$$

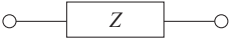
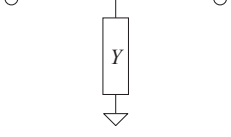
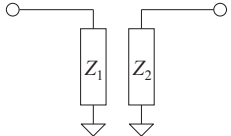
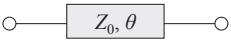
と定義される。

- ▶ 回路が無損失の場合、S 行列はユニタリ行列に、Z/Y 行列はスキューエルミート行列になる。
- ▶ Z/Y 行列に関する性質は、規格化された Z 行列 $\hat{\mathbf{Z}}$ 、あるいは Y 行列 $\hat{\mathbf{Y}}$ についても当てはまる。

(5) 簡単な回路

例として、簡単な回路の回路行列を表A.1-3に挙げる[2], [3].

表 A.1-3 簡単な回路の回路行列 (グラウンドは共通)

回路	Z行列	Y行列	S行列
series-thru 	無	$Y \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\hat{Z}+2} \begin{bmatrix} \hat{Z} & 2 \\ 2 & \hat{Z} \end{bmatrix}$
shunt-thru 	$Z \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	無	$\frac{1}{\hat{Y}+2} \begin{bmatrix} -\hat{Y} & 2 \\ 2 & -\hat{Y} \end{bmatrix}$
shunt to GND 	$\begin{bmatrix} Z_1 & 0 \\ 0 & Z_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Y_1 & 0 \\ 0 & Y_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} G(Z_1) & \\ & G(Z_2) \end{bmatrix}$
無損失 伝送線路 	$\frac{Z_0}{j} \begin{bmatrix} \cot \theta & \csc \theta \\ \csc \theta & \cot \theta \end{bmatrix}$	$\frac{Y_0}{j} \begin{bmatrix} \cot \theta & -\csc \theta \\ -\csc \theta & \cot \theta \end{bmatrix}$	$e^{-j\theta} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

2端子素子のインピーダンスを $Z=1/Y$, 無損失伝送線路の特性インピーダンスを $Z_0=1/Y_0$, 電気角⁸⁴を θ とした. また, 関数 $G(Z)$ を,

$$G(Z) = (\hat{Z}-1)/(\hat{Z}+1) \tag{A.1-46}$$

と定義する. ただし, $\hat{Z}=Z/Z_0$, Z_0 は基準インピーダンス (全ポート同一) である. この表の無損失伝送線路のS行列は, 基準インピーダンスをその特性インピーダンスに採ったときのものである.

A.2 基準インピーダンスの変更

(1) 理論式

Sパラメータの基準インピーダンスを,

$$Z_{0i} \rightarrow Z'_{0i} \tag{A.2-1}$$

に変更すると, S行列 \mathbf{S} は,

$$\mathbf{S}' = \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{S} - \mathbf{\Gamma})(\mathbf{I} - \mathbf{\Gamma}\mathbf{S})^{-1} \mathbf{A} \tag{A.2-2}$$

と変化する[2], [6], [8]. ただし,

⁸⁴ 無損失伝送線路の電気角 θ は, 位相定数(波数) κ と物理長 x の積で表される ($\theta = \kappa x$). また, それは, (時間単位の)電気長 t_x を用いて, $\theta = \omega t_x$ と書くこともできる.

$$\Gamma = (\mathbf{Z}'_0 - \mathbf{Z}_0)(\mathbf{Z}'_0 + \mathbf{Z}_0)^{-1}, \quad (\text{A. 2-3})$$

$$\mathbf{A} = (\mathbf{I} - \Gamma^2)^{1/2} = 2(\mathbf{Z}'_0 \mathbf{Z}_0)^{1/2} (\mathbf{Z}'_0 + \mathbf{Z}_0)^{-1}, \quad (\text{A. 2-4})$$

$$\mathbf{Z}_0 = \text{diag}[Z_{0i}], \quad \mathbf{Z}'_0 = \text{diag}[Z'_{0i}] \quad (\text{A. 2-5})$$

である ($\Gamma, \mathbf{A}, \mathbf{Z}_0, \mathbf{Z}'_0$ は対角行列). これは, 当該ポートに, 巻数比が,

$$1: \sqrt{Z'_{0i}/Z_{0i}} \quad (\text{A. 2-6})$$

の理想トランスを挿入したことに相当する (図 A. 2-1). その理想トランスを付けた回路の Z 行列 \mathbf{Z}' , Y 行列 \mathbf{Y}' は,

$$\mathbf{M} = \text{diag}[m_i], \quad m_i = Z'_{0i}/Z_{0i} \quad (\text{A. 2-7})$$

と置けば,

$$\mathbf{Z}' = \mathbf{M}^{-1/2} \mathbf{Z} \mathbf{M}^{-1/2}, \quad (\text{A. 2-8})$$

$$\mathbf{Y}' = \mathbf{M}^{1/2} \mathbf{Y} \mathbf{M}^{1/2} \quad (\text{A. 2-9})$$

と表される. 要素で書けば,

$$Z'_{ij} = Z_{ij} / \sqrt{m_i m_j}, \quad (\text{A. 2-10})$$

$$Y'_{ij} = Y_{ij} \sqrt{m_i m_j} \quad (\text{A. 2-11})$$

である. したがって, 基準インピーダンスの変更を施したこれらの S/Z/Y 行列は, 通常通り, 式 (A. 1-18) ~ 式 (A. 1-20) の関係式で結ばれている. なお, この \mathbf{M} を用いれば, 式 (A. 2-3), 式 (A. 2-4), 式 (A. 2-6) はそれぞれ,

$$\Gamma = (\mathbf{M} - \mathbf{I})(\mathbf{M} + \mathbf{I})^{-1}, \quad (\text{A. 2-12})$$

$$\mathbf{A} = 2\mathbf{M}^{1/2}(\mathbf{M} + \mathbf{I})^{-1}, \quad (\text{A. 2-13})$$

$$1: \sqrt{m_i} \quad (\text{A. 2-14})$$

と書くことができる.

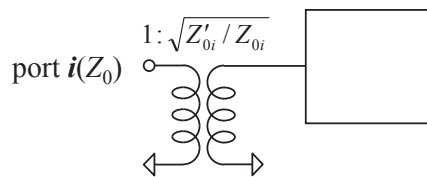


図 A. 2-1 基準インピーダンスの変更を表現する回路

(2) 簡単な回路への適用例

無損失伝送線路について考える. 基準インピーダンスを, 線路の特性インピーダンスでない値に採った場合の S 行列は, 表 A. 1-3 の S 行列に基準インピーダンスの変更 (式 (A. 2-2)) を施せば得られる. 全てのポートの基準インピーダンスを,

$$\mathbf{Z}_0 \rightarrow \mathbf{Z}'_0 \quad (\text{A. 2-15})$$

に変更すると, 無損失伝送線路の S 行列は,

$$\mathbf{S}' = \frac{1}{1 - \rho^2 e^{-2j\theta}} \begin{bmatrix} \rho(e^{-2j\theta} - 1) & e^{-j\theta}(1 - \rho^2) \\ e^{-j\theta}(1 - \rho^2) & \rho(e^{-2j\theta} - 1) \end{bmatrix} \quad (\text{A. 2-16})$$

に変わる[2], [6]. ただし, ρ は, 式(A. 2-3)の Γ の対角要素(全ポート同一値なので, Γ はスカラー行列),

$$\rho = \frac{Z'_0 - Z_0}{Z'_0 + Z_0} \quad (\text{A. 2-17})$$

である.

参考文献

- [1] 太田勲, 「電磁波回路のSパラメータによる表現とその基本特性」, *MWE(Microwave Workshops & Exhibition) '97*, パシフィコ横浜, pp. 427–436, 1997年12月.
- [2] 藤城義和, 「Sパラメータによる電子部品の評価」, TDKアプリケーションノート AN-SP06A001_ja, 2006年 (http://www.tdk.co.jp/tvcl/spara/an-sp06a001_ja.pdf).
- [3] 藤城義和, 「Sパラメータを用いたシグナルインテグリティ解析1 Sパラメータの基礎(その1:導入)」, *電磁環境工学情報EMC*, pp. 105–126, 2012年6月.
- [4] 武部幹, 篠崎寿夫, 「伝送回路網入門」, 東海大学出版会, 1993年.
- [5] Shin-itiro TOMONAGA, “A general theory of ultra-short wave circuits I,” *J. Physical Society of Japan*, vol. 2, no. 6, pp. 158–171, November-December 1947.
- [6] 藤城義和, 「Sパラメータを用いたシグナルインテグリティ解析2 Sパラメータの基礎(その2:展開)」, *電磁環境工学情報EMC*, pp. 102–125, 2012年7月.
- [7] (edited & written by) Carol Gray Montgomery, Robert Henry Dicke, Edward Mills Purcell, (written by) E. Robert Beringer, Nathan Marcuvitz, “Principles of microwave circuits,” McGraw-Hill, 1948.
- [8] Kaneyuki KUROKAWA, “Power waves and the scattering matrix,” *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. MTT-13, no. 2, pp. 194–202, March 1965.

付録 B 群論用語の略説

本論文に登場する群論用語について、簡単な解説を記す。詳細な説明や証明に関しては、参考文献を参照して欲しい。

項目	説明
群	元に 2 項演算が定義されていて、①結合則、②単位元の存在、③逆元の存在という 3 つの演算規則が成立している集合。
位数	群に含まれる元の個数。本論文では、群 G の位数を $ G $ と表わす。位数が有限の群を有限群と言う。
対称操作	有限図形の形を保つ移動操作。回転、鏡映、並進とその組み合わせ。
・回転 C_n	ある軸(対称軸)の周りに n 回回ると元に戻る(360 度になる)ような角度だけ回すこと。180 度回転は C_2 で、 C_3 は 120 度回転、 C_4 は 90 度回転を表す。
・鏡映 σ	図形を鏡に映すように変換すること。
・恒等操作 E	何もしないこと。
点群	対称操作からなる群で、その中のどのような操作によっても動かない点(不動点)が少なくとも一つは存在するもの。回転や鏡映といった対称操作で構成される。合同変換から並進操作(平行移動)を捨象したものとも言える。本論文では、その種類を表すのに Schönflies の記号を用いる。この場合の演算は、引き続き操作を行うことである。単位元は恒等操作 E 、逆元は逆操作($C_n^{-1} = C_n^{n-1}$, $\sigma^{-1} = \sigma$, $E^{-1} = E$)。
可換群 (Abel 群)	演算結果が積の順序によらない(交換則が成り立つ)群。本論文中では、巡回群 C_n や C_s (鏡映対称)、 C_{2v} 、 C_{3h} がその例である。 C_{3v} は可換群ではない最小位数の群。可換群の既約表現の個数は群の位数に等しく、したがって、1 次元表現のみを持つ。
部分群	部分集合がまた群となるもの。

剰余類	群 \mathbf{G} の部分群 \mathbf{H} があって, $g \in \mathbf{G}$ としたとき, $g\mathbf{H} = \{gh: h \in \mathbf{H}\}$ となる集合を, (\mathbf{H} を法とする) 左剰余類, $\mathbf{H}g = \{hg: h \in \mathbf{H}\}$ を (\mathbf{H} を法とする) 右剰余類と言う. 剰余類は同値関係なので, 群 \mathbf{G} は剰余類の和集合に分割される. したがって, 部分群の位数と剰余類の個数の積は群の位数に等しい (Lagrange の定理).
共役な部分群, 正規部分群	群 \mathbf{G} の部分群 \mathbf{H} があって, ある $g \in \mathbf{G}$ によって, $g\mathbf{H}g^{-1}$ と表される部分群を \mathbf{H} に共役な部分群と言う. 同一軌道に属する点の固定部分群どうしは共役である. 共役な部分群が常に自分自身に等しい場合 ($g\mathbf{H}g^{-1} = \mathbf{H}$), その部分群を正規部分群 (あるいは不変部分群) と言う. その場合, 剰余類に右と左の区別は必要でなくなる ($g\mathbf{H} = \mathbf{H}g$). 正規部分群は共役類の和集合で構成されている. 単位元のみからなる群 $\mathbf{C}_1 = \{E\}$ と, 群 \mathbf{G} 自身は, 常に \mathbf{G} の正規部分群となる. また, 可換群の任意の部分群は正規部分群である. 正規部分群であれば, 同一軌道の固定点の状態はみな同じになる. 逆に言えば, 正規部分群でないときは, 一般には同じ状態にならない.
群の作用	ある集合に対して, 群元によって規定される全単射な変換. 単位元が恒等変換に相当すること, また, 群元の積が合成変換 (引き続き変換すること) に相当することを要請する. 点群では, 図形に作用する (図形を動かす) ことを想定している.
軌道	群の作用による移動先からなる集合. 点群の場合, それらは, 図形の中で対等な位置を占める. その個数 (軌道の長さ) は, 群の位数の約数 (したがって, 群の位数以下) である.
固定部分群	群が作用している集合の中の, ある一つの要素 (それを固定点と言う) を不変に保つ群元からなる部分群. 固定部分群の位数と固定点の軌道の長さの積は, 群の位数に等しい (軌道-固定群定理). 図形の中のある一点を動かさない対称操作は部分群をなすが, それが点群における固定部分群である.
表現 (線型表現)	群の各元に, 群と同じ演算関係が成り立つ正則行列を対応させること (準同型写像), およびその集合. 個々の行列は表現行列と言う. 表現行列の次数が, その表現の次元数となる (例えば, 2次元表現というのは, 2次行列で表される表現のこと). 本論文では, ユニタリ表現を前提としている. 有限群の表現は相似変換によってユニタリにできる.

既約表現	相似変換によって同時ブロック対角化しえない表現. 表現の最小単位. 対称性のパターン, すなわち対称適合モードの種類を表す. それを, そのままモードの名称として使ってしまう場合も多い. 本論文では, 点群の既約表現の名称に Mulliken の記号を用いる. 既約表現の次元数は群の位数の約数. 既約表現の表現行列には大直交定理が成り立つ.
恒等表現	全ての表現行列(指標)が 1 の 1 次元既約表現. 本論文の中では, 点群 C_3 の既約表現 A や点群 C_{2v} の既約表現 A_1 がその例である. 対称な n ポート回路の場合, 恒等表現に属するモードは, ポートの軌道数だけ存在する(1つ以上は常にある($1 \leq$ 軌道数 $\leq n$)). 特に, 全ての対称操作で動かないポート(単独で軌道となる)は, シングルエンドのままで恒等表現となる. 異なるポートの軌道で構成された対称適合モードは直交する(共通な基底ベクトルを持たないので).
大直交定理	既約表現の表現行列には, 次のような直交関係が成り立つ. $\sum_{g \in G} D_{ij}^{(\Gamma)}(g)^* D_{i'j'}^{(\Gamma)}(g) = \frac{ G }{d^{(\Gamma)}} \delta_{\Gamma\Gamma'} \delta_{ii'} \delta_{jj'}$ ただし, δ_{ij} はクロネッカーのデルタ ($i=j$ のとき 1 で, そうでないときは 0), G は群, g は群元, Γ は既約表現, $D_{ij}^{(\Gamma)}(g)$ は既約表現の表現行列の i 行 j 列要素, $ G $ は群 G の位数, $d^{(\Gamma)}$ は既約表現 Γ の次元を表す.
置換表現	ある集合に, 群が要素の入れ替えとして作用しているとき, その入れ替えを表す表現を置換表現と言う. 置換行列(各行各列に一つだけ 1 があり, 残りは 0 の正方行列)はその表現行列である. 自明でない置換表現は常に可約である. したがって, 2 ポート以上の対称な回路は, 必ずブロック対角にできる.
指標	表現行列の対角和. 1 次元表現の場合は表現と指標は同じになる. 既約表現の指標を既約指標と言う.
指標表	既約表現と群元を縦横の項目にした既約指標の一覧表. 群論の本には, 付録として載っていることが多い. 縦と横をどちらの項目に取るかは, 本によるので注意が必要.
既約分解 (簡約)	既約でない表現(可約という)を既約表現の直和に表すこと. 対称な n ポート回路の場合, ポートの置換表現の指標は対称操作によって動かないポートの数 ($0 \leq$ ポート数 $\leq n$) ということになるが, それと既約指標との内積は, その既約表現に属する対称適合モードの個数を表す.

対称適合モード	既約表現の基底ベクトル。「対称性という観点だけから選定されたモード」と言える。固有モード(固有ベクトル)は正方行列を対角化するが、対称適合モードでは、一般にはブロック対角にしかならない。
適合関係	ある群の既約表現の表現行列の内、部分群の元に対応するものだけを抜き出したものは、その部分群の表現になっている。しかし、それらは一般には既約ではない。その可約な表現を、部分群の既約表現に既約分解したときの対応を適合関係と言う。群 \mathbf{G} の既約表現 $\Gamma_{\mathbf{G}}$ を部分群 \mathbf{H} に制限したとき、 \mathbf{H} の既約表現によって $\Gamma_{\mathbf{H}_1} \oplus \Gamma_{\mathbf{H}_2} \oplus \dots$ と既約分解されることを、 $\Gamma_{\mathbf{G}} \downarrow \mathbf{H} = \Gamma_{\mathbf{H}_1} \oplus \Gamma_{\mathbf{H}_2} \oplus \dots$ と表す。
射影演算子	あるベクトルに作用し、その部分空間への射影に対応させる演算子。一般に、対称適合モードの基底はシングルエンドの基底の線型結合で表される。逆に、シングルエンドの基底は対称適合モードの基底の線型結合になっている。したがって、シングルエンドの基底ベクトルをある対称適合モードの空間に射影させると、もし、そのシングルエンドの基底ベクトルに当該の対称適合モードが含まれていたならば、それが抽出される。含まれていなければ何も出てこない。そのため、試行錯誤的に見つけていく必要がある。
Neumannの原理	構造が対称であれば、それに付随する物理量も対称操作で不変である。Franz E. Neumann にちなむ。回路行列の場合(S行列の例で示すが、Z行列やY行列でも言える)、ポートの置換(という対称操作)によって、 $\mathbf{S}_{\#} = \mathbf{\Delta}^{-1} \mathbf{S} \mathbf{\Delta}$ と変換されるので、置換によって特性が不変($\mathbf{S}_{\#} = \mathbf{S}$)であれば、置換行列 $\mathbf{\Delta}$ とシングルエンドS行列 \mathbf{S} は可換($\mathbf{\Delta} \mathbf{S} = \mathbf{S} \mathbf{\Delta}$)となる(付録 A.1(3)参照)。対称操作の数だけ置換行列は存在するが、S行列はそれら全てと可換になる。置換行列は、群の置換表現となっているので、既約表現に分解すれば、全ての $\mathbf{\Delta}$ は同時にブロック対角化される。したがって、それらと可換なS行列も、同じモードでブロック対角になる。そのモードが対称適合モードである。Z行列やY行列も同様に、同じモードによって同じ形のブロック対角となる。

参考文献

- [1] 志賀浩二, 「群論への 30 講」, 朝倉書店, 1989 年.
- [2] 近藤武, 「群論」, 岩波書店, 1976 年 ; 1991 年.
- [3] Charles W. Curtis, Irving Reiner, “Representation theory of finite groups and associative algebras,” John Wiley & Sons, 1962.
- [4] 犬井鉄郎, 田辺行人, 小野寺嘉孝, 「応用群論」, 裳華房, 1976 年 ; 1980 年 (増補版).
- [5] (著)F. Albert Cotton, (訳)中原勝儼, 「群論の化学への応用」, 丸善, 1980 年 ; F. Albert Cotton, “Chemical applications of group theory,” John Wiley & Sons, 1963; 1971.
- [6] (著)Gerald Burns, (部分訳)中村輝太郎, 澤田昭勝, 「物性物理学のための群論入門」, 培風館, 1983 年 ; Gerald Burns, “Introduction to group theory with applications,” Academic Press, 1977.

付録 C 数学記号および公式

(1) 複素数

- ▶ j : 虚数単位
- ▶ $|z|$: 複素数 z の絶対値.
- ▶ $\arg(z)$: 複素数 z の位相.
- ▶ z^* : 複素数 z の複素共役.

(2) 行列

- ▶ ベクトルや行列は、太字の立体で表わす.
- ▶ \mathbf{I} : 単位行列.
- ▶ スカラー行列 : 単位行列のスカラー倍.
- ▶ $|\mathbf{A}|$: 行列 \mathbf{A} の行列式^{*85}.
- ▶ ${}^t\mathbf{A}$: 行列 \mathbf{A} の転置.
- ▶ \mathbf{A}^* : 行列 \mathbf{A} の複素共役転置^{*86}.
- ▶ $\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}$: 行列 \mathbf{A} と行列 \mathbf{B} のクロネッカー積.

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = \begin{bmatrix} A_{11}\mathbf{B} & A_{12}\mathbf{B} & \cdots \\ A_{21}\mathbf{B} & A_{22}\mathbf{B} & \\ \vdots & & \ddots \end{bmatrix} \quad (\text{C. 2-1})$$

- ▶ 行列の不等号は、エルミート形式の大小を表わす.
- ▶ $\text{diag} []$ は、 $[]$ 内を対角要素に持つ対角行列.

(3) 分割された行列の逆行列

正方行列 \mathbf{X} を,

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \quad (\text{C. 3-1})$$

のように4分割に区分けした場合,

$$\mathbf{G} = \mathbf{D} - \mathbf{C}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} \quad (\text{C. 3-2})$$

⁸⁵ 縦棒間が行列(太字)の場合は行列式で、群(太字)の場合は群の位数、スカラー(細字)の場合は絶対値を表わす.

⁸⁶ 行列(太字)の場合は複素共役転置で、スカラー(細字)の場合は単なる複素共役になる。スカラーは転置しても変わらない。

と置き, \mathbf{A}, \mathbf{G} が正則なら, 逆行列は,

$$\mathbf{X}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{-1} + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{G}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{A}^{-1} & -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{G}^{-1} \\ -\mathbf{G}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{A}^{-1} & \mathbf{G}^{-1} \end{bmatrix} \quad (\text{C. 3-3})$$

と表せる [2].

したがって, 非対角ブロック \mathbf{B}, \mathbf{C} が大きくないときは,

$$\mathbf{X}^{-1} \approx \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{-1} & -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{D}^{-1} \\ -\mathbf{D}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{A}^{-1} & \mathbf{D}^{-1} \end{bmatrix} \quad (\text{C. 3-4})$$

と, 近似できる.

(4) 行列の関数

2次行列 \mathbf{A} が 2 つの異なる固有値 α, β を持っているとき, その関数 $f(\mathbf{A})$ は,

$$f(\mathbf{A}) = f(\alpha) \frac{\mathbf{A} - \beta\mathbf{I}}{\alpha - \beta} + f(\beta) \frac{\mathbf{A} - \alpha\mathbf{I}}{\beta - \alpha} \quad (\text{C. 4-1})$$

と計算できる [3].

参考文献

- [1] 齋藤正彦, 「線型代数入門」, 東京大学出版会, 1966 年.
- [2] 伊理正夫, 「線形代数 I・II」, 岩波書店, 1993 年; 伊理正夫, 「一般線形代数」, 岩波書店, 2003 年.
- [3] 千葉克裕, 「行列の関数とジョルダン標準形」, サイエンティスト社, 1998 年; 2010 年(増補改訂版).

研究業績一覧

(A) 査読付き論文

- [A1] ◎藤城義和, 越地耕二, 「コモンモードフィルタの非対称性に関する評価指標の解析的導出」, *信学論 (B)*, vol. J96-B, no. 4, pp. 417–426, 2013年4月.
- [A2] Yoshikazu FUJISHIRO, Takahiko YAMAMOTO, Kohji KOSHIJI, “Proposal of Analysis method for three-phase filter using Fortescue-mode S-parameters,” *IEICE Trans. Communications* (査読中).

(B) 査読付き小論文

なし.

(C) 国際会議発表 (査読付き)

- [C1] ◎Yoshikazu FUJISHIRO, Kohji KOSHIJI, “Proposal and analysis of three-phase filter by using mixed-mode S-parameter based on Fortescue transformation,” in *IEEE 2nd CPMT Symposium Japan 2012*, Kyoto, Japan, pp. 257–260, December 2012 (presentation no. 17-2).
- [C2] ◎Yoshikazu FUJISHIRO, Takahiko YAMAMOTO, Kohji KOSHIJI, “Modal S-parameters and the circuit representation of symmetric circuits,” in *IEEE Electrical Design of Advanced Packaging & Systems Symposium (EDAPS)*, Nara, Japan, pp. 122–125, December 2013 (presentation no. OS4-2).

(D) 査読なし論文

- [D1] ○藤城義和, 越地耕二, 「平衡回路の非対称性の理論的考察」, *信学技報 EMCJ*, 於北海道大学, pp. 37–42, 2011年9月 (発表番号:EMCJ2011-78).
- [D2] ○藤城義和, 越地耕二, 「3相フィルタの評価法」, *超高速高周波エレクトロニクス実装研究会*, 於回路会館(西荻窪), vol. 12, no. 3, pp. 9–14, 2012年11月.
- [D3] ○藤城義和, 山本隆彦, 越地耕二, 「3相フィルタの等価回路解析」, *超高速高周波エレクトロニクス実装研究会*, 於杉並区勤労福祉会館(西荻窪),

vol. 13, no. 1, pp. 17–22, 2013年5月.

- [D4] 藤城義和, 山本隆彦, 越地耕二, 「多等分定理とそのEMC解析への応用」, *JPCA ショウ2013 アカデミックプラザ*, 於東京ビッグサイト, 2013年6月 (発表番号: AP-31).

(E) 学会大会等の口頭発表・ポスター発表

- [E1] 藤城義和, 越地耕二, 「平衡回路の非対称性を表す各種パラメータ」, *信学総大*, 於岡山大学, p. 394, 2012年3月 (発表番号: B-4-64).
- [E2] 藤城義和, 越地耕二, 「Fortescue 変換型ミックスド・モードSパラメータ」, *信学ソ大*, 於富山大学, p. 330, 2012年9月 (発表番号: B-4-34).
- [E3] 藤城義和, 越地耕二, 「Fortescue モードSパラメータによる3相フィルタの解析」, *平成24年度 東京理科大学総合研究機構 インテリジェントシステム研究部門 研究成果報告会 (予稿付きポスター発表)*, 於東京理科大学野田キャンパス, pp. 7–12, 2013年3月.
- [E4] 藤城義和, 越地耕二, 「多ポートのミックスド・モードSパラメータ」, *エレクトロニクス実装学会 春季大会*, 於東北大学, pp. 93–95, 2013年3月 (発表番号: 13C-12).
- [E5] 藤城義和, 越地耕二, 「多等分定理」, *信学総大*, 於岐阜大学, p. 394, 2013年3月 (発表番号: B-4-49).
- [E6] 藤城義和, 山本隆彦, 越地耕二, 「多等分定理に基づくブランチャインカプラの解析」, *信学ソ大*, 於福岡工業大学, p. 112, 2013年9月 (発表番号: C-2-87).

(F) 本研究以外の査読なし論文

- [F1] 藤城義和, 「Sパラメータによるコモンモードフィルタの解析」, *信学技報 EMCJ*, 於岐阜大学, pp. 25–30, 2000年9月 (発表番号: EMCJ2000-60).
- [F2] 福永達也, 藤城義和, 「多導体線路伝送モード解析手法とマイクロ波デバイスへの適用」, *信学技報 MW*, pp. 1–6, 2005年9月 (発表番号: MW2005-78).
- [F3] 藤城義和, 福永達也, 「電子部品のマルチポート解析 —高速デジタル回路用EMC対策部品のモデリング—」, *MWE(Microwave Workshops & Exhibition) 2007*, 於パシフィコ横浜, pp. 193–198, 2007年11月.

学位申請に用いた論文: 主論文を構成する論文は◎, 参考論文は○で示す.

謝辞

本論文は、尊敬する越地耕二教授のご指導の下、東京理科大学大学院理工学研究科電気工学博士後期課程において、3年間の研究を経て完成させることができました。越地先生がゼミなどで垣間見せる「原理に立ち返り、現象を解明しようとする姿勢」は、本研究を進めるに当たっての行動指針となりました。また、論文の投稿に際しては、数々の障害が待ち伏せておりましたが、時には厳しく、時にはやさしく励ましてくださり、それらを乗り越えることができました。心より御礼申し上げます。博士課程に入学する際に、一分野を築くぐらいのつもりで臨んで欲しいとおっしゃられたことは、頭の片隅から離れたことはありません。本研究が、それに資するものになったかどうか、後世の判断にゆだねたいと思います。

また、本論文の作成、審査の過程におきまして、きわめて有益なご助言、ご指導を賜りました、物理学専攻 盛永篤郎教授、機械工学専攻 岡田裕教授、電気工学専攻 榎田洋太郎教授、電気工学専攻 前田讓治教授に、深謝いたします。盛永先生には、群論の応用に興味を持っていただき、それに関連した様々な助言をいただきました。岡田先生からは、ものづくりとの関わりについて助言いただきました。榎田先生には、Sパラメータの測定方法や論文の構成に関する助言をいただきました。前田先生には、論文を注意深くお読みいただくとともに、深い考察に基づいた助言をいただきました。5.2.2項は前田先生の発案をきっかけに増補したものです。

そして、越地研の皆様には、この年をとった学生を温かく迎え入れていただき、大変感謝しております。特に、越地研助教の山本隆彦先生には、研究面でのご指導もさることながら、博士課程の先輩として、また研究室の管理者として、研究に際しての細々したことに対してまで、相談に乗っていただきました。誠実で的確なご助言は、どんなに心強かったことか、感謝の気持ちでいっぱいです。また、現役および卒業された学生の方々からも、生活面だけではなく、学生としての研究姿勢など参考にさせていただきました。どうもありがとうございました。さらに、越地研OBの小暮裕明博士、奈良茂夫博士には、学内外での活動を通じ、温かく励ましていただきました。それらは心の支えとなりました。厚く御礼申し上げます。

本研究では、いくつかの外部の協力もいただきました。博士課程1年のとき

に、東京理科大学の特定研究助成金をいただくことができました。その成果[1]は、本論文の第5章の一部を構成しています。また、TDK株式会社からは、ノイズフィルタの試料を提供していただきました。電磁界シミュレータ MW Studio では AET 社(独 CST 社の国内代理店)に、回路シミュレータ ADS やネットワークアナライザでは Agilent 社に、セミナーなどを通じ、相談に乗っていただきました(本論文に登場する会社名や商品名などは、当該各社の商標あるいは登録商標です)。これらの関係各位には、この場をお借りして、御礼申し上げます。

私が群論と出会ったのは、化学科の学生だった頃です。かれこれ 30 年前のことになります。当時の研究テーマであった錯体は、まさしく分子という構造物でしたので、群論用語は当たり前のように周りに存在していました(例えば、分子軌道のラベルに既約表現の名称が用いられるとか)。研究室に配属された際、指導教官であった東京工業大学 化学科 小林宏教授(当時)から、二酸化炭素分子の分子振動を記述する運動方程式が例題であったと記憶しておりますが、群論を用いて鮮やかに解く方法を教示していただきました。そのときの感動は、強く印象に残っております。おかげで、ずいぶんとその方面の勉強をしましたが、今から思えば、半分も理解できておりませんでした(しかし、そのとき購入した本は後に役立ちました)。研究室の先輩であり、友人でもある宮川浩二さんには、制限のない学問の世界に眼を開かせてもらいました。今でも会うたびに、たくさんの刺激をいただいています。私が、真理の追究を志すのは、この若き日の経験からかもしれません。

TDK株式会社時代には、上司、同僚、先輩、後輩から、多くのことを学ばせていただきました。会社ならびにそれらの方々に大変感謝しております。最初の転機は、B特性高容量コンデンサの開発にあります。当時は、最高容量のコンデンサは常温の誘電率が高いF特性という材料を用いて作製するのが業界の常識でした。しかし、お客様からの指摘が契機となり、使用温度範囲や印加される電圧(DC バイアス)といった外部環境を考慮したとき、誘電率を下げてでも、それらの環境依存性を緩和した方が、全体としてのパフォーマンスが向上すると気づきました。このたわいもない思い付きが、業界の動向を大きく変えました。ニッチな存在であったB特性が、突然主流に躍り出たのです。誘電率が低い分、薄層多相にする必要があったのですが、(その頃ちょうど開発されたばかりだった)安価な Ni を内部電極とすることで、それは回避できました。そのことを看破したのは、上司であった原田拓さんです。1992 年を「DC の限界」と位置づけました(DC バイアスと直接原価をかけて)。また、その Ni 電極用の B 特性材料を開発した池田雅昭さん、一年先輩だった千葉高さんを含め、当時の上司や仲間には、技術者としての基本を教えてくださいました。この一件は、化学系の技術者だった自分を電気の世界へいざなうきっかけとなりました。

次におとずれた転機は、コモンモードフィルタの開発です。正確な評価を追い求めた結果、当時まだ発表されたばかりのミックスモードSパラメータにたどり着きました。この件をきっかけに、モード理論に興味を抱くようになり、本研究に至るまで深く関わることとなります。当時1998年前後、水谷光晴君と一緒に行った開発は、新しい評価基準を設け、そして従来(すなわち常識)とは異なる方向を目指すなど、誰もいない荒野を突き進んでいくような、すがすがしい感覚であったことを覚えています。これらの電子部品の開発を通じ、根拠のない常識のあやうさを実感するとともに、本論文の主題となっている評価技術の重要性を再認識しました。コモンモードフィルタの開発では、本業であるモデリング(Sパラメータや等価回路の作成)の知識が大いに役立ちました。一緒に仕事をした福永達也君、梅村哲也君、江畑克史君には、専門的な話だけでなく、雑談の中からも、文殊の知恵と多くの刺激をもらいました。これらの仕事を通じて培った基礎知識は、本研究のベースとなっています。

鎌倉時代の仏師「運慶」は、木の中に最初から埋まっている像を彫り出した[2]とのことですが、本研究もまさに、電気回路理論に最初から埋め込まれているだろう「対称性」や「Sパラメータ」を彫り出したに過ぎません。もともと、運慶とは異なり、先人が彫ったものの輪郭を、試行錯誤の上、少しシャープにした程度に過ぎないのですが、企業の中にいると、売上や利益に直結しないそのようなテーマは、居場所がありません。会社を退職し、私財を投じて研究したのは、生きていくうちに何とか彫り出したいということが、一つの大きな動機になっています。

そのようなわけで、本研究は家族の理解と協力がなければ、まったく成り立ちませんでした。当初、一年ほどは社会人大学院生として、会社との両立を目指しておりましたが、中途半端な状態は、どちらにも迷惑をかけることになると感じ、悔いを残さないよう、一本化することを決断しました。おかげで、妻には細る家計を支えてもらい、多大な迷惑と心配をかけてしまいました。その寛容と信頼には感謝の言葉が見当たりません。また、このような私のわがままを許し、さらには応援してくれた2人の娘からは、ときにはくじけそうなる自分に勇気を与えてもらいました。年老いた母は、できの悪い私を信じ、陰ながら見守ってくれています。心配をおくびにも見せず、なんどきでも支えてもらえたことは、どんなに心強く感じたことでしょう。在学中に他界した父は、存命であれば、学位取得を誰よりも喜んでくれたと思います。この論文は、親子2代で築いたものと言っても過言ではありません。妻へ、娘へ、母へ、父へ、ありがとう。

- [1] 藤城義和, 越地耕二, 「平衡信号伝送系の非対称性の評価とモード理論の再構築」, 第9回(平成23年度)東京理科大学 特定研究助成金 研究成果報告会 (予稿付きポスター発表), 於東京理科大学野田キャンパス, 2012年5月.
- [2] 夏目漱石, 「夢十夜」, 岩波書店(ワイド版岩波文庫), 2007年.