

古代エジプトのピラミッド建設について ーその幾何学的推理ー

印 牧 尚 次 S. Kanemaki (東京理科大学理学部)

序. ざる4月23日の本会主催の研究大会で上記と同じ表題のテーマを発表させていただきました。

私の担当の教養数学の講座では、担当初期の15年頃前、文系のための数学に市販の教科書で微積分・線形代数を扱ったが、学生の間では不評であった。おもしろく役に立つ数学は無いものか。知的ニーズは何か。…。彼らの得意な歴史・地理に数学を加味するという手作りの数学を試みたところ意外にも好評であった。

此れを機に、最近、多くの学生が数学に関心を示すように転じたこと、その要因となった授業内容の一部であるピラミッドについて説明しました。

ここでは、その時に説明できなかったこと、設計者でもあった神官が作図したであろう過程を説明します。

ー普段の講義では、教養の数学が主たる目的だから、詳しい数値で説明する機会はいままでなかった。

ピラミッド建設の幾何学的推理を1年間の主テーマにしているが、これだけでは文明の特徴を理解し難いので、
(1)角度の単位の起源とシュメール文明
(2)ピタゴラス音律・バッハ12平均律
(3)ケプラーと折紙『星形120面体』
などを交えて、エジプト文明の認識に役立てている。

現テーマの他に

『なぜ底面を正方形に選んだか?』という疑問も、大問題として残っている。これを真正面に向かって解明しようとした考古学者は未だ見受けられない。だが、数学の立場からは本質的な問である。講義ではオシリス神話から私の推理を紹介する。このように数学の楽しさを伝えようとしている。

1. ケオプスの寸法図

古代エジプト文明関係の本は、早稲田大学の吉村作治先生の著作を含め数多くの和書、訳本、写真集、カタログが出版されていて、それぞれの特徴があり読者にとって参考になる。今回、私が引用する文献は、エジプト生まれの建築技師ロバート・ボーヴァル氏と著述家エイドリアン・ギルバート氏の共著[1]とその訳本[2]である。

この原書では引用箇所が詳細に記載され情報源に細心の注意が払われていることが伺える。しかも、ピラミッドの寸法が、建設当時使われていた長さの単位、肘尺 royal cubit で表示してある。これは珍しい。

2. 寸法図を読む

右の寸法図を見ると数値がすべて整数で示してある。まず最初に注目すべき数値は

①幅 $\equiv 2a = 440$ (肘尺)

でありどの学説でも異論がないようである。1肘尺のメートル法への換算は諸説によって数値が異なることに留意する必要がある。

定説になっている度量衡は、

1肘尺 = 7掌尺、

1掌尺 = 4指幅

1肘尺 = 0.5237... 尺

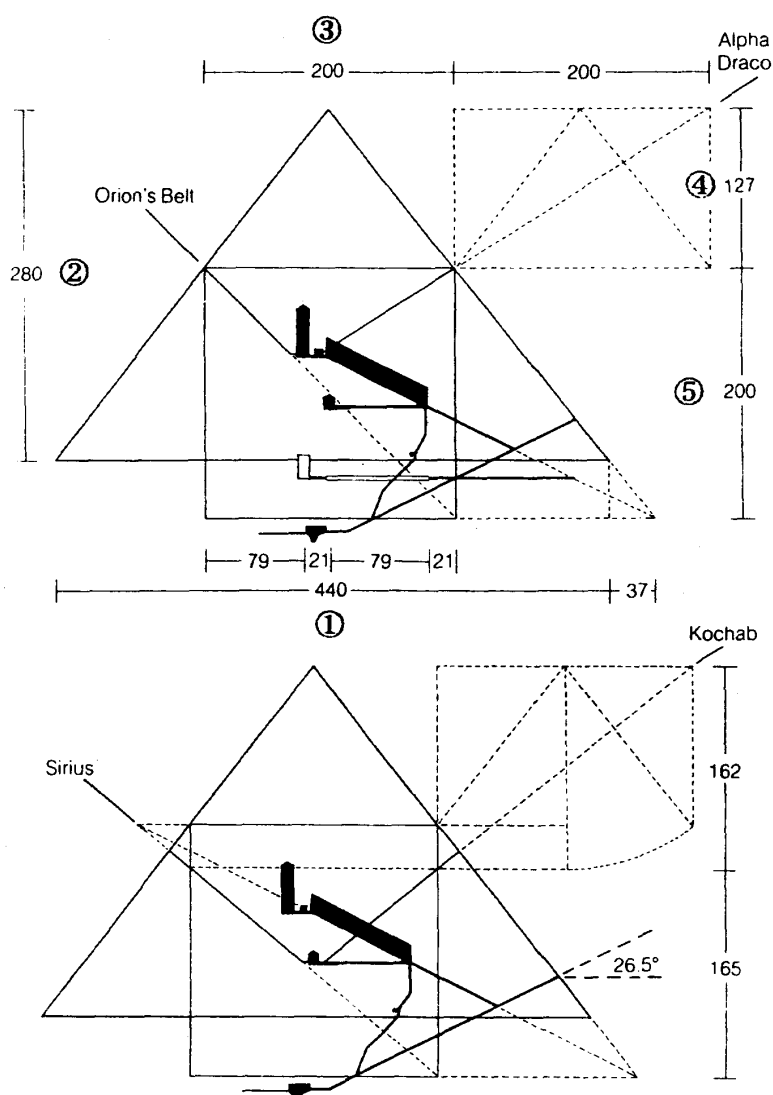
パネルで模型を作るときと違って水平方向の長さを設計図通りに石材を積むことで2次的に傾斜角と高さが生じることに留意しておかなければならない。ここでは、図に書かれている通りに

②高さ $\equiv h = 280$ (肘尺)

であるという前提で以下、推論する。水平方向の長さは整数値であって、垂直方向あるいは斜め方向は整数値になる可能性が低いと解釈する立場があるからである。

斜面は4つの合同な二等辺三角形から成る。その二等辺三角形の高さを b とおくと、三平方の定理から

$$b = \sqrt{a^2 + h^2} = 356.1797... \quad (\text{肘尺})$$



25. The astro-geometry of the shafts and chambers inside the Great Pyramid, with the upper culmination position of the stars taken c.2450BC
All measurements are in royal cubits. 1 royal cubit = 0.5237... metres

を得る。これは図に書かれてはいないが私たちにとって以下必要である。

3. 南北斜孔出口の位置

次に、注目する箇所は、王の間から発している2本のシャフト (shaft 斜孔) の出口の2箇所である。その2点を結ぶ線分 (EF) は水平方向にある。その“南北斜孔出口間距離”を

③ $c = 200$ (肘尺)

と神官が決めた。この距離は、4本の斜孔の傾斜角を同時に司る根源的な長さなのでこの指定は重要である。ロボット工学技師ルドルフ・ガンテンブリックはヘッドライト・レーザー誘導装置・小型ビデオカメラ搭載・牽引機能を備えたロボットを使って1991年に着手して傾斜角の実測値を得た。

王の間の南の斜孔 $45^{\circ} 00' 00''$
 " 北の斜孔 $32^{\circ} 28' 00''$
 女王の間の南の斜孔 $39^{\circ} 30' 00''$
 " 北の斜孔 $39^{\circ} 00' 00''$

後述の理論値と比較できる。

4. 斜孔の傾斜角の理論値

再び、寸法図を見よう。点 E から地平線に下した垂線の足 G は線分 AH を $6 : 5$ に内分している。

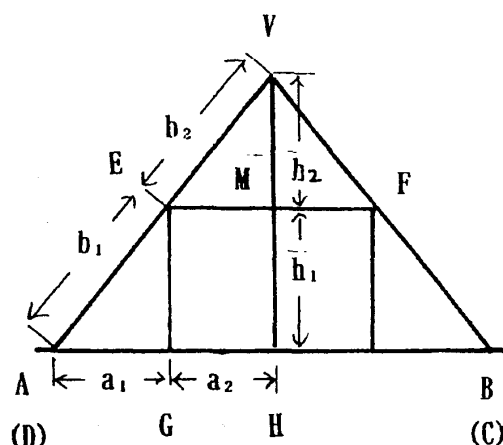
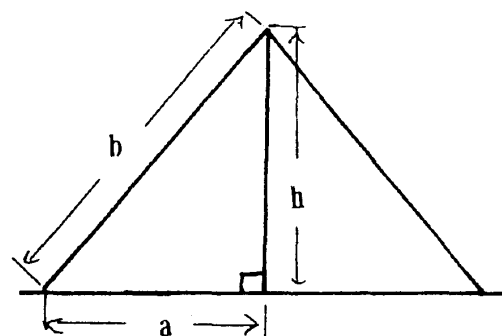
$AG \equiv a_1 = 120$, $GH \equiv a_2 = 100$
 $\angle VEM$ は $\angle VAH$ に相似 (相似比 $5 : 11$)。

$$VM \equiv h_2 = 280 \times (5/11) \\ = 127.2727 \dots$$

従って、VM を、図にある整数値

④ $VM=127$ の代わりに上記の数値として読み取るべきである。これに反しすぐ下に書かれている整数値⑤ 200 肘尺 は近似値ではなく真の値と解釈する方が妥当である。なぜなら、辺 EF とする“正方形”を画面中央に神官が描きたかったから…。彼らにとって正方形はオシリス信仰に基づいているという特別な意味をもっているからである。

このように、数値の決定順序を丁寧に追求すれば、それに準じて作図の手順が導ける。さきの 4月23日に OHP で見て頂いた一連の作図がそれであった。



傾斜角算出に必要な諸数値をまとめると、

$$\begin{aligned} a &= 220 \\ h &= 280 \\ b &= 356.1797 \dots \\ a_1 &= 120 \\ a_2 &= 100 \\ h_1 &= 152.7272 \dots \\ h_2 &= 127.2727 \dots \\ b_1 &= 194.2798 \dots \\ b_2 &= 161.8998 \dots \\ h_3 &= b_2 - h_2, \\ h_4 &= 200 - h_3 = 165.3729 \dots \quad \blacksquare \end{aligned}$$

5. まとめ

以上、文献[1]に記載されている
寸法図から、神官が設計したであろう
ケオプスの内部構造：

王の間

女王の間

大回廊

通路

地下室

4つの斜孔

の配置についての設計図のほんの一部
を私は復元した。この復元作業の過程
に伴って計算できる4斜孔の傾斜角の
理論値も算出した。憶測の範囲では
あるが、今後、上記の内容が将来の
ピラミッド研究のために何かの参考
になるのではないかと願っている。

フランスとイギリスは、この分野
での学術研究を、貴重な文化遺産であ
といち早く認めた国であり、また、
エジプト政府も発掘調査に関する情報
の公開は、極めてオープンであるよう
である。だから、世界中の誰にでも
知的ニーズの対象として学術的な
謎解きを楽しむ機会が得られ、私も
参加できることを嬉しく思う。

今回、立面の寸法という一つの
観点でピラミッドを考察した。

これに、平面図や複数の側面図が加え
られてはじめて内部構造の配置が完成
できるはずのものである。

たとえば、王の間の北の斜孔もそうで
あるが、女王の間の北の斜孔は単に
直線で作ると大回廊にぶつかってしま
う。実際は、北斗七星のカギ型のように
西側に迂回していたのである。

実際に何枚の図面が準備されたか。
どのような道具で作図されたか。
計算はどのように行なったか。

……

「永遠の生命」というテーマを具現す
るいくつかの複雑な要求を定式化し、
それを満たす膨大な計算の後に複数の
設計図を完成し、石材の強度計算をし、
フェニキア人に依頼し建設に必要な
レバノン杉の木材も調達した。

いつ、誰が、どこで

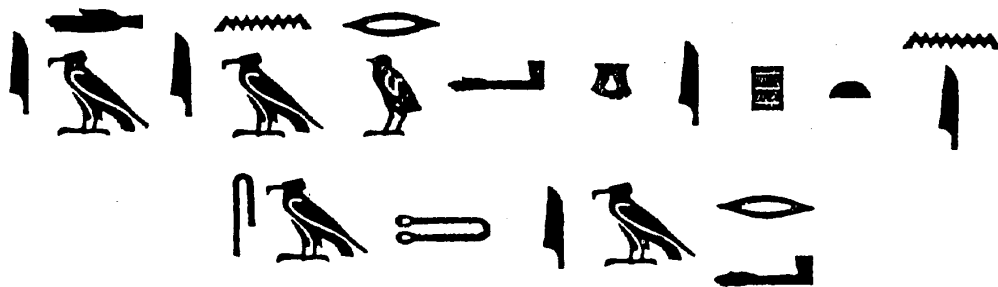
「これで、すべて考え尽くし、完成
できるはず…！」という言葉を
発したのだろうか。

超天才に誉める言葉がない。

[1] Robert Bauval & Adrian Gilbert:

THE ORION MYSTERY Mandarin 1994

[2] ボーヴァル・ギルバート共著「オリオンミステリー」近藤隆文訳 NHK出版1995



(偉大なるエジプトに幸あれ。自作) 2000年 夏 八王子にて