序　　　言

これは一般的教育史からも，また数学史からも，ほとんど取残されていた一つの領域——数学教育史——の開拓を目的とする一つの試作である.

私にとっての第一の課題は，私の知る限りにおいて[(1)]，まだよき先駆者を有しなかったこの領域を，いかなる方法によって開拓すべきかの問題であった. たんなる資料の編纂を目的とせず，社会，経済，政治との関連のもとに，問題に対してはできうるだけ全面的・客観的なる考察を加えつつ[(2)]，一つの文化形態としての数学教育を，系統的に取扱って見たい. ——これが私の願いであった.

この願いは，私の微力のために，たんなる一片の空想に終ったこともちろんである. しかしながら，たといこの書がいかに貧しい愚作であり，そしていかに多くの誤謬の塊であるにせよ，数学教育史存在の意義だけは，あるいはこれによって伝えうるかと思われる.

さて現代的意義における‘数学教育’とは，決してただ‘既成の数学を教える’ことではないし，また断じてさようであってはならないのである. それはまず社会生活の客観的分析のもとに，学習の心理を基礎として，教材が選択され，要目が決定され，教授の方法が考案されねばならない. かような厳密な意義における数学教育の科学的研究は，しかしながら，20 世紀に入ってから，ようや

（1） つぎに掲げている‘参考書目’を見よ. 比較的本書に近いものは，ドイツのみを対象とした Pahl(45)であろうか. Klein(38),(39)は，部分的ながらも，私を指導してくれた. Cajori(34)と Grundel(37)とは，それぞれアメリカおよびドイツに関する，資料的編纂である.

（2） 本書の中では，一切の人々に敬称を附けなかった. また個人的には，私の尊敬する恩師先輩諸先生の仕事に対しても，史家としての立場から，忌憚なき批判を加えている. もしこれをもって私を不遜とする人々があるなら，私は，それほどにも日本には科学批判が行われていないのだと，お答えするよりほかに致し方がないのである.

く開始されたばかりである. したがって，それは遠からず本書の姉妹篇として刊行されるであろうところの，“現代の数学教育”中の問題として取扱わるべきであって，本書の範囲外に属する. この意味においては，本書はいわば数学教育の‘前史’である.

つぎに数学教育史と称するも，この書は，初等教育および高等教育と関連せしめつつ，対象の中心を，中等教育の数学においている. その結果として，ここに取扱われた材料は，大体において中等学校の程度を超えない. その上に，この書はその性質上，たんに数学教育に従事しつつある人々ばかりでなく，より広き読者層を目標として書かれている. 専門的術語と予備知識とは，できうるだけ避けることに努めた. 一通りの常識ある人々にとって，これは決して近づき難い書ではあるまいと，私は信じている.

第 1 章より第 4 章までは，16 世紀前後から 19 世紀末に至る間の，欧米主要諸国の数学教育が取扱われる. これらの章においては，とくに多くの教示を，Cubberley(1)，Kandel(3)，Reisner(6)のごとき教育史に仰いだ. もしもこれらの教育史の助けがなかったなら，本書の企画はほとんど無意義に終ったであろう.

第 5 章と第 6 章とは，幕末から明治 35 年に至るまでの，日本の数学教育にあてられた. 徳川時代の教育史にも，また和算の教授そのものにもまったく無知な私は，石川謙氏(9)および三上義夫氏(23)，(44)の権威ある研究を，ほとんどそのままの形で引用したところも多かった. それにもかかわらず，私の研究の未熟のために，第 5 章は本書中でのもっとも拙劣なる部分であろうことを，私は自覚している.

つぎに，あまりにも当然なことではあるが，この書は——少なくとも数学書に関する限り——必ずしも，たんなる孫引きのみによって，編輯されたものではなかった. 私は日本のものばかりでなく，欧米の数学書についても，多少の

古い原資料を使用するをえた．ただ短日月の間に仕事を纏めねばならなかった都合上，私は原資料の大部分を，とくにこの研究のために蒐集したところの，極めて貧しい私蔵の書に求め，やむなきものを他に仰いだ程度に過ぎなかった．その不十分なるは，あえて言うまでもないことである．

かくておよそ250個ばかりの插図の中，約65個の肖像を暫く別とすれば，他の文献——Cubberley (1), D. E. Smith (28), (29), Cajori (16), Karpinski (20), その他内外二十余種——からの複写が約50個で，残りの135個ばかりは，全部原資料から直接に撮影したものである．

索引は，一纏めにして，姉妹篇"現代の数学教育"の巻末に附するを便利とするために，考慮の結果，本書には添えないことにし，その代りに，目次を詳しく書くことにした．

終に臨んで，参考文献の各著者に対して，深長なる感謝の意を表したい．資料文献上の示教，利用および捜索に関しては，長岡半太郎，高橋豊夫，林鶴一，三上義夫，落合保，佐藤良一郎，新宮恒次郎，森本清吾，平野智治，伊藤誠，酒井政雄等の恩師，先輩諸先生および友人諸氏，ならびに大阪府池田師範学校の厚意に感謝する．また写真撮影の労をとられた河野鈴彦氏，およびとくに文献蒐集のために，多大の苦心，奔走を，私と共に分たれた柏原誠一氏に対して，衷心からなる感荷の意を表する．

最後に，私を激励してこの研究への動機を与えられた畏友三上義夫氏，ならびに深い理解をもって出版の便を計られた岩波茂雄氏に対して，敬意を表したい．

1932年5月27日

小倉金之助

参考書目

この書の背景を作るものに，経済史，社会史，文学史などがあるが，ここには斯る参考書を，一切掲げないことにした．

一般教育史

1. E. P. Cubberley: The history of education (1920).
2. E. P. Cubberley: Readings in the history of education (1920).
3. I. L. Kandel: History of secondary education (1930).
4. P. Monroe: A text-book in the history of education (1928).
5. F. Paulsen: Geschichte des gelehrten Unterrichts auf den deutschen Schulen und Universitäten (1919).
6. E. H. Reisner: Historical foundations of modern education (1927).
7. 沢柳政太郎著: 我国の教育 (明治43).
8. 文部省: 日本教育史資料 (明治23).
9. 石川謙著: 日本庶民教育史 (昭和4).
10: 日本評論社版: 明治文化全集．教育篇 (昭和3).
11. 黒田茂治郎，土館長吉共著: 明治学制沿革史 (明治39).
12. 大日本文明協会編: 明治文化発祥記念誌 (大正13).
13. 国民教育奨励会編: 教育五十年史 (大正11).

数　学　史

14. H. Andoyer, P. Humbert, etc.: Histoire des sciences en France. Vol. I (1924).
15. 小倉，井出共訳増補: カジョリ初等数学史 (昭和3).〔改訳新版上下，昭和

45〕
16. F. Cajori: A history of mathematical notations. Vol. I (1928).
17. M. Cantor: Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Bd. II, III, IV (1901-13).
18. 遠藤利貞著: 増修日本数学史(大正7).
19. R. T. Gunther: Early science at Oxford. Part II (1922).
20. L. C. Karpinski: The history of arithmetic (1925).
21. F. W. Kokomoor: The distinctive features of seventeenth century geometry. Isis, Vol. X (1928).
22. A. Macfarlane: Ten British mathematicians (1916).
23. 三上義夫著: 東西数学史. 輓近高等数学講座(昭和3).
24. N. Nielsen: Géomètres français sous la révolution (1929).
25. V. Sanford: A short history of mathematics (1930).
26. V. Sanford: The history and significance of certain standard problems in algebra (1927).
27. M. Simon: Über die Entwicklung der Elementar-Geometrie in XIX. Jahrhundert (1906).
28. D. E. Smith: History of mathematics (1923-25).
29. D. E. Smith: Rara arithmetica (1908).
30. D. E. Smith and Y. Mikami: History of Japanese mathematics (1914).
31. H. E. Timerding: Die Verbreitung mathematischen Wissens und mathematischer Auffassung (1914).
32. J. Tropfke: Geschichte der Elementarmathematik (1921-24).

数学教育および数学教育史

33. G. T. Buswell and C. H. Judd: Summary of educational investigations relating to arithmetic (1925).
34. F. Cajori: The teaching and history of mathematics in the United States (1890).
35. F. Cajori: Mathematics in liberal education (1928).
36. 藤沢利喜太郎著: 数学教授法講義(明治33).
37. F. Grundel: Die Mathematik an den deutschen höheren Schulen (1928-29).
38. F. Klein: Vorträge über den mathematischen Unterricht an den höheren Schulen (1907).
39. F. Klein: Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus. II. (1925).
40. 国元東九郎著: 直観幾何教授の理論と実際(大正14).
41. W. Lietzmann: Methodik des mathematischen Unterrichts (1916-24).
42. W. Lietzmann: Stoff und Methode des Rechenunterrichts in Deutschland (1912).
43. W. Lietzmann: Stoff und Methode des Raumlehreunterrichts in Deutschland (1912).
44. 三上義夫著: 日本数学教育史. 岩波講座, 教育科学(昭和6).
45. F. Pahl: Geschichte des naturwissenschaftlichen und mathematischen Unterrichts (1913).
46. R. Schimmack: Entwicklung der mathematischen Unterrichtsreform in Deutschland (1911).

47. L. G. Simons: The influence of French mathematicians at the end of the XVIIIth century upon the teaching of mathematics in American colleges. Isis, Vol. XV (1931).

48. A. W. Stamper: A history of the teaching of elementary geometry (1909).

49. 富永岩太郎著: 実験講話大教授法. 下巻(明治 40).

50. F. Unger: Methodik der praktischen Arithmetik in historischen Entwicklung (1888).

51. G. Wolff: Der mathematische Unterricht der höheren Knabenschulen Englands (1915).

特 殊 資 料

個人伝記の類. たとえば

関口開先生小伝(大正 8). 等々.

学校の記念出版. たとえば

創立六十年(東京文理科大学, 東京高等師範学校). 東京物理学校五十年小史. 等々.

図書目録. たとえば

和算図書目録(帝国学士院). 戊辰以来新刻書目便覧(明治 7).

Bowes & Bowes: Catalog of books on mathematics, Earlier period.

等々.

目　　次

計 算 学 校

有名なる若干の初等数学書

第3章　教育の転形時代．数学教科の確立

――約1750-1840――

転形期における数学の役割．ルッソーおよびペスタロッチ

フ ラ ン ス

ド イ ツ

イ ギ リ ス

アメリカ合衆国

第4章　数学教育の停滞時代

――1840-1900――

イ ギ リ ス

第5章　日本における封建末期の教育

——おおよそ 1800-1872——

第6章　日本における数学教育の建設時代

——1872-1902——

第1章　人文主義教育の時代

——16世紀を主として——

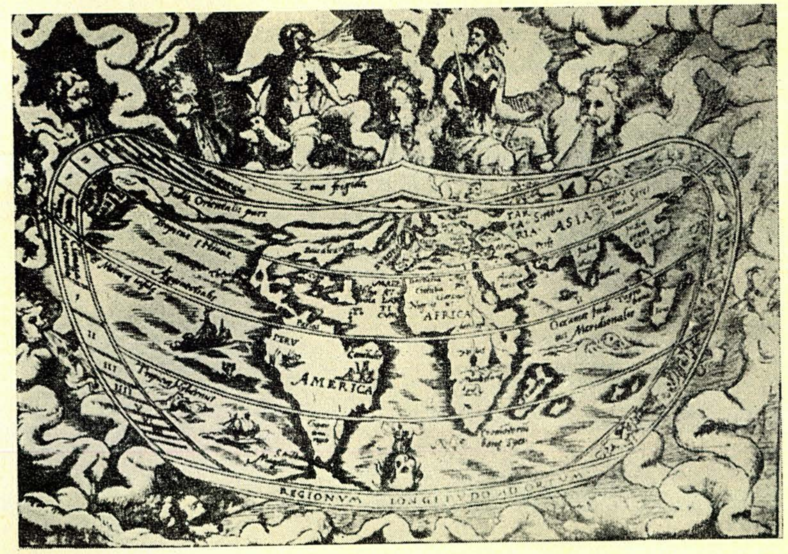
16世紀の社会状態

1.　われわれは近代的教育の誕生と見なすべき16世紀——中部ヨーロッパの文芸復興時代から，われわれの考察を始めることにしよう．

14世紀の頃，イタリーの文芸復興に連れて起った自由教育は，漸次他国に波及し，16世紀の前半に至って急速なる進展を見，16世紀末までに，中等教育熱はほとんど全欧洲を風靡したのであった．この現象の意義を理解するためには，当時の急激なる社会状態の変革について，考える必要がある．

われわれはまず第一に，商業上の革命を挙げねばならない．15世紀はポルトガル人をリーダーとして，航海の上に異常な発展を遂げた時代であった．アラビヤ人から伝来したコンパス，星辰儀，その他の機具は改善され，新たなる航海術と新たなる地図への要求とは，数学および天文学の発達を促した．ポイルバッハ(1423-1461)のごとき，レギオモンタヌス(1436-1476)のごとき，天文学者にしてまた三角法の先駆者を見出すのも，偶然ではなかった．レギオモンタヌスの天文表(1475)は，ヴァスコ・ダ・ガマやコロンブスの航海に対して，重要であったと伝えられている．かくて1492年にはアメリカ発見となり，1497-98年にはアフリカの南端を巡ってインドに到る航路の発見となり，1519年にはマゼランの世界一周となった．

これらの劃期的発見から，必然的に，船舶は巨大となり，商業貿易は益々盛大となった．時たまたま従来インドへの途として，数世紀にわたって有利の地位を占めていたイタリーの諸都市は，トルコ人の勃興のために，インドへの通路を阻害され，貿易の中心はアルプスを越えて，中欧北岸の諸都市へと移って



1523年の世界地図

Gregorius Reisch: Margarita Phylosophica(1523年版)より．

この書“哲学の真珠”の初版は1503年にフライブルグで発行され，その後各地で諸種の版が出で，広く全欧洲にも流行した百科全書である．その中には数学上の事項も多く含まれていた．

いったのである．

この産業の急激なる進展は，商工業組織の上に変革をもたらした．16世紀以来，ギルドの制度はようやくその強度を解消せんとしつつある．独占事業も多くなり，ギルド制度や小資本による合資の代りに，大会社が設立されつつある．資本家と手代や賃銀労働者との間は，隔離されつつある．

一方農村にあっては，あるいは貨幣経済の勃興に伴える荘園制度の変質によって，あるいは囲墻運動(農業革命)による農業労働者の失職，等々によって，農村生活は困難となってきた．それは農民戦争の続発によって証明される．しかも農民戦争は失敗に帰し，農民の生活向上の希望は満されざるのみならず，却って彼らをして爾来200年にわたりて，一層悲惨なる境遇へと陥し入れたのであった．

文芸復興時代こそ実に貧民に溢れた時代であった．英国のごときは幾度か救助法案をだしている．

2.　かかる状勢のもとに，従来の因襲にとらわれたる寺院および煩瑣哲学から脱却して，‘解放’された，新たなる教育を要求する，二群の人々が顕れてきたのである．

封建貴族はいまやようやく没落の運命を辿らんとしている．彼らは新興の地主階級と商工ブルジョアによって，その地位を奪われんとしつつある．かつては数世紀にわたって国王と勢力を争った貴族らは，いまや単なる廷臣に過ぎない時代へと導かれつつある．彼らの子弟は，武術・剣撃の代りに，文官として社交的・文学的芸術的教養を要する時代となってきた．

またようやく社会的地位の高まりつつある新興のブルジョアは，その子弟をして，彼らの職業につかせるにも，また宮廷に出入させるにも，古典により芸術による教養を必要とする時代がきたのであった．

この二つの根源――新たに勃興しつつあるところの，そして社会的地位に野心あるブルジョア階級と，田舎の城主から宮廷の近臣へと変りつつある貴族こそ，新興中等学校の保護者であった．

この背景のもとに，一般教育は，印刷術の発明および進歩によって，非常な

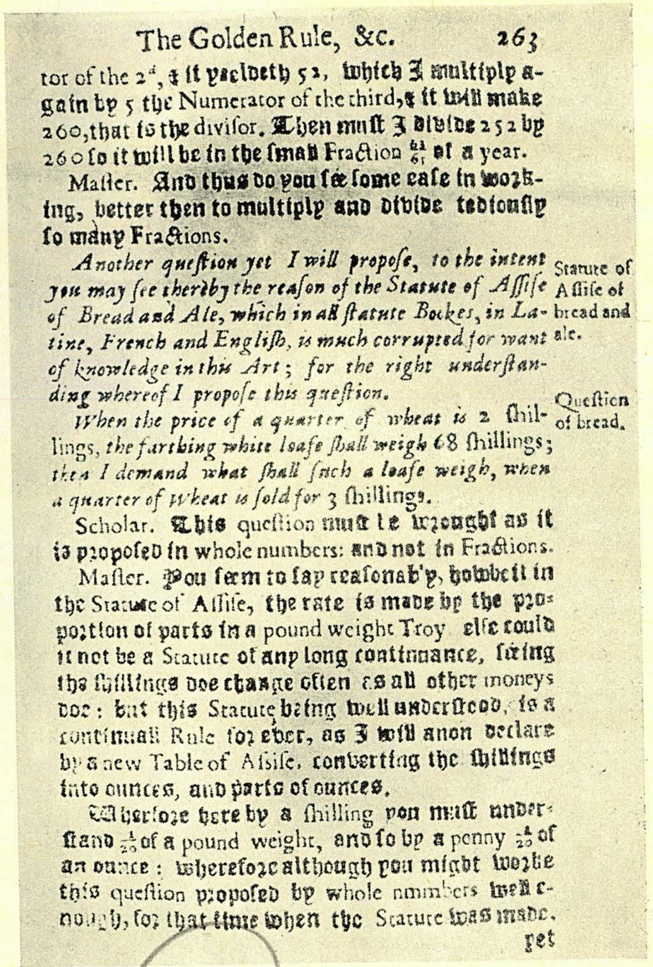
両替の問題

Widman: Behennd vnd hüpsch Rechnung(1489)の1500年版から．ここにはつぎの問題がある．

‘ある人がニュールンベルグの30プエニッヒを持ってウイーンの両替屋に行き，ウイーン貨幣に両替をこうた．その両替屋はそれらの間の価格を知らなかったが，つぎのようにいいだした．ウイーンの7プエニッヒはリンツの9プエニッヒに，リンツの8プエニッヒはパッサウの11プエニッヒに，パッサウの12プエニッヒはウイルショフの13プエニッヒに，ウイルショフの15プエニッヒはレーゲンスブルグの10プエニッヒに，レーゲンスブルグの8プエニッヒはノイマルクトの18プエニッヒに，ノイマルクトの5プエニッヒはニュールンベルグの4プエニッヒに相当すると．そこで，……，故に

$$\frac{7.\ \ 8.12.15.\ \ 8.5.30}{9.11.13.10.18.4}=13\frac{23}{429}$$

となるから，これがニュールンベルグ貨幣(30プエニッヒ)に相当するウイーン貨幣である．’



The Golden Rule, &c.　263

tor of the 2d, & it yeeldeth 52, which I multiply again by 5 the Numerator of the third, & it will make 260, that is the divisor. Then must I divide 252 by 260 so it will be in the small Fraction $\frac{63}{65}$ of a year.

Master. And thus do you see some ease in working, better then to multiply and divide tediously so many Fractions.

Another question yet I will propose, to the intent you may see thereby the reason of the Statute of Assise of Bread and Ale, which in all statute Bookes, in Latine, French and English, is much corrupted for want of knowledge in this Art; for the right understanding whereof I propose this question.　Statute of Assise of bread and ale.

When the price of a quarter of wheat is 2 shillings, *the farthing white loafe shall weigh* 68 shillings; *then I demand what shall such a loafe weigh, when a quarter of wheat is sold for* 3 shillings.　Question of bread.

Scholar. This question must be wrought as it is proposed in whole numbers: and not in Fractions.

Master. You seem to say reasonably, howbeit in the Statute of Assise, the rate is made by the proportion of parts in a pound weight Troy else could it not be a Statute of any long continuance, seeing the shillings doe change often as all other moneys doe: but this Statute being well understood, is a continuall Rule for ever, as I will anon declare by a new Table of Assise, converting the shillings into ounces, and parts of ounces.

Wherefore here by a shilling you must understand $\frac{1}{20}$ of a pound weight, and so by a penny $\frac{1}{20}$ of an ounce: wherefore although you might worke this question proposed by whole numbers well enough, for that time when the Statute was made, yet

パン条令(Assize of bread)

Recorde: Grovnd of artes(1542?)の1630(?)年版より．

パンの価は民衆の最大なる関心問題であったから，これに関する条令が諸国で設けられていた．レコード時代のイギリスでは，条令パンはつねに同じ価で売られ，小麦の価の変化に応じて，その重さを変化するようにした．すなわち小麦1クォーターの価2シリングのとき，1ファーシングの白パンの目方を68シリングとし，小麦の価とパンの目方とは反比例によって計算することに，規定してあったのである．

1. ローマ法皇レオ 10 世のラテン名は Leo Decimus である.
2. これは Leo DeCIMVs と書ける.
3. その大文字を列べ換えれば MDCLVI となる.
4. この中から，神秘の (Mysticus) ために，M を除いてもよい．そして Leo X であるから，X を加えると，DCLXVI をうる.
5. これは数 666 であるが，この数は“黙示録”によると‘獣の数’である．ゆえにレオ 10 世は獣である.

‘ローマ法皇は獣なり’
ドイツの有名なる代数学者 Stifel (1487–1567) が，新教の牧師であった時代に考案した一つの記録.

ゼスウイット教の僧 Clavius
16 世紀のドイツにおける最大なる数学者の 1 人 (1537–1612) で，後にローマに住み，法皇グレゴリー13世の時代に，暦の改正 (1582) に従事した.

る便利を与えられた．さらにこれに拍車を加えたものに，宗教革命および反革命があった.

イタリーに起った人文主義が，アルプスを超えて北に伝わったとき，‘人間解放’の叫び，新たなる学芸への情熱は，伝統にとらわれたる寺院の改造の声となった．ルーテルはドイツにおいて，カルヴァンはスウイス，オランダ，フランスの一部に，宗教改革運動を起し，それはイギリスへと伝わった．新教徒の運動は，必然的に，大学および中等，初等諸学校の改造と新設とを伴ったのである.

他方においては，宗教革命に対立して，旧教徒の反革命運動が，ラテン民族を中心として起った．それはひとり宗教団体の力を強めたのみではなかった．ゼスウイット教徒の熱烈なる運動は教育学術の促進に対して異常の力をおよぼしたのである.

しかしながら，‘人間解放’の運動は，到底貧民大衆を救いうべくもなかった．16 世紀を通じて，貧困なる大衆の教育は，法律や有識者の意見によっては，改善されなかった．じつに 18 世紀の末葉に到るまで，貧民大衆にとりては，その経済状態において，その権利において，ほとんど本質的な改善進歩がなかったのである．もちろん，時には貧民教育を行なったこともあり，またこれに努力した人もあった．しかしながら，それは博愛家または宗教家による特殊の行為であって，一般的見地から観れば，むしろ例外に属する.

16 世紀以前の教育

3.　さて人文主義時代の教育に入る前に，われわれはしばらく過去の教育状態について，一瞥を加えるの要を見る.

大　学

13 世紀の頃から興った大学の専門学科は，15 世紀に入っても，なお宗教，法

七　芸　科
フローレンスのサンタ・マリア・ノヴエラ寺院の壁画で，16 世紀のもの.
左から順々に見て

算術	幾何	天文	音楽	弁証	修辞	文法
ピタゴラス	ユークリッド	トレミー	ツバルカイン	アリストテレス	シセロ	ドナッス

律，教会法，医学および諸芸科の五科に止まっていた．しかも第五の分科たる諸芸科(Faculty of Arts)は，中世紀のいわゆる‘自由七芸科’(Seven Liberal Arts)たる

Trivium(三学)　すなわち　文法　修辞　弁証法(論理)

と，Quadrivium(四科)　すなわち　算術　幾何　天文　音楽

とを綜合した一科であった．

それは実質上，すでに専門学科たるの性質を欠いている．スコラ哲学横行の時代において，諸芸科が主として形式論理の練習課目たるに止まったのは，当然のことであった．したがってそれは事実上，他の専門学科への準備としてか，または附属的な科目として，取扱われたのである(1)．

一方においてはかかる制度のために，他面においては当時いまだ数学，自然科学の勃興を見なかったために，諸芸科に属する数学の軽視も，また当然のことであった．

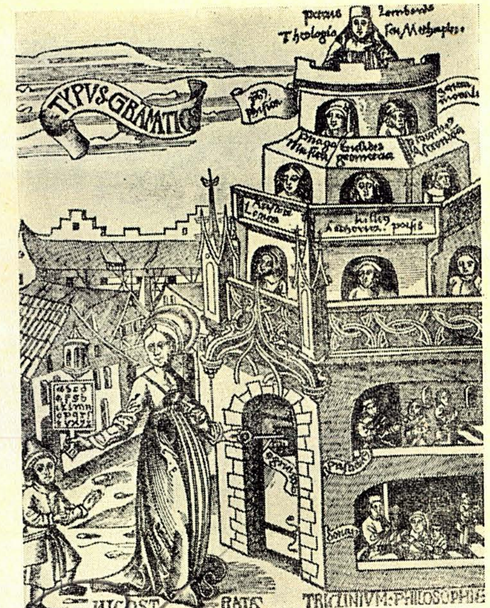
事実，15 世紀に至っても，算術はいまだボエチウスが広く用いられていた．新しい筆算(algorism)——今日われわれが日常用いるところの算術——の存在が，ボエチウス算術以外に，大学で認められ出したのも，ようやくこの頃からであった．貿易商人らはつとに筆算を実行していたのに．

ボエチウス型の算術は，日常生活にほとんど没交渉な，数の形式的理論——理論と言うよりも，むしろ数の形式的分類——を主体とせる一種の算術で，現代においては，その主要部分がほとんど滅亡し去ったところのものであるが，しかし 18 世紀に到るまでも，その痕跡を残していたのである．いまここに一例として，類書中もっとも優秀なる

Jordanus Nemorarius: Arithmetica(死後の校訂版，1496)

(1)　現にパリ大学のごときにあっては，諸芸科へは 14 歳から入学し，20 歳で卒業しうることになった．その学生らは余りに若年であるところから，教師の監督のもとに，彼らを寄宿舎に入れることにし，これを collège と呼んだ．後には学生が大学に行かずに，教師の方から collège にくるようになった．これすなわち後のフランスにおける中学校(collège)の起源である．

英，米における college は，その起源をこれと異にする．



智　識　の　塔

Reisch: Margarita Phylosophica(1503)より

塔の入口に立てる‘智識’——真理は女性である——は，左手に塔の鍵をとり，右手にA，B，Cを書いた板を携えて，子供を塔に導かんとしている．扉に書かれている Congruitas とは文法を意味する．さてドナツスが初等の文法を代表して最下層に，プリスキャンが高等の文法を代表して 2 階にいる．3 階には，アリストテレスが論理を，ツリーが修辞および詩を代表している．(ここまできて三学は終り，これより四科に入る)．つぎに，この 3 階の右側に，算術の代表ボエチウスがおり，4 階には音楽の代表ピタゴラス，幾何の代表ユークリッド，天文の代表トレミーがいる．(これで四科は終る)．5 階にはプリニーが理学を，セネカが倫理学を代表している．そして最高層には神学を代表せるペテロが位している．

の内容を掲げれば，つぎのごとくである．

数の性質．比．素数および合成数．互に連続する比に立つ数．複比．平方根，立方根，等．奇数，偶数，完全数，過剰数，不足数．多角数および立体数．多くの比の等，不等．算術平均，幾何平均，調和平均．

これらの算術では，数の計算を目的としなかったのである．

Boetius 型の比例論
Wingate: Arithmetick
(1735 年版) より.

このボエチウス型の分類を示す. ここで

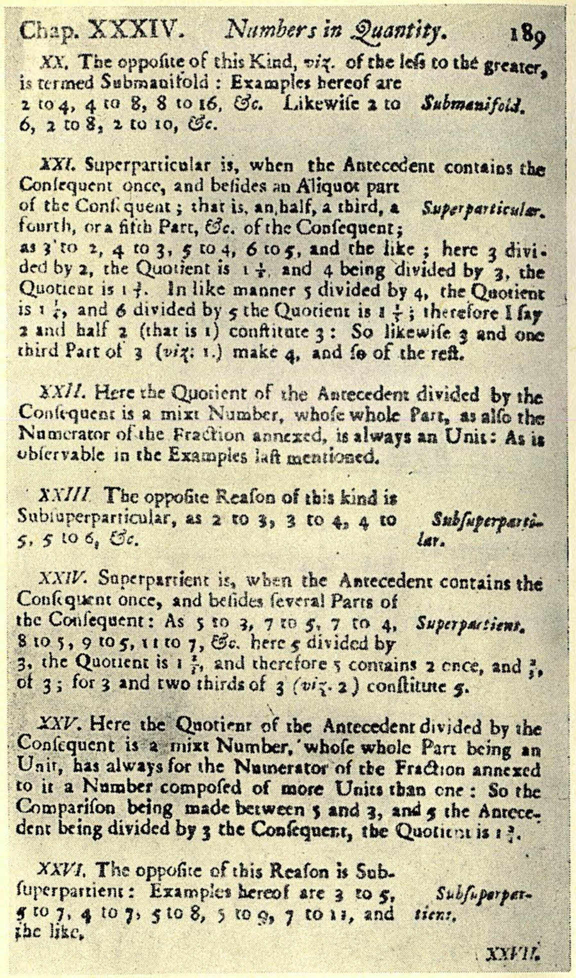
(XXI). $\frac{n+1}{n}$ なる形の比は superparticular,

(XXIII). $\frac{n}{n+1}$ なる比は subsuperparticular,

(XXIV). $\frac{n+2}{n}$ なる比は superpartient,

等々と複雑な名称が附せられている.

元来英国人はボエチウス算術を受け入れなかった国民である '厄介な術語を有する比例の難渋な数論的取扱はイギリスの商人に対しては何らの実用にも役立たなかった. イギリス的精神は, 比 $3:2=1\frac{1}{2}$ を proportio superparticularis sesquialtera と呼ぶことに対して, 本能的に反抗した' と, カジョリは述べている. かような英国での有名なる算術書において, しかも 18 世紀の版において, われわれはなおボエチウス型の比例論を読むのである.



Chap. XXXIV. *Numbers in Quantity.* 189

XX. The oppoſite of this Kind, *viz.* of the leſs to the greater, is termed Submanifold: Examples hereof are 2 to 4, 4 to 8, 8 to 16, *&c.* Likewiſe 2 to 6, 2 to 8, 2 to 10, *&c.* — *Submanifold.*

XXI. Superparticular is, when the Antecedent contains the Conſequent once, and beſides an Aliquot part of the Conſequent; that is, an half, a third, a fourth, or a fifth Part, *&c.* of the Conſequent; as 3 to 2, 4 to 3, 5 to 4, 6 to 5, and the like; here 3 divided by 2, the Quotient is $1\frac{1}{2}$, and 4 being divided by 3, the Quotient is $1\frac{1}{3}$. In like manner 5 divided by 4, the Quotient is $1\frac{1}{4}$, and 6 divided by 5 the Quotient is $1\frac{1}{5}$; therefore I ſay 2 and half 2 (that is 1) conſtitute 3: So likewiſe 3 and one third Part of 3 (*viz.* 1.) make 4, and ſo of the reſt. — *Superparticular.*

XXII. Here the Quotient of the Antecedent divided by the Conſequent is a mixt Number, whoſe whole Part, as alſo the Numerator of the Fraction annexed, is always an Unit: As is obſervable in the Examples laſt mentioned.

XXIII. The oppoſite Reaſon of this kind is Subſuperparticular, as 2 to 3, 3 to 4, 4 to 5, 5 to 6, *&c.* — *Subſuperparticular.*

XXIV. Superpartient is, when the Antecedent contains the Conſequent once, and beſides ſeveral Parts of the Conſequent: As 5 to 3, 7 to 5, 7 to 4, 8 to 5, 9 to 5, 11 to 7, *&c.* here 5 divided by 3, the Quotient is $1\frac{2}{3}$, and therefore 5 contains 3 once, and $\frac{2}{3}$ of 3; for 3 and two thirds of 3 (*viz.* 2) conſtitute 5. — *Superpartient.*

XXV. Here the Quotient of the Antecedent divided by the Conſequent is a mixt Number, whoſe whole Part being an Unit, has always for the Numerator of the Fraction annexed to it a Number compoſed of more Units than one: So the Compariſon being made between 5 and 3, and 5 the Antecedent being divided by 3 the Conſequent, the Quotient is $1\frac{2}{3}$.

XXVI. The oppoſite of this Reaſon is Subſuperpartient: Examples hereof are 3 to 5, 5 to 7, 4 to 7, 5 to 8, 5 to 9, 7 to 11, and the like. — *Subſuperpartient.*

XXVII.

新しい筆算書として, 15 世紀に至るまで, 諸国の大学に——しかも少数の大学に——採用された, ほとんど唯一の算術書は, サクロボスコ (1200 頃-1256 頃) のものであった. それは今日普通の印刷にすれば, 僅に 20 頁前後の小冊子で,

インド数字の書き方, 呼び方. 加法. 減法. 二倍法. 半分法. 乗法. 除法. 級数. 平方根. 立方根.

を内容としたものである. そこには何らの証明もなければ例題もなく, ただ計算規則の説明あるのみであった. この書の中には分数さえ載っていなかった.

天文学ではアリストテレスが多く講義に用いられた. 進歩的な大学では, 天文学を二部に分けて, 円球論および遊星論とした. 遊星論は余り教えられなかったが, もし教えられるとしても, クレモナのゲラルド (1114-1187) の書が用いられた. 円球論はサクロボスコの書によって,

円球の定義. その組織. 星辰の昇降. 昼夜の長さの変化と季節. 天体の運行. 日月蝕. (補充としては, 教会の暦, 占星術など)

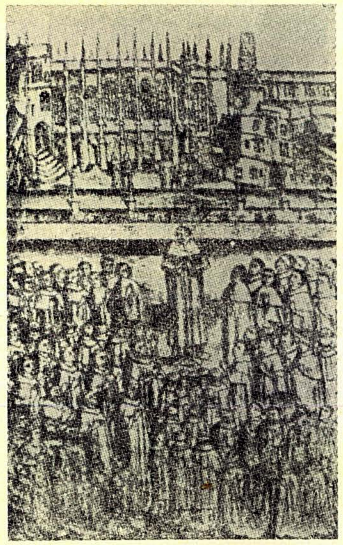
が教えられ, これによって '近代的' (!) なトレミーの学説に触れたのであった.

幾何学は, たとい教授されたとしても, それは僅かにユークリッドの最初の方に止まった[1].

4. パリ大学では, '初めは幾何学が省かれていたが, 1336 年の規定で, 数学の講義を聴かなければ, 学位をうることができないとされた.' また '1366 年の規定で, マスターとなるには, 100 時間数学の講義に出席するを要する' ことになった. しかし後の場合でも, 試験にはユークリッド第一巻だけであったろうと, 考証されている.

13 世紀の前半におけるオックスフォード大学の状態についてわれわれは読

(1) ユークリッドの Elements ("幾何原本") はつぎの 13 巻から成っている. I. 三角形, 垂線, 平行線, 直線形の面積, ピタゴラス定理. II. 面積の変形. III. 円, 弦, 切線. IV. 多角形と円, 正多角形. V. 一般なる比例論. VI. 相似形への比例の応用. VII. 数論 (奇数, 偶数, その他の数の分類. 数に関する比例論). VIII. 連比例. IX. 数論 (素数の理論を含む). X. 無理数論. XI. 立体幾何 (第一巻の平面図形に相当する部分). XII. 積尽法によって, 円の面積が半径の平方に比例する証明. 円錐, 円壔, 等. XIII. 正多面体

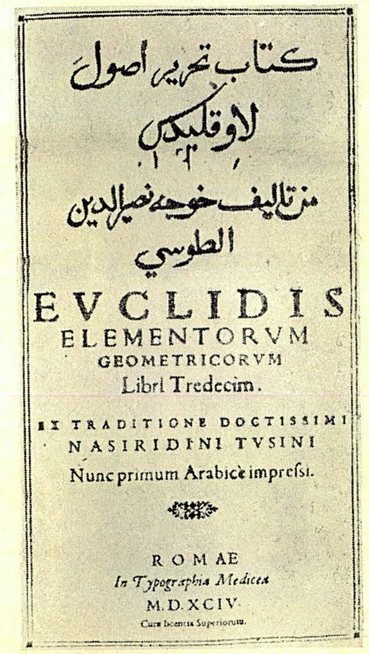


New College, Oxford
(15 世 紀)

中央に立てるは校長，その左右にいるは大学のフェローで，ドクトル帽子をかぶっている．フェローの前なるは学生で，僧侶的な頭髪と服装をしている．前方中央の少年は寺院の音楽団である．

む．

‘その当時，算術といえば，比例論，そしてとくに比，比例および多角数の学習を意味した．実用的な計算の方法は含まれていなかったから，その頃行われていた算盤も，大学の課程には入らなかった．’‘幾何を必要とする少数の者に対しては，ボエチウスとゼルベールが読まれた．それらを補充するにはユークリッドの第一巻の記載と，第三巻と第五巻とからの少数の命題をもってしたのである．面積の測定に関する二，三の実際的応用は，“注意”の形で教えるをつねとした．しかし以上の事柄でさえも，普通の学生にとっては，余りに高尚であった．オックスフォードにいた者の中で，ユークリッド第一巻の最初の五つの命題を，定義と叙述以上に深く理解したものは，稀であったのである．’



Euclid: Elementorum geometricorum(1594)

これはユークリッドのアラビヤ訳の最初の印刷書である．アラビヤ写本からのラテン訳は，すでに 1482 年に印刷されている．

ロージャー・ベーコン(1214-1294 頃)は，13 世紀の後半について，同様のことを語っている．

‘オックスフォードでは，学生の中で，ユークリッドの最初の第三，第四の命題より先きに進んだものは稀だった．それで第五命題は，elefuga(逃亡)と呼ばれた．それは“憐れな人の逃亡”を意味するのである’と(1)．

じつに 14 世紀を通じて，オックスフォードのマートン・カレージは，欧洲における数学的智識の中心と呼ばれたところである．しかも‘15 世紀の初期に，バチェラーの学位をうるに要する数学は，少しばかりの算術と暦の計算に過ぎなかった．その世紀の中頃になって，マスターの学位をうるには，ユークリッドの最初の二巻と，少しばかりの天文が加えられたのである．’ここに 1408-31 年にオックスフォード諸芸科の M. A. 要求に対する書目がある．

文法 Priscian. 修辞 Aristotle. 論理 Aristotle. 音楽 Boetius.

算術……Boetius(一学期間)．

幾何……Euclid(第二巻まで)．〔あるいは Alhazen: Opticae(二学期間)，
あるいは Vitellio: Perspectiva〕．

天文……Gerard: Theorica planetarum(二学期間)．〔あるいは Ptole-

(1) ギリシヤ数学史の権威ヒースは，elefuga とは“ユークリッドからの逃亡”を意味したのかも知れないと述べている．

my, Almagesta〕.

ドイツの大学も，14 世紀に入ってから漸次，学位請求者にはユークリッドが幾分か必要となってきた．‘プラーグ大学は 1384 年に建てられ，そこでは天文学と応用数学とが，課外として要求された.’ 二，三のドイツ大学，たとえばウィーン，プラーグなどは，15 世紀の早い頃から，数学，物理，力学，天文学上の応用に興味を持ちだしたといわれる．ここに学位に対してライプチヒ大学の要求する 1410 年の規定がある．

A. B. に対する数学

Sacrobosco : Sphaera(5 週間から 6 週間の講義).

A. M. に対する数学

天文……Gerard : Theorica planetarum(5 週より 6 週).

幾何……Euclid(5 ヵ月より 9 ヵ月).

算術……Sacrobosco : Algorismus(3 ヵより 1 ヵ月).

音楽……John de Muris : Musica(3 週より 1 ヵ月).

光学……John Peckham : Perspectiva communis(3 ヵ月より 3 ヵ月半).

かような程度であったから，‘レギオモンタヌスはライプチヒ大学の幾何学科に，一人も彼の伴侶となる学友を見出さなかった’ のである．されば ‘同じ大学で，1484 年にウィドマンが代数を講義したことは，じつに破天荒のできごとであった.’ 事実，1519 年同大学諸芸科の時間割を見るに，数学関係のものは僅かに，下のごときものに止まっている．

夏学期(午後 2 時より)	冬学期(午後 2 時より)
Sacrobosco : Algorismus および Sphaera.	John Peckham : Perspectiva.
Gerard : Theorica planetarum.	Gerard : Theorica planetarum.

5. 16 世紀以前の**中等学校**は，語学の教授を主としたから，**グランマー・スクール**(Grammar school)とか，**ラテン学校**(Lateinschule)の称があった．

Winchester College

中央は校長，その左右は教師で，まったく僧侶の風をしている．前方右側が生徒で，左側はこの教団内の居住者である．

それは多く寺院学校であったが，イギリスでは 15 世紀に入って寺院が教育活動力を失うようになってから，寄附行為による新学校が多く建てられた．大なる教団教会としては，ウインチェスター・カレージ(1382)，イートン・カレージ(1440)等が創立されたのである．

しかしこのほかにギルドによって(時には都市または支配階級の援助をえて)，維持された多くのグランマー・スクールがあった．当時のギルドは大規模で勢力もあり，ギルド自身で牧師を置き，それに学校を教授させることも可能であった．

じつに 16 世紀の初葉までは，

文典，ラテンの読方，習字，平易な文学と詩，寺院の唱歌

——これが最上のラテン学校における課業であったのである．

ラテン初等学校

ラテンを教える学校は，グランマー・スクールのほかにも，初等グランマー・スクールがあった．そこではラテンの初歩が主として教授された．

以上の諸学校は，貴族およびブルジョアの子弟のための学校であった．ようやくにして市民中心の

自国語初等学校

が生れてきた．これは以上の諸学校とは異り，ラテン語を用いずに，自国語で教授する初等学校であった．そこでは

自国語の読み書き．実務上の勘定と算術

が教えられた．それは 14 世紀にフランドルの諸都市——ブリュージュ，アントワープ，等々——に始まったが，オランダやドイツの商業都市——アムステルダム，ハンザ同盟，ニュールンベルグ，アウグスブルグ，フランクフルト，等々——の間に急速に拡がって，漸次ロンドン，パリ，リオン等々へと波及したのであった．

この市民的初等学校こそ，じつに今日の初等教育の基礎となったところのものである．

最後に，われわれは

習字・計算学校

の存在を忘れてはならない．すでに述べたように，ヨーロッパの都市生活の変化から，ブルジョアの子弟はラテン教育を必要とし，市民階級の男女は自国語教育を必要とした．しかしそこには，これらの教育を受けることもできないし，さりとてギルドにおける徒弟の教育をも受けえない子弟があった．彼らに対しては，何よりもまず職業への準備教育を必須としたのである．

それはまずハンザ同盟に属するドイツの諸都市から始まった．そこには

Erasmus

Rechenmeister——‘計算教師’と訳するよりも，むしろ‘計算親方’と呼ぶ方が適切であろう——と呼ばれる専門家が起った．彼らは

習字．商業算術．簿記

を教える一団の人々であったが，15 世紀に入るにおよんで，だんだんその地歩を確立し，ついに都市教育上欠くべからざる勢力を占むるに至ったのである．

人文主義の教育

6.　さてイタリーの芸術的なる人文主義は，遊歴学者アグリコラ(1443-1485)によって，オランダに移植せられ，それはドイツ諸大学に伝わった．われわれはここに最大なる人文主義者の一人エラスムス(1467-1536)を見出す．ギリシヤの偉大なる芸術と哲学へ！　ローマの偉大なる法律と雄弁へ！　彼は諸国を巡りて，人文主義の学術的ならびに教育的方面における，国際的人物として立ったのである．

しかしながら‘人間性の解放’を叫ぶ人文主義は，社会生活の急激なる変革に直面しつつある中欧の地に入ったとき，それは著しい社会改造の色彩を帯びざるをえなかった．われわれはこれをルーテル(1483-1546)の宗教改革に見る．彼は万民に‘共通の心’を培い，普通教育の概念に基礎を与えんとして，その実現のために革命的情熱をもって立ったのであった．(しかし農民戦争起るや，彼はついに貧しい農民の友ではなかった．)

もとより宗教改革の影響は大きかった．国家は教会領を没収し，修道院は閉鎖され，その所領は分割されて農民に与えられたものもあった．国民学校が経営され，村落学校も設立せられ，農民も幾分かは教育を受けうるようになった．

しかしながらザクセン選帝公の寵児たりしルーテルの教育改造は，ついに市民階級のためのものたるに止ったのである．

ルーテルおよびその後継者が努力の結果はついにウイッテンベルクにおける学校令(1559)の出顕を見るに至った．それは

I.　ドイツ語学校(初等学校.)

II.　ラテン学校(9歳より16歳まで.)

III.　初等寺院学校(牧師養成を主とするもので，12-14歳より入学.)

IV.　高等寺院学校(大学への準備学校で，15-16歳より入学.)

V.　チュービンゲン国立大学(16-17歳より入学.)

なる系統のもとに組織され，真にドイツにおける最初の国家的な学校であった．後にはドイツ全国を通じて，これを模倣したものが，数多く実顕したのである．

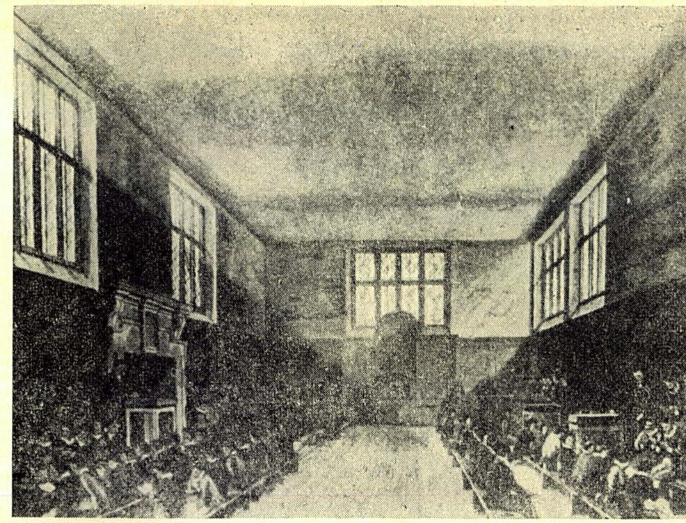
イギリスにありては，15世紀の末に人文主義がオックスフォードに入り，16世紀の初にケンブリッヂに受け入れられ，16世紀の中葉から中学校へも伝播したのであった．

イギリスの宗教改革は政治闘争の形を取った．多くの寺院学校は廃止されて，教団教会としての新学校が生れてきた．しかもグランマー・スクールの多くは，無料学校であって[1]，‘貧しき少年’のために設けられたものだと宣言されている．

しかし一般的に言えば，事実はこれを裏切るであろう．リーチ[2]は，これらの学校が真に貧困者のために設立されたとの宣言を否定し，学校が貴族，地主，富める貿易商の子弟のためのものであって，ある特定の階級をば，所罰によって高い教育の特権から除き去ろうと努めた事実を，指摘している．

（1）　たとえばマンチェスター・グランマー・スクールの設立書(1525)には，‘総ての教師は，生徒のいかんに関わらず，一文の金も何の謝礼も受けないで，一様に無料で教える’とあり，またラグビー・スクールも設立(1567)の当時は，‘ロンドンの雑貨商ローレンス・シエリックの無料学校’と呼んだのである．

（2）　A.F.Leach：English grammar schools at the reformation(1896).



Harrow School

(1571年創立，1593年建築落成)

生徒は組に分かれていわゆるformを作っている．壁上に見える文字は，後に有名となった在学者(old boys)の姓名である．(この絵は1816年頃のもの)

フランスの人文主義は，遅れて発達した．16世紀の前半にイタリーへの軍事的侵略から，フランスは彼地の学芸の刺激を受けて，宮廷と諸都市では人文主義を受け入れんとした．しかしながらそれがためには，欧洲最大の大学たるを誇りとしていたパリ大学との間に，激しい論争を起さねばならなかった．1530年に至り，ついに王命によって，人文主義の学校として，コレージュ・ド・フランスが建てられたが，1568年には大学の要求が通過して，旧教によるべき法令の発布を見るに至り，新運動は挫折を遂げるに至った．

かくて16世紀を通じて，フランスには，イギリスまたはドイツに見るがごとき，人文主義による教育の系統は，成立しえなかったと言えうる．

しかしながらそこには，カルヴァンの影響その他によって，特殊の学校が建立された．殊にロヨラによって組織された，ゼスウイット教団学校――カトリック教徒の反革命学校――こそ，最高なる人文主義教育の組織を参考したもの

であり，それは 17 世紀に入るにおよんで，ラテン民族の間に，異常の発展を遂げたのであった．

7.　人文主義の教育は，いわゆる人間性の解放を目的とするところから，中世の因襲的神学とスコラ哲学とを捨てて，古代ギリシヤ，ローマの古典に帰るを主眼とした．ルーテルは宣言して，‘よく指導された古典の研究は，有力にして公共的なる市民と寺院および国家の侍者を作る’ことを告げた．じつに‘教育は国王と公共のために’，そしてそれには古典の研究から．――これが一般教育者の信仰であった．もちろん，そこには，古典による人格の陶冶が考えられたのである．

しかしながら，それと同時に，当時の支配階級にとっては，古典の学習は実用的でもあったのであることを忘れてはならない．当時ラテンは外交語，国際的商業取引上の語であり，すべての学術の言葉であり，大学教育の言葉であった．人生の道を歩む者，智識的職業を望む者は，みなラテンを読み，ラテンを話すを必要とした．ラテンは生きた言葉であったのだ．それゆえにギリシヤ文学は，たといその価値ラテン以上であるにしても，それは実用上第二位に置かれたのである．

したがって他の諸学問，歴史，地理，科学の類は，たんに古典を読む際に出てくれば，その際に臨んで適宜に教授される程度に止まったのである．固よりエラスムスは過重の字義穿鑿家を論難してはいる．メランヒトンは自然観察の要を説いてはいる．スツルムは古典のみによる材料の欠乏を，科学に注意することによって防ぐべきを説いてはいる．しかしながら自然科学は，事実ほとんどまったく無視されたのであった．

数学は自然科学よりは注意された．けれども，ドイツおよびフランスのもっとも進歩的な中学校においてさえ，若干の算術と，最上級に至って僅かばかりの天文と幾何より以上は望まれなかった．イギリスに至っては，実科的の学問は，ほとんどまったく無視されたのである．

8.　大学の数学教育

まず**ドイツ**から始めよう．ギリシヤ古典の復活に伴い，ユークリッドはようやくドイツ大学において，その地位を占めんとしてきた．クラインにしたがえば，‘数学的科学は非常に尊敬すべきものとして，人文主義者の一致を見たのであった．もちろんその当時の数学は，ギリシヤから伝来した科学，とくに伝統的なユークリッドの幾何原本について取扱ったのであるが，これは大学の諸芸科で講義された．’

算術もついに諸大学に入るようになってきた．‘教育は大部分人文主義および教育改造の基礎の上に組織されたものであるから，商業大都市の懇請によって，計算が入ってきたのである．’これを大学では，‘算術初歩’として講義したが，

記数法．整数の四則．分数の四則．三数法

16 世紀末までに創立された主なる大学の所在地

位までの程度以上にいでなかった．しかも特別なる実用的計算法は，古典的教育の性質上，まったく廃止されたのである．

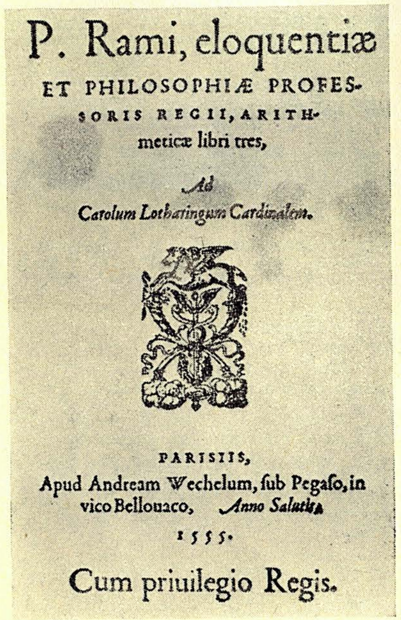
イギリスにおいてはドイツと事情を異にする．

‘1550年頃ケンブリッヂでは，トンストールの算術書が用いられていた．しかるに1570年エリザベス女皇時代に新法令がでて，すべての数学は大学の課程から削除されたのである．多分，数学の学習は実際生活に密接な関係あるもので，したがって大学においては，教授すべき価値なしと認められたからであろう．’

かような状態のもとにおいて，オックスフォード大学，マートン・カレージの校長サー・ヘンリー・セーヴィル(1549-1622)は，オックスフォードでギリシヤ幾何学を講じたことがあった．そしてその講義の終りに臨んで，彼は述べている．

‘聴講の紳士諸君．神の恵みによって，私はここに希望を遂げ，誓約を果すことをえました．私は，自分の力一杯に，ユークリッド原本の定義，公準，公理および最初の八つの命題を，説明することができました．いまや年老い，重任に堪え切れませんので，ここに技術も道具も投げだしましょう．’

彼はオックスフォードに幾何学と天文学の講座を設けるために，教授の俸給を寄附したが，その寄附契約書中に，‘イギリスでは幾何学が，ほとんどまったく放棄され忘却されている’と書かれていた．



Petrus Ramus: Arithmeticae libri tres(1555)の扉

これは旧式なギリシヤ風の理論算術である．ラムスが後に著わしたArithmeticae libri duo(1569)の方は，余程実用的に傾いてきた．

(その二講座は1619年に開始された．)

フランスにあっても，パリ大学ではユークリッドが講じられていた．‘1536年の日附あるユークリッド最初の六巻の註釈書から推察すると，A. M. の学位志願者に対しては，この六巻の講義を聴いたことを宣誓しなくてはならなかったと信じられる．しかし実際の試験には，第一巻をいでなかったようである．なぜなら，第一巻の終にあるピタゴラスの定理に，magister matheseos(数学の先生)なる渾名が附けられていたから．’

16世紀にフランスでは，実用的幾何学書が数多く発行されたが，これは大学には入らなかった．

算術もまた商業的・応用的のものは，大学に採用されなかった．パリの教授ジャック・ル・フェーヴルは，有名な人文主義者であったが，彼の著“ボエチウス算術”はまさに‘死に瀕せる中世数学の屍’であった．コレージュ・ド・フランスの高名なる教授ペトルス・ラムスのごとき人でさえも，最初に著わしたところの算術書は，ギリシヤ算術の抜萃，比の理論などを主体とせる，旧式の理論算術に過ぎなかった．じつに商業算術は商工都市リオンから出版され，パリでは出版されなかった．パリ大学の数学教授ピエモントアの“実用的計算諸表”は，それが実用的であったがために，リオンで出版せねばならなかったのである．

9. 中等および初等学校の数学教育

ドイツの教育改造は，ラテン学校の数学教育にいかなる影響を与えたか？

ルーテルは全然コペルニクスを理解しえない程の人ではあったが，さすがに数学には同情を持っていた．彼はその名高い宣言書(1524)の中で，‘すべての児童はひとり語学と歴史のみでなく，音楽と共にすべての数学を学ばねばならない’と説いた人である．事実彼はラテン学校に数学を採用するの案を立てたが，彼はついに組織者ではなかったのである．

‘ドイツの教訓者’と呼ばれるメランヒトン(1497-1560)，当時の教育上にお

Melanchthon: Mathematicarvm disciplinarvm(1540)

Gemma Frisius
オランダの数学者で，ルーヴァン大学の医学の教授であった．

ける最高の権威者たる彼は，数学に理解を持つ人であった．二，三の有名なる数学書へ序文を寄せたのみではなく，彼自ら古き諸種の天文学書を新たに編輯した上に，数学的思考の価値および性質に関する，彼自らの著述(1540)さえもある．しかし彼がラテン学校についての，ザクセン選帝公への進言(1527)中には，数学課程を入れなかった．(もっともニュールンベルクの高等ラテン学校には，4年学級の中で，第三学年に数学を入れることを提言しているが.)

それゆえにウイッテンベルクの校規にも，ラテン学校には数学科を欠いた．それは大学入学準備の寺院学校に至って，初めて古典以外に，‘論理，幾何，算術，天文および神学’として，加えられたのである．

さて算術が加えられたとしても，それは1週僅かに1時間または2時間で，

Gemma Frisius: Arithmeticae (1540)の1542年版の扉

教科書を用いなかった．ラテン学校が実際に数学教科書を使用しだしたのは，17世紀または18世紀からであることが，考証されている．

ラテン学校でもっとも広く参考された算術書は，ゲンマ・フリシウス(1508-1555)のものであった．じつに彼のArithmeticae practicae methodvs facilis(初版1540)は，16世紀の中に，95版に達している．その内容は

I.　整数の四則(二倍法，半分法を含む.)級数．三数法．

II.　分数の四則．級数．三数法．

III.　比例論．応用．合資算．混合算．仮定法．開平．開立．幾何学上の二・三の応用．(代数を少しばかり含んでいる.)

IV.　調和比例，算術比例，幾何比例の計算．数学遊戯

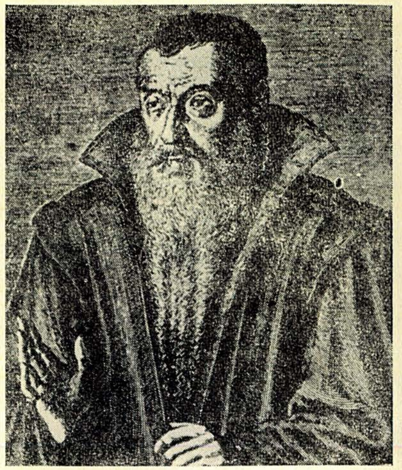
からなり，商業算術とボエチウス型の理論算術の中間を行なったものであった．

当時の計算学校派の著述には，算盤の説明があったが，本書にはこれを載せなかった．またこの書には，定義と主な規則と例題とがあるのみで，証明とか十分なる説明などを欠いていたが，しかしその定義の正確さや，叙述の明晰さは，遙かに商業算術書を凌駕していたのである．

天文はサクロボスコが用いられた．

上述の通りウイッテンベルクの要目には，幾何学を含んでいる．しかしながら，それは現代の意味での幾何学教授ではなかったのであろう．なぜなら，当

時におけるドイツ最高のラテン学校は，ヨハン・スツルム(1507-1589)のいわゆる‘ギムナジウム’(Gymnasium)であった．スツルムがこの有名なストラスブルクの学校長となった時，彼は10個年制の学校に改造して，その課程をほとんど大学同様のものに引上げ，第九年には古典のほかに論理と初等数学を加え，第十年には，論理，“ユークリッド”第1巻，天文学初歩を加えたのである．


Johann Sturm

しかしながら，ここにいわゆるユークリッドの講義は，そのじつ，幾何学の教授ではなかったのである．事実，その当時のストラスブルクの数学教授コンラッド・ダジポヂウスが編輯した“ユークリッド”(1564-66)には，ただ定義があるのみである．そこには1個の図も，1個の定理も，またしたがって一つの証明もない！　全部はまずギリシヤ語で書かれ，つぎにそのラテン訳が載っている．それは幾何学の教科書ではなく，語学の教科書であったのである！

イギリスにおいては，グランマー・スクールは文字通り古典の教授を主体とし，他の学科は大学に入って初めて学ぶを一般とした．16世紀における有名なるパブリック・スクール(1)の課程表を読むに，そこには数学の痕跡さえも認め難い程である．じつに

> ‘18世紀の終り頃まで，イギリスの有名なパブリック・スクールの普通の生徒は，2021を43で割ることができなかった．……普通教育では，計算法は靴直しの術よりも軽視された’

と，カジョリは述べている．

（1）パブリック・スクールの名称は18世紀に始まった．

マーチャント・テーラース校の第一回の校長リチャード・マルキャスター(1531-1611)は，当時における進歩的革新者であった．彼の教育論(1581)において，彼は数学教授に触れている．彼は，少数の熱心な，才能ある生徒が，ユークリッドから幾何と算術を学ぶべきことを望んだ．しかも彼は，1542年頃から版また版を重ねたレコードの算術書に対しては，まったく注意するところがなかった．‘古典的の人々は明らかに，その時代の新しい数学には触れていなかったのである．’

最後に**フランス**に移ろう．すでに述べたように，15世紀においては，パリ大学の諸芸科の教授は，事実，コレージュにおいて与えられていたのであった．それゆえに人文主義的なるコレージュの自然的発達は，その課程をして諸芸科のそれに近づけることになったのである．

たとえば1534年ボルドー市立のコレージュ・ド・ギュイエンヌは，10級よりなる第一流の人文主義学校であったが，そこでは第二級(14歳または15歳)から算術を加え，第一級(15歳または16歳)では，三数法，開平，開立まで進んでいる．さらにこの学校は進んで諸芸科を置き，そこではつぎの書が用いられた．

> 第一年(16歳または17歳)．Psellus: Mathematicorum breviarium.（プセルスは11世紀の有名なるギリシヤ学者で，この書は算術，音楽，幾何，天文学の一斑を集輯したものである）．
>
> 第二年(17歳または18歳)．Psellusの続きにProclus: de sphaeraを加えた．（プロクルスは5世紀の哲学者である．）

そのいかに古典的なるかを見よ！

しかも多くのコレージュでは数学科を置かなかった．カルヴァンの指導のもとにあるジュネーヴのコレージュは，その程度大学に近いものでありながら，数学を入れなかった．

ゼスウイット教徒のコレージュにおいては，多少数学と科学とに重きを置い

たのである.

自国語初等学校

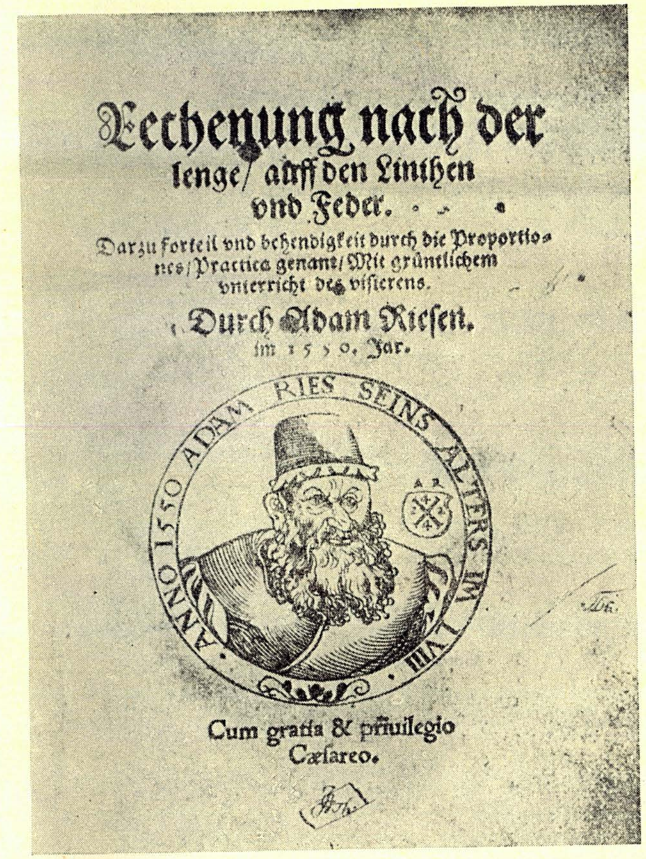
16世紀に入って，自国語初等学校は漸次広くヨーロッパに行き渡った．すでに‘1500年頃ドイツでは，ごく小さな町を除けばどこの町でも，みなラテン学校と並んで，ドイツ語学校を持ち，ラテン教師と並んで，ドイツ学校教師またはドイツ習字教師を持っていた.)

かかる市町の特権ある市民階級的小学校のほかに，同様の性質を有しながら，特権のない怪しげな学校が沢山生れてきたのであった.

かくのごとき初等学校では，計算法が必然的に教えられた．カジョリは算術の教授について語る．‘貧民の子弟は時々これを学び，貴族の子弟はこれを学ぶ必要がなかった．ラテン学校ではこれは知られず，貧民学校では時々教えられた.’‘たとえば1553年にロンドンの一雑貨商が設けた無月謝の初等学校では，ギルフォードの最細民の息子30人を収容して，丁稚小僧にふさわしいように，英語の読み方，書き方，および計算法が十分できるように教えたのである.’

初期の自国語学校

左はドイツ（1505年の木版画）　右はフランス（1528年の絵画）



Adam Riese: Rechenung (1550)

10. 計算学校

商業の勃興につれて起った計算学校は，ドイツにおいてはすでに15世紀から，都市教育系統の一部として公式に承認されるに至った．彼ら計算教師は同職組合(ギルド)を作ったのである.

すなわち彼らRechenmeisterは7カ年の徒弟をとり，徒弟はその見習の終りに見習教師となった．これはSchreiberと呼ばれ，補助の教師として働い

た．そしてギルドに欠員が生じたとき，上席の Schreiber は，試験の上で，完全な Rechenmeister として採用されるのであった．

計算親方の栄えたのはとくにドイツとオランダであったが，そこでは諸都市から，習字，簿記および商業算術の教授に関する，独占的特権を獲得したのである．彼らのギルド中有名なのは，1631 年に組織されたニュールンベルグのギルドで，それに属する計算学校は 48 校に上ったのである．

もっとも有名なる計算親方はアダム・リーゼ(1492-1559)で，1528 年以来エルツゲビルゲのアナベルクで Schreiber となり，一つの私立学校をもっていた．彼が著わした四種の算術書(初版はそれぞれ 1518，1522，1533，1550)中，最後のものすなわち

Adam Riese: Rechenung nach der lenge auff den Linihen vnd Feder(1550)

について一言しよう．それはつぎの四篇からなる．

第 1 篇 "auff den Linihen"．これは '線' 計算で，'数取り' 算盤を用いる計算法の説明がある．

第 2 篇 "auff der Feder"．これは '筆' 計算で，今日普通の計算法である．

第 3 篇 "Practica"．これは三数法等による商業算術的応用である．

第 4 篇 "Vifieren"．ここには度量衡の評価，樽の容積の測定等がある．

この実用的算術書は広く行われ，16 世紀の中にすでに 50 版を超え，17 世紀にも多数の版を重ねた．算術的精密または熟達を表現するのに，"nach Adam Riese" なる言葉は，じつに現代においてもなお使用されている．

16 世紀から 18 世紀にかけて，計算学校は隆盛を極めた．今日明かに計算親方の著述として知られている算術書が，ドイツにのみ 80 種以上もある．それゆえに大学教授さえ，商業算術書を著わすようになった．その初期のものには，ウィドマン(1489)，グランマチウス(1521)，アピアン(1532)等がある．

かくて計算親方のギルドによる '習字，簿記，商業算術' の独占あるがために，

計算の二派

Reisch: Margarita Phylosophica(1504 年版)より

左は筆算　　　右は算盤

ヨーロッパの初等的学校は，大部分，たんなる '読み方' 学校たるに止まらざるをえなかった．そして習字と算術とは，専門的な計算親方の手に委ねられたのである．

もちろんそこには例外が多くあった．ラテン学校の中には科外に，習字と算術を教えたこともしばしばあるし，また科外に専門の習字，算術教師を呼んだこともあった．

とくにイギリスのごとき，劃一的ならざる学校制度のもとでは，算術習字を必要とする子弟のために，課程の内にそれらを入れたことさえもあった．しかしイギリスでは，必要ある者は別に月謝を出して，専門的な算術習字の私立学校に通うを通例としたのである．イギリスの算術教師ハンフリー・ベーカーが

彼の算術書(1562)の中に載せた広告を見るがよい.

> 下記の学芸を何なりと学びたい方々，あるいはこれを御子様方や使用人に学ばせたい方々は，
>
> 王立両替所の北側で，船の符しのある家の隣りに住む
>
> **ハンフリー・ベーカー方**
>
> を御訪ね下されたなら，必ず満足なさるでしょう．そこには
>
> …… …… ……
>
> 上記諸学科の先生がいて，御希望に対して十分勉強して教授致します．また学業を一層迅速に進ませるために，御子様方をその家に寄宿させたい方々には，十分御満足を与えるように取扱いましょう．

じつにこの時代――エリザベス女皇時代――には，イギリスの商業は勃興し，航海は隆盛となり，新たなる手工業が起って全欧洲からの職工が，イギリス貴族および‘商業的皇族’の使用人たらんことを望んだ時であった．じつにこの時代こそ，商業算術の要求の激しい時だったのだ．しかも支配階級の諸学校は実用算術の教授を拒んでいる．商業算術の要求者が，続々として算術教師の許に集まったのも当然のことであった．

またそれゆえにこそ，数学書の表題には，人目を牽き付けるようなものが選ばれたのであろう．ベーカーは上述の算術書に，

Well spring of sciences(1562)［科学の源泉］

なる題名を与えているし，レコードに至っては

算術書に Grovnd of artes(1542?) ［諸芸の基］

代数書に Whetstone of witte(1557) ［機智の砥石］

幾何学に Pathwaie to knowledge(1551)［智識への道］

天文学に Castle of knowledge(1551) ［智識の城］

の名を選んでいる．

有名なる若干の初等数学書について

11. われわれはこれから，注目すべき数種の初等数学書について語ろうと思う[1]．上述のごとく，これらは必ずしも，普通の意味での教科書ではなかったことを，あらかじめ注意しておく．

理解を明瞭にするために，われわれは15世紀末のイタリー書から始めよう．もっとも早期なものの一であり，しかも広く行われて，ドイツ，イギリス等へも大なる影響をおよぼした**算術書**は，

Pietro Borghi: Arithmethica(1484)

であった．ヴェニス出版のこの書において，著者は‘私は商人用の実用書を書いているのだから’と宣言して，ローマ数字を少しも用いず，またボエチウス型の数論を全廃したのであった．その内容は

記数法．掛算．割算．寄算．引算．度量衡．分数．三数法．合資算．両替．混合算．仮定法

からなる．加減乗除の順序の変っているのが目立つ．また掛算の章には，九々の表のほかに，当時の商用上必要な 12, 16, 20, 24, 32, 36×2, 3, …, 10 の表を載せている．

つぎにイタリーの数学者パチオリの高名なる大著

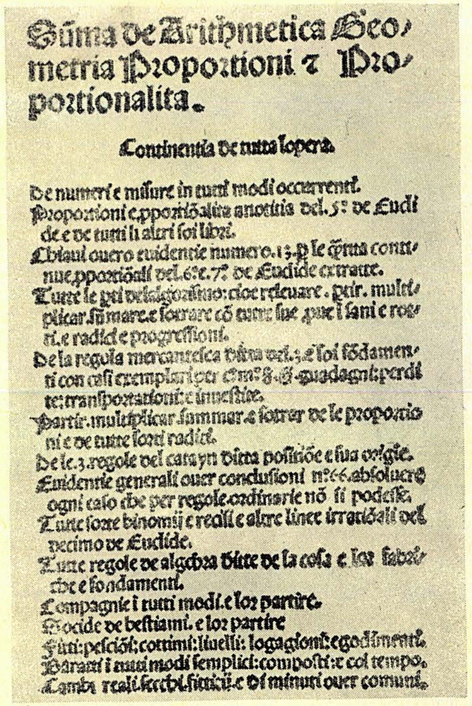
Pacioli: Sūma de Arithmetica, Geometria, Proportioni e Proportionalita(1494)

に移ろう．これは当時の数学的智識の集大成とも見なすべきもので，つぎの事項を包含している．

記数法．整数の四則．級数．開平開立．分数．三数法．文字計算．比例論(ユークリッド，ボエチウスらの)．仮定法．

(1) Gemma Frisius や Adam Riese の算術書については，すでに述べてあるからここには挙げないことにする．

Pacioli: Sūma の目次の一部（ところどころ抄録して見よう）


Sũma de Arithmetica Geometria Proportioni e Proportionalita.

Continentia de tutta lopera.

De numeri e misure in tutti modi occurrenti.
Proportioni e pportionalita anotitia del. 5° de Euclide e de tutti li altri soi libri.
Chiaui ouero euidentie numero. 13. p le q̃ntita continue pportionali del. 6° e. 7° de Euclide extratte.
Tutte le pti dellalgorismo: cioe relevare. partir. multiplicar. sũmare. e sotrare cõ tutte sue pue i sani e rotti. e radici e progressioni.
De la regula mercantesca ditta del. 3. e soi fõdamenti con casi exemplari per cõmo. 8. e guadagni: perdite: transportationi: e inuestire.
Partir. multiplicar. sũmar. e sotrar de le proportioni e de tutte sorti radici.
De le. 3. regole del catayn ditta positiõe e sua origie.
Euidentie generali ouer conclusioni nº. 66. absoluere ogni caso che per regole ordinarie nõ si podesse.
Tutte sorte binomij e recisi e altre linee irrationali del decimo de Euclide.
Tutte regole de algebra ditte de la cosa e lor fabriche e fondamenti.
Compagnie i tutti modi. e lor partire.
Socide de bestiami. e lor partire
Fitti: pesciõi: cottimi: liuelli: logagioni: e godimenti.
Baratti i tutti modi semplici: composti: e col tempo.
Cambi reali: secchi. fittitii. e di minuti ouer comuni.

ユークリッド比例論

筆算(algorism)

商業上の規則

仮定法

ユークリッド無理数

代数方程式(cosa)

合資算

両替

代数（正負数の計算．根数．1元1次方程式．1元2次方程式．特殊な形の代数方程式．）

商業算術（合資算．利息算．家賃．両替．簿記．割引等．）

幾何（三角形，四辺形，その他直線図形の測定．円の測定．立体の体積．美術上における幾何学，等）．

すでに統計学を生んだイタリーは，いまやこのパチオリの数学書の中で，複式簿記の誕生を見たのであった．ゾンバルトの言を聴くがよい(1)．‘資本主義の構成と一致して，会計を器械的に明瞭にする複式簿記こそ，純粋の美から見ても，驚嘆すべきものである．複式簿記の資本主義におけるは，あたかも近代物

(1) Sombart: Der moderne Kapitalismus. II, 1. S. 110-138.

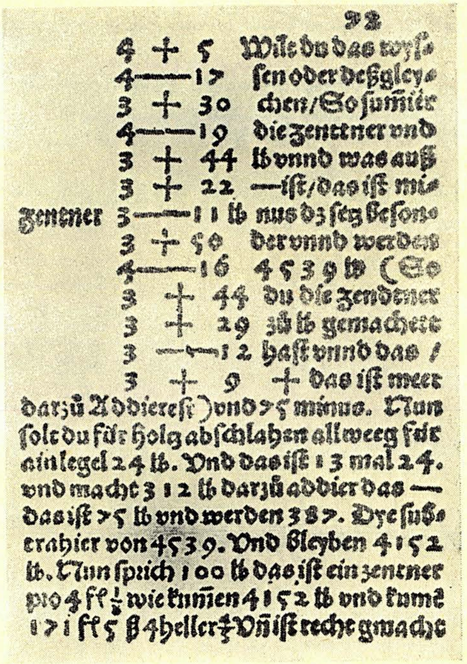
符号としての最初の＋－ Widman(1489)の1526年版より．

〔この前の頁から続いた問題であるから，問題全部を訳しておく．〕

ある人が1ツェントネルで$4\frac{1}{8}$フローリンの価で，13樽の無花果を売った．その樽の目方は各つぎの通りである．その時の売高を求めよ．

zt lb	
4+ 5	それを知るために，ツェントネ
4−17	ル(zt)とポンド(lb)の各の和を
3+30	作れ．但し－(すなわちminus)
4−19	のものを度外視して．ツェント
3+44	ネルをポンドに直し〔1zt は100
3+22	lb．これは註釈〕，かつ＋(すな
3−11	わち meer)のものを加えれば，
3+50	4539 lb および 75 minus とな
4−16	る．さて各樽の木の目方が24
3+44	lb であるから，24の13倍すな
3+29	わち312 lb と，それに－のもの
3−12	すなわち75 lb を加えて，387と
3+ 9	なる．これを4539から引けば，

4152 lb が残る．しかるに1zt すなわち100 lb で$4\frac{8}{1}$fl であるから，4152 lb では171 fl. 5 ss. $4\frac{4}{5}$heller となり，これが正しい答である．


72
4 + 5 Wiltu das wissen oder desgleychen/So summier
4 — 17 die zentner vnd
3 + 30 lb vnnd was auss
4 — 19 — ist/das ist mi-
3 + 44 nus dz setz beson-
3 + 22 der vnnd werden
zentner 3 — 11 lb 4539 lb (So
3 + 50 du die zendtner
4 — 16 zu lb gemachet
3 + 44 hast vnnd das /
3 + 29 + das ist meer
3 — 12
3 + 9
darzu Addierest) vnd 75 minus. Nun
solt du für holtz abschlahen allweeg für
ain legel 24 lb. Vnd das ist 13 mal 24.
vnd macht 312 lb darzu addier das —
das ist 75 lb vnd werden 387. Dye sub-
trahier von 4539. Vnd bleyben 4152
lb. Nun sprich 100 lb das ist ein zentner
pro 4 fl 1/5 wie kumen 4152 lb vnd kume
171 fl 5 ß 4 heller 4/5 Vñ ist recht gmacht

理学におけるガリレー，ニュートンの力学に比すべきである．’

パチオリの複式簿記は，グランマチウスによってドイツに輸入せられ，さらにフランドルのステヴィンによって改善されたのであった．複式簿記の基礎原理こそ，じつに数学者の手によって，作り上げられたのである．

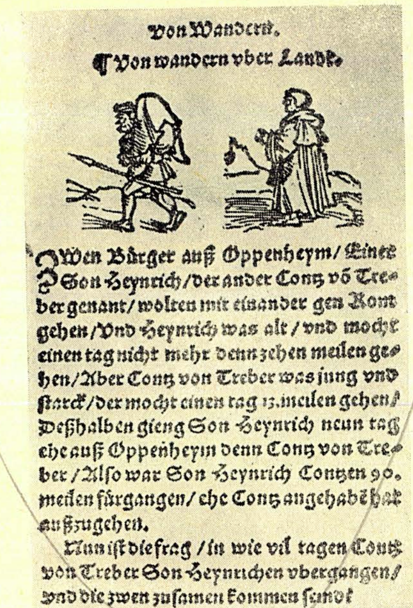
これよりドイツに移ろう．

Widman: Behennd vnd hüpsch Rechnung vff allen Kauffmanschafften (1489)

は，つぎの内容からなっている．

記数法．整数の加法．減法．二倍法．半分法．乗法．除法．級数．開平開立．

分数四則．級数．開平開立．

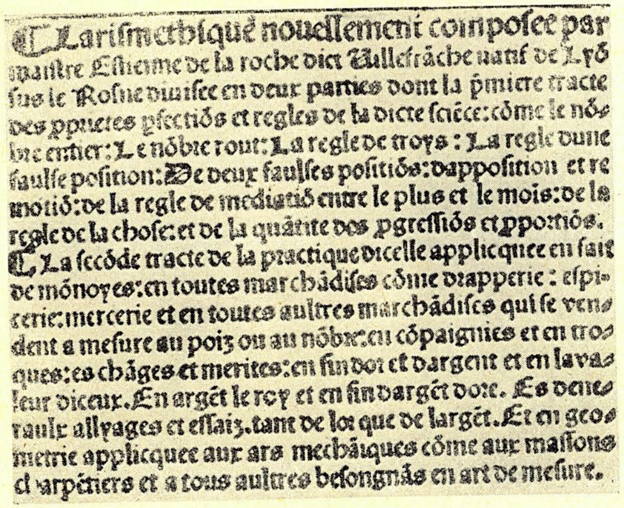

Von Wandern.
Von wandern vber Landt.

ZWen Bürger auß Oppenheym/ Einer Son Heynrich/ der ander Contz võ Treber genant/ wolten mit einander gen Rom gehen/ Vnd Heynrich was alt/ vnd mocht einen tag nicht mehr denn zehen meilen gehen/ Aber Contz von Treber was jung vnd starck/ der mocht einen tag 13. meilen gehen/ Deßhalben gieng Son Heynrich neun tag ehe auß Oppenheym denn Contz von Treber/ Also war Son Heynrich Contzen 90. meilen fürgangen/ ehe Contz angehabẽ hat außzugehen.

Nun ist die frag/ in wie vil tagen Contz von Treber Son Heynrichen vbergangen/ vnd die zwen zusamen kommen sindt

旅 行 の 問 題
Köbel: Rechenliechlin
(1564年版)より.

ハインリッヒの息子とコンツ・フォン・トレベルと呼ぶ，オッペンハイムの二市民が，一緒にローマに行こうとした．ハインリッヒは老人で1日に10マイルより歩めないが，コンツは若く丈夫で1日に13マイルを歩める．そこでハインリッヒはオッペンハイムを，コンツよりも9日前に出発した．由て問う，何日後にコンツはハインリッヒに追い付いて，2人一緒になれるか．


Larismethique nouuellement composee par maistre Estienne de la roche dict Villefrãche natif de Lyõ sus le Rosne diuisee en deux parties dont la pmiere tracte des pprietes pfectiõs et regles de la dicte sciẽce: cõme le nõbre entier: Le nõbre rout: La regle de troys: La regle dune faulse position: De deux faulses positiõs: dapposition et remotiõ: de la regle de mediatiõ entre le plus et le mois: de la regle de la chose: et de la quãtite des pgressiõs et pportiõs.
La secõde tracte de la practique dicelle applicquee en fait de mõnoyes: en toutes marchãdises cõme drapperie: espicerie: mercerie et en toutes aultres marchãdises qui se vendent a mesure au poiz ou au nõbre: en cõpaignies et en troques: es chãges et merites: en fin dor et dargent et en la valeur diceux. En argẽt le roy et en fin dargẽt dore. Es deneraulx allyages et essaiz. tant de lor que de largẽt. Et en geometrie applicquee aux ars mechãiques cõme aux massons et charpẽtiers et a tous aultres besongnãs en art de mesure.

Roche: Larismethique(1520)の目次


Robert Recorde

複名数．比例論．雑問題(三数法．商業算術)．

つぎに計算親方の1人ケーベルの書

Jacob Köbel: Rechenbiechlin(1514)

は広く行われて，少なくとも22版を重ねた．この書には線算盤の詳説があるほかに，分数をローマ数字で書いたことによって，よく知られている．たとえば

$$\frac{1}{4} を \frac{\mathrm{I}}{\mathrm{IIII}},\ \frac{6}{8} を \frac{\mathrm{VI}}{\mathrm{VIII}} のように.$$

この書の特徴は，著者が計算教師として生活していたオッペンハイム地方の郷土色を，強く発揮した点にあった．

フランスでもっとも広く行われた算術書の例として，

Estienne de la Roche: Larismethique(1520)

を挙げよう．それは

I. 整数，分数，複名数の四則(この部分は，15世紀末のシューケーの著から抜萃したものである)．

II. 商業算術(この部分はパチオリのそれと似ている)．

III. 幾何学への計算の応用(20頁ばかりの中に，三角形，面積などの計算を説いたもの)．

を内容とせる，商業算術であった．

終りに，イギリス算術書としてもっとも好評あり，16世紀の中に約20版を重ねたレコードの書

Recorde: Grovnd of artes(初版1542年頃)

の説明に移ろう．

I. 算術の利用．整数の四則．度量衡．級数．三数法(正比例および反

Division. 81

hinde (for there is 230) and do as you learned in Subtraction in like case.

Scholar. Then must I borrow 1 out of the 3 comming behinde next, and make that 0 to bee 10 and then take I 2 out of 10, and there resteth 8 : and because I borrowed one of the 3, I must cancell the 3, and write 2 over it, then doth the figure stand thus.

22
1638
136280(301
45222
455
4

Master. Now have you done, and yet remaineth 228, and your Quotient sheweth you, that if you divide 136280 by 452, you shall finde your Divisor in your greater number 301, that is CCC times and once, and 228 remaining.

And in the other example (where I divided 365 by 28, the Quotient was 13, and 1 remained : whereby I knew that in a yeare (which containeth 365 dayes) there are 13 moneths, reckoning 28 dayes (or 4 weeks) just to a month, and 1 day more.

Scholar. Why then do we call a year but 12 moneths ?

Master. Of that at a more convenient time will I fully instruct you : but now it is not convenient to intangle your minde with other things then do directly pertain to your matter. Therefore if you remember what you have heard, you have learned a short manner of Division, which I would have you often to practise, so that you may be perfect in it, and hereafter I will shew you certaine other proper points touching it.

Scholar. Then I pray you tell mee how I shall

G4 examine

整数の割算

Recorde: Grovnd of artes(1630？年版)より.

これはいわゆるガレー割算である.

比例)．五数法など(複比例)．合資算.

II.　算盤による計算法．分数の四則．分数の三数法等．合資算，混合算，等．仮定法.

III.　著者の死後にジョン・メリスが増補したもので，ここには極めて実際化せる商業算術と，遊戯的問題がある.

レコードの著述はすべて，教師と生徒との対話からなっている．このスタイルを選んだ理由として，著者は語る．‘なぜなら，生徒があらゆる疑問を順々に質ね，教師がハッキリとこれらに答えることは，教授のもっとも平易な方法であると，自分は判断するから.

独りこのスタイルにおいてのみならず，レコードの書はじつに人間味に富める作品であった．たとえば記数法が済んで，加法に移り行く1頁を示せば，次頁のようなものである.

すべてがこの調子である．そして時には，問題や解法のヒントを与え，時には生徒を元気付ける．そして社会生活上の現実問題に触れては，数学がいかに多方面の人々に必要なるかを説いている．レコードは近代的な意味での，立派な教育的態度によって，彼の著述を書き上げたのであった.

12.　つぎに代数に移ろう．学術としての代数は，16世紀においてすでにタルタリヤ，カルダン，フェラリ，ボンベリ，スチフェルらの手を経，ついにヴィエタのごとき巨匠を生んだのであった．しかし当時の状態においては，数学上最高の智識であり，いまだ大学においてさえ，容易に教授する機会を持たなかったのである．それは叙述において明瞭を欠く場合も多く，また記号の甚だ不整頓，不統一を極めた点にもよるだろうと思う.

いま当時の状態を明かにするために，ここに三つの具体的例を示そう．まずグランマチウスから始めよう．彼の著述

Grammateus: Rechenbüchlin(1518)

は商業算術を主体としたものではあるが，その中には代数が収められている.

教師．……そんならこんどは，何を学ばねばならないのか．君らにわかる？
生徒．このつぎは寄せ算だと，いつか先生がおっしゃったのを，僕は覚えています．
教師．よろしい．そこで君らが第一に知らねばならないものは

寄　せ　算

寄せ算とは，二つの数あるいはもっと多くの数を，一所に集めて一つの数にすることである．

さてラテン語の本160冊とギリシヤ語の本136冊あるときみなで何冊になるか？　これを知るには……〔以下，寄せ算の手続きを，つぎの四段階に分けて，詳述している〕……この通りにして，全部の和が296となる．そこで160と136はみなで296になることが君らに解ったろう．

160	160	160	160
136	136	136	136
	6	96	296

生徒．何っ．これはたやすいことだ．これならこんどから僕にもやれます．
野原を，848頭の羊と186頭の他の動物が通って行った．この和を求めるには，先生が教えて下さったようにして〔と，いいながら，左のように書く.〕

848
186
14

教師．そうするんじゃないよ，君はここで二重の誤をやっている．……〔そこで

848	848
186	186
4	34

……等々と進んで説明して行く.〕

いまここに2次方程式の解法の一部を抜萃して見よう．少し読みにくい文章であるから，私はところどころに〔　〕をはさんで，説明または補正を加えることにした．

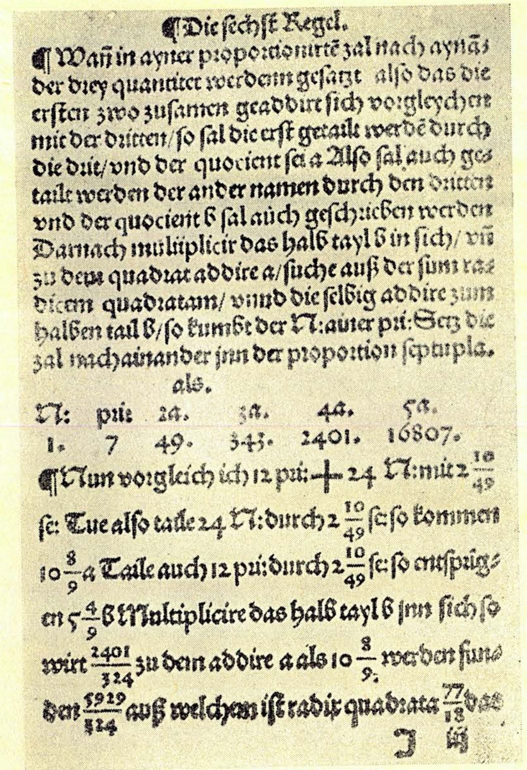
つぎにタルタリヤの有名なる

Tartaglia: General trattato de numeri et misure (1560)

からの1頁を抜萃する．これは多項式の乗法であるが，読者はつぎの記号に注意するを要する．

co	ce	cu	cece	rel	cecu
x	x^2	x^3	x^4	x^5	x^6

読者はタルタリヤにおいて計算の様式が，現代に近づけるを見出すであろ


Die sechst Regel.
Wann in ayner proportionirtē zal nach aynāder drey quantitet werdenn gesatzt also das die ersten zwo zusamen geaddirt sich vorgleychen mit der dritten/so sal die erst getailt werdē durch die drit/vnd der quocient sei a Also sal auch getailt werden der ander namen durch den dritten vnd der quocient b sal auch geschriben werden Darnach multiplicir das halb tayl b in sich/vn zu dem quadrat addire a/suche auß der sum radicem quadratam/vnnd die selbig addire zum halben tail b/so kumbt der N: auter pri: Setz die zal nachainander jnn der proportion septupla.
als.

N:	pri:	2a.	3a.	4a.	5a.
1.	7	49.	343.	2401.	16807.

Nun vorgleich ich 12 pri: + 24 N: mit $2\frac{10}{49}$ se: Tue also taile 24 N: durch $2\frac{10}{49}$ se: so kommen $10\frac{8}{9}$ a Taile auch 12 pri: durch $2\frac{10}{49}$ se: so entsprigen $5\frac{4}{9}$ b Multiplicire das halb tayl b jnn sich so wirt $\frac{2401}{324}$ zu dem addire a als $10\frac{8}{9}$ werden funden $\frac{5929}{324}$ auß welchem ist radix quadrata $\frac{77}{18}$ das
J iij

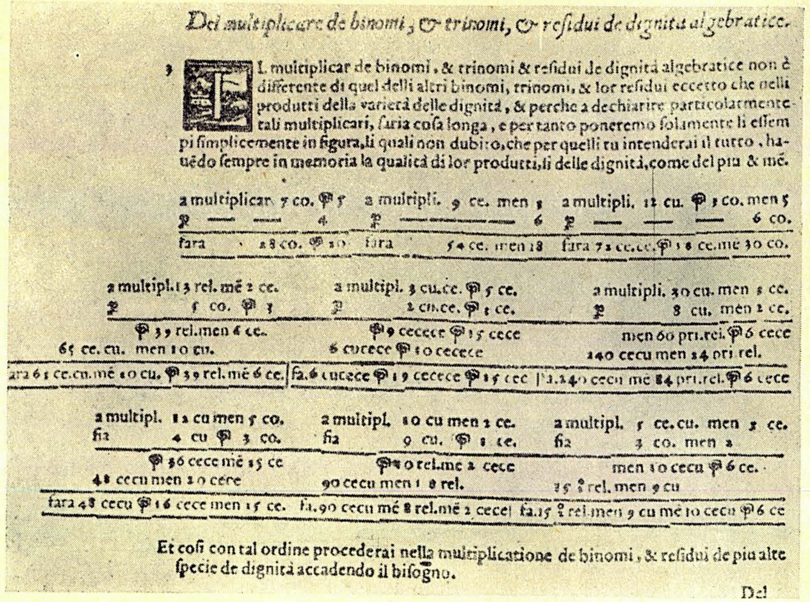
Grammateus の2次方程式の解法

第　六　則

互に比例する数〔すなわち1, x, x^2〕に三つの量を乗じて，最初の二つを第三に等しとおけ．〔すなわちたとえば $d+ex=fx^2$〕．第一〔の係数〕を第三〔の係数〕で割り，その商を a とせよ．同様に，第二〔の係数〕を第三〔の係数〕で割り，その商を b とせよ．然るとき b の半分にそれ自身を掛け，それに a を加えよ．$\left[\text{すなわち}\left(\frac{b}{2}\right)^2+a\right]$．その和の平方根を見出して，それに b の半分を加えよ．しからば第1次のN〔すなわち x の値〕が求められる．その数を7の比例数とすれば，順々に

N:	x	x^2	x^3	x^4	x^5
1.	7	49	343	2401	16807

いま $12x+24$ を $2\frac{10}{49}x^2$ に等しいとおけ．24を $2\frac{10}{49}x^2$ $\left[\text{の係数で割って，} 10\frac{8}{9}=a\right]$ をうる．$12x$〔の係数〕を $2\frac{10}{49}x^2$〔の係数〕で割って $5\frac{4}{9}$〔$=b$〕をうる．b の半分にそれ自身を乗じて $\frac{2401}{324}$ となり，それに a すなわち $10\frac{8}{9}$ を加えて $\frac{5929}{324}$ をうる．その平方根 $\frac{77}{18}$ に b の半分 $\frac{49}{18}$ を加え，第1次の数〔すなわち x〕として7をうる．



Dei multiplicare de binomi, & trinomi, & residui de dignità algebratice.

Il multiplicar de binomi, & trinomi & residui de dignità algebratice non è differente di quel delli altri binomi, trinomi, & lor residui eccetto che nelli produtti della varietà delle dignità, & perche a dechiarire particolarmente tali multiplicari, saria cosa longa, e pertanto poneremo solamente li essempi simplicemente in figura, li quali non dubito, che per quelli tu intenderai il tutto, hauēdo sempre in memoria la qualità di lor produtti, li delle dignità, come del piu & mē.

a multiplicar 7 co. p̄ 5 p̄ 4 fara 28 co. p̄ 20 | a multipli. 9 ce. men 3 p̄ 6 fara 54 ce. men 18 | a multipli. 12 cu. p̄ 3 co. men 5 p̄ 6 co. fara 72 ce.ce. p̄ 18 ce. mē 30 co.

a multipli. 13 rel. mē 2 ce. p̄ 5 co. p̄ 3 ... fara 65 ce.cu. mē 10 cu. p̄ 39 rel. mē 6 ce. | a multipli. 3 cu.ce. p̄ 5 ce. p̄ 2 cu.ce. p̄ 3 ce. ... fa. 6 cucece p̄ 19 cecece p̄ 15 cece | a multipli. 30 cu. men 5 ce. p̄ 8 cu. men 2 ce. ... fa. 240 cecu mē 84 pri.rel. p̄ 6 cece

a multipl. 12 cu men 5 co. fia 4 cu p̄ 3 co. ... fara 48 cecu p̄ 16 cece men 15 ce. | a multipl. 10 cu men 2 ce. fia 9 cu. p̄ 1 ce. ... fa. 90 cecu mē 8 rel. mē 2 cece | a multipl. 5 ce.cu. men 3 ce. fia 3 co. men 2 ... fa. 15 2° rel. men 9 cu mē 10 cecu p̄ 6 ce

Et cosi con tal ordine procederai nella multiplicatione de binomi, & residui de piu alte specie de dignità accadendo il bisogno.

Del

2項式および3項式の掛算

Tartaglia(1560)より

$$\begin{array}{r} 7x+5 \\ 4 \\ \hline 28x+20 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9x^2-3 \\ 6 \\ \hline 54x^2-18 \end{array} \qquad \begin{array}{c} 12x^3+3x-5 \\ 6x \\ \hline 72x^4+18x^2-30x \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 13x^5-2x^2 \\ 5x+3 \\ \hline 39x^5-6x^2 \\ 65x^6-10x^3 \\ \hline 65x^6-10x^3+39x^5-6x^2 \end{array}$$

九つの内で試みに四つの計算を現代の式に直して見ると，このようになる．但し

変な形の p は ＋

men 又は mē は －

のことである．

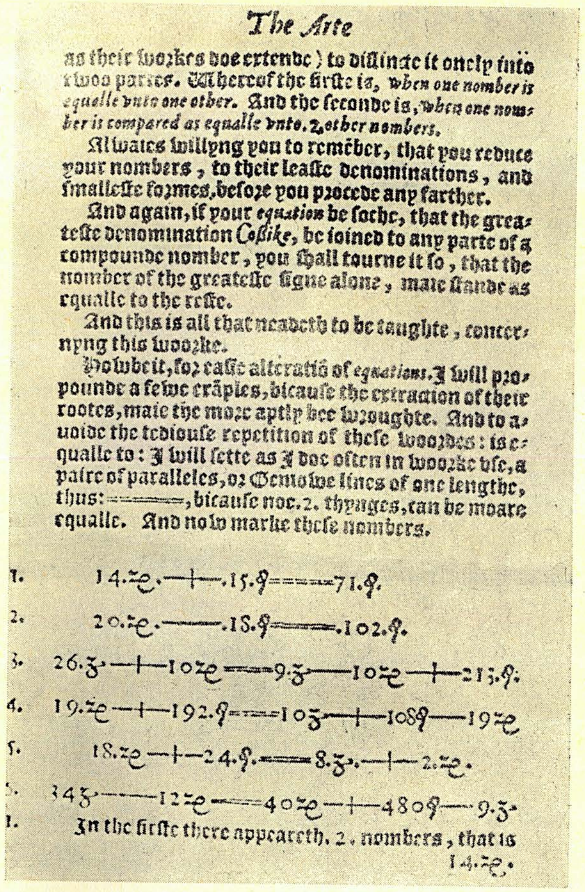
う．しかしながら未知数およびその2乗，3乗，……の記号が，グランマチウスと異るのみでなく，それは甚だ不便な形なることに注目せねばならない．

私はその記号のいま一つの例を示さんがために，第三例として

Recorde: Whetstone of witte(1557)

の一節を示そう．これは等号記号(＝)が，数学上に使用された最初のものと，呼ばれている個所である．

かくて代数学上における記号の確定は，17世紀に残された課題であったのである．(第29節参照)．



The Arte

as their workes doe extende) to distincte it onely into twoo partes. Whereof the firste is, *when one nomber is equalle unto one other.* And the seconde is, *when one nomber is compared as equalle unto. 2. other nombers.*

Alwaies willyng you to remēber, that you reduce your nombers, to their leaste denominations, and smalleste formes, before you procede any farther.

And again, if your *equation* be soche, that the greateste denomination *Cosike*, be ioined to any parte of a compounde nomber, you shall tourne it so, that the nomber of the greateste signe alone, maie stande as equalle to the reste.

And this is all that neadeth to be taughte, concernyng this woorke.

Howbeit, for easie alteratiō of *equations*. I will propounde a fewe exāples, bicause the extraction of their rootes, maie the more aptly bee wroughte. And to auoide the tediouse repetition of these woordes: is equalle to: I will sette as I doe often in woorke use, a paire of paralleles, or Gemowe lines of one lengthe, thus: =======, bicause noe. 2. thynges, can be moare equalle. And now marke these nombers.

1\. 14.ꝛ.—+—.15.ꝭ=======71.ꝭ.

2\. 20.ꝛ.———.18.ꝭ=======.102.ꝭ.

3\. 26.ȝ.—+—10ꝛ=====9.ȝ——10ꝛ—+—213.ꝭ.

4\. 19.ꝛ—+—192.ꝭ=====10ȝ—+—108ꝭ——19ꝛ

5\. 18.ꝛ—+—24.ꝭ.=====8.ȝ.—+—2.ꝛ.

6\. 34ȝ———12ꝛ=====40ꝛ—+—480ꝭ——9.ȝ.

1\. In the firste there appeareth. 2. nombers, that is 14.ꝛ.

最初の等号＝

Recorde(1557)より．これは方程式のところであるが，等号のところる所だけを訳すと，つぎのごとくである．

is equal to という言葉を絶えず繰り返すのを避けるために，私はしばしば一対の平行線あるいは一つの長さの一双を使用するだろう．すなわち＝のように．なぜなら，どんな二つの物も，これより〔すなわち一対の平行線〕以上に，等しいものは無いのだから．そこでこれらの数を記せ．〔以下，現代の記号を用いると〕

1\. $14x+15x^0=71x^0$　　2. $20x-18x^0=102x^0$

3\. $26x^2+10x=9x^2-10x+213x^0$

等々．〔x^0 は1である.〕

13. 最後に，**幾何**および**三角法**に移ろう．

“ユークリッド”には，カンパヌス(1482)以来，種々のラテン訳が頭われていたが，中にも広く用いられたのは，クラヴィウスのもの(1574)であろう．近代語で書かれたものには，ドイツ訳(1539)，フランス訳(1564)，イギリス訳(1570)，等々の諸版が出版されたのである．

幾何学の実用
Reisch: Margarita Phylosophica (1503)から．
幾何学が樽や船舶の容量の測定その他の実際的仕事と大に交渉あることを示している．

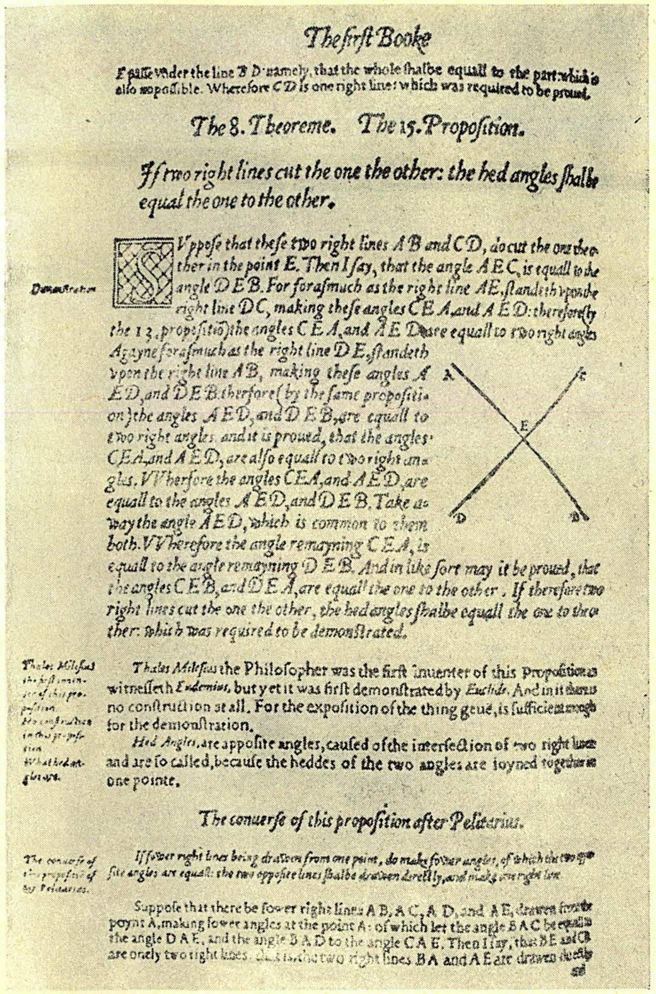
“ユークリッド”以外にも，種々の幾何学書——とくに実用幾何および三角法——が，数多く出版されたことに，われわれは注目せねばならない．それは器物の容量の測り方(たとえば酒樽の)，測量，航海，天文，美術(そこにはレオナルド・ダ・ヴィンチとデューレルがあった)，ならびに戦術などへの応用のために．

また意識的に，“ユークリッド”の叙述または内容から，遠からんとする学者も顕われてきた．たとえばレコードはその幾何学書(1551)において，‘角は二線の傾きである’と定義してから，つぎのように述べている．

‘だから諸君は，針の尖端に触れるような感じのする，どんな形の線を見ても，それを一つの曲った線だと呼ばないで，むしろ二つの線だと言うがよい．そして線がそんな風に出逢っているものがあったなら，その出逢いの個所を角または隅(corner)と呼ぶのである．’

大胆なる理論闘争家ペトルス・ラムス(1515-1572)は，“ユークリッド”を編輯した人であったが，後に

Scholarvm Mathematicarvm, Libri vnvs et triginta (1569)


The first Booke

Equalle vnder the line B D: namely, that the whole ſhalbe equall to the part: which is also impoſſible. Wherefore C D is one right line: which was required to be proued.

The 8. Theoreme. The 15. Propoſition.

If two right lines cut the one the other: the hed angles ſhalbe equal the one to the other.

Demonſtration

Suppoſe that theſe two right lines A B and C D, do cut the one the other in the point E. Then I ſay, that the angle A E C, is equall to the angle D E B. For foraſmuch as the right line A E, ſtandeth vpon the right line D C, making theſe angles C E A, and A E D: therefore (by the 13. propoſition) the angles C E A, and A E D are equall to two right angles. Agayne foraſmuch as the right line D E, ſtandeth vpon the right line A B, making theſe angles A E D, and D E B therfore (by the ſame propoſition) the angles A E D, and D E B, are equall to two right angles. and it is proued, that the angles C E A, and A E D, are alſo equall to two right angles. VVherfore the angles C E A, and A E D, are equall to the angles A E D, and D E B. Take away the angle A E D, which is common to them both. VVherefore the angle remayning C E A, is equall to the angle remayning D E B. And in like ſort may it be proued, that the angles C E B, and D E A, are equall the one to the other. If therefore two right lines cut the one the other, the hed angles ſhalbe equall the one to the other: which was required to be demonſtrated.

Thales Mileſius the firſt inuenter of this propoſition.

Thales Mileſius the Philoſopher was the firſt inuenter of this Propoſition as witneſſeth Eudemus, but yet it was firſt demonſtrated by Euclide. And in it there is no conſtruction at all. For the expoſition of the thing geuē, is ſufficient enough for the demonſtration.

No conſtruction in this propoſition.
What hed angles are.

Hed Angles, are appoſite angles, cauſed of the interſection of two right lines and are ſo called, becauſe the heddes of the two angles are ioyned together in one pointe.

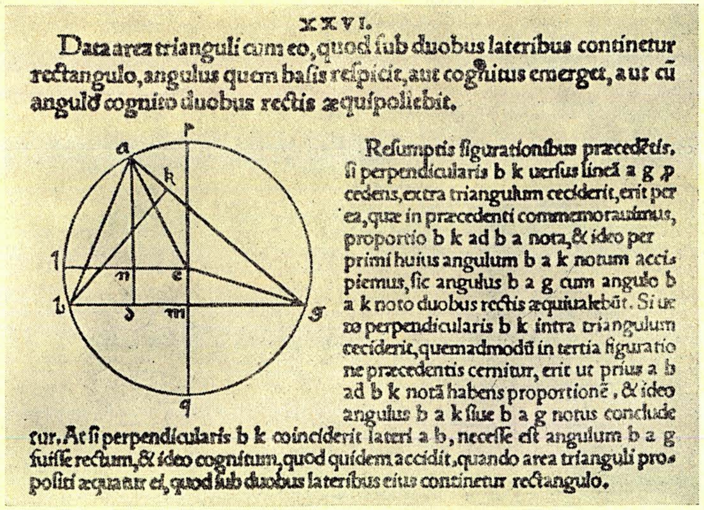
The conuerſe of this propoſition after Pelitarius.

The conuerſe of this propoſition of by Pelitarius.

If fower right lines being drawen from one point, do make fower angles, of which the two oppoſite angles are equall: the two oppoſite lines ſhalbe drawen directly, and make one right line.

Suppoſe that there be fower right lines A B, A C, A D, and A E, drawen from the poynt A, making fower angles at the point A: of which let the angle B A C be equall to the angle D A E, and the angle B A D to the angle C A E. Then I ſay, that B E and C D are onely two right lines: that is, the two right lines B A and A E are drawen directly and

ユークリッドの最初の英訳
Billingsley: Elements of Geometrie of the most auncient Philosopher Evcl ide of Megara (1570) から．
この英訳は多分 Dee がやったのだろうと言われる．題目においてはユークリッドをメガラのユークリッド(哲学者)と取違えている．


XXVI.

Data area trianguli cum eo, quod sub duobus lateribus continetur rectangulo, angulus quem basis respicit, aut cognitus emerget, aut cū angulo cognito duobus rectis æquipollebit.

Resumptis figurationibus præcedētis, si perpendicularis b k uersus lineā a g procedens, extra triangulum ceciderit, erit per ea, quæ in præcedenti commemorauimus, proportio b k ad b a nota, & ideo per primi huius angulum b a k notum accipiemus, sic angulus b a g cum angulo b a k noto duobus rectis æquiualebūt. Si uero perpendicularis b k intra triangulum ceciderit, quemadmodū in tertia figuratione præcedentis cernitur, erit ut prius a b ad b k notā habens proportionē, & ideo angulus b a k siue b a g notus concludetur. At si perpendicularis b k coinciderit lateri a b, necesse est angulum b a g fuisse rectum, & ideo cognitum, quod quidem accidit, quando area trianguli propositi æquatur ei, quod sub duobus lateribus eius continetur rectangulo.

三 角 形 の 面 積

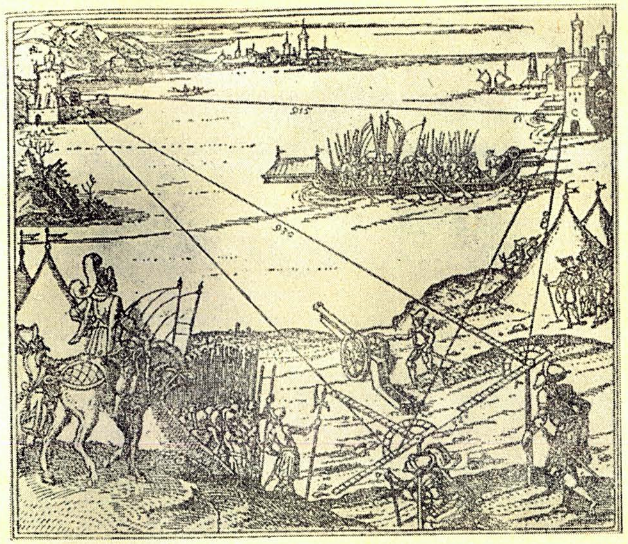
Regiomontanus: De triangulis omnimodis(1533)より.

レギオモンタヌスは，ここにつぎの公式を，明言してはいないが，よく知っていたことを表している．すなわち三角形 ABC の面積△は

$$\triangle=\frac{1}{2}ab\sin C.$$

において，ユークリッド批判を行なった．‘あらゆる事柄を僅かの公理に引戻して見ることは，必ずしも好ましいと言いえないことである．本来自明なことは，なにごとによらず，証明する必要はないのだ.’

ラムスにしたがえば，幾何学とは土地を‘巧妙に測る術’であった．それゆえに彼は，幾何学の実用価値，ことに測量に重点を置き，そこでは測量器械の使用法を説明した．‘論理的演繹は，決してそれ自身が目的であってはならない．われわれは，直接に事物が観測しえられない場合に，間接の測定から正しい結果を導くために，論理的演繹を用いるのである．すなわち論理的方法は，応用上必要な幾何学的定理を導きだすための手段である’と．‘神聖なるユークリッ



戦 争 の 数 学

Zubler の幾何学器械(1607)より.

Petrus Ramus

ド’に対する最初の大なる反逆者たるラムスの見解(1)は，フランス人を永く支配した．19世紀に至るまで，フランス程ユークリッドを軽く視た国は，欧洲になかったのである．

（1） ラムスに対する批判は現代においても一致しない．たとえばドイツのクラインのごときは，後に明かに好意を寄せているに反し，フランスのピエール・アンベールのごときは，‘ラムスなどには“ユークリッド”を理解する力がなかったのだ’とまで酷評している．もし問題を中等教育に限定するならば，ラムスの思想は私をして20世紀のジョン・ペリーを聯想させるものである．

第2章　実在主義教育の発展

——17世紀の初葉から18世紀の中葉まで——

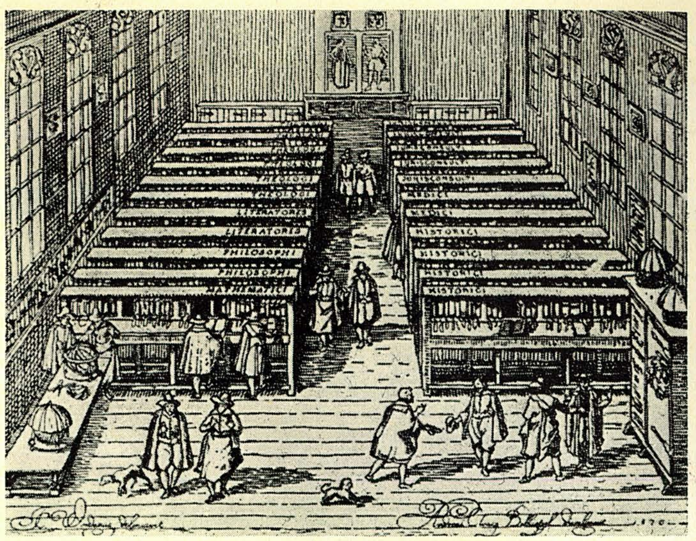
実在論の勃興

14. 16世紀の幕が閉ざされんとする頃には，文芸復興による人文主義の教育は，もはやその豊富なる任務を終ったかのように思われた．古典のみによる教養は，新しいスコラチズムを形成して学問の進歩を閉鎖し，自由思想へと導く代りに，ある宗教的独断の弁論と化してきた．

いまや人文主義の学校は，急激に進展しつつある商工業貿易に対して不適当となった．それは数学および自然科学が発見せる，新しい世界に対して盲目であった．それは新時代の宮臣および政治家たるべき素養にとって無力となった．じつに国民的自覚に眼醒めんとし，自国語による文学が生長を始めた時代となっては，ラテン的教養は，実質的智識を増加せず，経済生活にも貢献せず，たんなる語学の研究に終らざるをえなくなったのである．

かくてつとにラブレー(1485-1553)が唱えた実在論は，ハンフリー・ギルバートの貴族教育改造案となり，紳士の教養に関するモンテーニュ(1533-1592)の批判となった．モンテーニュらにしたがえば，紳士の教養は世事に通暁するを目的とすべきである．したがって実社会に何らの関係もない，古典による教育は無用である．じつに大世界そのものこそ，青年紳士が最大の関心をもって研究せねばならぬところの書籍であると．

なぜなら，フランスやイギリスやドイツ内の諸邦などの各国家が，ようやく強力なる中央集権政府の支配するところとなったとき，上流階級はその政府を中心とせる政治家の素養を必要としてきたのである．彼らが，‘人間として，政治家として，宮臣として生きるの道は，君主のために，同時に，ナイトであり，



和蘭ライデン大学の図書館
(1610年の絵画より)
当時の代表的図書館の一つで，大体770冊程の書籍の中，数学35冊，文学70冊，哲学70冊，医学70冊，歴史140冊，法律175冊，神学210冊位の割合になっている．

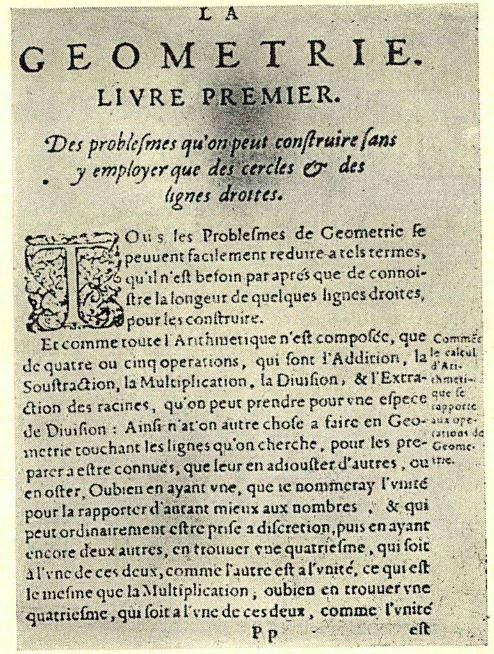
学者であり，軍人であり，詩人であり，哲学者であるべき教養をうる’にあった．

それがためには，ラテン，ギリシヤのほかに，自国語および近代語，軍事科学および戦術，数学および自然科学，地理歴史，法律，音楽，ダンス，絵画および体育等を必要とする．彼らの理想は汎智的であり，百科全書的とならざるをえなかった．

かような上流階級の組織的教育――それは人文主義的教育とは本質的に異るところの――は，もっとも強力なる中央集権のじつを挙げたフランス政府の手によって，まず最初の実顕を見たのであった．

15.　一方においては，16世紀の中葉から，ようやく進歩せる器械使用によって，精密なる測定も行われるようになり，実験的研究が勃興してきたので

Michel de Montaigne



LA
GEOMETRIE.
LIVRE PREMIER.

Des problesmes qu'on peut construire sans y employer que des cercles & des lignes droites.

TOus les Problesmes de Geometrie se peuuent facilement reduire a tels termes, qu'il n'est besoin par aprés que de connoistre la longeur de quelques lignes droites, pour les construire.

Et comme toute l'Arithmetique n'est composée, que de quatre ou cinq operations, qui sont l'Addition, la Soustraction, la Multiplication, la Diuision, & l'Extraction des racines, qu'on peut prendre pour vne espece de Diuision : Ainsi n'a-t'on autre chose a faire en Geometrie touchant les lignes qu'on cherche, pour les preparer a estre connuës, que leur en adiouster d'autres, ou en oster, Oubien en ayant vne, que ie nommeray l'vnité pour la rapporter d'autant mieux aux nombres, & qui peut ordinairement estre prise a discretion, puis en ayant encore deux autres, en trouuer vne quatriesme, qui soit a l'vne de ces deux, comme l'autre est a l'vnité, ce qui est le mesme que la Multiplication ; oubien en trouuer vne quatriesme, qui soit a l'vne de ces deux, comme l'vnité

Commẽt le calcul d'Arithmetique se rapporte aux operations de Geometrie.

Pp　　est

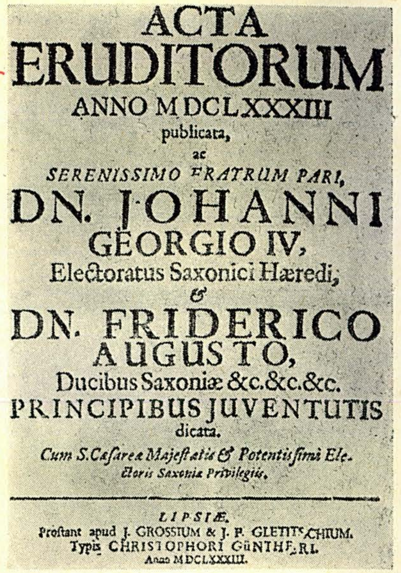
Descartes: La Géométrie (1637).
初版第1頁

あった．かくてステヴィンの小数，ネピーアの対数が発明され，天文学にはコペルニクス，ガリレー，ケプレルが，数学にはヴィエタ，ステヴィン，ネピーア，デカルトが，物理学にはガリレー，トリチェリ，ボイル等々が，新興科学の舞台に上りきたったのである．

しかも大学はかかる科学的気運に対して盲目ではなかった．否．大学の多くは，アリストテレスと聖書の権威によって，科学運動に反抗したのであった．

それゆえに科学の研究は，科学を必要とする王室，貴族，ブルジョアの手によって保護されることになった．かくて学士院，科学協会がローマ(1630)，ロンドン(1662)，パリ(1666)等に，相継いで新設され，科学研究の結果は，雑誌・

報告として発表され出したのである．事実，ケプレル，ネピーア，デカルト，フイゲンス，ライプニッツのごとき巨匠は，身自ら貴族でなければ，宮廷などの保護によって生活した人々であった．


ACTA
ERUDITORUM
ANNO MDCLXXXIII
publicata,
ac
SERENISSIMO FRATRUM PARI,
DN. JOHANNI
GEORGIO IV,
Electoratus Saxonici Hæredi,
&
DN. FRIDERICO
AUGUSTO,
Ducibus Saxoniæ &c.&c.&c.
PRINCIPIBUS JUVENTUTIS
dicata.
Cum S. Cæsareæ Majestatis & Potentissimi Ele-
ctoris Saxoniæ Privilegiis.

LIPSIÆ,
Prostant apud J. GROSSIUM & J. F. GLETITSCHIUM.
Typis CHRISTOPHORI GÜNTHERI.
Anno MDCLXXXIII.

Acta Eruditorum(1683)
17世紀のドイツ科学雑誌で，ライプニッツらの活動舞台であった．この扉に堂々と大書されたる保護者の名を見よ．

この間にあって，商工業の進展によってもっとも早く勢力を獲得したイギリスのブルジョアジーは，宗教の旗のもとに進出したのであった．それゆえにこそ，ブルジョアと大学との握手は，早くもイギリスにおいて開始されたのである．(同様の事情は，またオランダにおいて，イギリスよりも以前に見ることができる．デカルトの後継者について，回想するがよい.)

それゆえに1619年に数学と天文学，1621年に物理学の新講座が，オックスフォード大学に開始されたことは，当時のヨーロッパにおける異彩であった．しかしながらそれはたんにイギリスの科学者が，研究の機会を大学において持ちえたというに過ぎない．イギリスの大学自身は，それに対していまだなんらの興味をも持たなかったのである．

有名なる数学者ウォリスは，ケンブリッヂ大学における彼の学生生活(1635年のこと)について語っている．'その当時は数学は，われわれの間に，アカデミックな研究としては，ほとんど考えられなかった．ロンドンでは数学は機械師か何かの仕事のように見なされていた．数学者といえば，貿易業者，商人，船乗り，大工，測量師とか，暦を作る人などと同様に取扱われていたのである．そして当時わがカレ

(1)　人はブリッグス，ガンターらの仕事を回想すべきである．

ージにいた200名以上の学生中，――私も数学はほんの少しばかりしか知らなかったが，――私よりも数学のできる者は2人とはいなかった．あの頃は数学が大学で研究されたのではなくて，ロンドンで開拓されたのであった'と．

John Wallis
オックスフォードの教授となったウォリスは宗教家の出身であった．ケンブリッヂの教授バーローや，ニュートンらも，宗教家出身にあらざれば，敬虔なる宗教信者であった．

事実，ロンドン市の富裕な商人に，最新科学の結果をもたらすために，近代的な課程を置き，天文学や幾何学を講義したグレシャム・カレージ(1596年創立)こそ，イギリスにおける近代科学研究機関の先駆であったのである(1)．

しかしながら17世紀における科学的関心への最大なる貢献者は，フランシス・ベーコン(1561-1623)であろう．ベーコンがアリストテレスのOrganon("機関")を斥けて，Novum Organum("新機関")を公にしたのは1620年であった．彼はまず真理探究の障害たる'偶像'を破壊し，一切の研究は事実の経験から出発して帰納せねばならぬことを説いた．ベーコンにしたがえば，真理探求の目的は人生における利用厚生にある．'知は力である.''自然は服従することによってでなければ，征服されない.'

ベーコンの方法論が教育の世界に入ったとき，われわれはそこにコメニウス(1592-1670)の出顕を見るのである．

16.　これらの教育理論や科学の発展は，つぎに述べるように，中等教育および高等教育の内容にようやく影響してきたのである．しかしながら初等教育にあっては，その普及はとに角，その内容においては，これらのものからほとん

Bacon: Novum Organum(1620)

ど取残されたと言ってよい．われわれは本章において再び初等教育に接するの機会を持たないゆえに，ここに簡単に一言を加えて置くことにする．

フランスにおいては，ゼスウイット教徒が中等教育でやった仕事を，初等教育の方面でなし遂げたものに，ラ・サルの‘キリスト教徒兄弟学校’があった．それは労働階級の子弟に，自国語で初等的・宗教的教育を施す目的のもとに，1679年から建てられて，ついにフランス全土に広がったのみでなく，時には商工業の補習学校や，また教員養成のために中等程度の師範学校(1685)も創立されたのであった．

イギリスにおいては，正規の初等学校以外に，‘主婦学校’や宗教的‘慈善学

校’が，18世紀の中葉までに数多く建てられた．慈善学校のごときは，寺院の反抗あったにかかわらず，貧困の子女のために設けられたものであった．

ドイツに至っては，プロイセンのフリードリッヒ・ウイルヘルム一世が，1714年に義務教育の制度を立てて，一千個の小学校を新設したのであった．

これらの初等学校が，とくに貧しき子弟の教育普及上，大なる効果を遂げたことは，言うまでもないことである．しかしながらその内容のいかなるものであったかは，つぎの二，三の例によって想像するに余りあると思う．

まず，イギリス慈善学校の規定(1709)において，われわれは読む．‘男児が十分読みうるようになるや否や，教師は，彼らを小僧や徒弟に適するように，奇麗に字を書くことと，算術の初歩を教えねばならぬ’と．

プロイセンにおける‘平民学校の父’フリードリッヒ・ウイルヘルム一世は，1722年に

田舎では，学校教師を，仕立屋，織物工，鍛冶屋，車大工および大工から選ぶべし

との勅令をくだし，1738年には仕立屋に教員の独占権を与えたのである！（もっとも，墓場の穴掘り人と，従来の学校教師とだけには，仕立屋株を許して彼らを保護したとのことである．）

じつに教師の学力は低級だった．1729年プロイセンで‘教員採用試験に応じた5人の候補の中，寄せ算と引き算を多少知っていたものが1人，寄せ算だけを心得ていた者が1人で，他の3人に至っては全然計算について無智であった．’1741年ゴータ学校の教師の状態についての報告を読む．‘彼らは習字や算術をよく知りもせぬ．そんな無智にもかかわらず，学校に1人でも欠員があると，20人も申込むのである．彼らの言うところを聴くに，彼らは他のことで生計の道を立てることを知らないからだと．’そして教師の椅子は，ギムナジウムの劣等生や，破産した商人や，なかんずくもっとも一番多く，その学校の保護者たる貴族の使用人によって，占領されたのである．

最後に私は，支配階級の輝けるイデオローグとしての，ヴォルテールの言葉を思わざるをえない．‘この世には永久に馬鹿者も存在しなくてはならない．そして諸君は，もしも諸君が地主であったならば，私に同意するであろう．もしも民衆が物を考えるようになったら，すべては滅亡である.’

かくのごとき事情のもとにありて，初等教育は容易に進展すべくもなかった．初等教育が解放せられて，真に意義ある効果を挙げるまでには，ただに長年月にわたって多くの教育理論家の輩出を必要としたのみではなく，社会的・政治的苦闘を永く永く続けねばならなかったのである．

フランス

17. 16世紀の後半宗教戦争によって衰頽したフランスは16世紀末から産業の復興を見，リシュリューらは専制的王権の確立に努め，ついに‘国家，それは我である’と宣言せるルイ14世の即位(1643)を見るのである．

絶対王政をめぐる廷臣，貴族等の教育に関しては，モンテーニュ流の改造案が採用せられることになった．すでに1638年ルイ13世の命によって建てられた新学校――それは‘アカデミー’と呼ばれた――では，数学，地理，物理，紋章学，フランス語，イタリー語，スペイン語，フランス史，図画，音楽，乗馬およびダンスが教授された．また1640年創立のリシュリューの学校では，地図および製図，時辰学，歴史，幾何，算術，力学，光学，天文，地理，三角法，体育武術などが加えられ，フランス語で講義されることになったのである．

さて貴族に対する数学教育の概念をうるために，私はここに

F. Blondel: Cours de mathématique (1683)

について語ろう．この書は数学者ブロンデル(1617?-1686)が，ルイ14世の皇太子に講じたものであって，当時の数学書中の優秀なる一典型と見なされるかと思う．

この書は数学一般，純理幾何，実用幾何の三篇よりなっている．まず

貴族の子弟が学んだアカデミー
(18世紀初期のポスターによる)

I. 数学一般(Mathématique en general)は56頁の内に，

数学の定義，公理，定理の意味，および数と量．

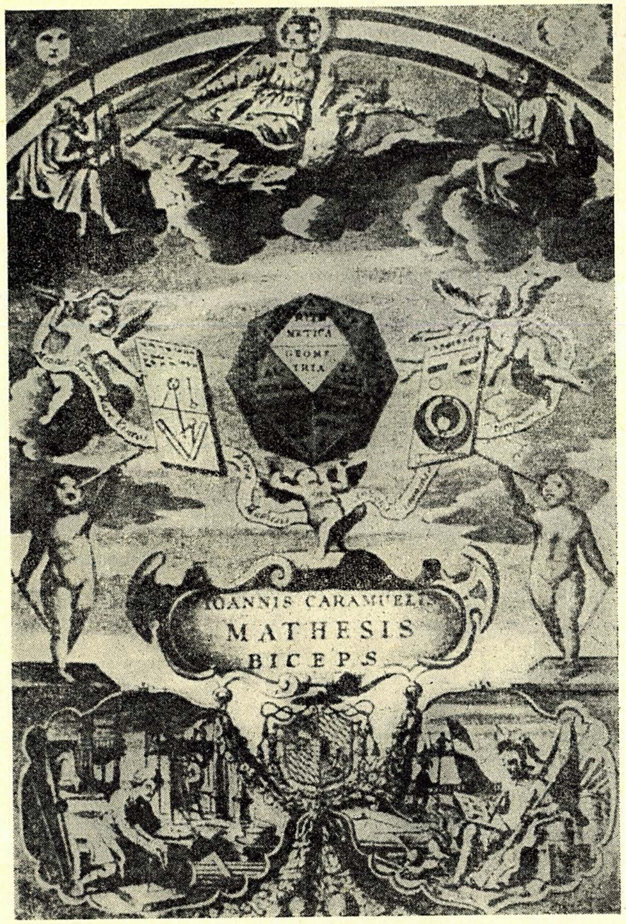
純粋数学(算術，幾何，代数)の概念．

応用数学(天文学，地理，時辰学，暦，光学，透視法，航海学，力学，音楽，建築，兵学)の概念．

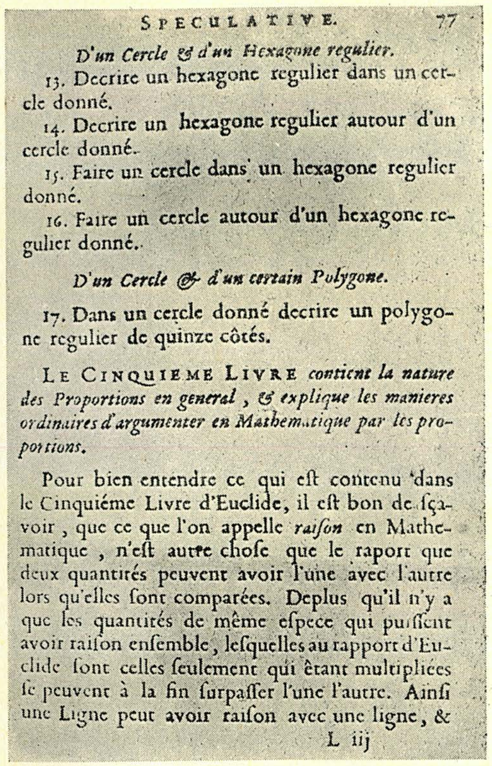
を，ただ言葉だけで説明している．そして，彼の分類にしたがえば，算術と幾何とは，それぞれつぎのごとくに構成される．

$$\text{算術}\left\{\begin{array}{l}\text{純理算術}\\ \text{実用算術}\end{array}\right. \qquad \text{幾何}\left\{\begin{array}{l}\text{純理幾何}\\ \text{実用幾何}\left\{\begin{array}{l}\text{長さの幾何学}\\ \text{面積の幾何学}\\ \text{体積の幾何学}\end{array}\right.\end{array}\right.$$

ここに純理算術とは，ユークリッド，ボエチウス型の算術のことで，実用算術とは今日普通の算術を意味する．つぎに



Caramuel: Mathesis biceps (1670)
17世紀の数学的観念を表わしえて興味がある.



SPECULATIVE. 77

D'un Cercle & d'un Hexagone regulier.

13. Decrire un hexagone regulier dans un cercle donné.

14. Decrire un hexagone regulier autour d'un cercle donné.

15. Faire un cercle dans un hexagone regulier donné.

16. Faire un cercle autour d'un hexagone regulier donné.

D'un Cercle & d'un certain Polygone.

17. Dans un cercle donné decrire un polygone regulier de quinze côtés.

LE CINQUIEME LIVRE *contient la nature des Proportions en general, & explique les manieres ordinaires d'argumenter en Mathematique par les proportions.*

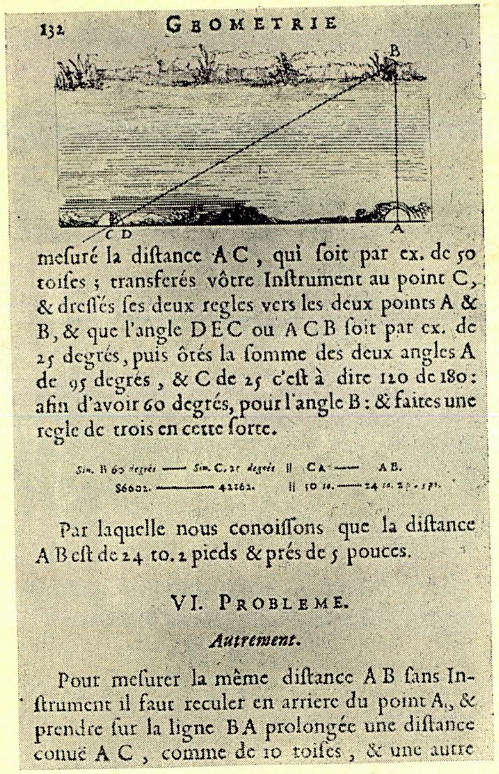
Pour bien entendre ce qui est contenu dans le Cinquiéme Livre d'Euclide, il est bon de sçavoir, que ce que l'on appelle *raison* en Mathematique, n'est autre chose que le raport que deux quantités peuvent avoir l'une avec l'autre lors qu'elles sont comparées. Deplus qu'il n'y a que les quantités de même espece qui puissent avoir raison ensemble, lesquelles au rapport d'Euclide sont celles seulement qui étant multipliées se peuvent à la fin surpasser l'une l'autre. Ainsi une Ligne peut avoir raison avec une ligne, &

L iij

Géométrie spéculative の一例
Blondel: Cours de mathématique (1683) より

II.　純理幾何学(Géométrie spéculative)は45頁の内に，ユークリッド原本の定義，公理，命題(すなわち定理)，問題(すなわち作図題)について述べたものであるが，そこには一つの図もなければ，また一つの証明もないのである．それはたんに事実の羅列に止まるところの，純理幾何学である！（注意すべきは，ユークリッドの第5巻が，ボエチウス型の比例論で置き換えられ，直に第6巻相似形に入ることである.)

なぜに著者は純理幾何学において，定理の証明をまったく省いてしまったのか？ 著者は言葉をつづけて言う．'しかし殿下ならびにわが国民の光



132 GEOMETRIE

meſuré la diſtance AC, qui ſoit par ex. de 50 toiſes ; transferés vôtre Inſtrument au point C, & dreſſés ſes deux regles vers les deux points A & B, & que l'angle DEC ou ACB ſoit par ex. de 25 degrés, puis ôtés la ſomme des deux angles A de 95 degrés, & C de 25 c'eſt à dire 120 de 180: afin d'avoir 60 degrés, pour l'angle B: & faites une regle de trois en cette ſorte.

Sin. B 60 degrés —— Sin. C. 25 degrés ‖ CA —— AB.
86602. ———— 42262. ‖ 50 to. —— 24 to. 2 p. 5 p.

Par laquelle nous conoiſſons que la diſtance AB eſt de 24 to. 2 pieds & prés de 5 pouces.

VI. PROBLEME.

Autrement.

Pour meſurer la même diſtance AB ſans Inſtrument il faut reculer en arriere du point A, & prendre ſur la ligne BA prolongée une diſtance conuë AC, comme de 10 toiſes, & une autre

Blondel: Cours(1683)の1頁.

栄たる，殿下の将来にとって，より必要なことに時間を費し遊ばされる方が宜しいと考えられますので，このことはこれで止めまして，……，これから実用幾何学の説明を申上げましょう.'

III.　実用幾何学(Géométrie pratique)は96頁からなる．まず角から2次曲面に至るまでの主な幾何図形が，図によって直観的に，定義され排列されている．つぎに長さの幾何学(37頁)はほとんど全部，数値三角法と長さに関する測量とに捧げられる．ここには正弦と正弦表とのみが用いられ，他の三角函数はその定義さえも見出しえない．それより面積の幾何学(29頁)に入り，平面図形(楕円などをも含む)の面積から，球までの曲面の表面積が，多くは証明なしに与えられる．代数的公式は用いられていない．最後に，体積の幾何学(15頁)では，2次曲面までの体積が与えられている．

18.　われわれはこれより貴族等の学校を去って，普通の中等教育に移ろう．

ただ一端にのみ達しうる水平距離を測ること．

ABの長さを測らんとするに，Aを到達しうる点とする．Aにおいて測角器の一辺をABに向け，他の辺を他の一点Cまで回転して，角CABを95度とせよ．距離ACを測ってたとえば50トアズとせよ．測角器を点Cに移し，両辺を二点A, Bに向けて，角DECすなわちACBを測り，たとえば25度を得たとせよ．95度の角Aと25度の角Cの和すなわち125度を180度から減ずれば，60度は角Bを与える．よってこの種類の三数法によって

$$\sin B : \sin C = CA : AB.$$

$$\sin 90^\circ : \sin 25^\circ = 0.86602 : 0.42262$$

$$= 50\text{to} : 24\text{to}\ 2\text{pi}\ 50\text{po}$$

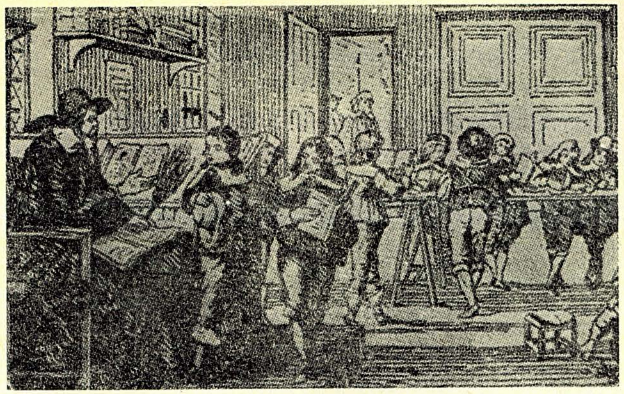
ゆえに距離ABは24 toises 2 piedsに加えることおよそ5 poucesなるを知る．〔以下省略する.〕

(現代とは記号が相違することに注意し，かつ小数を用いていないことに着目せよ．この書では正弦を表わすに，円の半径をつねに100000と採っているから，sin 25°を42262と書いておくのである.)

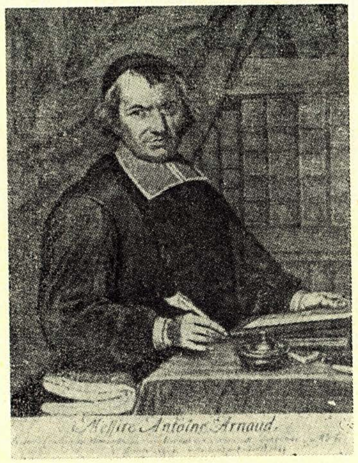
前頁の図の説明

フランスの中学校は，人文主義による教育のほかは，大部分ゼスウイット教の学校によって占められていた．それらは16世紀末以来ほとんどなんらの進歩もなかったのであった．しかるにいまや新しい教育が，――たといそれは小部分に限られていたとは言え，――顕れてきたのである．

われわれは，新しい試みの学校の一つとして，ポールロアイヤルの学校を挙げる．それは宗教的・倫理的なる一面のほかに，思考と反省とを教育原理とする他の半面を備えていた．(人はここにパスカルを聯想すべきである.)デカルトの強い影響のもとにあったアルノー(1612-1694)らは，合理主義にしたがえる教育を施した．したがってフランス語，数学および物理が重視され，地理，歴史も加えられた．大アルノーの幾何学



17 世紀のフランス学校



Antoine Arnaud

Arnaud: Nouveaux éléments de géométrie(1667)

は，この学校のために書かれたのであり，それは他にも大なる影響を及ぼした著作であった[1].

（1） この幾何学は大胆にユークリッドから離れている．そこには記号が採用された．レコードの等号＝が，パリ出版の教科書に採用された最初が，アルノーの幾何学であったといわれている．

オラトアール教徒の学校も，教育の改造を企て，フランス語を基礎として，地理，歴史，数学，自然科学を採用した．有名なるラミー(1640-1715)の教科書

Bernard Lamy: Les éléments de géométrie, ou de la mesure du corps(1684)

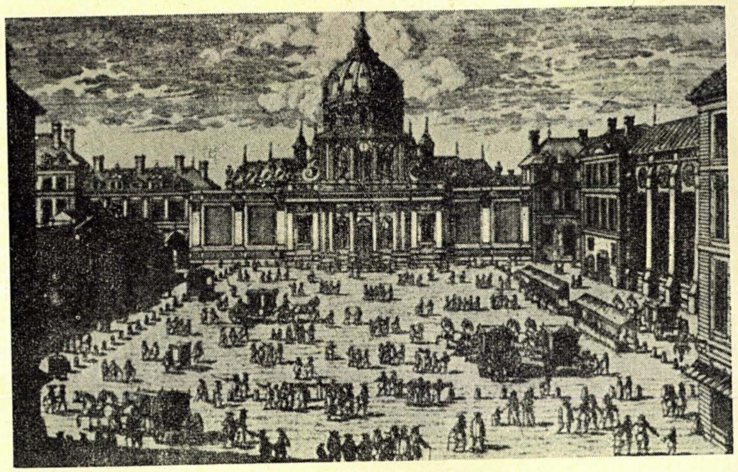
Bernard Lamy: Élémens des mathématiques(3 版 1692)

は，彼らの教授用として書かれたのであるが，それは 18 世紀後半までも広く用いられたのであった．

後年ジャン・ジャック・ルッソーは"懺悔録"の中で語っている．'私は……書物を読むようになった．科学と信仰との一緒に論じられているような書物が，私にはもっとも好ましかった．ことにオラトワールとポール・ロアイヤルの書物がそうであった．私はそれらの書物を読み始めた，というよりはむしろ嚥み込み始めた．中でも神父ラミーが"科学に関する談話"と題して出版した書が私の手に入った．それは科学的著述の一種の手引であった．私はそれを百遍も繰返して読みに読んだ．私はそれによって科学の門に入って行こうと決心した……' '私はまた幾何学の初歩を学んだ．そして何遍となく繰返したり，いつも初めから新しく初歩の原理を暗記して，薄弱な記憶力を征服しようと頑強に骨折ったのにかかわらず，ついに進歩を見なかった．ユークリッドの教科書は面白くなかった．観念の連絡よりは，引例の論理的排列に重きを置いていたからだ．私は神父ラミーの幾何学を選んだ．ラミーはこの時から私の愛好する著作家の1人となった．そして彼の著書は私はいまでもなお面白く読む．それから代数を始めた．同じくラミーの著書を用いた．'

これらの学校は，フランスの教育界に大なる刺激を与えた．とくにそれはデカルトの思想を普及する上に，大なる効果があったのである．

われわれはまたコルベールの政策によって激励された工場，ことに特権を有する奢侈品工場が数多く建てられ，ゴブランの地には技術者養成のために，工



1686 年のパリ大学

業学校が創立され，そこでは科学，数学が教授されたことを知らねばならない．(第 30 節参照)．

文壇にはフォントネルがいた．'世俗学者の典型' たる彼は，軽妙の筆によって "世界の多数についての問答"(1686) を書いて科学の普及を計り，Digression sur les anciens et sur les modernes(1688) を書いては，伝統否定への一歩を拓いたのである．

かくて 17 世紀の末から 18 世紀の初めにかけて，大学ならびに中等学校は幾分かの改造を見，また大学ではデカルトがようやく講義されるに至ったが，間もなくニュートン，ライプニッツの微積分学が輸入されたのである．

フランスは '太陽王' ルイ 14 世の死(1715)によって，長い間の絶対王政の束縛から，ようやく眼醒めんとしてきた．イギリス的自由主義はニュートンの数学，自然科学と共に，ヴォルテールらによって普及された．啓蒙思潮はまず上流階級から流れ始めた．貴夫人のサロンは科学を流行物にし，科学者，天文学者，幾何学者の常連を持つカフェーもできるようになった．数学，科学の普及が，かくして開始されたのである．

Émilie, Marquise du Châtelet.

シャトレー侯爵夫人(1706-1749)は，ニュートンの "プリンシピア" の仏訳を完成した婦人であった．愛人ヴォルテールが彼女に与えた詩に言う．

Sans doute vous serez célèbre
Par les grands calculs de l'algèbre
Où votre esprit est absorbé:
J'oserais m'y livrer moi-même;
Mais, hélas ! A+D−B
N'est pas=à je vous aime.

しかしながら中等教育は容易に改造せらるべくもなかった．そこには強固なる律則によって，伝統に忠実なるゼスウィット教団が，ほとんど中等教育の独占権を握っている．しかも一方においてはリシュリュー以来の政策が，中等学校の民衆化を拒んでいる．リシュリューの言葉を聴くがよい．

'文字の智識は一国にとって大いに必要ではあるが，さればとて，誰れでもそれを学ぶ要のないことは，明かである．ちょうど人間が四方八方に眼を持つなら，それが怪物であるように，全国民が学者になったなら，その国は果してどうなるか．服従心がなくなって，高慢心のみ盛になるだろう．文字との交渉は，まったく商業を滅ぼし，国家の大本たる農業を衰えさせるものである．そしてそれは懃懃な文化的雰囲気の中からよりも，むしろ素野無智の間からしばしば顕わるる軍人の苗床を，忽にして破壊し去るであろう．'

フランスにおける中等学校の改造を実現するためには，革命の嵐によるほかに，その道がなかったのであった．

ド　イ　ツ

19.　17世紀の前半に起った30年戦争(1618-1648)は，ドイツを荒廃させた．ラトケ(1571-1635)の教育改造も，ほとんど無効に帰した．教授に関する根本原理の組織的研究において，稀有の大教育家たるコメニウス(1592-1670)が，サロス・パタク(ハンガリー)におけるラテン学校の改造案(1651)は，はなはだ近代的のものであった．彼が示した数学教授要目は，つぎのごとくである．

第1級．数の書き方，呼び方．点および直線の簡単な定理．

第2級．加法，減法．平面図形．

第3級．乗法，除法．立体の観察．

第4級．三数法．三角法．

第5級．合資算，混合算，仮定法．長さ，面積，体積．

第6級．簡便法を用いつつ全部の複習．土木への幾何学の応用．

第7級．聖書に現われた神聖な数および神秘な数．寺院の建築．宗教上の暦．

Johan Amos Comenius

この算術と幾何とを平行し統一する教授案は，当時にあっては驚嘆すべき方法であった．コメニウスは正に1世紀以上も，時代を超えていたのであったが，それは十分の実現を見るをえなかったのである．

事実，ドイツにおける教育改造は，30年戦争の後，当時のヨーロッパに覇を称した，フランスの貴族教育の模倣から始まったのである．ドイツはルイ14世の絶対王政のもとにあるフランスから，精神的指導を受けたのであった．ドイツに入ったフランス的・合理的精神は，いまや人文主義を去って，政治家的

実利主義へと導いたのである．われわれはその典型をライプニッツその人において見出すことができる．

かくてリッテル・アカデミー(すなわち勲爵士または朝臣学校)が，17世紀の中葉から18世紀の初葉までに作られた．そこではギリシヤ語を省き，ラテン語を減少して，科学(数学，航海術，建築，築城を含む)，地理歴史，政治学，体育および宮廷生活法(社交術)を教授し始めたのである．

中等学校のあるものは，同様の形式をとり始めた．たとえばゴータのギムナジウム等においては，ラテン，ギリシヤのほかに，数学，地理歴史，フランス語，論理などを加え，さらに築城，社交術にまでおよんだのであった．

Hermann Francke

20.　これらの新学校の中，もっとも進歩的なものは，ハルレにおけるフランケ(1663-1727)の学校であった．フランケの学校は四部からなる．

I.　貧民の子弟のためのBurgher(民衆)学校．ここでは普通のドイツ自国語学校の課程——ドイツ語の読み方，書き方，計算，音楽，宗教——に，地理，歴史，動物を加えた．

II.　月謝を払う生徒のGymnasium(ラテン学校)．ここでは従来のラテン学校の古典に制限を加えて，新たに地理，歴史，音楽，科学および数学をとり入れた．

III.　貴族の子弟のためのPädagogium(高等科学学校)．ここには動物園，博物室，物理器械，化学実験室，解剖室などを備えた．

IV.　教員養成機関Seminarium praeceptorium．これはドイツにおける最初の教員養成機関であった．

いましばらく研究の対象を数学に限ろう．フランケの推薦した数学教科書は，

Ernst Struntze : Vorteilhafte Anweisung zur Kurzenrechnung[1].

Andrae Tacquet: Elementa geometriae[2].

であった．そして Pädagogium の数学課程(1721 年の分)は，つぎのごとくであった．

算術．整数および分数の四則，三数法．

幾何．まず Rektimetrie，つぎに Planimetrie，終りに Stereometrie.

三角法．[説明を欠く]．

代数．Wolf: Auszug aus den Anfangs-Gründen[3]による．

このほか，力学，建築，光学，天文学も，ウォルフの書で講義された．

注意すべきはフランケの教授法であった．幾何学においては，‘一つの図形を画き，一つの定義を述べ，一つの証明を与えるだけでは不十分である．それは数学の他の部分と関係させ，また日常生活にまで触れねばならぬ.’ 算術では，日常算術が強調されたのである．

フランケの教育態度は，実科的学校の新設を促がす上に効果があった．1706 年にはハルレに ‘数学器械師学校’ (Mathematische Handwerkerschule)が，1747 年にはベルリンにヘッケルの ‘経済数学実科学校’ (Öconomisch-Mathematische Realschule)が建てられた．前者は失敗に帰したが，後者は成功して近代的意義における実科学校の先駆を作ることになった．そこではラテンのほかに，習字，算術，フランス語，ドイツ語，宗教，歴史，地理，図画，幾

(1) これは 1699 年に初版を出した低級なる算術書で，いわゆる計算教師の商業算術書と同様のものである．

(2) ユークリッドに忠実なる幾何学書の典型として，1654 年に出版され，イギリス，イタリー等の国語にも訳されて，18 世紀を通じて行われた，当時の大学程度の書である．フランケの学校では最初の方を少しばかりやって，幾何学の概念を作り上げたのであろう．

(3) 詳しくは第 22 節を見よ．

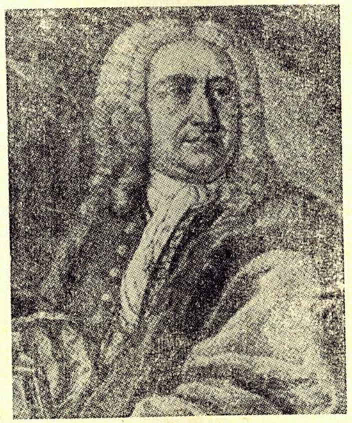
何，力学，建築，手工，経済および遊戯を教え，工場などの見学をやったのである．

普通のギムナジウムの中にも，17 世紀の後半から急進的な学校が顕われてきた．たとえば大学教授ユンギウス(1587-1657)の感化のもとにあるハンブルグのそれ，数学者ヨハン・クリストフ・スツルム(1635-1703)の影響を受けつつあるニュールンベルグのそれのごときである．後者においては，スツルムの教科書

J. Christoph Sturm: Mathesis Juvenilis(1699, 1701)

を用い[1]，六年級を通じて毎週二時間ずつの講義のほか，最上級においては球面天文学の初歩が附加された．そして幾何の教授に当っては，‘生徒をしてコンパス，分度器，物指などを用いて，窓，部屋などの測定から，家の高さ等の目測をも課した’ のである．

21. しかしながら大多数の中等学校は，依然として旧套に随していたのであった．グルンデルの精細なる調査にしたがえば，17 世紀のラテン学校における数学科は，その内容においても，その方法においても，ほとんどなんらの進歩がなかった．算術と伝統的天文学のほかに，幾何の初歩が加われば，それは進歩的の方であった．



Christian von Wolf

多数の学校では，なおまだ教授語としてラテンが用いられ，ゲンマ・フリシウスの算術書が使用されていた．数学科は最上級の 3 年間において，1 週 1 時間か 2 時間なるを普通とし，計算親方を別にすれば，数学専門の教

(1) この書は，算術(とくに日常的のもの)，代数，幾何，三角法，建築および築城学，力学から成っている．スツルムにはほかに Mathesis Compendiaria なる著述があって，十数版を重ねた．

師などは，少数の学校におっただけである．

18世紀に入ってから，リッテル・アカデミー，フランケ学校等の影響を受けて，普通の計算法以外の数学が，ようやくドイツの中等学校に採用され始めた．そしてその数学科の位置と水準とを高めるために，ウォルフ(1679–1754)は最善の努力を傾注したのであった．

ウォルフの意義を理解するためには，18世紀の前半においてもっとも広く行われた教科書について，考察を加え置く必要がある．その当時算術の代表作には

Pescheck: Vorhof der Rechenkunst (1708. 10版，1747).

Pescheck: Deutlichen Erklärung derer kaufmanns-und ökonomischen Rechnungen (3版，1745)

があった．著者はチッタウ・ギムナジウムの教授第一の書は

記数法，整数の四則，諸等数，整数についての三数法，分数の四則，分数についての三数法，級数

を，第二の書は

風袋，割引，三数法その他(逆比例，複比例)，利息算，損益，合資算，混合算，仮定法，等々

を内容とし，たんに計算の規則と例題とが掲げられ，十分な説明などは全然省かれていた．それは16世紀以来ほとんど進展を見ない算術書であり，正に中等学校算術が計算親方・計算学校算術への同化とも，見なしえよう．

つぎにわれわれは

Benjamin Hederich: Anleitung zu den führnehmsten mathematischen Wissenschaften (1710)

を採ろう．この教科書において，幾何学は60頁を占め，それはLongimetrie(直線幾何学)，Planimetrie(平面幾何学)，Stereometrie(立体幾何学)に分たれる．内容は定義，規則(Regel)および問題よりなる．三角形の内角の和，ピ


Auszug
Aus den
Anfangs-Gründen
Aller
Mathematischen
Wissenschaften,
Zu
Bequemerem Gebrauche
Der Anfänger
auf Begehren verfertiget
Von
Christian Wolffen,

Die fünffte Auflage verbessert und vermehret.
Mit allergnädigsten PRIVILEGIIS.
Franckfurt und Leipzig, A. MDCCXXXIV.
zu finden in der Rengerischen Buchhandl.

Wolf: Auszug aus den Anfangsgründen (1713)の第5版(1734)の扉

タゴラス，円の面積などに関するところの，われわれのいわゆる定理が，この書の‘規則’に相当するのであった．この幾何の中には，ただ一つの証明も載っていないのである！

かような時代において，旧慣を脱しえざる諸大学に対立するために，1694年ハルレに新興の大学が創立され，ライプニッツの門人ウォルフが，その哲学および数学の教授となったのである．ウォルフの著

Christian Wolf: Anfangsgründe aller mathematischen Wissenschaften (1710)

は大学用の教科書として著されたものであるから，われわれの研究の範囲を脱する．私はここに，彼がその序において‘初学者，とくに学校で使用するに便利なように作った’と宣言せる

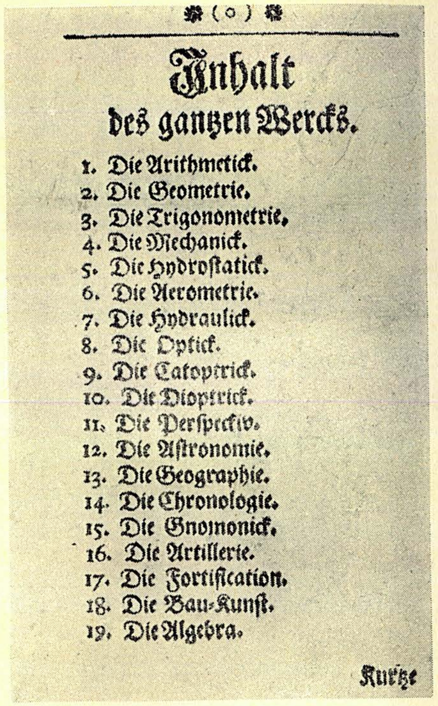
Christian Wolf: Auszug aus den Anfangsgründen aller mathematischen Wissenschaften (1713)

について語ろうと思う．

22. ウォルフは二重の目的を果さんとして，この書を書いた．すなわち彼はまず時代の要求に応じて，実在主義の立場から，百科全書風に多くの事項にわたって，数学の応用を採用せんと企てた．しかも一面においては，数学教育によって理解力を鋭敏ならしめるために，形式陶冶を重視し，論理的・形式的に教科書の組織を試みたのであった．──われわれは，ウォルフが能力心理学

Wolf: Auszug(1734年版)の目次

算術	(頁数)	54
幾何		104
三角法		18
力学		50
静水学		23
気体学		18
動水学		18
光学		22
反射学		13
屈折学		22
透視法		14
天文学		116
地理学		21
暦学		28
時辰学		16
火砲学		18
築城学		46
建築		80
代数		43


(○)

Inhalt
des ganzen Wercks.

1. Die Arithmetick.
2. Die Geometrie.
3. Die Trigonometrie.
4. Die Mechanick.
5. Die Hydrostatick.
6. Die Aerometrie.
7. Die Hydraulick.
8. Die Optick.
9. Die Catoptrick.
10. Die Dioptrick.
11. Die Perspectiv.
12. Die Astronomie.
13. Die Geographie.
14. Die Chronologie.
15. Die Gnomonick.
16. Die Artillerie.
17. Die Fortification.
18. Die Bau-Kunst.
19. Die Algebra.

Kurtze

建設者の1人なるを忘れてはならないのである.

算術

ウォルフはまず数の理論をもって始め，かなり抽象的取扱いを行なっている．ここには八つの公理が掲げられた．たとえば，公理 I は，‘任意の一つの数または量は，それ自身に等しい’である．そしてそこには‘注意’として，つぎの説明が載っている．

> ‘たとえば6は，4に2を加えてもえられ，3を2倍してもえられ，8から2を引いても，12を2で割ってもえられる．いまこの公理によって，われわれは4と2の和，3の2倍，8と2の差，12を2で割った商が，互に相等しきを知る.’

と，叙述の方法は，大体において，問題(これは題目に当るもの)，解，証明，

注意，例題の順序で進み，いかなる問題にも証明または説明が附してある．内容は，記数法，整数の四則，分数の四則，開平開立，三数法であって，小数のことはほとんど述べていない．例題もその数少なく，商業上の応用にはほとんど触れていないのである．

幾何

幾何はまず平面をとり扱い，それが済んでから立体に移っているが，大体において極めて実用的であり，抽象的論理よりも，具体的・直観的に組立てられている．それは“ユークリッド”からは，遙かに遠ざかった幾何であり，公理のごときもユークリッド的のものではない．たとえば公理 II は，‘一つの円のすべての半径は相等しい’である．

最初から数を入れ，比例も数でとり扱い，定理の証明には式を用い，数値的な計算問題を多く入れている．測定と作図題とを最初からとり入れ，測量その他の応用問題に富んでいる．

三角法

極めて短いこの1章は，対数表，数値三角法と測量からなっている．

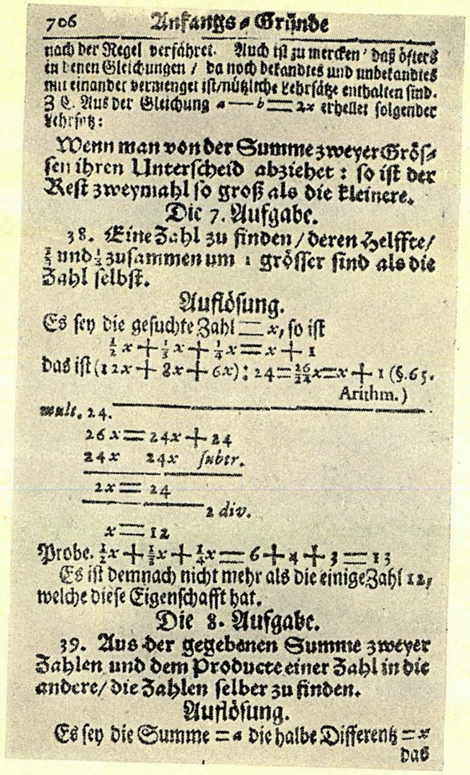
これより以後は主として応用数学にわたる．それは‘17・8世紀の数学者が，数学をいかに考えたか?’——この問題に対して有力なる研究資料を供給するものではあるが，余りにわれわれの主題から離れるので，これらの紹介を省略し，直に最後の章たる

代数

に移ろう．

> そこには文字計算，多項式の四則，指数，根数，1元および2元の1次方程式，1元2次方程式，比例，方程式の近似解法が，極めて簡潔に述べられている．

ウォルフの教科書は，百科全書的に多数の事項を網羅せんと努めたために，説明は簡潔となり，練習問題に不足し，全部を通じて何か窮屈な，興味に乏し



706 Anfangs-Gründe

nach der Regel verfähret. Auch ist zu mercken, daß öfters in denen Gleichungen, da noch bekandtes und unbekandtes mit einander vermenget ist, nützliche Lehrsätze enthalten sind. Z. E. Aus der Gleichung $a - b = 2x$ erhellet folgender Lehrsatz:

Wenn man von der Summe zweyer Grössen ihren Unterscheid abziehet: so ist der Rest zweymahl so groß als die kleinere.

Die 7. Aufgabe.

38. **Eine Zahl zu finden, deren Helffte, $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$ zusammen um 1 grösser sind als die Zahl selbst.**

Auflösung.

Es sey die gesuchte Zahl $= x$, so ist

$$\tfrac{1}{2}x + \tfrac{1}{3}x + \tfrac{1}{4}x = x + 1$$

das ist $(12x + 8x + 6x) : 24 = \frac{26}{24}x = x + 1$ (§. 65. Arithm.)

mult. 24.

$$26x = 24x + 24$$

$$24x \quad 24x \quad subtr.$$

$$2x = 24$$

2 div.

$$x = 12$$

Probe. $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x = 6 + 4 + 3 = 13$

Es ist demnach nicht mehr als die einige Zahl 12, welche diese Eigenschafft hat.

Die 8. Aufgabe.

39. **Aus der gegebenen Summe zweyer Zahlen und dem Producte einer Zahl in die andere, die Zahlen selber zu finden.**

Auflösung.

Es sey die Summe $= a$ die halbe Differentz $= x$

das

Wolf: Auszug(1734 年版)の代数方程式
簡明なれども興味なく，形式的にして心理的でない．

い感じを与える．(そしてこの大なる欠陥は，20 世紀に至るまでも，ドイツの数学教科書において，多く見るところである)．

考察を純粋数学上の事項のみに限定するとき，ウォルフの教科書の影響は，永い歳月を通じて容易に消えないものがあった．なぜなら，算術，代数，幾何，および三角法について，ウォルフが与えた内容上の制限こそ，ドイツにおける学校数学をほとんど決定的に制約したものであったから．

ウォルフの書は，もっとも進歩的なる中学校に採用されて，当時の最高標準を示した．しかしながら，一般的に言うならば，‘ドイツの中等学校には 18 世紀の末葉まで，代数，幾何が採用されなかった’と言う方が，より正しい見解であろう．

1749 年に学校管理者ヘーンは，中等学校における数学科の欠点として，

1. 数学の必要性を誤解していること．
2. 適当な教科書が少ないこと．
3. 器具ならびに図書の購入費が不足なこと．
4. 適当な教師に乏しく，教授法の研究の足らぬこと．

の四項を挙げているが，適当な教師の欠乏こそ，その最大欠陥であった．事実，当時プロイセンの大多数のギムナジウムには，専門的な数学教師などはいなかったのである．

イ ギ リ ス

23. イギリスにおいては，オックスフォードの数学，天文に関するセーヴィル講座が 1619 年から，ケンブリッヂのルーカス数学講座が 1663 年から開かれ，ウォリス，バーロー，ニュートンらは，その教職についた．

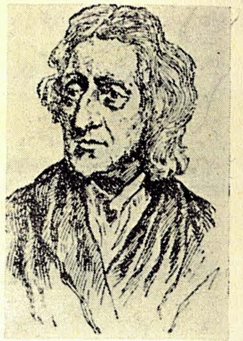
一方において，フランシス・ベーコンの後に，詩人ミルトン(1608-1674)の人文主義的実在論による教育改造論が出た(1644)．ミルトンは 9 カ年の課程として，つぎの百科全書的項目を薦めたのである．

John Milton

ラテン，ギリシヤ，算術，幾何，聖書史，神学，農業，物理，天文，地理，博物，数学，築城，航海，建築，薬学，解剖，イタリー語，論理，修辞，経済，政治，法律等々．

この改造論は，後に述べるところの理由によって，一般的な中等学校のいるるところとならなかった．続いてロック(1632-1704)の実在主義教育

論を見る．ロックは主として紳士階級の教養について説くところ，モンテーニュを思わしめるものがあったが，しかしながら彼の所説は，より多面的であった．われわれはここに形式陶冶説の代表者としてのロックについて，一言したいと思う．



John Locke

一方において古典による教養——それは明らかに一種の形式陶冶である——を斥けた実在論者たるロックは，他の一面において形式陶冶説の発展上，一の代表者として立っている．彼にしたがえば，人を真理に導くものは理性であるが，真理に導くべき理性を教養するものは，厳格なる陶冶でなければならない．"悟性論" において彼は言う．

> ‘教育の課題は，何か一つの科学において少年を完全にすることではない．それは，彼らの心を啓き錬えて，どんな場合に出逢っても，彼らをしてもっともよく，何でもできるようにさせるところにあるのである．……彼らの悟性を働かすように仕向けねばならぬものは，……精神の能力と活動性における増進にある．決して精神の所有物の拡大にあるのではないのである．’ ‘諸君にしてもし人をして立派に推理させようとするなら，諸君は彼が絶えずこの事に慣れるように仕向け，観念の関係を観察することにおいて，また秩序正しく観念を追求することにおいて，彼の精神を練習させねばならない．そしてこれを行うのに，数学に優るものは，ほかに何物もないのである．それゆえに私は，彼らを推理力ある生物たらしめるために，数学こそは，時間と機会とをたもつすべての人に，教えられねばならぬと考える．……私はすべての人が深い数学者たるべしとは思わないが，数学の学習がもたらすところの推理力を，彼らが他の智識に対して臨機に移転させ，これに応用しうるようにせんことを望むのである．’

形式陶冶としての数学教育の力説も，当時のイギリスの中等学校においては，全然採用せらるべくもなかった．それはむしろドイツの地において，ウォルフ以来ようやくその地位を占めてきたのであった．

24.　17世紀以来イギリス全教育の癌は，宗教政策の圧迫にあった．イギリスの教育機関は，中等学校から大学までも，みな新教派となって，極めて狭隘なる宗教的色彩を帯びざるをえなかった．異教徒に対する圧迫は，1558年から法令に法令を重ねて，ついに1662年の国教統一令となった．‘学校教師たるものは，公立たると私立たるとを問わず，学校にあっても家庭においても，既定の法律による礼拝式にしたがうことを宣誓して，大僧正，僧正，または僧正管区の誨教師から，認可を受けねばならぬ．’ と．さらに1665年の法令によって，国教にしたがわざる教師は，40ポンドの罰金に処せられるか，または6カ月の間牢獄に下されたのである．

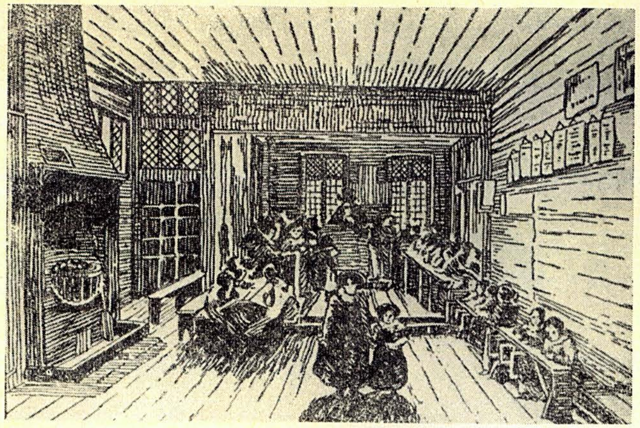
かくて国教にしたがわざる教師は，その地位を剝奪され，不信徒の家庭の子弟は，中学から大学から追放された．国教帰依法令によって，‘国民教育は打破された’ と，ド・モンモランシーは断定する．‘……人は教師となるを欲しなかった．……政治的ならびに宗教的偽善以外の何物をも，教えることを許されなかった時に教育は何の意味をも有しなかった(1)．’

1688年のいわゆる ‘名誉革命’ によって，ブルジョアジーは自己の支配を確立した．自由主義は経済上に，政治上に，また宗教上に擡頭し始めたのである．しかも学校教育上における自由は，容易にこなかった．

事実，グランマー・スクールは宗教監督の手にある教員認可の困難のために，また一方においては学校自らの規定条令に縛られて，16世紀の課程をそのまま，継続せざるをえなかった．寄附あり財産ある学校の大部分は，古典以外のものを採用しなかった．課程の変更は禁止されていたのである．

かくのごとき状態のもとに，国教異端者のアカデミー(国教離反学校)が，17

(1)　De Montmorency: Progress of education in England.



国教離反者学校の一つ

世紀の中葉から，組織されたのであった．それはもちろん秘密の裡に行われた．それは転々として移動しつつ，異常の苦心努力によって維持されたが，半世紀の間に漸次その数の増加を見たのであった．

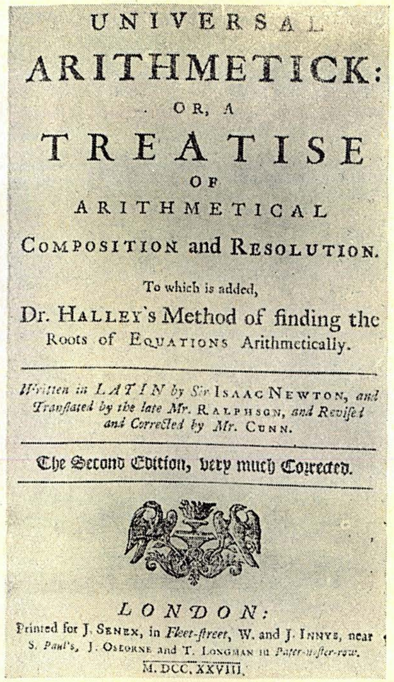
彼らの学校——‘アカデミー’——は，寺院および大学からの放逐者をもって，教師とした．そして彼らは，‘オックスフォード大学の校庭で焼かれた’ミルトンの教育論にしたがって，近代的課程を作り上げたのである．

すなわちチャールス・モルトンのアカデミーでは，

> ‘実験室，空気ポンプ，寒暖計，その他数学器械を備えて，ギリシヤ，ラテン，フランス語，イタリー語，スペイン語，数学，物理，論理，歴史，地理，政治を英語で教えた.’

のである．またシェリッフヘールス・アカデミーでは，同様の課目が教えられ，‘講義には実地演習が伴った．生徒は時々土地を測量し，暦を作り，日時計を製作し，動物を解剖した’のであった．

18 世紀の初葉に，宗教法令が少しく寛大となった時，若干のアカデミーの教育は，一部の人々の間に重視されるに至った．有名なる化学者プリストレー



UNIVERSAL
ARITHMETICK:
OR, A
TREATISE
OF
ARITHMETICAL
COMPOSITION and RESOLUTION.
To which is added,
Dr. HALLEY's Method of finding the Roots of EQUATIONS Arithmetically.

Written in LATIN by Sir ISAAC NEWTON, *and Translated by the late Mr.* RALPHSON, *and Revised and Corrected by Mr.* CUNN.

The Second Edition, very much Corrected.

LONDON:
Printed for J. SENEX, in *Fleet-street*, W. and J. INNYS, near S. *Paul's*, J. OSBORNE and T. LONGMAN in *Pater-noster-row*.
M.DCC.XXVIII.

Newton: Arithmetica Universalis (1707) の英訳第 2 版 (1728).

これは 1673–1683 年間に，ニュートンのケンブリッヂ大学における代数の講義であった．

(1733–1804) は数年の間，あるアカデミーの教師をやったが，その時の主要課目は，

> 英語，歴史，地理，フランス語，若干の代数と幾何を伴える実用数学，英語の理解を助ける程度のラテン，および化学．

であった．

これらの学校は永続するもの少なかったが，全部で 60 校ばかりも設立され，そこから有力な卒業生をも出している．じつに潜行的な国教異端者の学校こそ，イギリス中等教育における近代的教授の先駆者であったのである．

25.　一面においてはわれわれは，17 世紀が‘数学の世紀’であり，ことに 17 世紀後半のイギリス科学界は，一時世界に覇を称したことを，忘れてはならない．1675 年頃からベーコンの Novum Organum が，オックスフォードおよびケンブリッヂで講義され始め，ニュートンは 1669 年から 1696 年までケンブリッヂの教授であった．ここに 1707 年度における，ケンブリッヂの数学・科学的事項の課程表がある．(次頁を見よ)．

しかしながら 18 世紀に入ってま間なく，数学物理学の中心たるケンブリッヂは退歩的となった．オックスフォードも因襲に捕われてきた．それは大学教授の業績を検討するのみならず，また大学の学生が，いかなる数学教科書を愛読したかの具体的事実によって，大学教育の低下を証明しうると思う．

ケンブリッヂ大学課程表(1707)

第 1 学 年

第2学期

時辰学および地理(地図を含む)

第 2 学 年

第1学期

論理: ブルゲルヂキウス, ロック

幾何: ユークリッド, スツルム

第2学期

算術

代数

微塵哲学: デカルト, ヴァレニウス, ボイル

第 3 学 年

第1学期

実験哲学, 動植鉱物の化学

解剖学

第2学期

光学, 熱学: ニュートン, デカルト, ケプレルなど

円錐曲線および曲線の性質: ニュートン, ウォリスなど

第 4 学 年

第1学期

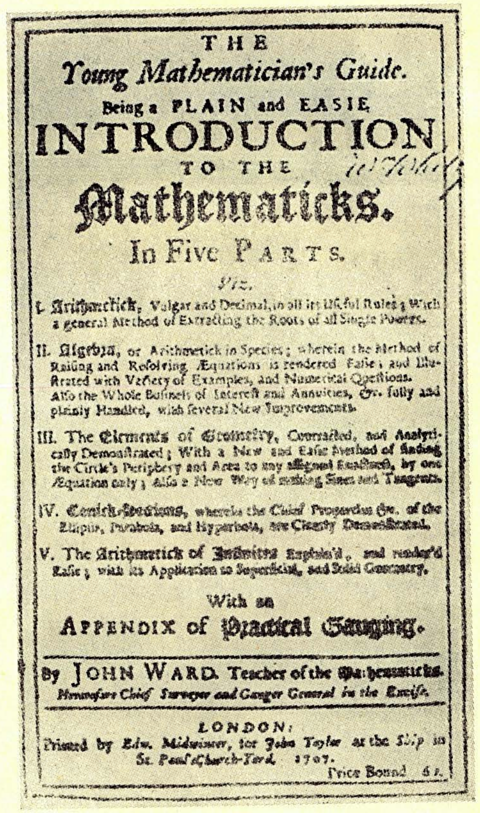
力学, 静水学, 動水学, 重力論: マリオット, フイゲンス, ボイル, ニュートン, ウォリスなど

流動論(微積分), 無限級数, 無限数の計算: ウォリス, ニュートン

第2学期

天文学: メルカトール, フラムステッド, ニュートン, ケプレルなど

対数および三角法: スツルム, ブリッグス, ニュートンなど



THE
Young Mathematician's Guide.
Being a PLAIN and EASIE
INTRODUCTION
TO THE
Mathematicks.
In Five PARTS.
Viz.

I. Arithmetick, Vulgar and Decimal, in all its Useful Rules; With a general Method of Extracting the Roots of all Single Powers.

II. Algebra, or Arithmetick in Species; wherein the Method of Raising and Resolving Æquations is rendered Easie, and Illustrated with Variety of Examples, and Numerical Questions. Also the Whole Business of Interest and Annuities, &c. fully and plainly Handled, with several New Improvements.

III. The Elements of Geometry, Contracted, and Analytically Demonstrated; With a New and Easie Method of finding the Circle's Periphery and Area to any assigned Exactness, by one Æquation only; Also a New Way of making Sines and Tangents.

IV. Conick-Sections, wherein the Chief Properties &c. of the Ellipsis, Parabola, and Hyperbola, are Clearly Demonstrated.

V. The Arithmetick of Infinites Explain'd, and render'd Easie; with its Application to Superficial, and Solid Geometry.

With an
APPENDIX of Practical Gauging.

By JOHN WARD, Teacher of the Mathematicks.
Heretofore Chief Surveyor and Gauger General in the Excise.

LONDON:
Printed by Edw. Midwinter, for John Taylor at the Ship in St. Paul's Church-Yard, 1707.
Price Bound 6s.

Ward: Young Mathematician's Guide(1707年版)の扉

475頁の中に収められた内容の一斑.

I. 算術. (小数および開方をも含む).	143頁
II. 代数. (方程式. 応用問題. 利息年金など).	140頁
III. 幾何. (簡潔にして式で証明する. 三角法を含む).	78頁
IV. 円錐曲線.	36頁
V. 無限数の計算.	36頁
附録(実用度量法).	

ジョン・ワードの書(初版1706)は, 当時大学で賞賛され, もっとも人気を呼んだ教科書であった. しかもこの書こそ, カジョリをして, '高尚な事項の研究者と, 初等的題目の著述家との間に行われた思想の交換が, いかに不完全な状態にあったか' の一例として, 挙げられているものである.

それは独り数学・科学の低下のみではなかった. 大学全体が活動力を弱めたのである. しかもその頃から, イギリスは政治的に, 軍事的に, 経済的に, 優越を極めてきた. 産業革命の暁は近づいてきたのであった.

紳士の教養に関するロックの説の影響は，子弟を学校に托するよりも，家庭教師につかせる方へと傾いた．近代的学科を学ばんとする少年は，個人教師につくか，または私立学校に通うようになってきた．大学の学生の数は減少してきた．1714年から1760年までの間に新設されたパブリック・スクール(1)は，全英国を通じて僅に11校に止まったのである．

じつに世はブルジョア・デモクラシーの勝利に帰し，人はすでに清教徒の厳粛性を失える頽廃時代であり，また学校教育の不振を極めたるその当時こそ，民衆の間に科学思想が普及し始めた時代であった．ニュートンの学説を歌える通俗詩 "Newton for the Ladies" は，イタリー語から英訳されて，広く流行しだした．種々の一般雑誌，とくに Ladies' Diary (1704年創刊)には，数学問題欄が設けられて，素人数学者が数多く顕われてきたのである．

その間には，数学に野心ある初学者を教授し後見し，彼らが提出せる問題を解いて生活を続けた，有力なる数学者もあった．シンプソン(1710-1761)はその一例である．ナントの勅令破棄からフランスを逃れて，'ロンドンに移住したド・モアヴル(1667-1754)もまた，'個人教授をやったり，カフェーの常連に，数学的の問題や謎を解いたりして生活した．確率論に関する彼の研究は，かような紳士から提供された問題の生長であった.'

Abraham de Moivre

時代はすでにここまで進んできていたのである．それゆえに1714年の法令によって，'古典の教師のほかに，英語の読み方書き方，算術，および航海術か器械技術に関係ある数学のある部分を教える教師' に対しては，国教統一令をいく分寛大にしたのであった．しかるに18世紀

(1) 'パブリック・スクール' なる名称は，18世紀から使用され始めた．それは地方的，局部的でないグランマー・スクールで，寄宿学校である．

も後半になってから，アメリカ独立戦争の最中に，1779年の法令によって，それは逆転を見た．すなわち 'ウィリアム王およびメリー女皇以前に建てたすべての学校から，国教異端の教師を，全部放逐したのである.'

教育機関と社会的進展との間の間隙は，それ程にも大きかったのである．

計 算 学 校

26. 教育の社会史的意義を考察するとき，人の好むと好まざるとにかかわらず，計算学校，商業学校，計算親方，算術教師は，その学校を通じまたその著書を通じて，数学教育史上，極めて重要なる地位に立つ．

フランスにおいては，リオン生れのフランソア・バレーム(1640-1703)が，名高い算術教師であった．日常計算を便利にせんがために，彼が作った数値表

Fr. Barrême: Livre des comptes faits (1670)

は，民衆の間に流行したものであった．フランスでは，数値表そのものを，今日でもバレーム(barême)と呼んでいる．また彼の算術書

Barrême: L'Arithmétique ou le livre facile pour apprendre l'arithmétique soi même (1677)

は，100年間以上も行われ，1764年，1779年などの版があった．彼の高名となるにつれ，'バレーム' は '勘定すること' の同義語となった．彼の算術書には小数を含んでいなかったが，18世紀末に

Blavier: Barrême décimal (1798)

なる，小数に関する著作の出版を見るとき，われわれはここにあたかも '幾何学' におけるユークリッドのように，バレームの名が '算術' の書名となったことを見るのである．

バレームについで有名なのは，算術教師エフ・ル・ジャンドルで，彼の算術書(初版1646)も18世紀末まで行われた．

ドイツにおいては，17世紀は計算学校の隆盛時代であり，彼ら計算親方はラ

テン学校やギムナジウムにも，進出したことがあった．彼らの算術書中

Arnold Möller: Güldenen Lehrschatz (1647)

Tobias Beutel: Chursächsischer Gedernwald, eine Arithmetik oder sehr nützliche Rechenkunst

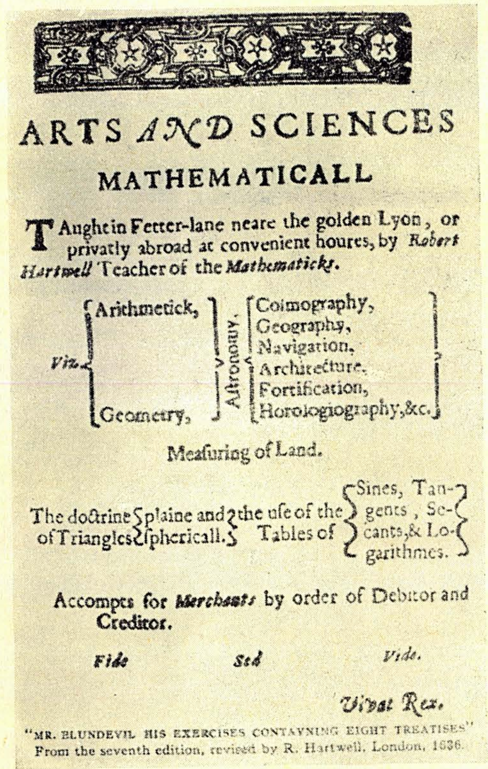
等は名あるものであり，ことに後者はフランケの賞讃したところであったといわれる．

しかしながら，彼らの算術書が行われ，彼らが民衆の間に勢力を占めえたのは，彼らの算術が日常生活ことに商業上の応用を重視したことと，それがドイツ語で教授されたこととにあったのである．しかるに18世紀に入っては，ギムナジウムにおいても，彼らとほとんど同様の算術が教授され，それがドイツ語の教科書(たとえばペシェックのごとき)を用いられるようになった(第21節)．ドイツにおける計算学校は，いまやようやくその任務を終える時代がきたのである．

かくて18世紀の後半から，彼ら計算教師はようやくその影を没せんとし，たんなる計算規則と例題以外に，十分なる説明を欠いた彼らの算術は，ウォルフ流の学術的なる算術によって，交代される運命に達したのであった．

27. イギリスにおいてはドイツとやや事情を異にする．17, 18世紀こそ，イギリスにおける計算学校の全盛時代であったのである．なぜなら，まずそれは商業算術の要求多い時代であった．それはたとえばサミュエル・ライトが，'尊敬すべく崇拝すべき東印度貿易倫敦商事会社へ，現在および未来の幸福繁栄を祈りつつ'，彼の対数書(1616)を捧げた時代であったから．

第二に，中等学校では，前述のごとく，算術の教授を行ないえない状態にあったから．じつに'18世紀の終りまで，イートンのような学校には，算術教師など言うような者は，いなかった'のである．さればこそ'1750年ウォレン・ヘスチングスは，ウェストミンスター校にいたが，ベンガルに渡航するについて，算術と簿記とを学ばねばならなかったから，商業学校に転校させられた'ので


ARTS AND SCIENCES

MATHEMATICALL

TAught in Fetter-lane neare the golden Lyon, or privatly abroad at convenient houres, by *Robert Hartwell* Teacher of the *Mathematicks*.

Viz. Arithmetick, Geometry, Astronomy, Cosmography, Geography, Navigation, Architecture, Fortification, Horologiography, &c.

Measuring of Land.

The doctrine of Triangles plaine and sphericall. The use of the Tables of Sines, Tangents, Secants, & Logarithmes.

Accompts for *Merchants* by order of Debitor and Creditor.

Fide *Sed* *Vide.*

Vivat Rex.

"MR. BLUNDEVIL HIS EXERCISES CONTAYNING EIGHT TREATISES"
From the seventh edition, revised by R. Hartwell, London, 1636.

数学教授広告

Mr. Blundevil: His exercises contayning eight treatises (第7版，1636)の中に，校訂者 Hartwell が掲げたもの．

ある．

しからばイギリスにおける商業学校または計算教師は，いかなる性質のものであったのか？ ゼームス・ホッダーは，ロンドンの有名なる習字教師であった．1661年に初版を出し，1739年に20版におよんだ彼の算術書の広告によれば，彼は'ローズベリーのSunneの降り口にある学校で，習字を学びたい人々や，整数と分数の計算，商人の勘定と速記術を習いたい人々に，ていねいに附き添って，忠実に教え'ていたのであった．

Edward Cocker

ウィリアム・ウェブスターの"算術"(1740)には，商業学校の起源についてつぎのごとく語っている.

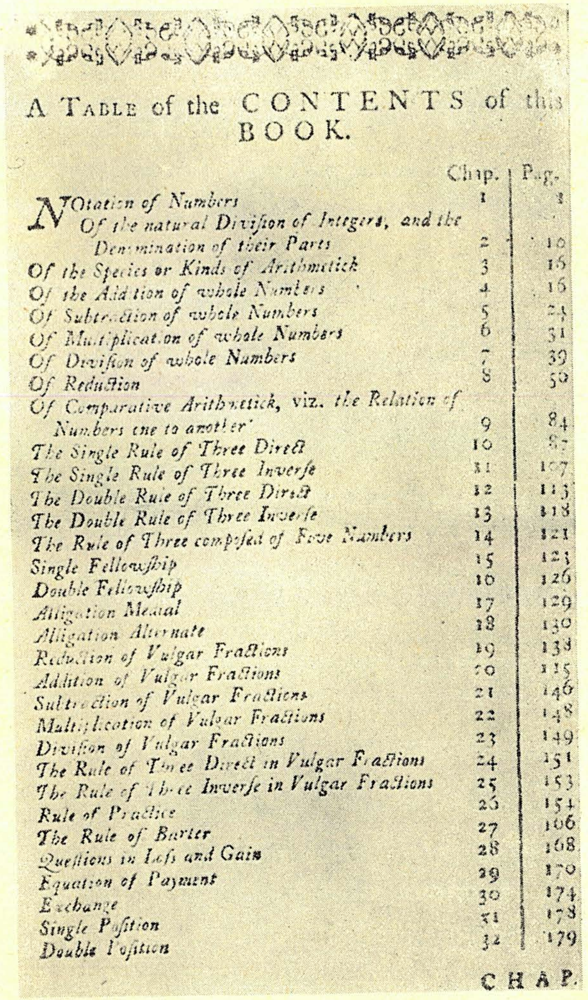
'いろいろと算段をやっても，どうも生計の立てられない人が，金釘流にもせよとに角字が奇麗に書けて，算術も1年間は何分時あるか，1マイルは何インチあるかという位のことが，勘定できるだけの頭があれば，最後の手段として，長屋裏(あるいは屋根裏)の一室を借り受け，絵書きに"習字算術教授"の看板を書いて貰って，それを出して置くと，月謝が低廉だという触れ込みで，何人かの生徒が集まってきたものであった.'

数学史家カジョリのごときは，口を極めてかかる算術教師を非難しているが，しかしわれわれはその当時のイギリスが，国教統一令によって，一切の学校から良教師を奪い去り，'人は教師たるを欲しなかった'時代なることを，まず回想せねばならないと思う.

習字，算術および彫刻の熟練家エドワード・コッカー(1631-1675)は，習字および算術教授の私立学校を設立し，入塾をも許し，'異常な方法'で教授していた．彼の代表作たる"算術"(初版1678)は，イギリスの版のみで100版を越え，1世紀以上にわたって，イギリス算術を支配したとまで言われる．"According to Cocker"とはイギリス人の慣習語であった.

彼の"算術"は主として，まず整数について，その四則，諸等数，比例(正比例，反比例，複比例等)，合資算，混合算を述べ，つぎに分数について，四則，比例等を繰返し，最後に両替，仮定法などを附している.

そこには証明などはもちろんのこと，定義や理論などに対しては，詳しい説明さえもない代りに，事実問題に対しては，極めて懇切な説明と詳しい計算法

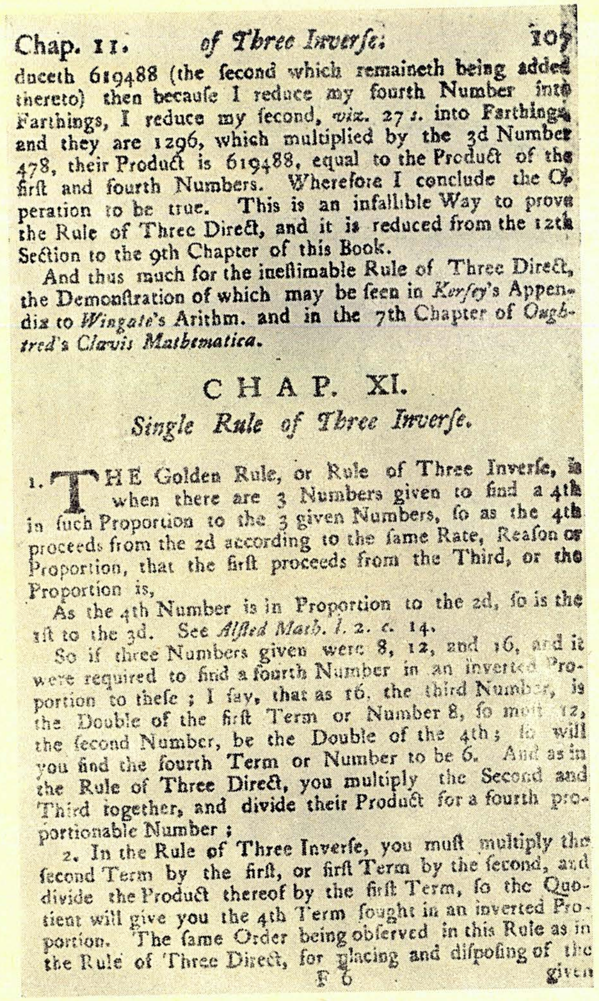


A TABLE of the CONTENTS of this BOOK.

	Chap.	Pag.
NOtation of Numbers	1	1
Of the natural Division of Integers, and the Denomination of their Parts	2	10
Of the Species or Kinds of Arithmetick	3	15
Of the Addition of whole Numbers	4	16
Of Subtraction of whole Numbers	5	24
Of Multiplication of whole Numbers	6	31
Of Division of whole Numbers	7	39
Of Reduction	8	50
Of Comparative Arithmetick, viz. the Relation of Numbers one to another	9	84
The Single Rule of Three Direct	10	87
The Single Rule of Three Inverse	11	107
The Double Rule of Three Direct	12	113
The Double Rule of Three Inverse	13	118
The Rule of Three composed of Five Numbers	14	121
Single Fellowship	15	123
Double Fellowship	16	126
Alligation Medial	17	129
Alligation Alternate	18	130
Reduction of Vulgar Fractions	19	138
Addition of Vulgar Fractions	20	135
Subtraction of Vulgar Fractions	21	146
Multiplication of Vulgar Fractions	22	148
Division of Vulgar Fractions	23	149
The Rule of Three Direct in Vulgar Fractions	24	151
The Rule of Three Inverse in Vulgar Fractions	25	153
Rule of Practice	26	154
The Rule of Barter	27	166
Questions in Loss and Gain	28	168
Equation of Payment	29	170
Exchange	30	174
Single Position	31	178
Double Position	32	179

CHAP.

Cocker: Arithmetick(1678)
第55版(1758)の目次.



Chap. 11. *of Three Inverſe.* 105

duceth 619488 (the ſecond which remaineth being added thereto) then becauſe I reduce my fourth Number into Farthings, I reduce my ſecond, *viz.* 27 *s.* into Farthings, and they are 1296, which multiplied by the 3d Number 478, their Product is 619488, equal to the Product of the firſt and fourth Numbers. Wherefore I conclude the Operation to be true. This is an infallible Way to prove the Rule of Three Direct, and it is reduced from the 12th Section to the 9th Chapter of this Book.

And thus much for the ineſtimable Rule of Three Direct, the Demonſtration of which may be ſeen in *Kerſey*'s Appendix to *Wingate*'s Arithm. and in the 7th Chapter of *Oughtred*'s *Clavis Mathematica.*

CHAP. XI.

Single Rule of Three Inverſe.

1. THE Golden Rule, or Rule of Three Inverſe, is when there are 3 Numbers given to find a 4th in ſuch Proportion to the 3 given Numbers, ſo as the 4th proceeds from the 2d according to the ſame Rate, Reaſon or Proportion, that the firſt proceeds from the Third, or the Proportion is,

As the 4th Number is in Proportion to the 2d, ſo is the 1ſt to the 3d. See *Alſted Math. l. 2. c.* 14.

So if three Numbers given were 8, 12, and 16, and it were required to find a fourth Number in an inverted Proportion to theſe; I ſay, that as 16, the third Number, is the Double of the firſt Term or Number 8, ſo muſt 12, the ſecond Number, be the Double of the 4th; ſo will you find the fourth Term or Number to be 6. And as in the Rule of Three Direct, you multiply the Second and Third together, and divide their Product for a fourth proportionable Number;

2. In the Rule of Three Inverſe, you muſt multiply the ſecond Term by the firſt, or firſt Term by the ſecond, and divide the Product thereof by the firſt Term, ſo the Quotient will give you the 4th Term ſought in an inverted Proportion. The ſame Order being obſerved in this Rule as in the Rule of Three Direct, for placing and diſpoſing of the

F 6 given

Cocker: Arithmetick(1758年版)の一頁

これは順の三数法(正比例)の終りと，逆の三数法(反比例)の始めであるが，証明を抜きにして，そこに他の数学書を引用しあるを見よ．

Thomas Dilworth

を示している．このところに彼の成功の原因が考えられると思う．彼の序文には

As Merchandize is the Life of Wealpublick, so Practical Artithmetick is the Soul of Merchandize

とある．

コッカーは，少し理論的なことで説明の厄介な事項には，学問的に権威ある他の数学書を引用して，その場を免れるようにしているが，イギリス算術の堕落はすでにこの頃から始まったのであった．

イギリス算術の堕落の一例を示すために，われわれは18世紀における，商業算術の代表作

Thomas Dilworth: Schoolmaster's Assistant, being a Compendium of Arithmetic(1743)

をとろう．それは

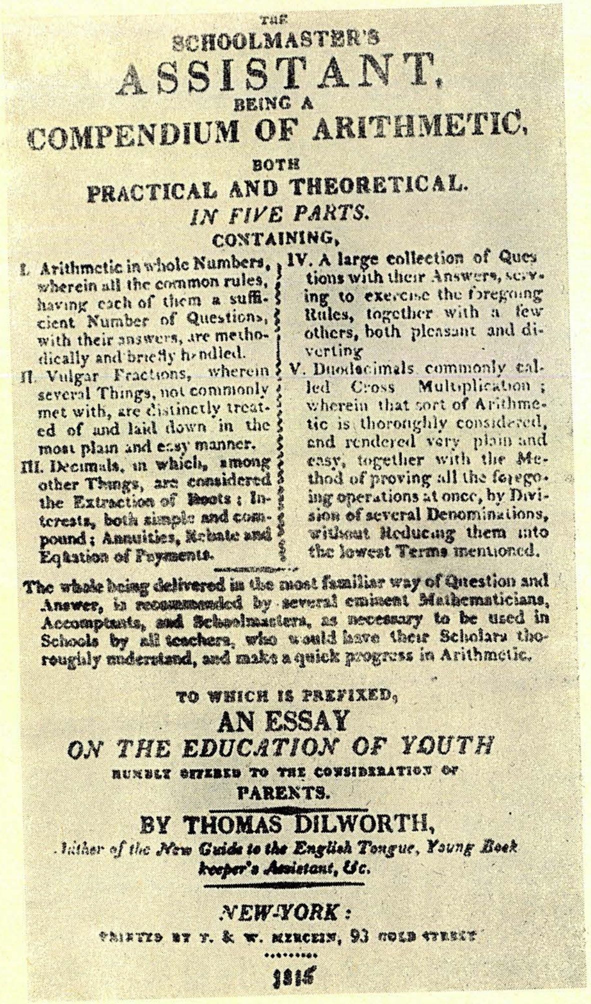
整数．分数．小数(根，利息，年金，償還)．問題(数学遊戯を含む)．補充(十二分算いわゆる筋違い掛算，検算など)

の五篇からなっている．ヂルウォースは定義や題目の論理的順序などには無頓着なのみならず，問題にならないような不定の問題をも載せているし，分数の和を求めるのに，分母の最小公倍数を求めないで，

$$\frac{1}{2}+\frac{7}{8}=1\frac{6}{16}$$

などとやっている．この書の中には，証明などは少しも見当らない．彼に知られたproofなる言葉は，‘乗法と除法とは互に“検算”される’というような種類のものしか，なかったのである．

しかしながら，ヂルウォースには多少の文才があった．彼は18世紀の初等



THE
SCHOOLMASTER'S
ASSISTANT,
BEING A
COMPENDIUM OF ARITHMETIC,
BOTH
PRACTICAL AND THEORETICAL.
IN FIVE PARTS.
CONTAINING,

I. Arithmetic in whole Numbers, wherein all the common rules, having each of them a sufficient Number of Questions, with their answers, are methodically and briefly handled.

II. Vulgar Fractions, wherein several Things, not commonly met with, are distinctly treated of and laid down in the most plain and easy manner.

III. Decimals, in which, among other Things, are considered the Extraction of Roots; Interests, both simple and compound; Annuities, Rebate and Equation of Payments.

IV. A large collection of Questions with their Answers, serving to exercise the foregoing Rules, together with a few others, both pleasant and diverting.

V. Duodecimals commonly called Cross Multiplication; wherein that sort of Arithmetic is thoroughly considered, and rendered very plain and easy, together with the Method of proving all the foregoing operations at once, by Division of several Denominations, without Reducing them into the lowest Terms mentioned.

The whole being delivered in the most familiar way of Question and Answer, is recommended by several eminent Mathematicians, Accomptants, and Schoolmasters, as necessary to be used in Schools by all teachers, who would have their Scholars thoroughly understand, and make a quick progress in Arithmetic.

TO WHICH IS PREFIXED,
AN ESSAY
ON THE EDUCATION OF YOUTH
HUMBLY OFFERED TO THE CONSIDERATION OF
PARENTS.
BY THOMAS DILWORTH,
Author of the New Guide to the English Tongue, Young Book-keeper's Assistant, &c.
NEW-YORK:
PRINTED BY T. & W. MERCEIN, 93 GOLD STREET.
1815

Dilworth: Schoolmaster's Assistant
(1743)のアメリカ版(1815)の扉

教育界を風靡した，英語入門書の著者であった．彼の算術においてわれわれは内容の粗雑の代りに，そこには説明の技巧を見るのである．(95頁参照).

商業算術は堕落に堕落を重ねていった．ジョン・ヒルの“算術”(第10版，1761)のごときは，

‘1/2に1/2を掛けると1/4になる．その証明は，レーバーンの“数学講義”，第38頁を見よ.’

という調子であったのである．

イギリス算術がこの状態から救われたのは，19世紀になってからと言うて宜しいであろう．

> 問．沢山に重い貨物を買った人には，通例どんな割引をするのか？
> 答．テールとトレットとクロップです．
> 問．テールとは何か？
> 答．テールとは，箱，袋，瓶，その他なんでも，買った商品を容れるものの目方を，買手に差引くことです．
> 問．トレットとは何か？
> 答．トレットとは商人が104ポンドの中から4ポンドを買手に差引いてやることです．すなわち商品の中から，屑または汚物の分として，24分の1を差引くのです．
> 問．クロップとは何か？
> 答．クロップとは没食子，茜，漆，粗酒石，その他の商品を3ハンドレッド・ウエート以上買ったロンドン市民に，1馬車毎に2ポンド割引することです．
> 問．これらの割引を外国ではなんと呼んでいるか？
> 答．“ロンドンの恩典”と叫んでいます．なぜなら，こんな割引をするところは，どこにもありませんから．

ヂルウォース算術書の1頁

有名なる若干の初等数学書について

28.　われわれはすでに代表的なる二,三の**算術書**について語ったが，ここに多少の補充をして置くことにする．

人もし17・18世紀の英語国(イギリス，アメリカ)で，一般民衆の間に，もっとも広く数学的智識を普及させた書物を挙げるなら，メーザーの通俗百科全書的算術書

Mather: Young Man's Companion, or Arithmetick made easy

は，確かにその一として数えられるであろう．それは

> ‘正しい英語’の読み方，書き方，手紙の認め方から，簿記や商業上の諸勘定にわたり，ある程度まで左官，大工，煉瓦工，その他類似の職人の要求する数学問題を含み，さらに日時計，利息表から農園に関する諸事項におよび，市(いち)の開かれる地名とその日割

までも，載せたところのものであった．

つぎには当時第一流の算術書の一つであった，ウィンゲート(1596–1656)の書

Edmund Wingate: Arithmetick(初版 1629)

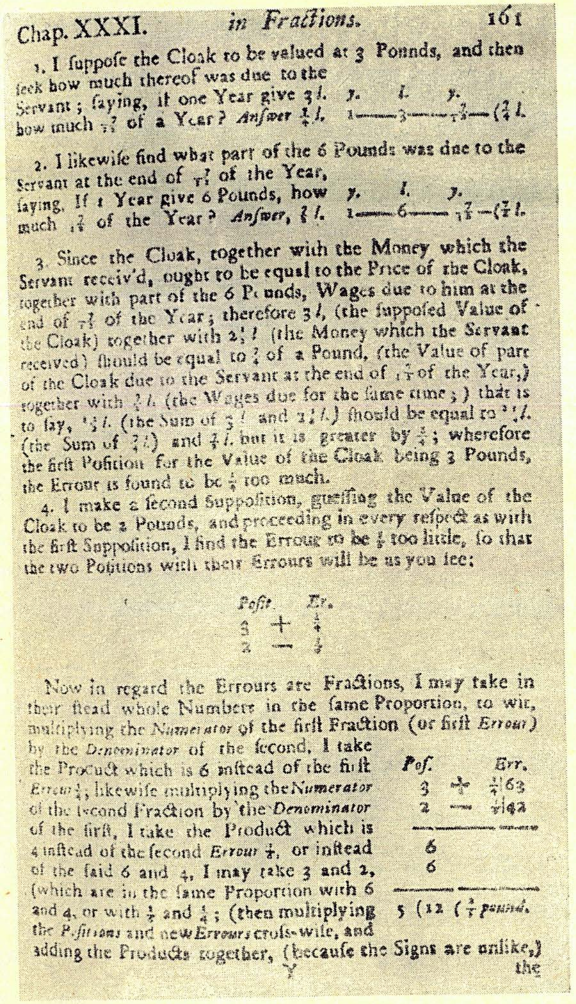
の第16版(1735)について語ろう．(これはジョン・カーセーおよびジョージ・シェレーの校訂増補版で，初版とは大分変っているのであるが.)この書は

> 記数法．度量衡．整数の四則．比例．合資算．混合算．仮定法．分数．分数の四則．小数．小数の四則．比例．仮定法．開平開立．比例の理論(ボエチウス型の)．
>
> 〔付　録〕．
>
> 商業算術上の実際的計算．三数法(比例)，仮定法などの証明．数学遊戯．

を含んでいる．

そして著者はさらに，幾何図形を用いたり，また簡単な文字計算を導入したりして，論理的な証明を試みている．その試みはむしろ不成功かと私には思われるが，その時代においては群を抜いていたのであった．

ウィンゲートの初版には小数を採用せず，再版から小数を採入れたことに関聯して，私は算術教科書における小数の導入について，一言を附しておく．


Chap. XXXI.　*in Fractions.*　161

1. I suppose the Cloak to be valued at 3 Pounds, and then seek how much thereof was due to the Servant; saying, if one Year give 3 *l.* how much 7/12 of a Year? *Answer* 7/4 *l.*　y. 1 —— l. 3 —— y. 7/12 —— (7/4 *l.*

2. I likewise find what part of the 6 Pounds was due to the Servant at the end of 7/12 of the Year, saying, If 1 Year give 6 Pounds, how much 7/12 of the Year? *Answer*, 7/2 *l.*　y. 1 —— l. 6 —— y. 7/12 —— (7/2 *l.*

3. Since the Cloak, together with the Money which the Servant receiv'd, ought to be equal to the Price of the Cloak, together with part of the 6 Pounds, Wages due to him at the end of 7/12 of the Year; therefore 3 *l.* (the supposed Value of the Cloak) together with 2 1/2 *l* (the Money which the Servant received) should be equal to 7/4 of a Pound, (the Value of part of the Cloak due to the Servant at the end of 7/12 of the Year,) together with 7/2 *l.* (the Wages due for the same time;) that is to say, 11/2 *l.* (the Sum of 3 *l* and 2 1/2 *l.*) should be equal to 21/4 *l.* (the Sum of 7/4 *l.*) and 7/2 *l.* but it is greater by 1/4; wherefore the first Position for the Value of the Cloak being 3 Pounds, the Errour is found to be 1/4 too much.

4. I make a second Supposition, guessing the Value of the Cloak to be 2 Pounds, and proceeding in every respect as with the first Supposition, I find the Errour to be 1/6 too little, so that the two Positions with their Errours will be as you see:

Posit.		*Er.*
3	+	1/4
2	—	1/6

Now in regard the Errours are Fractions, I may take in their stead whole Numbers in the same Proportion, to wit, multiplying the *Numerator* of the first Fraction (or first *Errour*) by the *Denominator* of the second, I take the Product which is 6 instead of the first *Errour* 1/4, likewise multiplying the *Numerator* of the second Fraction by the *Denominator* of the first, I take the Product which is 4 instead of the second *Errour* 1/6, or instead of the said 6 and 4, I may take 3 and 2, (which are in the same Proportion with 6 and 4, or with 1/4 and 1/6; (then multiplying the *Positions* and new *Errours* cross-wise, and adding the Products together, (because the Signs are unlike,)

Pos.		*Err.*
3	+	1/4 | 6 3
2	—	1/6 | 4 2
6		
6		
5 (12 (12/5 *pound.*		

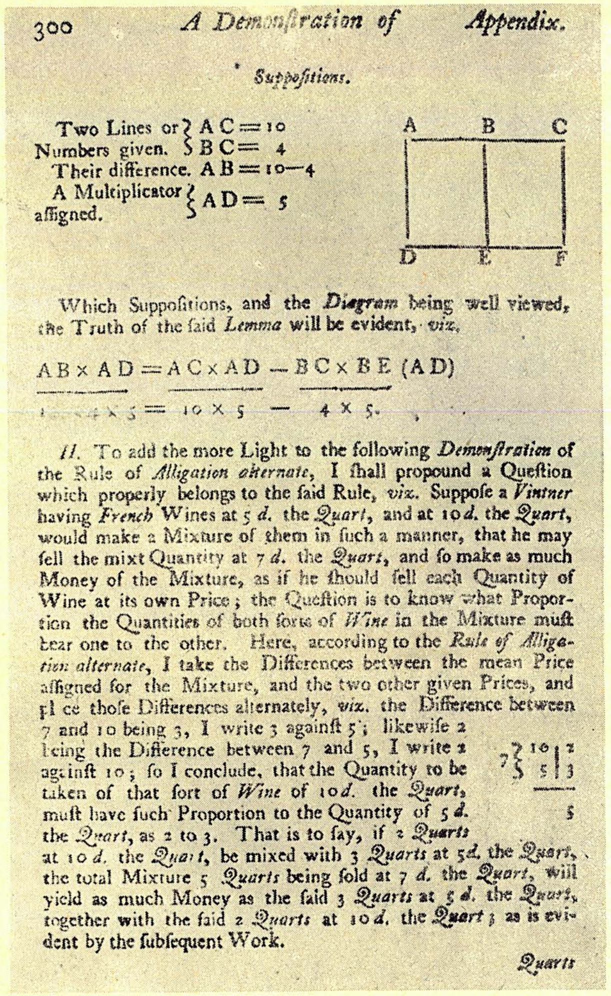
Y

the

Wingate: Arithmetick(1629)
の第16版(1735)の1頁．

これは分数に関する仮定法の一節で，つぎの問題の解法である．‘ある紳士が，1年間に6ポンドの金と一つの外套を呉れる約束で，下男を雇った．ところが7/12年過ぎてから彼らの間に不和を生じ，紳士は例の外套のほかに金50シルリングをくれて，下男を放逐した．外套の価如何．
(答，2ポンド8シルリング)’

この頁の中で l はポンド，y は年の略号である．


300　*A Demonſtration of*　*Appendix.*

* *Suppoſitions.*

Two Lines or } AC = 10
Numbers given. } BC = 4
Their difference. AB = 10 − 4
A Multiplicator } AD = 5
aſſigned.

Which Suppoſitions, and the *Diagram* being well viewed, the Truth of the ſaid *Lemma* will be evident, *viz.*

$$AB \times AD = AC \times AD - BC \times BE\ (AD)$$
$$10-4 \times 5 = 10 \times 5 - 4 \times 5.$$

II. To add the more Light to the following *Demonſtration* of the Rule of *Alligation alternate*, I ſhall propound a Queſtion which properly belongs to the ſaid Rule, *viz.* Suppoſe a *Vintner* having *French* Wines at 5 *d.* the *Quart*, and at 10 *d.* the *Quart*, would make a Mixture of them in ſuch a manner, that he may ſell the mixt Quantity at 7 *d.* the *Quart*, and ſo make as much Money of the Mixture, as if he ſhould ſell each Quantity of Wine at its own Price; the Queſtion is to know what Proportion the Quantities of both ſorts of *Wine* in the Mixture muſt bear one to the other. Here, according to the *Rule of Alligation alternate*, I take the Differences between the mean Price aſſigned for the Mixture, and the two other given Prices, and place thoſe Differences alternately, *viz.* the Difference between 7 and 10 being 3, I write 3 againſt 5; likewiſe 2 being the Difference between 7 and 5, I write 2 againſt 10; ſo I conclude, that the Quantity to be taken of that ſort of *Wine* of 10 *d.* the *Quart*, muſt have ſuch Proportion to the Quantity of 5 *d.* the *Quart*, as 2 to 3. That is to ſay, if 2 *Quarts* at 10 *d.* the *Quart*, be mixed with 3 *Quarts* at 5 *d.* the *Quart*, the total Mixture 5 *Quarts* being ſold at 7 *d.* the *Quart*, will yield as much Money as the ſaid 3 *Quarts* at 5 *d.* the *Quart*, together with the ſaid 2 *Quarts* at 10 *d.* the *Quart*; as is evident by the ſubſequent Work.

7	10	2	
	5	3	
		5	

Quarts

Wingate: Arithmetick(1735 年版)の 1 頁

混合法の原理を証明するために，著者はまず予備として，‘二つの数の差に第三数を乗じた積は，最初の二数のおのおのと第三数の積の差に等しい’ことを，この頁で‘証明’している.

初めて小数を用いた著述は，1585 年におけるステヴィンの書であるといわれているが，その後三角函数表，対数表または複利表などには，間もなく，小数が採用されたのであった．普通の算術書中に小数がとり入れられたのは，まずイギリスで，それは 17 世紀の初葉からである．ステヴィンの慧眼はつとに，十進法による度量衡の制度を予言したが，ジョン・カーセーは“ウィンゲート算術”の校訂版の中で，‘かような革新は将来も起りそうでないから，私は学究者のために，彼の力のおよびうるよう，小数の用法には制限を附けて進む方針を採ろう’と述べている．

ドイツとフランスは，小数の採用において，イギリスより 1 世紀も後れた．フランスで小数が算術中に正当の地位を占めたのは，1799 年におけるメートル法の採用後であった．そして‘メートル法ができあがり，フランス文化がドイツに伝達してから’，ドイツでは小数が公に採用されたのであった．その最初の条令は，1809 年におけるバイエルンの法令であった．

しかしながら，18 世紀の頃から，ドイツ，フランスのある数学教科書中には，小数の記載を見るのである．たとえばドイツのヘデリッヒの幾何(第 21 節参照)の中には，長さ，面積，体積の中で，十進法にしたがえるものには，小数を用いている．すなわち

36 Ruten, 8 Fuss, 9 Zoll, 5 Gran und 4 Skrupula prima

なる長さは，

　0 Ⅰ Ⅱ Ⅲ Ⅳ　　(Ⅳ)
3 6 8 9 5 4　または　3 6 8 9 5 4

と書かれていたのであった．

しかもウォルフの教科書(第 22 節)のごときは，小数に対して不十分極まる説明をなし，オイレルの代数書(1771)もまた同様であり，クレーローの幾何(第 30 節)には全然小数の記載を見ないのである．

かくて小数の導入は，数学の進歩によるよりも，むしろ商工ブルジョアジー

の進展によって決定されたといえよう.

29.　17世紀から18世紀の中葉までの間に，代数は急速なる進展をとげたのであった.

それはひとり，学としての代数の内容の拡大のみではなかった．記号において，説明叙述の方法において，そこには非常の進歩があり変化があった．現代における初等代数学の内容は，この時代の終りにおいて，ほとんど完成に近い点にまで到達したのである.

記号発達の一例として，われわれはまず17世紀の初頭における クラヴィウスの“代数”(1608)の1頁を抜こう．そこには括弧(　)が使用されているが，それは括弧使用のもっとも古い一例として挙げられるのである.

第二にわれわれは，ステヴィンの指数記号を挙げる．ステヴィンの記号を，グランマチウス，タルタリアまたはレコードのそれ(第12節)と比較するがよい．そこには大なる飛躍が認められる.

ステヴィンから一歩を進めて，その記号を組織化し現代化し，とくに代数の基本的意義を明かにしたところに，デカルトの劃期的貢献があったのである.

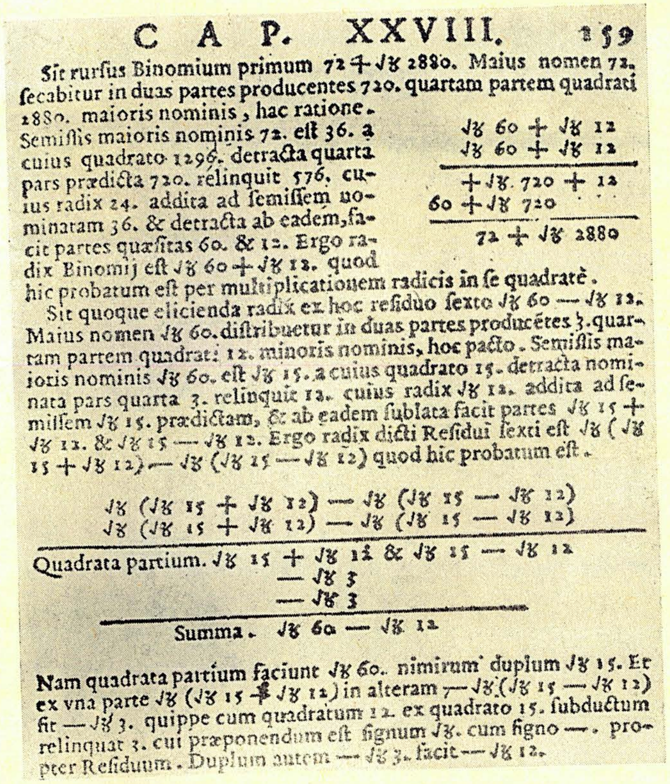
われわれはまたオートレッドを忘れてはならぬ．現代における乗法記号，比例記号，算術差の記号等は，じつに彼に負うものである．数学記号の歴史上，オートレッドは異常の地位に立つ．彼の著Clavis mathematicae(初版1631)は記号の庫であった．記号上から見れば，バーローのごときは，全然オートレッドにしたがったものである(第30節を見よ.)

オートレッドとデカルトを通過するとき，記号はほとんど現代的となる．われわれはこれより内容に向って進む．しかも本書の性質上，専門的のものを避けて，教育的のものを選ぶことにし，まずニュートンから始めることにする.

ケンブリッヂにおけるニュートンの代数講義(1673-1683)は，

Newton: Arithmetica universalis(1707)

として出版された．この書の後半は専門的に傾くが，しかしその前半は確かに


CAP. XXVIII. 259

Sit rursus Binomium primum 72 + √ȝ 2880. Maius nomen 72. secabitur in duas partes producentes 720. quartam partem quadrati 2880. maioris nominis, hac ratione. Semissis maioris nominis 72. est 36. a cuius quadrato 1296. detracta quarta pars prædicta 720. relinquit 576. cuius radix 24. addita ad semissem nominatam 36. & detracta ab eadem, facit partes quæsitas 60. & 12. Ergo radix Binomij est √ȝ 60 + √ȝ 12. quod hic probatum est per multiplicationem radicis in se quadratè.

√ȝ 60 + √ȝ 12
√ȝ 60 + √ȝ 12
+ √ȝ. 720 + 12
60 + √ȝ 720
72 + √ȝ 2880

Sit quoque elicienda radix ex hoc residuo sexto √ȝ 60 — √ȝ 12. Maius nomen √ȝ 60. distribuetur in duas partes producētes 3. quartam partem quadrati 12. minoris nominis, hoc pacto. Semissis maioris nominis √ȝ 60. est √ȝ 15. a cuius quadrato 15. detracta nominata pars quarta 3. relinquit 12. cuius radix √ȝ 12. addita ad semissem √ȝ 15. prædictam, & ab eadem sublata facit partes √ȝ 15 + √ȝ 12. & √ȝ 15 — √ȝ 12. Ergo radix dicti Residui sexti est √ȝ (√ȝ 15 + √ȝ 12) — √ȝ (√ȝ 15 — √ȝ 12) quod hic probatum est.

√ȝ (√ȝ 15 + √ȝ 12) — √ȝ (√ȝ 15 — √ȝ 12)
√ȝ (√ȝ 15 + √ȝ 12) — √ȝ (√ȝ 15 — √ȝ 12)
Quadrata partium. √ȝ 15 + √ȝ 12 & √ȝ 15 — √ȝ 12
— √ȝ 3
— √ȝ 3
Summa. √ȝ 60 — √ȝ 12

Nam quadrata partium faciunt √ȝ 60. nimirum duplum √ȝ 15. Et ex vna parte √ȝ (√ȝ 15 + √ȝ 12) in alteram — √ȝ (√ȝ 15 — √ȝ 12) fit — √ȝ 3. quippe cum quadratum 12. ex quadrato 15. subductum relinquat 3. cui præponendum est signum √ȝ. cum signo —. propter Residuum. Duplum autem — √ȝ 3. facit — √ȝ 12.

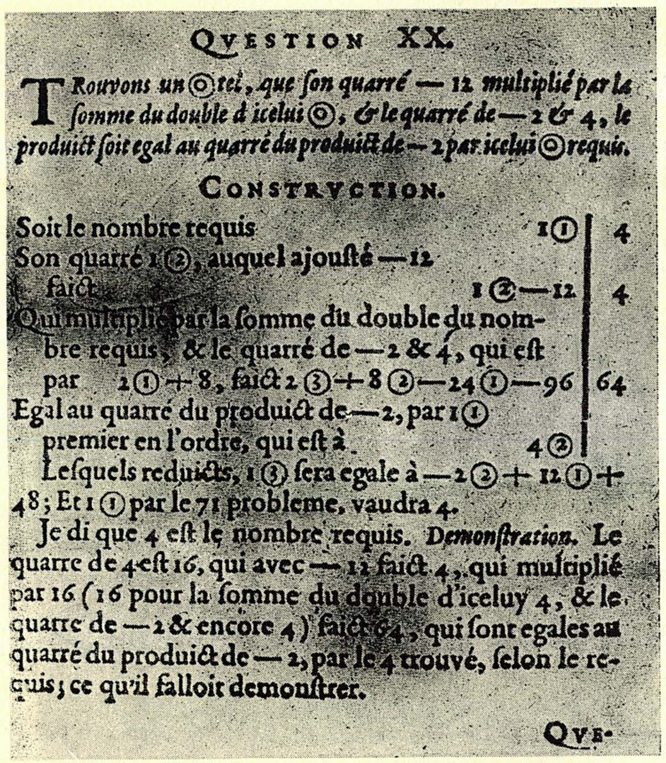
根数の計算

Clavius: Algebra(1608)より

式のみを現代的に書き改めよう.

$$\begin{array}{r} \sqrt{60}+\sqrt{12} \\ \sqrt{60}+\sqrt{12} \\ \hline \sqrt{720}+\ 12 \\ 60+\sqrt{720}\qquad \\ \hline 72+\sqrt{2880} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \sqrt{(\sqrt{15}+\sqrt{12})}-\sqrt{(\sqrt{15}-\sqrt{12})} \\ \sqrt{(\sqrt{15}+\sqrt{12})}-\sqrt{(\sqrt{15}-\sqrt{12})} \\ \hline \sqrt{15}+\sqrt{12}+\sqrt{15}-\sqrt{12} \\ -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} \\ \hline \sqrt{60}-\sqrt{12} \end{array}$$



QVESTION XX.

TRouvons un ⓪ tel, que ſon quarré — 12 multiplié par la ſomme du double d'iceluí ⓪, & le quarré de — 2 & 4, le produict ſoit egal au quarré du produict de — 2 par iceluí ⓪ requis.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1①	4
Son quarré 1②, auquel ajouſté — 12 faict	1② — 12	4
Qui multiplié par la ſomme du double du nombre requis, & le quarré de — 2 & 4, qui eſt par 2① + 8, faict	2③ + 8② — 24① — 96	64
Egal au quarré du produict de — 2, par 1① premier en l'ordre, qui eſt à	4②	

Leſquels reduicts, 1③ ſera egale à — 2② + 12① + 48; Et 1① par le 71 probleme, vaudra 4.

Je di que 4 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Le quarre de 4 eſt 16, qui avec — 12 faict 4, qui multiplié par 16 (16 pour la ſomme du double d'iceluy 4, & le quarre de — 2 & encore 4) faict 64, qui ſont egales au quarré du produict de — 2, par le 4 trouvé, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVE-

指数記号

Stevin: Oeuvres mathématiques (1634) より

某数がある．その平方から 12 引いたものに，その数と -2 の平方(すなわち 4)との和の 2 倍を乗ぜよ．その積は -2 と某数との積の平方に等しい．某数を求めよ．

式の構成

求めんとする数を	x	4
その平方 x^2 に -12 を加えれば	x^2-12	4
これに求めんとする数と -2 の平方あるいは 4 との和の 2 倍すなわち $2x+8$ を乗ずれば，	$2x^3+8x^2-24x-96$	64
となる．これは -2 と x との積の平方たる	$4x^2$	

に等しい．これより $x^3=-2x^2+12x+48$．よって問題 71 によって，x は 4 となる．

4 は所要の数である．験算〔以下略す〕

William Oughtred

初等数学書と見なさるべきものであった．いまその英訳(再版 1728)を読むに，それはまず代数計算に始まる．

用語と記号．正負数および整多項式の四則(数の加法，式の加法，数の減法，式の減法の順序に)．その開方．分数．約数．根．

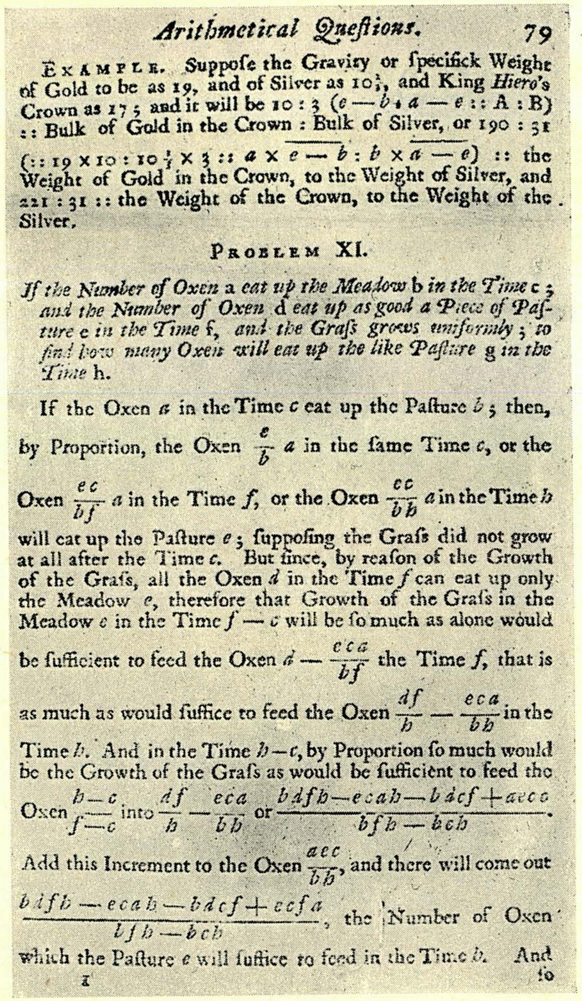
以上は 54 頁の間に収められ，つぎに

方程式の変形と簡単な方程式の解法(12 頁)．算術問題を方程式に表わすこと(3 頁)．算術上の問題(15 題で 16 頁)．幾何学上の問題を方程式に表わすこと(16 頁)．幾何学上の問題(これは 61 題で 88 頁．中には円錐曲線をもとり扱っている．)

が詳述されている．これらの問題を終るに臨んで，ニュートンは述べている．‘これまで私は沢山の問題を解いてきた．なぜなら，科学を学ぶには，教訓よりも問題の方が，もっと有用だから．(For in learning the Sciences, Examples are of more Use than Precepts.)’

しかるにニュートンは，幾何学上の問題などのところで，ただ問題の方程式だけを示して，これを解かないものが多々あったのである．なぜなら，それは高次方程式となったから．それゆえに彼は本書の残部を，方程式論に捧げたのであった．

天才ニュートンのこの講義は，少なくともその前半は初等数学なるにかかわらず，必らずしも系統的ではなく，論理上の飛躍があり，初学者用として決して適切な教科書ではなかった．よりよき代数教科書の編輯は，彼の後継者の手に委ねられたのである．私はその最良なる一例として，マクローリン(1698-1746)の書を紹介しよう．



Arithmetical Queſtions. 79

EXAMPLE. Suppoſe the Gravity or ſpecifick Weight of Gold to be as 19, and of Silver as $10\frac{1}{3}$, and King *Hiero*'s Crown as 17; and it will be 10 : 3 ($e-b . a-e$ :: A : B) :: Bulk of Gold in the Crown : Bulk of Silver, or 190 : 31 (:: $19 \times 10 : 10\frac{1}{3} \times 3$ :: $a \times \overline{e-b} : b \times \overline{a-e}$) :: the Weight of Gold in the Crown, to the Weight of Silver, and 221 : 31 :: the Weight of the Crown, to the Weight of the Silver.

PROBLEM XI.

If the Number of Oxen a *eat up the Meadow* b *in the Time* c; *and the Number of Oxen* d *eat up as good a Piece of Paſture* e *in the Time* f, *and the Graſs grows uniformly; to find how many Oxen will eat up the like Paſture* g *in the Time* h.

If the Oxen a in the Time c eat up the Paſture b; then, by Proportion, the Oxen $\frac{e}{b}a$ in the ſame Time c, or the Oxen $\frac{ec}{bf}a$ in the Time f, or the Oxen $\frac{ec}{bh}a$ in the Time h will eat up the Paſture e; ſuppoſing the Graſs did not grow at all after the Time c. But ſince, by reaſon of the Growth of the Graſs, all the Oxen d in the Time f can eat up only the Meadow e, therefore that Growth of the Graſs in the Meadow e in the Time $f-c$ will be ſo much as alone would be ſufficient to feed the Oxen $d-\frac{eca}{bf}$ the Time f, that is as much as would ſuffice to feed the Oxen $\frac{df}{h}-\frac{eca}{bh}$ in the Time h. And in the Time $h-c$, by Proportion ſo much would be the Growth of the Graſs as would be ſufficient to feed the Oxen $\frac{h-c}{f-c}$ into $\frac{df}{h}-\frac{eca}{bh}$ or $\frac{bdfh-ecah-bdcf+aecc}{bfh-bch}$. Add this Increment to the Oxen $\frac{aec}{bh}$, and there will come out $\frac{bdfh-ecah-bdcf+ecfa}{bfh-bch}$, the Number of Oxen which the Paſture e will ſuffice to feed in the Time h. And

I　　ſo

Newton: Universal Arithmetick
(1728 年版)の１頁.

これは名高い‘牧場の草を喰う牛の問題’である．じつはかような謎のような問題は，この書の中に算術問題のところに僅か数題あるのみである．しかるにわが数学教育界にはニュートンのこの書を読みもせずに，この書の性質を誤り伝えている数学者がいるようであるから，ここに一言を加えておく．

Colin Maclaurin

Maclaurin: Treatise of algebra.
(1748. 再版 1761)

は著者の遺稿であった．これは

第１編　基本の規則と計算．
定義と例．加法．減法．乗法．除法．
分数．冪．開方．比例．
１元方程式．簡単な方程式に関する問題．多元１次方程式．
２次方程式．根．

第２編　方程式論．
(細目を省く)

第３編　代数と幾何との相互の応用．
曲線の方程式とその図形との関係．坐標．１次および２次曲線．２次方程式の幾何学的解法．３次および４次曲線．３次および４次方程式の幾何学的解法．

を内容とし，極めて懇切ていねいなる好教科書であった．

もちろん当時は代数の基本原則が，まだ科学的に確立されない時代であったために，負数計算の説明のごときは，不完全なものであり，同様に，無限級数の取扱いのごときも，まったく器械的であった．

これに反して，この代数書においては，余り解析幾何学に深入りせずに，代数と幾何との交渉が，考えられている．(これは，解析幾何学の創立者と普通に考えられている，デカルトの行き方であったと，いいえよう.) 事実，マクローリンのとり扱い方と，現代の初期におけるグラフ教授との間には，――方眼紙の使用等を度外視すれば――本質的に大差はないのである．

イギリスにはほかにも，サウンダーソン(1740-41)またはシンプソン(1745)のごとき，代表的なる代数書があった．フランスにはクレーローの“代数”

6　　*A* TREATISE *of*　　Part I.

upon the body: but when we are to ſubtract one of them from the other, we conceive that which is to be ſubtracted to be a power with an oppoſite direction; and if it be greater than the other, it will prevail by the difference. This change of quality however only takes place where the quantity is of ſuch a nature as to admit of ſuch a contrariety or oppoſition. We know nothing analogous to it in quantity abſtractly conſidered; and cannot ſubtract a greater quantity of matter from a leſſer, or a greater quantity of light from a leſſer. And the application of this doctrine to any art or ſcience is to be derived from the known principles of the ſcience.

§ 7. A quantity that is to be added is likewiſe called a *poſitive* quantity; and a quantity to be ſubtracted is ſaid to be *negative*: they are equally real, but oppoſite to each other, ſo as to take away each other's effect, in any operation, when they are equal as to quantity. Thus $3-3=0$, and $a-a=0$. But though $+a$ and $-a$ are equal as to quantity, we do not ſuppoſe in Algebra that $+a=-a$; becauſe to infer equality in this ſcience, they muſt not only be equal as to quantity, but of the ſame quality, that in every operation the one may have the ſame effect as the other. A decrement may be equal to an increment, but it has in all operations a contrary effect; a motion downwards

Maclaurin: Algebra (1761 年版) の 1 頁.

ここに負数の説明がある.

50　　*A* TREATISE *of*　　Part I.

and raiſing $a+b$ to the 5th power and ſubtracting it, there being no remainder, I conclude that $a+b$ is the root required. If the root has three members, the third is found after the ſame manner from the firſt two conſidered as one member, as the ſecond member was found from the firſt; which may be eaſily underſtood from what was ſaid of extracting the ſquare root.

§ 55. In extracting roots it will often happen that the exact root cannot be found in finite terms; thus the ſquare root of a^2+x^2 is found to be

$$a+\frac{x^2}{2a}-\frac{x^4}{8a^3}+\frac{x^6}{16a^5}-\frac{5x^8}{128a^7}+, \ \&c.$$

The operation is thus;

$$a^2+x^2\left(a+\frac{x^2}{2a}-\frac{x^4}{8a^3}+\frac{x^6}{16a^5}-, \ \&c.\right.$$

$$\begin{array}{l}
a^2 \\
\hline
\left.2a+\frac{x^2}{2a}\right) * + x^2 \\
\left.\times\frac{x^2}{2a}\right) = x^2+\frac{x^4}{4a^2} \\
\hline
\left.2a+\frac{x^2}{a}-\frac{x^4}{8a^3}\right) - \frac{x^4}{4a^2} \\
\left.\times-\frac{x^4}{8a^3}\right) = -\frac{x^4}{4a^2}-\frac{x^6}{8a^4}+\frac{x^8}{64a^6} \\
\hline
\qquad\qquad +\frac{x^6}{8a^4}-\frac{x^8}{64a^6} \\
\qquad\qquad \&c.
\end{array}$$

After

マクローリン (1761 年版) の 1 頁.

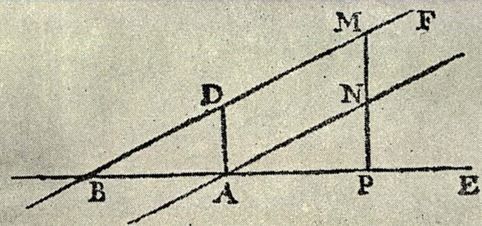
$\sqrt{a^2+x^2}$ を開平によって，器械的に級数に展開しているところ.

Chap. 1. ALGEBRA. 305

dimenſion only, the points M muſt be all found in a ſtraight line conſtituting a given angle with AE.

Suppoſe, for example, that the equation given is $ay - bx - cd = 0$, and that the *locus* is required.

Since $y = \frac{bx+cd}{a}$, it follows, that, APM being a right angle, if you draw AN making the



angle NAP ſuch that its coſine be to its ſine as a to b; and drawing AD parallel to the ordinates PM, and equal to $\frac{cd}{a}$, through D you draw DF parallel to AN, DF will be the locus required. Where you are to take AD on the ſame ſide of the line AE, with PN, if bx and cd have the ſame ſign, but on the contrary ſide of AE if they have contrary ſigns.

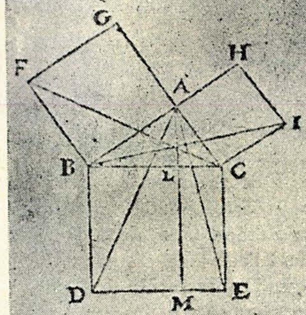
§ 9. Thoſe curves whoſe equations are of *two* dimenſions conſtitute the *ſecond order* of lines, and the *firſt kind* of *curves*. Their interſections

マクローリン(1761年版)の１頁.
１次方程式と直線との関係.

D'EVCLIDE, LIV. I. 89

THEOR. XXXIII. PROPOS. XLVII.

Aux triangles rectangles, le quarré du coſté qui ſouſtient l'angle droict, eſt égal aux quarrez des coſtez qui contiennent le meſme angle droict.



Hypoth.
au △abc
<bac *eſt* ⊥,

Req. à demonſtr.
□.bc 2|2 □.ab + □.ac.

Preparation.

46.1	bc *eſt* □.bc,
46.1	af *eſt* □.ab,
46.1	ai *eſt* □.ac,
31.1	am = bd II ce,
p.1	ad,ae,bi,cf *ſnt* —.

Demonſtr.

hyp.	<bac *eſt* ⊥,
conſtr.	<bag *eſt* ⊥,
14.1	gac *eſt* —.
d. α	bah *eſt* —,
conſtr.	∠dbc & abf *ſnt* ⊥;
12.a.1	∠dbc 2|2 ∠abf,
	∠abc *commun. add.*
2.a.1	∠abd 2|2 ∠fbc. β
	aux △; abd & fbc
29.d.1	ab 2|2 bf,
29.d.1	bd 2|2 bc,
β	∠abd 2|2 ∠fbc,
4.1	△abd 2|2 △fbc. γ
41.1	▭blmd 2|2 2△abd,
41.1 1.nota	□af 2|2 2△fbc,
6.a.1	▭blmd 2|2 □af. δ
d. γ 2.nota	△ace 2|2 △icb,
d. δ	▭clme 2|2 □ch,
concl. 2.a.1	□bc 2|2 □af + □ai.

Hérigone: Cursus mathematicus の１頁
(次頁を見よ).

(1746)出版されて，一新紀元を作り，ドイツ語，オランダ語にも翻訳されたのである．

30.　最後に，**幾何**学書に移ろう．17世紀以来の幾何学の中には，ユークリッドに忠実なるものもあったが，またたといその名はユークリッドであっても，その記述において，記号および数式を採用したものも多かった．その目的とするところはユークリッドの記述を簡潔にするにあったが，その記号は人々によって容易に一定しなかったのである．

われわれはまずパリ出版の

Pierre Hérigone: Cursus mathematicus (1634-37)

の中からの１頁を抜萃しよう．この書にあっては

<table>
<tr><td colspan="2">これはピタゴラス定理である．ここに一部分を現代的に訳して見よう．(引用命題の番号は省く)．</td></tr>
<tr><td>〔左　側〕</td><td>〔右　側〕</td></tr>
<tr><td>〔図〕
仮　設
三角形 ABC において，
角 BAC は直角である．
証明を要すること．
BC 上の正方形
＝AB 上の正方形
＋AC 上の正方形．

準　備
BE を BC 上の正方形，
AF を AB 上の正方形，
AI を AC 上の正方形とし，
AM を BD(あるいは CE)に平行に引き，
直線 AD，AE，BI，CF を引け．</td><td>証　明
角 BAC は直角である．
角 BAG は直角である．
GAC は直線である．………………α
BAH は直線である．
角 DBC および ABF は直角である．
角 DBC は角 ABF に等し．
角 ABC を両方に加えよ
角 ABD は角 FBC に等し．………β
三角形 ABD と FBC とにおいて，
AB は FB に等し．
BD は BC に等し．
角 ABD は角 FBC に等し．
三角形 ABD は三角形 FBC に等し．……………………………γ
〔以下省略する.〕</td></tr>
</table>

前頁の挿図の訳文

＝は‘平行’，II は‘あるいは’，2|2 は‘等し’

の符号として用いられる．エリゴヌの書は全然記号的に書き上げられた．(それがむしろ極端にまで達しているために，読みにくいと思われるので，私はここにその訳文を添えることにした)．彼はその序文において，‘私は何らの言葉を用いずに，簡単にして明晰なる証明を与える一つの新方法を発見した’と自負している．

オートレッドに至っては，記号の数においてエリゴヌを超えた．オートレッドの後継者として，記号的なウォリスの円錐曲線論が出版されたとき，哲学者ホッブスは非難した．

‘あなたの円錐曲線論は，符号のかさぶたで蔽われているので，証明が正しいのか誤っているのかを，調べて見る辛抱が，私にはできないのです．’

第二の実例として，ケンブリッヂのバーローの“ユークリッド”(1655，ラテン語)の英訳 Barrow: Euclide's Elements (1660)中の符号とその１頁とを掲げる．バーローの用いた符号は，ほとんどオートレッドのものをそのまま襲用したのであった．

しかしながらわれわれが考察しつつある時代の幾何学書は，大部分はユークリッド的のものでなく，かえってそれは全然内容を異にしたところの，実用本位のものであったのである．

ここにその一例として，ル・クレルクの著作の二つすなわち

Le Clerc: Pratique de la géométrie sur le papier et sur le terrain (1682).

Le Clerc: Traité de géométrie (1690).

を挙げよう．

著者は，前者においては，まず序論として幾何学の概念を与えた後に，

定規とコンパスによる作図．平面図形の作図．円に内接する多角形．円に外接する多角形．比例線．

The Explication of the Signes or Characters.

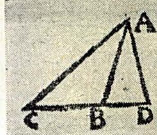
	Signifies
$=$	Equall.
$\sqsubset$	Greater.
$\sqsupset$	Leſſer.
$+$	More, or to be added.
$-$	Leſſe, or to be ſubtracted.
$-:$	The Difference, or Exceſſe; Alſo, that all the quantities which follow, are to be ſubtracted, the Signes not being changed.
x	Multiplication, or the Drawing one ſide of a Rectangle into another. The ſame is denoted by the Conjunction of letters; as $AB = A \times B$.
$\surd$	The Side or Root of a Square, or Cube, &c.
Q & q	A Square.
C & c	A Cube.
Q.Q.	The ratio of a ſquare number to a ſquare number.

Other Abbreviations of words, where ever they occurr, the Reader will without trouble underſtand of himſelf; ſaving ſome few, which, being of leſſe generall uſe, we referr to be explained in their own places.

Barrow: Euclide's Elements(1660)に用いた記号.

EUCLIDE'S *Elements.* 47

PROP. XII.



In obtuſe-angled triangles ABC, *the ſquare that is made of the ſide* AC *ſubtending the obtuſe angle* ABC *is greater then the ſquares of the ſides* BC, AB *that contein the obtuſe angle* ABC, *by a double rectangle conteined under one of the ſides* BC, *which are about the obtuſe angle* ABC, *on which ſide produced the perpendicular* AD *falls, and under the line* BD, *taken without the triangle from the point on which the perpendicular* AD *falls to the obtuſe angle* ABC.

I ſay that ACq = CBq + ABq + 2 CBxBD.

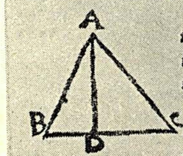
For theſe are all equall { ACq. ª CDq + ADq. ᵇ CBq + 2 CBD + BDq + ADq. CBq + 2 CBD + ᶜ ABq.　　a 47. 1. b 4. 2. c 47. 1.

Scholium.

Hence, *the ſides of any obtuſe-angled triangle* ABC *known, the ſegment* BD *intercepted betwixt the perpendicular* AD *and the obtuſe angle* ABC, *as alſo the perpendicular it ſelf* AD *ſhall be eaſily found out.*

Thus. Let AC be 10, AB 7, CB 5. Then is ACq 100, ABq 49, CBq 25. And ABq + CBq = 74. Take that out of 100, then will 26 remain for 2 CBD. Wherefore CBD ſhall be 13; divide this by CB 5, there will 2 3/5 be found for BD. Whence AD will be found out by the 47. 1.

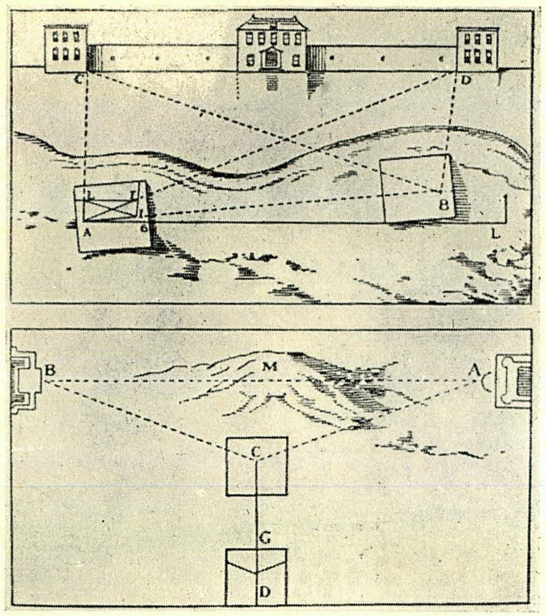
PROP. XIII.



In acute-angled triangles ABC, *the ſquare made of the ſide* AB *ſubtending the acute angle* ACB, *is leſſe then the ſquares made of the ſides* AC, CB *comprehending the acute angle* ACB *by a double rectangle conteined under one of the ſides* BC, *which are about the acute angle* ACB, *on which the perpendicular* AD *falls, and under the line* DC *taken within the triangle from the perpendicular* AD *to the acute angle* ACB.

I

Barrow: Euclide's Elements(1660)の1頁.



平板測器の使用
Le Clerc: Traité de géométrie(1690) より.

を取扱った.

そして後の書においては

定義. 幾何の原則(公理, 証明の方法などの概念). 直線の応用と簡単な作図. 面積を変えないように図形を変ずること. 図形の等分. 図形に関する計算. 面積などの測定. 数値三角法. 立体とくにその測定. 測量.

について, 具体的に説明を加えている.

ゴブラン学校の教授であり, ことに高名な図案家たる著者の筆は, これらの書をして, 教室においても工場においても使用されうるものとした. それゆえに18世紀の末に至るまで, これらの書は教育者の間に, 教授の資料として広く使用され, 前者のごときは少くとも五カ国語に翻訳されたのであった.

18世紀の中葉に至って, クレーローの幾何入門

Alexis Claude Clairaut

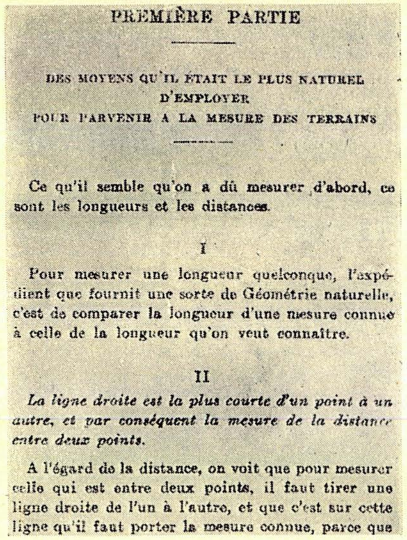
Clairaut: Éléments de géométrie (1741)

が出版された. これは著者が, シャトレー夫人に幾何学の初歩を知らせるために書かれたものとも言われ, 程度の甚だ低い本であった. 事実, 算術初歩の理解さえあれば, 他になんらの予備知識なしに, 容易に理解しえられるように, この書は作られている. (この書は全部言葉のみで書かれ, ホッブスのいわゆる'符号のかさぶた'を, どこにも見出しえないのである!)

クレーローはその序において, 公理や一般的原則をもって幾何学を始めることの, 無味乾燥なるを説いた. そして当時の実用幾何学書が, 必要欠くべからずと思われる多くの命題を, まず最初に一纏めにして述べてから, しかる後に応用を説いていることを非難した. なぜなら, それは抽象的命題を先にして, 感覚的・具体的のものを後にすることになるから.

つぎに著者は幾何学の学習は, 必然的に発生的方法によらざるべからざるを力説し, それによってこそ創造的・発見的精神の養成が比較的容易なるを高調する. しかもそれがためには直観を重んじて, 論理の偏重を避けねばならぬ. 昔ユークリッドの時代には, 自明の真理を否定するを誇りとしたところの, ソフィストを克服せしめねばならぬ必要上, '相交る二円は同じ中心を有しない' などいう命題を, わざわざ証明しなければならなかったのである. 今日ではたんなる良識(bon sens)で直ぐに決定できることを, いちいち推論して行くことは, 時間の空費に過ぎない. それは真理を不明にし, 読者を厭がらせるのみである. ——これがクレーローの根本思想であった.

かくて彼はこの書を



PREMIÈRE PARTIE

DES MOYENS QU'IL ÉTAIT LE PLUS NATUREL
D'EMPLOYER
POUR PARVENIR A LA MESURE DES TERRAINS

Ce qu'il semble qu'on a dû mesurer d'abord, ce sont les longueurs et les distances.

I

Pour mesurer une longueur quelconque, l'expédient que fournit une sorte de Géométrie naturelle, c'est de comparer la longueur d'une mesure connue à celle de la longueur qu'on veut connaître.

II

La ligne droite est la plus courte d'un point à un autre, et par conséquent la mesure de la distance entre deux points.

A l'égard de la distance, on voit que pour mesurer celle qui est entre deux points, il faut tirer une ligne droite de l'un à l'autre, et que c'est sur cette ligne qu'il faut porter la mesure connue, parce que

Clairaut: Eléments de géométrie (1741)の1765年版を原本とした普及版(1920)から.
(この普及版は今日僅かに6フランで求めうる.)ここに次頁の図と合せて，最初の3頁を掲げる.

1. 地上の測量を行うに用いるもっとも自然的な方法.
2. 直線図形を比較する幾何学的方法.
3. 円の測定とその性質.
4. 立体とその表面積の測定.

の四章に分けたが，そこには定義とか，公理とか，定理などと，いちいち判然と書き上げたり，多角形とか円とかと截然たる章目を置くことを全廃して，自然の間に幾何学知識を学びうるように書かれたのであった．私はここに，最初の3頁の全訳を掲げて，この書の性質を明らかにしたいと思う.

天才クレーローの仕事は，幾何学初歩においても，じつに革命的であった．それはドイツ，オランダ，ポーランド等の国語に訳され，ドイツのリッテル・

第　1　部

土地の測量を行うに用いるもっとも自然的な方法

まず測定しなければならないと思われるものは，長さと距離である.

I.

任意の一つの長さを測るために，幾何学でする自然的な工夫は，これから知ろうとする長さを，既に知られた寸法に較べることである.

II.

直線は一点から他の一点へのもっとも短い路である．それだから，それは二点間の距離を測る量である.

距離ということについて，二点間の距離を測るためには，その一点から他の点へと，一つの直線を引く必要がある．そしてこの直線の上に，長さの知れた直線の寸法を載せるのである．なぜこの直線の上に載せるかと言うに，他の線には必らず多少の迂曲があるから，迂曲のない直線よりも長いからである.

III.

一つの直線が他の一つの直線上に引かれて，どの側にも傾かないようになっている時，初めの直線は後の直線に垂直である.

一点から他点への距離を測る以外に，また一点から一直線への距離を測らねばならない事が，しばしば起るのである．たとえばある人が河岸の一点Dにあって(第1図)，対岸ABまでの距離を知りたいとする．この場合に，求めんとする距離を測るには，点Dから直線ABに引き得る直線DA，DB等々の中で，もっとも短い路を採用せねばならないこと明らかである.

さてわれわれが要求するところのもっとも短い線は，Aの方にもBの方にも傾かないような直線DCであることは，容易に見られるところである．この直線DCにこそ，われわれが垂直という名を与えたのである．つぎに，点Dから直線ABへの距離DCを知るには，直線DCの上に既知の寸法を持ち来らねばならない．しかし直線DCの上にこの寸法をおくためには，この直線DCを適当に引いて置かねばならぬ．それでわれわれは垂線を引く方法を知る必要がある.

IV.

矩形とは，その辺が互に垂直な四つの辺を持つ図形である．そして正方形とは，四辺が等しい矩形のことである.

こう言う図形は他のいろいろな機会にも画く必要がある．たとえばABCD，FGHI(第2図，第3図)の形は矩形と呼ばれたもので，おたがいに垂直な四つの辺からなっているが，この形は整然としているために，家にも，家の内にも，庭にも，部屋にも，壁にも，よく使用されるのである.

〔矩形と正方形の定義が終ってから，垂線を引く方法に入るのであるが，以下省略する.〕

toutes les autres faisant nécessairement un détour plus ou moins grand, sont plus longues que la ligne droite qui n'en fait aucun.

III

Une ligne qui tombe sur une autre, sans pencher sur elle d'aucun côté, est perpendiculaire à cette ligne.

Outre la nécessité de mesurer la distance d'un point à un autre, il arrive souvent qu'on est encore obligé de mesurer la distance d'un point à une ligne. Un homme, par exemple, placé en D sur le bord d'une rivière (fig. 1), se propose de savoir combien

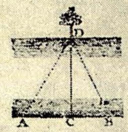


Fig. 1.

il y a du lieu où il est à l'autre bord AB. Il est clair que, dans ce cas, pour mesurer la distance cherchée, il faut prendre la plus courte de toutes les lignes droites DA, DB, etc., qu'on peut tirer du point D à la droite AB. Or il est aisé de voir que cette ligne, la plus courte dont on a besoin, est la ligne DC, qu'on suppose ne pencher ni vers A, ni vers B. C'est donc sur cette ligne, à laquelle on a donné le nom de perpendiculaire, qu'il faut porter la mesure connue, pour avoir la distance DC, du point D, à la droite AB. Mais on voit aussi que, pour poser cette mesure sur la ligne DC, il faut que cette ligne soit préalablement tirée. Il était donc nécessaire qu'on eût une méthode pour tracer des perpendiculaires.

IV

Le rectangle est une figure de quatre côtés perpendiculaires les uns aux autres, et le carré est un rectangle dont les quatre côtés sont égaux.

On avait encore besoin d'en tracer dans une infinité d'autres occasions. On sait, par exemple, que la régularité des figures telles que ABCD, FGHI (fig. 2 et 3), appelées rectangles, et composées

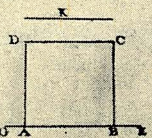


Fig. 2.

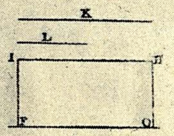


Fig. 3.

de quatre côtés perpendiculaires les uns aux autres, engage à donner leurs formes aux maisons, à leurs dedans, aux jardins, aux chambres, aux pans de murailles, etc.

アカデミーでは，これを教科書に採用したところもあったのである．

しかしながらこの書は事実上フランスにおいても，一般的には余りに成功しえなかった．19世紀に入って，人はこの書を忘れ去ったかの感じがする．しかしながらクレーローこそ，ユークリッドに対する最大なる反逆者であったのだ．いまこそわれわれは真に彼を評価しうる時代にある．クレーローの再批判こそ，数学教育者にとって興味ある一つの課題であろう．

第3章　教育の転形時代・数学教科の確立

——1750年頃より1840年頃に至る——

転形期における数学の役割・ルッソーおよびペスタロッチ

31.　いまやわれわれはフランス革命を中心とする時代に到達した．この大革命こそ，直接・間接に，数学教科の確立を促したものである以上，われわれはまずそれについて考察すべき十分の理由を持つのである．

イギリスの自由主義と自然科学がフランスに入ったとき，それはフランスの合理的精神ならびに社会状勢と結びついて，一層大胆に働いた．啓蒙哲学はフランスによって世界の力となった．この啓蒙のためにこそ，数学界の巨人等は，その労を惜しまなかったのである．

かくてフランスの指導的数学者ダランベールは，ヂドローと共に，“百科全書”(1751以来)の編輯に従事し，その名高い序説のほかに，数学的項目の大部分を，彼自ら執筆した．スウィス生れの国際的大数学者オイレルは，ドイツ皇女への手紙(1768)を書き，さらに初学者のために懇切なる初等数学書を作った．オイレルの代数は，ラグランジュの増補を添えて，ベルヌーヰの仏訳するところとなった．

哲学者コンヂャックは児童のために，“計算の言葉”を書き，コンドルセーは一歩を進めて，“確実にしかも迅速にできる勘定の学び方”を，死の床の上に残した．ルジャンドルは学生のために初等幾何学を，ラプラースは素人のために通俗的な天文学書を綴った．——それはじつに驚くべき時代であったのである．

当時絶対王政のもとに組織されたる封建的統制は，フランスの小農民をして悲惨な生活を送らしめたのみではなかった．それは産業の発展上，ブルジョアジーにとってもまた大なる障害であった．それゆえに財政が危機に瀕し，経済

百科全書の同人

(中央，上より)　d'Alembert, Diderot.

(左側，上より)　Voltaire, Rousseau, Daubenton, Lamarck, Monge, Condorcet, Dumarsais.

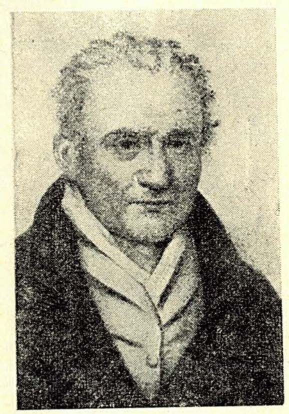
(右側，上より)　Buffou, Necker, Vicq d'Azyr, Thouin, Roland de la Plantière, Marmontel, Gaillard.

界が恐慌をきたし，重税の上に重税を重ねられたとき，人は正義への熱望と同時に，支配階級に対する憎悪の念に燃えた．啓蒙哲学者は社会改革の理論的指導者として立ち上がったのである．

特権階級の攻撃に，君主権の批判に，僧侶の痛撃に用いられた理論闘争の武器として，科学は重大なる役割を演じた．——それは‘迷信’に対する‘科学’の名において，また‘暴政’に対する‘自然法’の名において．いまや‘理性’の名において，数学さえも立ち上がった．われわれはここに‘神の啓示に代って，その位地を占領した’確率論を使用して，‘代数学の炬火によって倫理学および政治学を照さん’と宣言した，コンドルセーその人を見出すのである．

ついに大革命の嵐がきた(1789)．

革命の最中に，フランスが諸国から軍事的侵入を受けたとき，フランスの科学と数学は，国防のために闘わざるをえなかった．かつて王権のもとにあった軍事的技術学校の出身者——数学者ラザル・カルノーとモンジュを代表とせる——は，異常なる奮闘を開始したのであった．ジャコバン党が没落し，恐怖の日が去ってから，革命によって潰滅に帰した旧教育の廃墟の上に，軍事的技術学校エコール・ポリテクニクが建てられた(1794)．数学，力学，物理，化学，図画を主要学科とせるこの学校は，‘彼らの父’モンジュらの努力によって，異常なる成功を奏した．それは正に，——設立者たる‘愛国的’科学者が，好んで呼んだように，——‘真正なる革命学校’であった．



Gaspard Monge

ナポレオンの時代に入るや，一切の科学を生産の道具と見た彼れナポレオンは，この学校に対して非常の関心を持ったのである．

‘この学校の成功は驚嘆すべきものがあった．……じつにその学生らは，異常なる要求

の時機において，兵事に関する一切の科学的技師を供給した．すべての土木工事，城堡，造兵工廠，都市，道路，造船，鉱山の改良——一言でいえば，ナポレオンの大改善の大部分は，彼らの手によって遂行されたのである．ナポレオンはこの学校の価値をよく知っていた．——彼はこれを“黄金の卵を生む牝雞”と呼んだ.’

それはひとり軍事的・技術的・実践的方面においてのみでなく，数学，物理学，工学等の研究において，またその教授方法において，それはじつに‘世界第一の学校’であり，‘ヨーロッパの羨望’に値したのであった．(見よ．その出身者の中から，人はビオー，アラゴー，ポアッソン，ポンスレー，ジュパン，コーシーらを指摘しうる)．かくて数学・科学の実践的価値は，エコール・ポリテクニクを通じて，ヨーロッパおよびアメリカの人々に認識されたのであった．

フランス革命は，ヨーロッパの社会の上に，思想の上に，種々の意味において，甚深なる影響を与えた．それは国々の状勢によって，その実現に至るまでの過程において，大なる相違を見るけれども，究極において，中等学校における数学科の確立は，この革命を転機として遂行されたのである．

32.　革命を中心とするこの重大なる時代こそ，またじつに教育界の二巨人——ルッソー(1712-1778)およびペスタロッチ(1746-1827)——を生んだ時代であった．

ルッソーは偉大なる理論闘争家の1人であり，徹底せる偶像破壊者ではあったが，しかし彼は決してたんに理性的なる唯物論者ではなかった．彼は独特の地位に立っている．

ルッソーにしたがえば，社会は全然改造されねばならぬ．それがためには，人々が新しい健全な自由人とならねばならぬ．特殊階級の人としてではなく，何よりも先きに，一個の人間たらねばならない．かかる人間はいかにして教養されるか？　それには自然を純粋に発展せしめ，人はまったく自然に仕えねばならない．近きより遠きに，また単純より複雑に，確実なる道を進まねばなら

Rousseau: Émile の扉絵
(1780 年ジュネーヴ版)

ないのである．

この精神は，自らルッソーの数学教育観を決定する．“エミール”の一節を読むがよい．

‘まず正確な図形を描けその図形を一緒に結合せよ，その図形を一つずつ他の上に重ねよ，図形の間の関係を吟味せよ．そうすればたんに重ね合せるほかには，定義も，問題も，あらゆる他の証明の形式も必要なしに，一つの観察から他の観察へと進んで行く中に，初等幾何学の全部を発見するであろう．

私自身としては，私はエミールに向って幾何学を教えるとは言わない．

エミールこそ私に幾何学を教へるだろう．私が関係を探して，彼がそれを発見するのだ．なぜなら，私は彼に関係を発見させるように，それを探すのだから．

たとえば，コンパスを用いて円を描く代りに，私は軸の上に廻る糸の端に鉛筆を結び付けて円を描く．さてそれから私が半径を互に比較しようと試みる時に，エミールは私を嘲笑いながら，十分引張られた同じ糸は，不平等な距離を与える筈がありえないということを，私に示すであろう.'

何んと言う美わしい自然の詩であろう．そこには数学の生活化，遊戯化，実験実測がある．作業の精神と直観の高調，融合統一と自発的指導――人は"エミール"において，数学教育の現代的精神を見出しうるであろう．

ペスタロッチに至っては，より多く宗教的・道徳的なると同時に，一面において実際教育家として立っている．革命以前の封建的階級社会に生れた彼もまた，人間の解放を叫ぶ．人は一個の人間たることを教えられねばならぬ．そしてそれがためには，たんなる技能と智識の教育であってはならないと，彼は力説する．

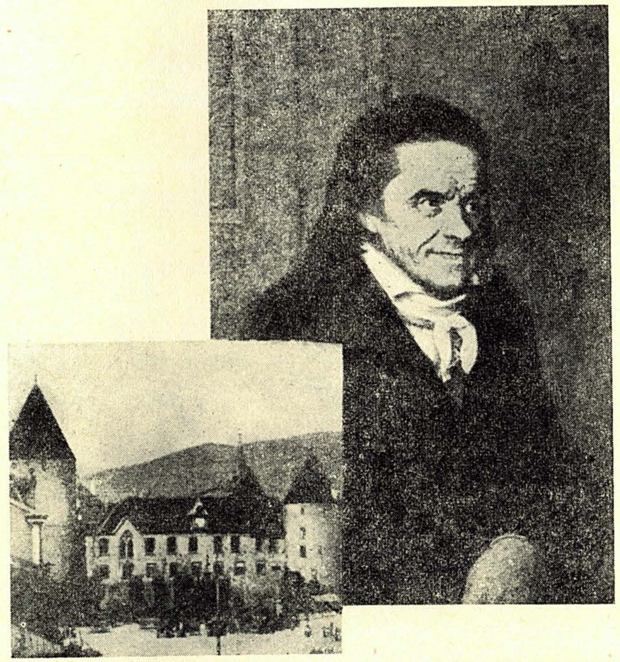
'そういう方法も，またよい仕立屋や，靴屋や，商人や，兵士を作り出しうることを否定しない．しかし自分が異議を立てるのは，それが"1人の仕立屋"もしくは"1人の商人"を作りうるのだというところにある．彼らは，言葉のより高い意味において，"1人の人間"なのである.'

しからば人間教育とは何か．ペスタロッチにしたがえば，それは内なる一切の力の調和完成にある．それゆえに，'およそ宗教ならびに道徳にとって本質的な，諸々の感情を発生させる萌芽が，同時にまた私の教授法の全精神を生む萌芽でもあるのである．すなわちそれはまったく嬰児と母親との間の自然的関係に根ざすものである．本質的に，それは揺籃期からして，この自然的関係に教授を結び付けるところの術である.'

かくて彼の数学教育は，児童の感覚的印象をもって始められる．"ゲルトルードはいかにしてその子を教えるか"(1801，再版 1820)において，彼はそれについて語っている．

'形の教授は，形を有する事物の感覚的印象の意識によって先き立たれる.'それはまず'測量の術'から始めるのであるが，それには'形のイロハ(直観のイロハ)'(ABC der Anschauung)を予想する．'直観のイロハ'とは，正方形を垂直および水平の位置に引いた多数の直線で区分したものである．'かく直線によって正方形を区分すれば，そこに，あらゆる角ならびに円およびすべての弧を明瞭ならしめ，かつそれを測るための一定の形を生ずるであろう．私はその全体を，直観のイロハと呼ぶのである.'

測量のつぎに'描き方の術'(図画)が，そのつぎに'書き方の術'(習字)がくるのである．じつにペスタロッチにあっては，感覚的印象から幾何図形と



Pestalozzi とイヴェルドンの学校

その測定に親しみ，図画と習字は幾何学的概念の適用として教えられるのである！

つぎに，‘われわれの方法によって児童に算術を教えるに当っては，ただたんに　…われわれが最初，測量，図画および書き方の基礎として使用したところの，その直観のイロハを用いる方法によるだけのことである.’ここに彼の‘数図’が顕れる．それゆえに，‘児童の計算力は，もっとも明瞭，もっとも正確なる感覚的印象の結果である．そして，それはその明瞭性によって，児童を真理にまで導き，かつ真理の感受性にまで導くのである.’[1]

ルッソーとペスタロッチとは，教育に力を与え，生命を吹き込んだ．数学教育においても，彼らはまた種蒔く人であった．固より彼らにも大なる短所はある．ペスタロッチの‘直観のイロハ’や‘数図’の幼稚さを指摘し，ルッソーの夢幻性を批難するは容易であろう．しかしながら，‘自然’と‘直観’こそ，20世紀初頭における数学教育改造運動の生命とするところではなかったか．今日においても，われわれは再び彼らを視直す必要があると思う．

フ　ラ　ン　ス

33.　18世紀の前半から，数学的科学の勃興とその普及を見たフランスは，初等数学書の上にも，力作の続出を見せてきた．われわれはすでにクレーローの幾何(1741)および代数(1746)のごとき，開発的方法によって書かれた名著に接したが，また天文学者ド・ラ・カイユ(1713-1762)の著

De La Caille: Leçons élémentaires de mathématiques(1741)

は，教科書として諸学校に採用され，イタリー訳のみならず，ラテン訳さえも現われた程であった．この書における算術は，やや理論的であって，一方商業

(1)　詳しく本源的のものに接したい読者は，次の書に拠られたい．
Pestalozzi: ABC der Anschauung oder die Anschauungslehre der Massverhältnisse (1803).
Pestalozzi: Anschauungslehre der Zahlenverhältnisse(1803-04).
Herbart: Pestalozzis Idee eines ABC der Anschauung(1802).

De La Caille

Etienne Bezout

算術の低級なる著述を駆逐すると同時に，将来におけるいわゆるフランス流の理論算術への傾向を暗示するものがあった．

代数学者ベズー(1730-1783)の著

Etienne Bezout: Cours de mathématiques à l'usage des gardes du pavillon et de la marine(1764-69).

Etienne Bezout: Cours de mathématiques à l'usage du corps de l'artillerie(1770-72)

は，名著として広く行われたが，算術は，応用よりも理論を主とする傾向が一層濃厚となり，方程式の理論に深入りするようになった．

間もなくオイレルの代数が，ドイツ語版(1771)から訳された．

Léonard Euler: Élémens d'algèbre (1774).

これはダランベールの推薦のもとに，ベルリンの天文台長ジャン・ベルヌーイ(III)の訳に係わり，ラグランジュの附録を添えたところの，初等的な，しかしながら一代を動かしたところの著述であった．(詳しくは第40節を見よ.)ここにその2頁を載せておく．

さらにダランベールは，Encyclopédie méthodique の中で，数学の各部門にわたっ

160 *ÉLÉMENS*

CHAPITRE XXI.

Des Logarithmes en général.

220.

EN reprenant l'équation $a^b = c$, nous commencerons par remarquer que dans la doctrine des logarithmes on adopte pour la racine a un certain nombre pris à volonté, & qu'on ſuppoſe que cette racine conſerve invariablement la valeur adoptée. Cela poſé, on prend l'expoſant b tel, que la puiſſance a^b devienne égale à un nombre donné c, & c'eſt alors cet expoſant b qu'on dit être le *logarithme* du nombre c. Nous nous ſervirons, pour exprimer cette ſignification, de la lettre L. ou des lettres initiales *log.* Ainſi en écrivant $b = L.c$, ou $b = log.c$, on indique que b eſt égale au logarithme du nombre c, ou bien que le logarithme de c eſt b.

Euler: Élémens d'algèbre
(1795 年版)の 1 頁

この頁は対数の定義を与えたところで，まったく現代的である．その定義こそ Euler 自らが案出した形であった．

て徹底せる説明を与えたのみならず，しばしば数学書の改造に論及した．たとえば，フランスの幾何学書が漸次ユークリッドから遠かりつつあることは，ダランベールの遺憾とするところであった．彼にしたがえば，‘凡庸なる数学者のみ’がユークリッドを排斥するのである．しかも彼は一方において，ユークリッドの欠陥を指摘し，自ら改造案を立し，第一流の学者によっての改造の必要を力説したのである．

しかしながら，かくのごとき教科書の進展と，第一流の諸学者の努力にも係かわらず，初等学校も中等学校も，ほとんど旧套を脱せんとする，なんらの用意をも示さなかった．

536 *ÉLÉMENS*

tôt $y = \pm\sqrt{\frac{1}{4}pp + q}$. Or puiſque $x = y + \frac{1}{2}p$, on a $x = \frac{1}{2}p \pm \sqrt{\frac{1}{4}pp + q}$, ainſi que nous l'avons trouvé ci-deſſus. Il ne nous reſte donc qu'à éclaircir cette regle par quelques exemples.

646.

Premiere queſtion. J'ai deux nombres; l'un ſurpaſſe l'autre de 6, & leur produit eſt 91. Quels ſont ces nombres?

Si le plus petit eſt x, l'autre eſt $x + 6$, & leur produit $91 = xx + 6x$.

Souſtrayant $6x$, il reſte $xx = 91 - 6x$, & la regle donne $x = -3 \pm \sqrt{9 + 91} = -3 \pm 10$; ainſi $x = 7$, & $x = -13$.

Rép. La queſtion admet deux ſolutions:

Suivant l'une, le plus petit nombre x eſt $= 7$, & le plus grand $x + 6 = 13$.

Suivant l'autre, le plus petit nombre $x = -13$, & le plus grand $x + 6 = -7$.

647.

Seconde queſtion. Trouver un nombre tel que, ſi de ſon quarré je retranche 9,

Euler: Élémens d'algèbre
(1795 年版)の 1 頁

2 次方程式の例題．x^2 を xx と書いてあるほか，Euler の記号はほとんどまったく現代的である．

しかしながら一方においては，学校そのものに対する徹底的批判の声が，理論的指導者によって上げられたのである．それはなによりも先きに，旧教育の破壊でなければならなかった．

ラ・シャロテーの“国民教育論”(1763)は，初等教育に関する階級制度の打破を叫んだ．

‘教育上主として考察に入るべきものは，国民の大多数の部分である．二百万人に対しては，十万人に対してよりも，より多く考えられねばなら

そしてフランスにおいて，まだ一階級をなさぬところの農民は，教育制度の上で無視されてはならない.'

彼はまたヂドロー，ダランベールらと同様に，中等教育をも批判した. われわれはもっとも痛烈なるダランベールの説を述べよう.

'人生のもっとも好ましい時代を，死んだ言語の――しかも不完全な――智識をうることに費し，それに加えて，修辞上の二，三の規則や，哲学上の幾つかの原理を学ぶとは！ そんな事こそ，人間が忘れようと勉めなければならないことなのだ！'

かくてダランベールは，

フランス語，近代語，歴史，地理，物理および実験，数学，美術，音楽

等を薦め，広い題目の中から，個人の選択に任せよと論じたのである.

ローランもまた同様の教課を薦めると同時に，さらに教育は個人および現代社会の要求に順応すべきを力説し，ひとり学問的生活への準備たるべきのみならず，商業，技術，軍事，航海などへの準備たるべきを説き，教育の国家的統制の問題におよんだのである.

34. 1789 年大革命の開始されるや，国民議会は教育の大改造を宣言した. しかもそれは'自由，博愛，平等'の名のもとに，根本的改造を必須とするとの考えから，革命議会はほとんど一切の教育機関を廃止することから，まず始めたのであった.

つぎに再建に際して，恐怖時代における初等学校の設立宣言は，ルッソー的な教育精神に富んだ実践的なる案であったが，当時の社会経済状態において，その実現は事実不可能であった. しかるに恐怖の日が去ってから実現を見た確定案(1795)は，上の案に比すれば，甚だ平凡なものとなった.

'初等学校では，読み方，書き方，算術および共和道徳を教える. ……貧困の児童には，全生徒の四分の一までは，無月謝とする.'

1799 年に初等学校用として政府の指定した算術書は，

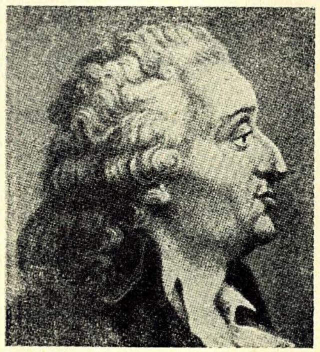
I. E. L. Develey: Arithmétique d'Émile (1795. 再版 1802)

であった. この書は基本的計算とメートル法を述べたものであるが，その中には算術教授に関するルッソー，コンヂヤック，コンドルセーらの意見が採用されていた.

中等教育の改造については，タレーラン(1791)，コンドルセー(1792)らのものが発表された.

タレーランにしたがえば，教育の目的は，人間を絶えず完全の域に進めるように，個人の利益の増進を図り，啓蒙と実践を通じて全体としての社会を進展させ，かつ過去の人類が犯した誤謬と闘争するにある. それゆえに彼は，近代的な普通の科目のほかに，法律，道徳，憲法等の吟味，人間権利の宣言，軍事教練のごときものを，課程に入るべしと説いた. 'われわれは 17 世紀の紳士を作るのでなく，フランスの未来の統治者たる市民を作るのである.'

コンドルセー案は，一切の人々に教育の均等を与えるようにし，そして'理性と判断とを陶冶し，真理を教え，近代人を作り，理智を現代の要求に適応させる'を目的とする. 彼の案は初等学校，中間学校，中等学校，高等教育および全教育の監督機関にわたっているが，その中からたんに中等学校(4 個年)の課程を抜萃すれば，つぎのごとくである. 純粋および応用数学. 実験的物理および化学. 国民史. 心理学. 論理学. 政治. 経済学および商業. 地理. 思想史. 比較解剖学. 産科および獣医的技術. 実用医学. 軍事技術. 技芸および工作の一斑. 図案，有用な技術(食物，衣服，救護，健康，保身). 興味その他の技術(絵画，彫刻，音

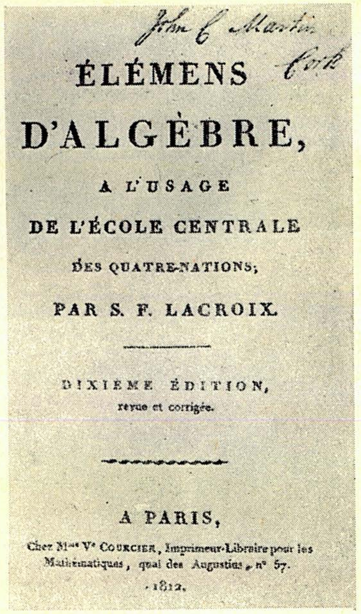


Marquis de Condorcet

楽，ダンス等々）．ラテン，ギリシヤ，
または近代語．（これらは全部を必修とするのでなく，あるものは適宜に選択させるのである.）

しかしながらかような案は，恐怖時代にあっては，事実到底実行不可能であった．そしてついに実現されたものは，ラカナルの案たる**エコール・サントラル**（中央学校）であった（1795）．それは12歳で入学させる6年制度の学校で，その課程はつぎのごとくであり，数学，自然科学を極度に重大視したのである．

第一級（2年）　図画．博物．古代語．
（許可をえて近代語）．
第二級（2年）　数学．実験物理．化学．
第三級（2年）　文法．文学．歴史．法制．

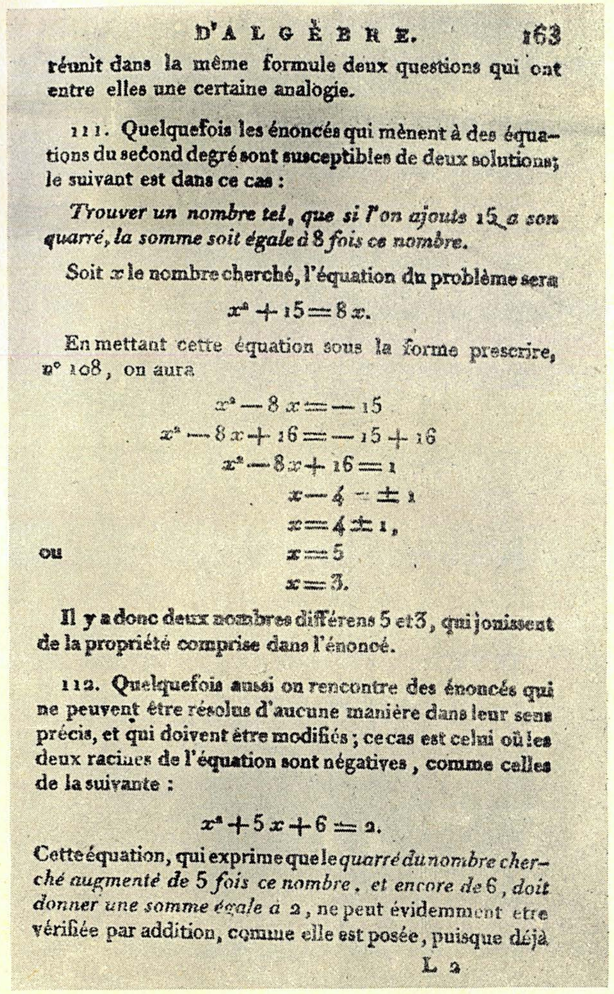

John C Martin
Cork
ÉLÉMENS
D'ALGÈBRE,
A L'USAGE
DE L'ÉCOLE CENTRALE
DES QUATRE-NATIONS;
PAR S. F. LACROIX.
DIXIÈME ÉDITION,
revue et corrigée.
A PARIS,
Chez Mme Ve COURCIER, Imprimeur-Libraire pour les Mathématiques, quai des Augustins, n° 57.
1812.

フランス革命時代の中等教科書
Ecole Centrale des Quatre-Nations の教科書用に書かれた Lacroix: Élémens d'algèbre (1796)の第10版の扉.

エコール・サントラルはその校数において，その教師の数において，その設備において，大なる理想のもとに企図されたものであった．しかしながら革命時における経費，良教師および教科書の不足等々は，ついにこの学校を失敗に終らしめたのである．

その短き存在の間に，エコール・サントラルが残した賜物は，じつに‘数学と科学の価値を，一般人に認識させたところにある.’私はここに，同校の数学教授としてのラクロアの努力を，追想せざるをえないものである．

35.　さて恐怖の日が去ってから，革命中に，われわれは第一流の初等数学書の出版を見るのである．すなわちオイレルの代数は，1795年，1798年，等に版


D'ALGÈBRE.　163

réunit dans la même formule deux questions qui ont entre elles une certaine analogie.

111. Quelquefois les énoncés qui mènent à des équations du second degré sont susceptibles de deux solutions; le suivant est dans ce cas :

Trouver un nombre tel, que si l'on ajoute 15 à son quarré, la somme soit égale à 8 fois ce nombre.

Soit x le nombre cherché, l'équation du problème sera

$$x^2+15=8x.$$

En mettant cette équation sous la forme prescrite, n° 108, on aura

$$x^2-8x=-15$$
$$x^2-8x+16=-15+16$$
$$x^2-8x+16=1$$
$$x-4=\pm 1$$
$$x=4\pm 1,$$
$$x=5$$
ou
$$x=3.$$

Il y a donc deux nombres différens 5 et 3, qui jouissent de la propriété comprise dans l'énoncé.

112. Quelquefois aussi on rencontre des énoncés qui ne peuvent être résolus d'aucune manière dans leur sens précis, et qui doivent être modifiés; ce cas est celui où les deux racines de l'équation sont négatives, comme celles de la suivante :

$$x^2+5x+6=2.$$

Cette équation, qui exprime que le *quarré du nombre cherché augmenté de 5 fois ce nombre, et encore de 6, doit donner une somme égale à 2*, ne peut évidemment être vérifiée par addition, comme elle est posée, puisque déjà

L 2

Lacroix: Élémens d'algèbre (1810年版)の1頁
2次方程式の例題である．Lacroix は公式の乱用を避けた．懇切なる彼の説明振りを見よ．

を重ねた，ルジャンドルの幾何(1794)は刊行された．(詳しくは第37節を見よ.)さらに

Clairaut: Éléments d'algèbre. 5版(1797)

は，ラグランジュ，ラプラースおよびビオーの筆を加え，ラクロアの改訂版として，発行されたのである．この増訂の結果として，材料は初版の2倍となり，程度もまた高くなった．

以上の名著があるにもかかわらず，エコール・サントラルの教科書として，直接数学教育の上に重大なる影響をおよぼしたものは，ラクロアの教科書

Lacroix: Cours de mathématiques à l'usage de l'École Centrale des Quatre-Nations(1796-99)

であった．それはじつに9巻よりなる．その最初の4巻は，

Traité élémentaire d'arithmétique.

Élémens d'algèbre.　Élémens de géométrie.

Traité élémentaire de trigonométrie recti-ligne et sphérique, et d'application de l'algèbre à la géométire.

であり，それに代数補充，幾何補充(画法幾何学その他)，微積分初歩(1)，一般教育論とくに数学教授法，および確率論が続くのである．私はここにただ彼の代数および幾何のみについて，一言しようと思う．

まず彼の代数——私はその第10版(1812)によった——の内容は，つぎのごとくである．

算術から代数に移る準備，記号(1頁より)．方程式，1元1次方程式(15頁より，以下'より'を省く)．式の簡約(31頁)．代数式の加減乗除(32頁)．分数(66頁)．二つの未知数を有する問題および負量(80頁)．多元1次方程式(114頁)．1元2次方程式(134頁)．平方根(180頁)．指数，2項定理

(1) こゝまでの7巻が講義の目的に作られたのであり，これに続く2巻は附録的のものであった．ラクロアにはほかに3巻より成る大部の"微積分学"の著がある．

(187頁)．根(209頁)．2項方程式(222頁)．2次に帰する問題(228頁)．根の計算(231頁)．分数指数(243頁)．一般方程式の理論(246頁)．消去法(258頁)．数値方程式解法，近似解法(272頁)．比例および級数(312頁)．指数および対数(331頁)．利息算(349頁)．

この代数は，クレーローの感化のもとにあって，開発的に編まれている．たとえばもっとも簡単な方程式の例は，第4頁から始まり，文字と公式の意味は，そのつぎに顕われる．＋，－の記号は，最初は加減の意味にのみ用いられ，後に事実問題に関する方程式を解いて，負量が出現するところに至って，初めて数としての負数が導入される．(それは第91頁に至ってからである)．因数分解や分数計算や無理方程式などの複雑な場合は，全然含まれていない，方程式論に深入りした点——これはニュートン，マクローリン，オイレルらにおいてもみな同様である——を除けば，この書は極めて現代的に近い，優秀なる代数教科書である．

つぎにラクロアの幾何は，ダランベールの改造論(第33節)を参考したものだといわれる．したがってそれはクレーローよりも厳密であり，ややルジャンドルに近いが，定理の排列の順序は，ルジャンドルとも大差がある．その内容は

平面幾何

I. 直線と円.

基本の定義と概念．垂線と斜線．平行線(比例を含む)．直線と円．円の内接および外接多角形.

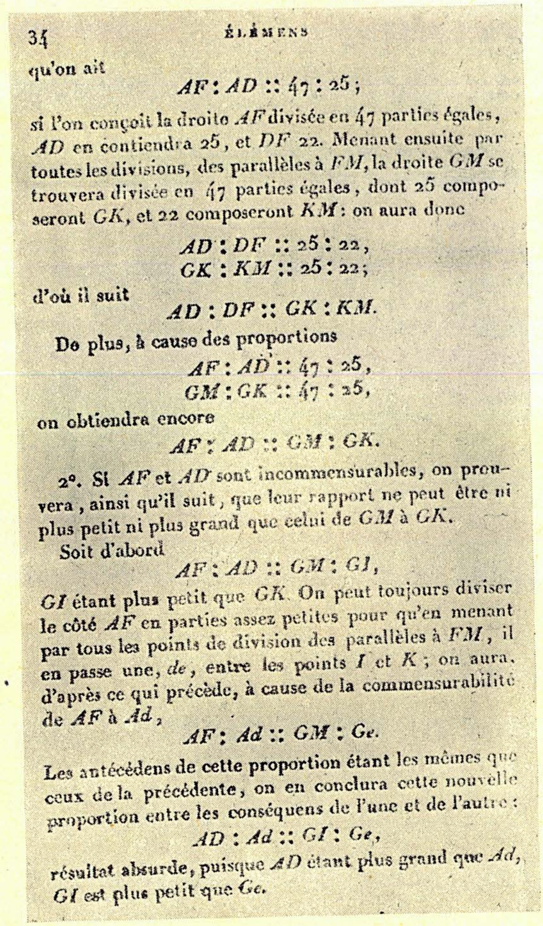
II. 多角形および円の面積.

立体幾何

I. 平面と多面体

平面と直線　多面体．多面体の体積.

II. 曲面体．曲面の比較.



34 ÉLÉMENS

qu'on ait

$$AF : AD :: 47 : 25;$$

si l'on conçoit la droite AF divisée en 47 parties égales, AD en contiendra 25, et DF 22. Menant ensuite par toutes les divisions, des parallèles à FM, la droite GM se trouvera divisée en 47 parties égales, dont 25 composeront GK, et 22 composeront KM : on aura donc

$$AD : DF :: 25 : 22,$$
$$GK : KM :: 25 : 22;$$

d'où il suit

$$AD : DF :: GK : KM.$$

De plus, à cause des proportions

$$AF : AD :: 47 : 25,$$
$$GM : GK :: 47 : 25,$$

on obtiendra encore

$$AF : AD :: GM : GK.$$

2°. Si AF et AD sont incommensurables, on prouvera, ainsi qu'il suit, que leur rapport ne peut être ni plus petit ni plus grand que celui de GM à GK.

Soit d'abord

$$AF : AD :: GM : GI,$$

GI étant plus petit que GK. On peut toujours diviser le côté AF en parties assez petites pour qu'en menant par tous les points de division des parallèles à FM, il en passe une, de, entre les points I et K ; on aura, d'après ce qui précède, à cause de la commensurabilité de AF à Ad,

$$AF : Ad :: GM : Ge.$$

Les antécédens de cette proportion étant les mêmes que ceux de la précédente, on en conclura cette nouvelle proportion entre les conséquens de l'une et de l'autre :

$$AD : Ad :: GI : Ge,$$

résultat absurde, puisque AD étant plus grand que Ad, GI est plus petit que Ge.

Lacroix: Élémens de géométrie (1799) の第 14 版(1830) の 1 頁

これはつぎの定理の証明の一部分である．'三つの平行線 AG, DK, FM は任意の二直線(AF および GM)を比例するように分つ.' すなわち

AD : DF :: GK : KM.

証明．ここに二つの場合が起る．1°．AD と AF とが公約量を有するとせよ．いまたとえば(以下この頁につづく)

である．数値と数式は最初から用いられ，巻頭の定義のつぎにきたる最初のものは，'二直線が与えられたとき，その公約数を求めること，あるいは少なくともその比の近似値を求めること' である(第 4 頁)．作図題も最初から取り入れられ，平行線の個所からすでに比例や相似形が出題する．測量その他の応用は少ないが，ルジャンドルよりも初学者向きに作られている．

ラクロアは，ラグランジュの後を継いで，エコール・ポリテクニクの教授となり，後にはソルボンヌ大学の教授となった人である．彼は数学的天才ではなかったが，数学の大なる教師であった．彼の教科書は，イギリス，ドイツ，アメリカ，ロシア，ポーランド等の国語に訳されている．

36. ナポレオンの時代となるや，教育制度は大なる組織のもとに統制された．1802 年にエコール・サントラルは全廃されて，中等学校は

(1) 国立の**リセー**

(2) 地方的の**コレージュ**および私立学校

の二種となった．

リセーでもっとも重視された課目は，ラテン語と数学であった．その他の課目に

地理，年代史，歴史(古代史，一般史，フランス史)，フランス文学，生物，天文，鉱物，物理，化学

があった．

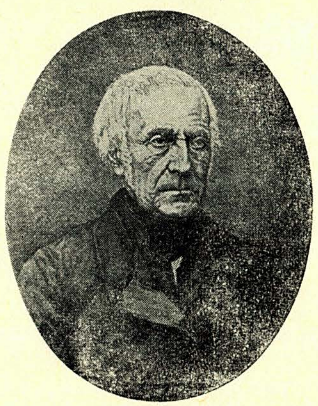
しかるにナポレオンの専政は，教育当局の保守主義と相待って，革命時代における教育改造の精神を失った．言論の上には圧迫がきた．間もなく(1809) リセーおよびコレージュの課程は，'大学に入学する学生の準備に必要なように' 改められ，その結果として，ラテン語，フランス語および数学が重要課目となり，自然科学は軽視されて，ギリシヤ語が加わった．初等学校に至っては，読み方，書き方，算術の三科目に限られ，そして地方長官は '教師がこの範囲を超えて教えないように監督する' ことを命ぜられたのである．

しかもナポレオンは職業的・産業的諸学校を重視した．エコール・ポリテクニクはもちろんのこと，技芸職業学校，鉱山学校，織物学校等々が，盛んに新設せられ，あるいは奨励された．これらの職業諸学校では，数学——算術，幾何，用器画，画法幾何——が，熱心に教授されたのであった．

かくて革命時における教育理論は，ナポレオンによって蹂躙された．そして教育制度は彼の手によって，封建王朝時代に比すれば，ブルジョアジーにとっては，遙かに利益ある形式に統一されたのである．

復古王朝となってから，革命思想に対する一層の反動が顕われた．伝統主義の時代がきたのである．われわれは，社会組織，制度，法律等をことごとく神意に基いたものであるとなし，‘18世紀の哲学が自然と呼んだところを，われわれはことごとく神と言わねばならぬ’とした，ド・ボナールのごとき哲学者をさえ見出すのである．しかしながら教育状態は大体において，そのまま維持されていたが，宗教学校は数多く建てられた．

1830年から幾分か自由主義的な時期がきたときに，折衷主義者ヴィクトル・クーザンは，ドイツの教育制度(第41節参照)を調査して，それを優秀なりと見なし，それに準拠してフランスの制度を改革せんとした．ナポレオン戦乱後における独仏両国民は，その感情において相容れざるものがあったが，しかしながら当時のドイツは，革命思想に対して異常なる反動時代であり(第41節)，フランスもまた反動の時代であった．それゆえに，保守思想家たる当時の文部長官ギゾーの熱心なる努力によって，プロイセンの制度を参考しつつ，ここにフランス**教育の国家的統制**が決定されたのであった．



François Guizot

それは1833年であり，フランスが革命に続く戦乱の痛手から回復して，封建的組織が一掃

年齢	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
			小学校				高等小学校						
民衆の学校系統	★	★	★	★	★	★→	★	★	★→実業的学校へ				
			↓↑			↓↑							
高等教育系統	★	★	★→	★	★	★	★	★	★	★	★	★	★→大学へ
		予備校				リセー							

された地盤の上に開始された産業革命が，進展しつつある時代であった．中等学校の学生数は増加したが，それは主として中産階級からの入学者であった．フランス特有の保守的——古典を守る300年来の——伝統と，ナポレオン的実践とは，学校にも保存された．革命時代の教育精神は消失し去ったのである．

37. この頃までに中等学校でもっとも多く使用された教科書は，つぎのごときものであった．

算術．ベズー(1764．17版，1833)．ラクロア(1796．19版，1836)．

代数．ラクロア(1796．10版，1812．25版，1888)．

幾何．ルジャンドル(1794．20版，1833．33版，1893)．ラクロア(1799．15版，1837．24版，1890)．

三角法．ラクロア(1799．9版，1837)．

Adrien Marie Legendre

ルジャンドルの幾何学

Legendre: Éléments de géométrie (1794)

は，純粋数学史上——たとえば非ユークリッド幾何学や球面過剰などに関聯して——有意義の書であったが，われわれはここに焦点を教育的立脚地に置こう．この書はつぎの内容からなる．

I.	一般原則．直線形．	頁 1[1]
II.	円．角の測定．作図題．	24
III.	（相似形）．面積．作図題．	47
IV.	正多角形．円の測定．	85
V.	平面．立体角．	110
VI.	多面体．	129
VII.	球面上の図形．	160
VIII.	円壔．円錐．球．	192

この書には三角法を載せていた．（後の版では削除された）．それは

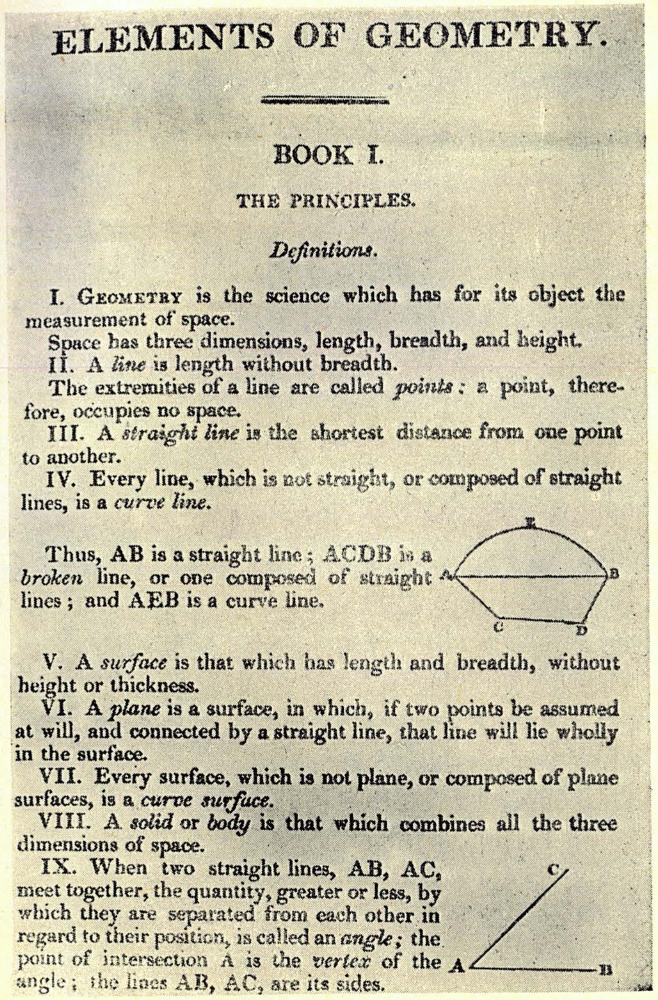
三角函数の一般概念	頁 279
三角函数の定理および公式	285
正弦表の構成	304
三角形解法の原理	308
直角三角形の解法	311
一般三角形の解法	312
球面直角三角形の解法の原理	321
球面直角三角形の解法	325
球面一般三角形の解法の原理	328
球面一般三角形の解法	336

からなる．そのほかに本書には多くの附録が添えられている．

じつに現代における初等幾何学教科書の大多数は，ルジャンドル型であって，ユークリッド型ではない．われわれはそれ程ルジャンドルに負うている．いまにしてルジャンドルの特色を挙げることは，却って困難なことである．

ルジャンドルは幾何学の中に，算術と代数をある程度まで用いている．また

（1） 頁数は原著第11版からの英訳によった．いま手許にある第44版を見ても，本文の内容においては，大差がないのである．



ELEMENTS OF GEOMETRY.

BOOK I.

THE PRINCIPLES.

Definitions.

I. GEOMETRY is the science which has for its object the measurement of space.

Space has three dimensions, length, breadth, and height.

II. A *line* is length without breadth.

The extremities of a line are called *points*: a point, therefore, occupies no space.

III. A *straight line* is the shortest distance from one point to another.

IV. Every line, which is not straight, or composed of straight lines, is a *curve line*.

Thus, AB is a straight line; ACDB is a *broken* line, or one composed of straight lines; and AEB is a curve line.

V. A *surface* is that which has length and breadth, without height or thickness.

VI. A *plane* is a surface, in which, if two points be assumed at will, and connected by a straight line, that line will lie wholly in the surface.

VII. Every surface, which is not plane, or composed of plane surfaces, is a *curve surface*.

VIII. A *solid* or *body* is that which combines all the three dimensions of space.

IX. When two straight lines, AB, AC, meet together, the quantity, greater or less, by which they are separated from each other in regard to their position, is called an *angle*; the point of intersection A is the *vertex* of the angle; the lines AB, AC, are its sides.

Legendre: Éléments de géométrie の第1頁

ここには David Brewster のイギリス訳(1824)から採った．この訳者は Brewster となっているけれども，じつは文豪 Thomas Carlyle が青年時代の翻訳仕事であった．

論理の厳密を尊重しながらも，必らずしもこれをもって唯一のものとせず，時には直観に訴えて，事実を主としたところもある．ユークリッドが非度量的なるに反して(第43節参照)，ルジャンドルは度量的であり，とくに無理数(不可約量)のことは，算術で学んだものと見なして，簡単に比例論を取扱っている．

しかし他の一面において，ルジャンドルはユークリッドよりも論理的であった．たとえば，作図題はルジャンドルによって，円の一般的性質の後に廻わされた．対称図形が導入された．

ルジャンドルは必らずしも，ダランベールの改作案そのものにしたがったのではなかった．しかしながらルジャンドルは，クレーローの進んだ道から，反動的にユークリッドに帰らんとした．ルジャンドルは幾何学を平面，立体の均斉ある二大部門に分けて，調和せる形式の美を示した(1)．われわれはここにダランベールの感化を思わざるをえないのである．

さらにその内容と材料の排列から見れば，じつにルジャンドル自らがいえるように，内容を‘ユークリッドとアルキメデス’とに仰いで，これを‘大体はユークリッドの順序に’組織したのであった．

この書は1833年の著者逝去までに20版を出し，1893年には33版を見た．イギリス，アメリカ，ドイツ，その他の国語に訳されたのである．

さらにわれわれはよく行われた教科書として，

E. E. Bobillier: Cours de géométrie(1832. 18版，1880).

P. M. Bourdon: Élémens d'arithmétique(1815？ 20版，1843).

P. M. Bourdon: Élémens d'algèbre(1817. 8版，1837. 19版，1897).

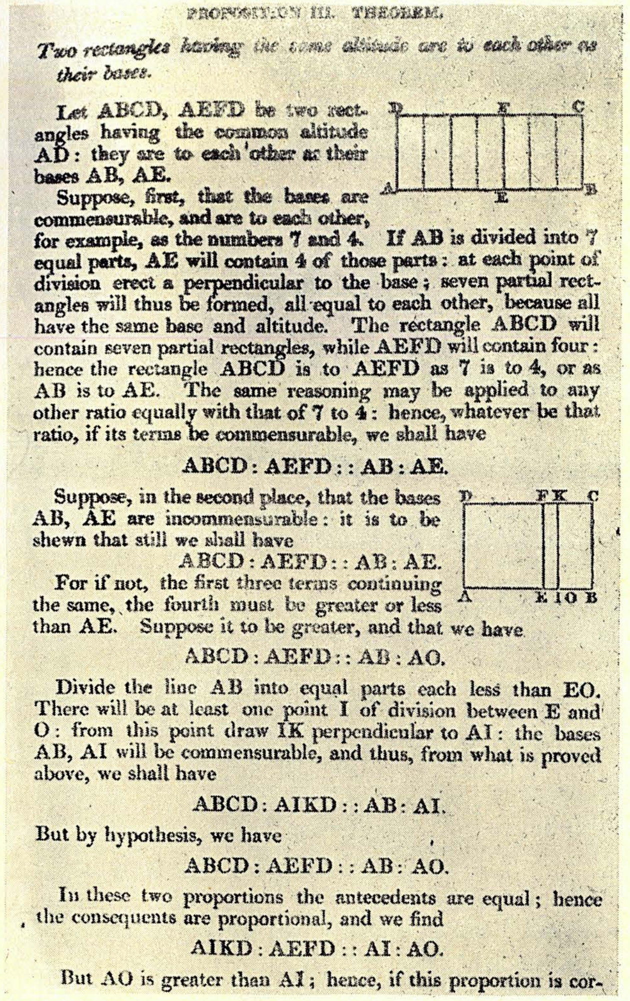
を添えておく．この最後のブールドン(1779-1854)の代数は，

序説.

代数計算(整式．分数).

1次の問題とその方程式(方程式．1元1次方程式．多元1次方程式．負

(1) これに反してユークリッドは，立体幾何の内容甚だ貧弱であり，しかも断片的であった．


PROPOSITION III. THEOREM.

Two rectangles having the same altitude are to each other as their bases.

Let ABCD, AEFD be two rectangles having the common altitude AD: they are to each other as their bases AB, AE.

Suppose, first, that the bases are commensurable, and are to each other, for example, as the numbers 7 and 4. If AB is divided into 7 equal parts, AE will contain 4 of those parts: at each point of division erect a perpendicular to the base; seven partial rectangles will thus be formed, all equal to each other, because all have the same base and altitude. The rectangle ABCD will contain seven partial rectangles, while AEFD will contain four: hence the rectangle ABCD is to AEFD as 7 is to 4, or as AB is to AE. The same reasoning may be applied to any other ratio equally with that of 7 to 4: hence, whatever be that ratio, if its terms be commensurable, we shall have

ABCD : AEFD : : AB : AE.

Suppose, in the second place, that the bases AB, AE are incommensurable: it is to be shewn that still we shall have

ABCD : AEFD : : AB : AE.

For if not, the first three terms continuing the same, the fourth must be greater or less than AE. Suppose it to be greater, and that we have

ABCD : AEFD : : AB : AO.

Divide the line AB into equal parts each less than EO. There will be at least one point I of division between E and O: from this point draw IK perpendicular to AI: the bases AB, AI will be commensurable, and thus, from what is proved above, we shall have

ABCD : AIKD : : AB : AI.

But by hypothesis, we have

ABCD : AEFD : : AB : AO.

In these two proportions the antecedents are equal; hence the consequents are proportional, and we find

AIKD : AEFD : : AI : AO.

But AO is greater than AI; hence, if this proportion is cor-

Legendre の幾何学(前掲)の1頁

DES PROBLÈMES DU PREMIER DEGRÉ. 97

$\frac{am}{0}$ comme un nouveau signe d'impossibilité. En effet, si l'on reprend les équations du problème, elles deviennent, dans les cas de $m=n$,

$$\left.\begin{array}{l} x-y=a \\ \frac{x}{m}=\frac{y}{m} \end{array}\right\} \text{ou} \left\{\begin{array}{l} x-y=a, \\ x-y=0, \end{array}\right.$$

équations évidemment incompatibles.

Cependant les algébristes regardent les résultats $x=\frac{am}{0}$, $y=\frac{an}{0}$, comme formant une espèce de valeur à laquelle ils donnent le nom de *valeur infinie*. En voici la raison :

Lorsque la différence $m-n$, sans être tout à fait nulle, est supposée très-petite, les deux résultats, $\frac{am}{m-n}$, $\frac{an}{m-n}$, sont très-grands.

Soit, par exemple, $m-n=0{,}01$, $m=3$; d'où

$$n=3-0{,}01=2{,}99.$$

Il vient

$$\frac{am}{m-n}=\frac{3a}{0{,}01}=300a,\quad \frac{an}{m-n}=299a.$$

Soit encore $m-n=0{,}0001$, $m=3$, d'où $n=2{,}9999$; il en résulte $\frac{am}{m-n}=30000a$, $\frac{an}{m-n}=29999a$.

En un mot, tant que la différence des deux vitesses n'est pas nulle, les deux courriers se rencontrent; mais les distances du point de rencontre aux deux points de départ deviennent de plus en plus grandes à mesure que cette différence diminue. Donc, *si l'on suppose cette différence moindre qu'aucune grandeur donnée, les distances* $\frac{am}{m-n}$, $\frac{an}{m-n}$ *sont plus grandes qu'aucune quantité donnée,* ou *infinies*. On dit alors, pour abré-

Alg. B., 9e éd. 7

Bourdon: Élémens d'algèbre の第 9 版(1845)の 1 頁

'一直線上の二点 A, B より旅人がそれぞれ m, n なる速さをもって同時に出発するとき，二人の出逢う位置を求む.' これを解くに，出逢の点を R とし，$x=\mathrm{AR}$, $y=\mathrm{BR}$, $a=\mathrm{AB}$ として，2 元 1 次方程式 $x-y=a$, $\frac{x}{m}=\frac{y}{n}$ の吟味を，ここに問題としている.

量の解釈．1 次の問題の吟味).

2 次の問題とその方程式(平方根．1 元 2 次方程式．2 次の問題．極大極小．2 次 3 項式．多元 2 次方程式).

1 次の不定解析(ここに細目を省略する).

任意次数の冪および根(ここに正整数の 2 項定理，組合せを含む).

級数および対数(利息算，その他の応用).

方程式論．以下高等代数なるゆえ，省略する．

なる内容を持つところの，やや程度高い書であった．

この書の中には，方程式あるいは問題のいわゆる吟味に対する詳論を見る．それは以前の代数書たとえばオイレルらにおいて，ほとんど見ないところの事項であった．フランスに特有なる代数の型が，ブールドンの頃から，判然と形成されたのであろう．

ブールドンの影響は大きかった．アメリカの一数学者は “Prince of algebraists: Bourdon” と呼んでいる．

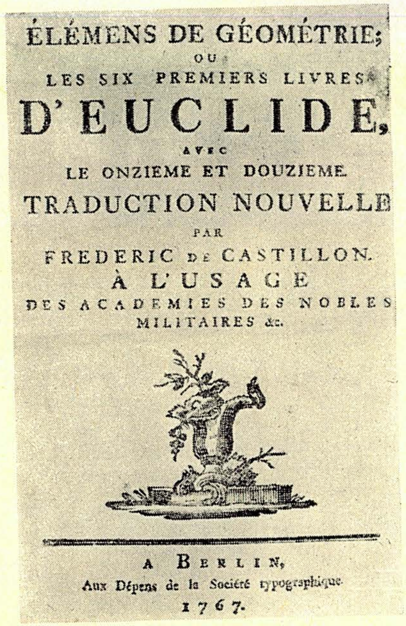
かくてフランスにおける数学の重視は，中等学校における数学科の程度を高めた．その上に，17, 18 世紀において見るがごとき実用的数学は，中等学校においてはまったく形を潜めたのである．

産業革命の開始された時代において，この実用数学の無視は何を意味するのか？ 有力なる数学の専門的学者が教科書の作者であったことも，その一原因であったに違いない．しかしながらわれわれはその根柢において，革命的なる唯物思想が一掃されたこと，およびそれによって決定された中等学校の性質そのものについて，注目せねばならないと思う．事実，ドイツにおいては，その理由が，より明瞭に捕捉しえられるのである(第 41 節を見よ).

ド イ ツ

38. われわれの考察しつつある時代において，ドイツは小なる地方的国々の集合であり，経済的に後れてブルジョアジーは十分に成熟せず，封建制度および絶対主義に対して，終局を宣告することができなかった．

18 世紀におけるドイツ上層階級の文化は，フランスの影響のもとにあった．そこではフランスの宮廷，フランスの文学および哲学，フランスの風俗が標準的であった．フリードリッヒ大王の時代(1740-1786)においても，そこにはモーペルチュイを首班とする数学があって，合理的・唯物論的色彩が濃厚であっ


ÉLÉMENS DE GÉOMÉTRIE;
OU
LES SIX PREMIERS LIVRES
D'EUCLIDE,
AVEC
LE ONZIEME ET DOUZIEME.
TRADUCTION NOUVELLE
PAR
FREDERIC DE CASTILLON.
A L'USAGE
DES ACADEMIES DES NOBLES
MILITAIRES &c.

A BERLIN,
Aux Dépens de la Société typographique.
1767.

Castillon: Euclid の扉.

Castillon(イタリー生れ)はフリードリッヒ大王に招かれて，ベルリンの貴族陸軍アカデミーの教授となった．そのとき陸軍アカデミーの教科書として，ベルリンから出版した，フランス語のユークリッドが，この書である．

18 世紀後半のドイツの学校

た．

いまやプロイセンは，フリードリッヒによって，勃興してきた．産業の進展は図られ，軍事は強大にされ，科学は奨励された．彼は経済的意味の上から，実科学校に対して大なる興味を寄せたが，一面においてはラテン学校をも数多く新設し，教育の統制のために努力したのであった．

一方においては，つとにハルレ大学のクリスチァン・ウォルフにおいて顕われ始めた新人文主義が，ゲッチンゲン大学の誕生(1734)以来，ようやくその盛大を加えたのである．すなわちゲスネル(1691-1761)，エルネスチ(1707-1781)らは，フランス的合理主義を排して，新しき意義においてギリシヤの古典に帰るべきを唱導したのであった．

彼ら新人文主義者は数学の価値をも力説したが，それは実用的智識としてではなく，推理の練磨のため，すなわち形式陶冶の目的のためであった．私はその意味での代表作として

Ernesti: Initia doctrinae solidioris(1736)

を挙げよう．これはラテン学校に対する全課程の綱要であるが，その最初に数学を含んでいる．算術の中に文字計算を取り入れてあるが，これはその後永い間ドイツで行われたところであった．その代りに彼は代数をばまったく採用していないのである．

また幾何はとり入れられたが，三角法は全然棄てられた．とくに注目すべきは，エルネスチが応用数学をまったく排斥したことである．われわれはここにウォルフとの非常な相違を認めるのみでなく，じつに‘形式陶冶としての数学’が，意識的に出現しきたったことを見出すのである．

つぎにゲッチンゲン大学の教授ケーストネルの著

Kästner: Mathematische Anfangsgründe (1758-69)

に移ろう．これは元来大学の講義用として書かれたものではあったが，しかしその初等的部分は，ラテン学校にも次第に採用されたものであった．さてこの書は

第１部　算術および幾何[1]

第１冊(算術および幾何)．第２冊(算術の続き)．第３冊および第４冊(幾何，三角法の応用)．

第２部　応用数学(力学，光学，天文学等で二冊よりなる)．

第３部　解析学

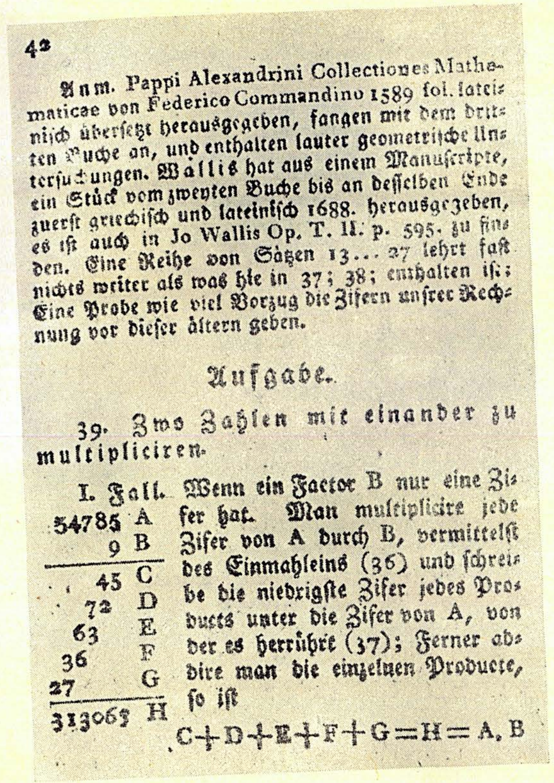
第１冊(代数．方程式論．２次曲線の解析幾何．曲線論)．

第２冊(微分積分．その幾何学上の応用)．

第４部　高等力学(剛体，流体で二冊よりなる)

からなっているが，クラインにしたがえば，‘第２部と第４部とは，学校用として考えられなかったのである.’それゆえにわれわれは考察を，実際中等学校に使用され，または影響をおよぼしたところの，第１部(第１冊)と第３部中の代

(1)　第１部においても第１冊だけが教科書的のもので，第２冊以下は雑然たる記事か論文集のようなものである．



42

Anm. Pappi Alexandrini Collectiones Mathe-
maticae von Federico Commandino 1589 fol. latei-
nisch übersetzt herausgegeben, fangen mit dem drit-
ten Buche an, und enthalten lauter geometrische Un-
tersuchungen. Wallis hat aus einem Manuscripte,
ein Stück vom zweyten Buche bis an desselben Ende
zuerst griechisch und lateinisch 1688. herausgegeben,
es ist auch in Jo Wallis Op. T. III. p. 595. zu fin-
den. Eine Reihe von Sätzen 13... 27 lehrt fast
nichts weiter als was hie in 37; 38; enthalten ist;
Eine Probe wie viel Vorzug die Ziffern unsrer Rech-
nung vor dieser ältern geben.

Aufgabe.

39. Zwo Zahlen mit einander zu multipliciren.

I. Fall. Wenn ein Factor B nur eine Zifer hat. Man multiplicire jede Zifer von A durch B, vermittelst des Einmahleins (36) und schreibe die niedrigste Zifer jedes Products unter die Zifer von A, von der es herrühre (37); Ferner addire man die einzelnen Producte, so ist

```
54785  A
    9  B
---------
   45  C
  72   D
 63    E
36     F
27     G
---------
313065 H
```

C + D + E + F + G = H = A, B

Kästner: Mathematische Anfangsgründe, I. 1(第６版, 1800)の１頁.
算術で整数の乗法の説明である．頁の上半分には乗法の歴史を述べている．

数に限ることにする．

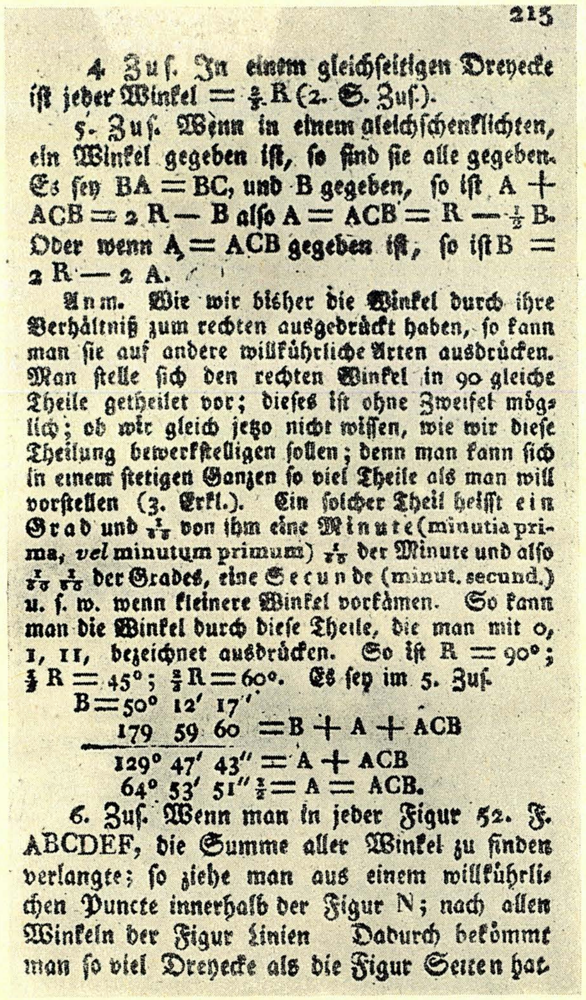
算術および幾何(1758．ここには６版，1800によった)．

計算法

整数，分数，負数．文字計算．十進法および六十進法．開平，開立．比例，複比例．級数．対数．

幾何

平面理論幾何．日用幾何への応用．図形の計算．平面の位置．球の截


215

4 Zus. In einem gleichseitigen Dreyecke ist jeder Winkel $= \frac{2}{3}$R (2. S. Zus.).

5. Zus. Wenn in einem gleichschenklichten, ein Winkel gegeben ist, so sind sie alle gegeben. Es sey BA = BC, und B gegeben, so ist A + ACB = 2 R — B also A = ACB = R — $\frac{1}{2}$ B. Oder wenn A = ACB gegeben ist, so ist B = 2 R — 2 A.

Anm. Wie wir bisher die Winkel durch ihre Verhältniß zum rechten ausgedrückt haben, so kann man sie auf andere willkührliche Arten ausdrücken. Man stelle sich den rechten Winkel in 90 gleiche Theile getheilet vor; dieses ist ohne Zweifel möglich; ob wir gleich jetzo nicht wissen, wie wir diese Theilung bewerkstelligen sollen; denn man kann sich in einem stetigen Ganzen so viel Theile als man will vorstellen (3. Erkl.). Ein solcher Theil heisst ein Grad und $\frac{1}{60}$ von ihm eine Minute (minutia prima, *vel* minutum primum) $\frac{1}{60}$ der Minute und also $\frac{1}{60}\,\frac{1}{60}$ des Grades, eine Secunde (minut. secund.) u. s. w. wenn kleinere Winkel vorkämen. So kann man die Winkel durch diese Theile, die man mit o, I, II, bezeichnet ausdrücken. So ist R = 90°; $\frac{1}{2}$ R = 45°; $\frac{2}{3}$ R = 60°. Es sey im 5. Zus.

B = 50° 12′ 17″
179 59 60 = B + A + ACB
129° 47′ 43″ = A + ACB
64° 53′ 51″ $\frac{1}{2}$ = A = ACB.

6. Zus. Wenn man in jeder Figur 52. F. ABCDEF, die Summe aller Winkel zu finden verlangte; so ziehe man aus einem willkührlichen Puncte innerhalb der Figur N; nach allen Winkeln der Figur Linien Dadurch bekömmt man so viel Dreyecke als die Figur Seiten hat

Kästner: Mathematische Anfangsgründe,
I, 1(1800 年版)の 1 頁.

これは幾何の部分で，‘三角形 ABC の内角の和は 2 直角なり’ という定理の系である.

断．角錐．立体の計算．平面三角法．直角三角形，二等辺三角形，一般三角形の解法．実用幾何への応用．三角法の定理の誘導への文字計算の応用．球面三角法．球面三角形の解法．透視法．

代数(1759．ここには 3 版，1794 を用いた)．

文字計算の補充．方程式．2 次方程式．等差，等比級数．正整指数の 2 項定理．(方程式論以下省略する)．

この書は——少なくとも算術，代数，幾何の部分は——かなり理論であり，開発的ではなくして注入的である．多少の応用的事項を載せているにかかわらず，形式的である．歴史的事実が多分にとり入れられ，内容は豊富であるが，不透明の感じがする．

39.　かくてドイツの教育界が正に動かんとしつつある際に，ルッソーの思想が輸入された．Sturm und Drang の時代がきた．青年は自由を求め解放を叫んだ．しかしながらその自由・解放は，ドイツの経済状態がまだ十分成熟していなかったために，政治的・経済的解放に向わないで，文学的・個人感情の解放に向った．功利主義が捨てられて，人間性の教養が，ドイツ精神が求められた．そこにはヘルデルがあり，カントがあった．

かくてわれわれは教育上における，新人文主義の決定的理論を見出す．

‘中等学校は，純粋に人間的な科学と実験を通じて，人の精神を高貴へと開拓せねばならぬ．この目的を貫徹するためには，ギリシヤにおける完成された文化の典型を視ねばならない．……経験の証明するところによれば，古典の適当な教養は，真理に対するもっとも明晰なる感覚と，美に対するもっとも正しい感情と，もっとも多面的な教養とを供給するのである．

そしてギリシヤ的理念を通じて陶冶された精神は，必要な科学を十分に受入れて，それをより有効に適用させうるのである.’

この思想は支配者をも動かした．フリードリッヒ大王の後継者が，1788 年に**ギムナジウム**の標準を決定した際に，古いラテン学校の大多数は，ギムナジウ

ムとして採用された．そしてギムナジウムのみが大学入学への特権を独占したのであった．これに反して，実科学校にはその特権を与えなかったし，リッテル・アカデミーは自滅を見るに至ったのである．

間もなくナポレオンの侵略がきた．プロイセンは彼の蹂躙するところとなったが，その裡からフィヒテは，“ドイツ国民に告ぐ”(1807-08)の講演によって，人々に呼びかけた．それは強健なる人間の陶冶を説き，国民教育への叫びであった．

フィヒテの叫びは人に力を与えた．復興がくるや否や，ペスタロッチの教育は輸入されて，初等学校は急激なる進歩を遂げた．中等教育においては，ウイルヘルム・フォン・フンボルト(1763-1835)の努力に待つところ多かったのである．新人文主義者としてのフンボルトは，古典の熱愛者ではあったが，1809年に文部省に入ったとき，彼は近代的科学を忘れるをえなかった．ことに彼は，実践の天才ナポレオンが奨励しつつある，数学的科学の力を十分に認識せねばならなかったのである．それゆえにフンボルトは，中等学校の目的を円満なる一般的教養(Allgemeine Bildung)にありとして，哲学，数学，語学，歴史を四つの重要科目に挙げ，一方において教師の養成に心を注いだのであっ

Johann Gottlieb Fichte

Wilhelm von Humboldt

た．

さて1788年におけるギムナジウムの標準決定の際の調査によれば，数学科の時間数は1週平均2.26時間であり，また全時間の5.3%が算術に，2.5%が他の数学に宛てられていたのである．そして当時もっとも多く用いられていた教科書は，クリスチァン・ウォルフの書(第22節)のほかに，

W. J. G. Karsten: Auszug aus den Anfangsgründen und dem Lehrbegriffe der mathematischen Wissenschaften(1781).

J. F. Lorenz: Euclid's Elemente(1781. 5版，1824).

であった．

当時のドイツは，イギリスと相待って，もっともユークリッドに忠実なる国であった．しかしローレンツの書の中には，多くの記号が使用され，ユークリッドの諸版中で，もっとも圧縮された形のものであるといわれる．

40. フンボルトの改造意見は，中等学校における数学の程度を高め，より多

Leonhard Euler

くの時間を数学のために割かしめるに至った．1812年に，‘ギムナジウムの卒業試験要目’が決定されたが，数学科の分はつぎのごとくであった．

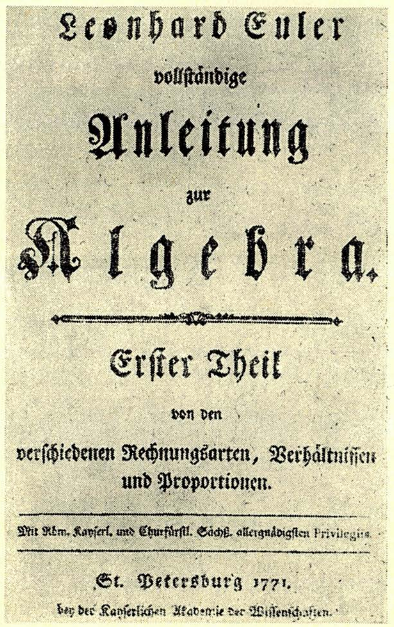
日常生活に用いる計算．比例．文字計算．羃および根の初歩．1次および2次方程式．対数．初等幾何(ユークリッドの最初の6巻および第11，12巻の範囲)．平面三角法と表の使用．

チメルヂングは，‘この要目は明かに，ユークリッドの幾何とオイレルの代数とが，教授内容を決定したものであることを示している’と，断定している．

かくてユークリッドのドイツ訳(たとえばローレンツのもの)は，直ぐに教科書として採用された．オイレルの代数

Euler: Vollständige Anleitung zur Algebra (1771)

は，直接に中等教科書として採用された場合は少なかったにしても，それはドイツの数学教育に重大なる関係がある以上，ここに多少の説明を加えることにしよう．



Euler: Algebra

この代数は最初ロシア語で出版されたものである(1768)．ドイツ語版は，つぎの内容を持つ．

I.　単項式の計算

数学について．記号＋，－の意味．簡単な掛算．整数の因数分解．簡単な割算．整数とその約数の性質．分数．分数の四則．開平および無理数．虚数．平方根．羃．分数指数．対数．

II.　多項式の計算

多項式の四則．分数を無限級数で表わすこと．平方および平方根．立方根，指数その他．無理数または負数を指数とする式を級数に展開すること．

III.　比および比例

算術的比(すなわち数の差)．等差級数．多角数．幾何学的比．等比級数．循環小数．利息算など．

IV.　方程式

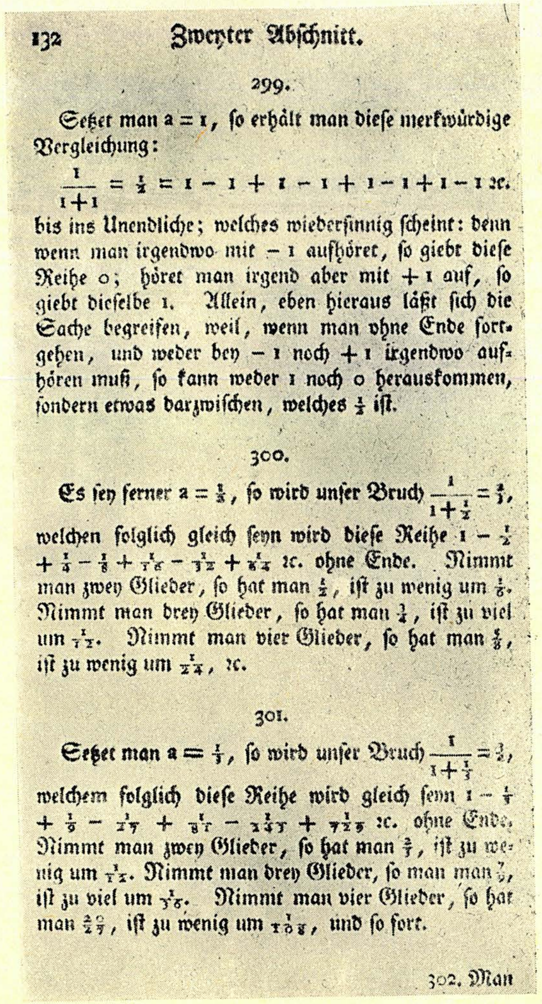
1元1次方程式．多元1次方程式．1元2次方程式．3次方程式．4次方程式．近似解法．

V.　不定解析

(細目を省く)．

18世紀の後半における代数の中で，この書ほど大なる影響をおよぼしたものはなかった．それは定義において，説明の方法において，また記号において，この書こそ現代の初等代数を決定する基礎的標準となったのである．

オイレルの代数は極めて懇切なる入門書であって，複雑な形式的計算を避けている．しかし一面においては材料が論理的に排列され，形式の重視を思わせるものがあった．



132 Zweyter Abschnitt.

299.

Setzet man a = 1, so erhält man diese merkwürdige Vergleichung:

$$\frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 \text{ rc.}$$

bis ins Unendliche; welches wiedersinnig scheint: denn wenn man irgendwo mit − 1 aufhöret, so giebt diese Reihe 0; höret man irgend aber mit + 1 auf, so giebt dieselbe 1. Allein, eben hieraus läßt sich die Sache begreifen, weil, wenn man ohne Ende fortgehen, und weder bey − 1 noch + 1 irgendwo aufhören muß, so kann weder 1 noch 0 herauskommen, sondern etwas darzwischen, welches $\frac{1}{2}$ ist.

300.

Es sey ferner $a = \frac{1}{2}$, so wird unser Bruch $\frac{1}{1+\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$, welchen folglich gleich seyn wird diese Reihe $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$ rc. ohne Ende. Nimmt man zwey Glieder, so hat man $\frac{1}{2}$, ist zu wenig um $\frac{1}{6}$. Nimmt man drey Glieder, so hat man $\frac{3}{4}$, ist zu viel um $\frac{1}{12}$. Nimmt man vier Glieder, so hat man $\frac{5}{8}$, ist zu wenig um $\frac{1}{24}$, rc.

301.

Setzet man $a = \frac{1}{3}$, so wird unser Bruch $\frac{1}{1+\frac{1}{3}} = \frac{3}{4}$, welchem folglich diese Reihe wird gleich seyn $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \frac{1}{81} - \frac{1}{243} + \frac{1}{729}$ rc. ohne Ende. Nimmt man zwey Glieder, so hat man $\frac{2}{3}$, ist zu wenig um $\frac{1}{12}$. Nimmt man drey Glieder, so man man $\frac{7}{9}$, ist zu viel um $\frac{1}{36}$. Nimmt man vier Glieder, so hat man $\frac{20}{27}$, ist zu wenig um $\frac{1}{108}$, und so fort.

302. Man

Euler: Algebra(1771)の1頁

Eulerの時代には無限級数の理論がまだ誠に不完全であった．この前の頁で，彼は1を$1+a$で割って（普通の割り算によって），直に

$$\frac{\quad}{1+a}=1-a+aa-a^3+a^4-a^5+\&c.$$

とした．〔それからこの頁につづく〕.

後にはドイツ語の抄録版も出で，またフランス(第33節)，アメリカ，イギリス，等では，みな数版を重ねた訳書の出顕を見たのである．

つぎにドイツにあっては，マイエル・ヒルシュの問題集

Meier Hirsch: Sammlung von Beispielen, Formeln und Aufgaben aus der Buchstabenrechnung und Algebra(1804. 20版, 1890).

が，大なる意味を持つ．これはその内容の排列はオイレルの代数とほとんど同様であったが，ヒンデンブルグの影響によって，組合せの論が新たにとり入れられている．純粋数学を学ぶ人の入門書としてのみ適当であって，一般教養としての学校用書としては不適切であったにかかわらず，広くギムナジウムを風靡したのであった．

41. ついに1815年から約10年の間に，プロイセンの**国家的教育系統**が建てられ，それはドイツの他の聯邦の模範となったのである．

年齢	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
				国民学校								
民衆の学校系統	★	★	★	★	★	★	★	★→実業諸学校へ				
	予備校		↓↑	ギムナジウム								
高等教育系統	★	★	★⟶	★	★	★	★	★	★	★	★	★→大学へ
				六級	五級	四級	三級(下)	三級(上)	二級(下)	二級(上)	一級(下)	一級(上)

1816年，フンボルトの奨励のもとに，ジューヴェルンの案が一般的に採用された．それにしたがえば，‘中等教育の目的はすべての能力の調和せる発展をなさしめるにある.’そして重要学科として語学，数学，科学，歴史が採用された．

数学科は，フランスの影響によって，異常なる飛躍を見た．それは各学年を通じて，1週6時間と定められた．その要目はつぎのごとくである．

六級．算術．

五級．代数．幾何．

四級．簡単な方程式．ユークリッドの第 6, 11, 12 巻（すなわち比例および立体）．

三級．対数．平面三角法および解析幾何の入門．

二級．方程式論，近似解法．無限級数初歩．組合せ．球面三角法．円錐曲線．

一級．3 次，4 次方程式．不定解析．級数の続き（テーラー級数）．確率論．応用数学，とくに力学．

われわれはこの要目において，一面形式的なる材料を見ると同時に，また級数論および応用数学とくに力学のごとき，フランス的色彩の材料を見出すのである．しかしながらかくのごとき数学の重要視は，語学者らの非常なる反感を買ったのであった．

間もなく政治的反動時代がきた．1819 年のカールスバッド革命以来，反動的官僚政治のもとに，教育もまた極端なる統制と監督によって縛られることとなった．自由思想は圧迫され，教師と生徒とは学校以外においても監督を受け，要目は厳重となった．中等学校の教課の上から，新人文主義は形を潜めて，官僚的形式主義が現われてきた．数学に対する攻撃も現われた(1)．

> ‘高慢不遜なのが数学者である．すべての革命は，頭の中でただ数量のみを考え，正義についてなんらの考をも持たない数学者が，事物の上に数学を乱用することから起るのだ．’

数学教育は人をして無神論と革命に導き，祖国を失わせるものだとの議論さえも，でてきたのである．

やがて中等学校における数学時間数は半減せられた．1834 年に卒業試験要目は下のごとくに定められた．

比例の日常生活への応用練習．冪および根．級数．組合せおよび 2 項定理．1 次および 2 次方程式．三角法．

（1） Günther: Die Realschulen und der Materialismus (1839)

Johann Friedrich Herbart

応用的事項は全廃されて，純粋なる形式教育のために，数学科は捧げられた．かくてペスタロッチや，ラウメルや，フレーベルの直観教育は，中等学校にはなんらの感化をも与えなかったのである．

ヤコビは数学上の新人文主義者であった．‘科学の唯一の目的，それは人間精神の名誉である……数に関する一問題は，太陽系に関する一問題と同様の価値を有する’とは，彼の手紙の一節であった．しかも当時このヤコビさえ，幾何学の初等教授においては，直観的たるべきことを説いたのであった．

ヘルバルト (1776-1841) に至っては，まず能力心理学を打破して，形式陶冶説を痛撃した人であった．彼は数学教育を直観的にするために，三つの方法を力説している．

1. 数学の教授は物理学の教授と聯結をとらねばならぬ．
2. たがいに変化しつつあるところの二量の間の関係——現代的に言えば，函数関係——を導入すること．それには自然界とくに物理学からの材料を用いるがよい．

3. 生徒の日常経験および手工と数学とを関聯させること.

心理的教育学者としてのヘルバルトは，じつに現代数学教育の偉大なる先駆者であったのである.

しかしながらこれらすべての理論は，当局者の顧みるところとならなかった．官僚的圧迫のもとに，フンボルト時代の情熱は消え失せた．教育は一歩一歩退却を始めたのであった.

イ ギ リ ス

42. イギリスは商工貿易の発展によって，つとにブルジョア民主政治の国として立っていた．18 世紀の 70 年頃から産業革命が開始されて，社会生活の上に大なる影響をおよぼしてきたとき，経済的・社会的・政治問題は，必然的に教育問題を呼び起したのである.

初等教育においては，貧民のために種々の慈善学校が建てられた．フランスの革命思想は一部の支配階級をして，‘少しばかりの読書算と注意深い宗教的教養’以外に，民衆に智識を与えることに反対させたが，一方において進歩的自由主義者は，通俗的智識の普及こそ，却って大衆が煽動的言論によって惑わされないゆえんなるを説いたのであった.

ナポレオン戦争後の政治的反動時代において，イギリスの支配階級は，大陸におけるそれと同様に，大衆の教育に対して甚だしく疑問を抱くようになった．議会における進歩主義者の言論も，教育の国家的統制を促がすことができず，初等教育は却って縮小される方へと傾いたのである．しかしながら，当時はイギリス商工業の飛躍時代であった．教育は縮小から救われねばならぬ．かくてジョセフ・ランキャスターの学校新設などから始まって，British and Foreign School Society や，National Society for promoting the education of the poor 等の諸団体が生れ，それらの手によって多くの初等学校が新設されたのである.

中等学校は初等学校と事情を異にする．産業革命以来，富める中産階級が新たに起り出したが，いまや彼らはパブリック・スクールの保護者となった．この新たなる保護者の興起と，フランス大革命とは，中等学校改造の気運を促がしたのである.

1809 年の頃から，“エヂンバラ評論”誌上に，パブリック・スクールと大学に対する攻撃論文が，顕われ始めた．それは古典のみをもって人間の教養を判定することの非なるを説き，‘教育の唯一の正しい判定は，将来の生活に対しての有用性にある’ことを主張し，近代語，近世史，実験科学，地理および数学を，課程に入るべきを薦めたのであった.

民衆に対する科学の普及は，1800 年創立の Royal Institution における，ハンフリー・デヴィーやマイケル・ファラデーの通俗講演によって，企図された．それは成功だった．詩人コレリッヂは‘隠喩のストック(Stock of metaphors)を増すために，デヴィーの講演を聴いた’のである．また 1827 年には‘有用智識普及会’が創立せられ，大なる規模のもとに，工業・科学・数学方面の必要なる文献が，廉価で広く販売されたのであった.

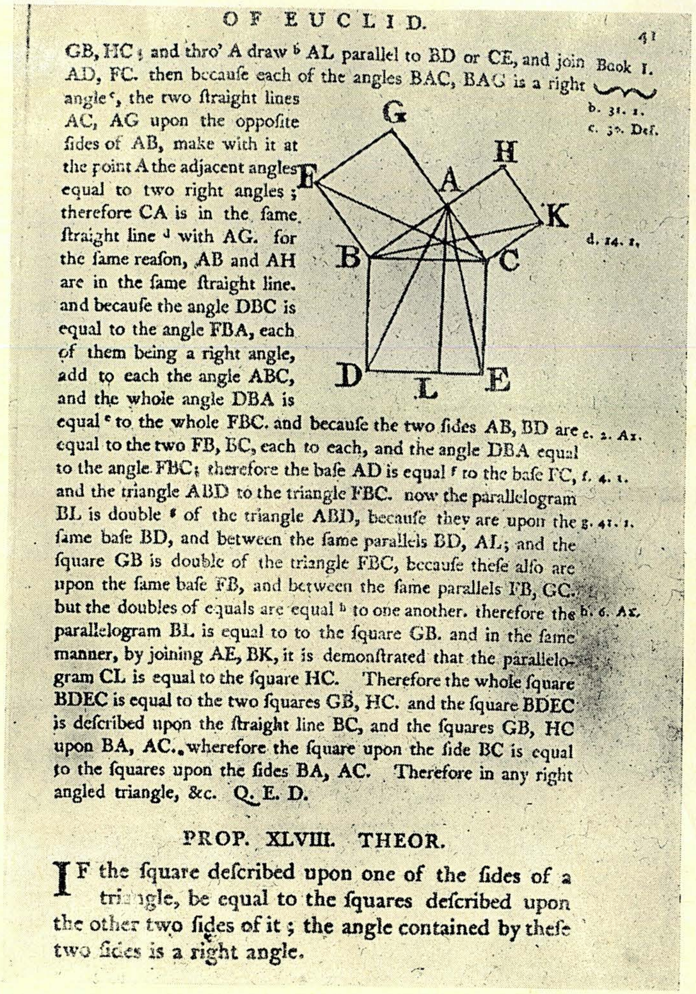
かような気運の中から，種々の教育実験学校が生れてきた．たとえばヘーゼルウッド・スクール(1819)のごときは，近代的諸学科を取入れ，数学科においては算術，代数，測量，三角法および幾何を教授したのである.

43. さてわれわれの考えつつある時代において，イギリスに行われた一般的数学書には，チャールス・ハットン(1737–1823)の

Charles Hutton: A course of mathematics (12 版，1841)

があった．それは算術，代数，理論幾何，実用幾何，三角法，幾何学的円錐曲線論，解析幾何から微積分までを収め歴史的事項を多くとり入れたものであった.

算術は 18 世紀まで，コッカー，ヂルウォース，ウィンゲートが行われたが，いまや



OF EUCLID.　41

GB, HC; and thro' A draw [b] AL parallel to BD or CE, and join AD, FC. then becauſe each of the angles BAC, BAG is a right angle [c], the two ſtraight lines AC, AG upon the oppoſite ſides of AB, make with it at the point A the adjacent angles equal to two right angles; therefore CA is in the ſame ſtraight line [d] with AG. for the ſame reaſon, AB and AH are in the ſame ſtraight line. and becauſe the angle DBC is equal to the angle FBA, each of them being a right angle, add to each the angle ABC, and the whole angle DBA is equal [e] to the whole FBC. and becauſe the two ſides AB, BD are equal to the two FB, BC, each to each, and the angle DBA equal to the angle FBC; therefore the baſe AD is equal [f] to the baſe FC, and the triangle ABD to the triangle FBC. now the parallelogram BL is double [g] of the triangle ABD, becauſe they are upon the ſame baſe BD, and between the ſame parallels BD, AL; and the ſquare GB is double of the triangle FBC, becauſe theſe alſo are upon the ſame baſe FB, and between the ſame parallels FB, GC. but the doubles of equals are equal [h] to one another. therefore the parallelogram BL is equal to to the ſquare GB. and in the ſame manner, by joining AE, BK, it is demonſtrated that the parallelogram CL is equal to the ſquare HC. Therefore the whole ſquare BDEC is equal to the two ſquares GB, HC. and the ſquare BDEC is deſcribed upon the ſtraight line BC, and the ſquares GB, HC upon BA, AC., wherefore the ſquare upon the ſide BC is equal to the ſquares upon the ſides BA, AC. Therefore in any right angled triangle, &c. Q. E. D.

Book I.

b. 31. 1.
c. 30. Def.
d. 14. 1.
e. 2. Ax.
f. 4. 1.
g. 41. 1.
h. 6. Ax.

PROP. XLVIII. THEOR.

IF the ſquare deſcribed upon one of the ſides of a triangle, be equal to the ſquares deſcribed upon the other two ſides of it; the angle contained by theſe two ſides is a right angle.

Simson: Elements of Euclid (1756) の 1791 年版の 1 頁

Charles Hutton: A complete treatise on practical arithmetic (5 版, 1778. 11 版, 1801)

John Bonnycastle: The scholar's guide to arithmetic (1780. 18 版, 1851)

などによって，代わられる時機がきた．後者はやや理論的であって，計算の法則は代数記号によって表わされた．

代数はサウンダーソン，シンプソンなどが用いられたが，1797 年にオイレルが英訳された (4 版, 1840)．しかしながら 19 世紀の前半に，イギリスの諸大学で標準的に永い間採用されたのは，

James Wood: Elements of algebra (2 版, 1798. 16 版, 1861)

であった．この代数は明晰に書かれた著述ではなく，複雑な問題のみが多かった．しかるに 1824 年にはケンブリッヂの試験に数学が加えられ，いわゆる Mathematical tripos の制度がなった．1825 年にはドイツのヒルシュの問題集が英訳され，その前後からいわゆる英国流の問題集が数多く出版されたのである．ここにその一例を示そう．

T. Lund: Appendix to Wood's Algebra.
'諸種方程式' なる章の例題〔全部で 59 個の中，初めと中程と終りから抜萃〕

例 1. $\dfrac{4x-17}{9}-\dfrac{3\frac{2}{3}-22x}{33}=x-\dfrac{6}{x}\left(1-\dfrac{x^2}{54}\right).$

例 2. $\dfrac{4x-17}{x-4}+\dfrac{10x-13}{2x-3}=\dfrac{8x-30}{2x-7}+\dfrac{5x-4}{x-1}$

例 3. $\dfrac{3x}{2}-\dfrac{81x^2-9}{(3x-1)(x+3)}=3x-\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{2x^2-1}{x+3}-\dfrac{57-3x}{2}.$

例 4. $\dfrac{2}{19}(\sqrt{x^2+39x+374}-\sqrt{x^2+20x+51})=\sqrt{\dfrac{x+22}{x+17}}.$

例 5. $\dfrac{a+x+\sqrt{2ax+x^2}}{a+x-\sqrt{2ax+x^2}}=b^2.$

例 6.　$\dfrac{a-x+\sqrt{2ax-x^2}}{a-x}=b.$

例 7.　$\dfrac{243+324\sqrt{3x}}{16x-3}=(4\sqrt{x}-\sqrt{3})^2.$

例 8.　$3\sqrt{a+x}+3\sqrt{a-x}=b.$

……　　……　　……

例 36.　$(1-x)\sqrt{a\left(1+\dfrac{1}{x}\right)-2}=\sqrt{x+1}+\sqrt{3x-1}.$

例 37.　$x-y=8,\ x^4-y^4=14560.$

……　　……　　……

例 57.　$\sqrt[3]{\dfrac{27y^{\frac{3}{2}}-1}{x^3+3y^2-2xy}}=3\sqrt{\dfrac{x}{y}},\ 3x^2+42xy+16y^2=4\sqrt{xy}(5x+11y).$

例 58.　$\left\{\dfrac{ab}{2}(b+c)^2+(b^2+c^2)cx\right\}\sqrt{\dfrac{a^2}{4}(b-c)^4+(b^2+c^2)^2x^2}$

$=\left\{\dfrac{ab}{2}(b-c)^2-(b^2+c^2)cx\right\}\sqrt{\dfrac{a^2}{4}(b+c)^4+(b^2+c^2)^2x^2}.$

例 59.　$3+2x^2-4x^4=y^2(1-2y^2)(x^2-1),\ (2x^2-1)(2y^2-1)=3.$

幾何においては

Robert Simson: Elements of Euclid (1756)

が群を抜いていた．これは後世において変形されたユークリッドの諸版を去って，古いユークリッドの正道に帰らんと試みた‘野心ある力作’であり，ユークリッドの諸版中もっとも有名なるものの一である．そこには算術や代数に見るがごとき記号は，まったく見出されない．そこにはほとんど図形の度量的性質を欠く．円周の長さも，円の面積も，この書の中では与えられないのである．

ことにその第5巻(比例論)は難解であった．ド・モルガンはユークリッドに好意を持った人であり，またそれゆえにこそユークリッドの修正を試みた人であった．彼の批判にしたがえば，

‘われわれの数学の学生は，しばしば理解もせずに，ユークリッドの第5巻

Simson: Elements of Euclid (1791 年版) の最初の部分

Book I.

Definitions.

〔I-XXXV までの中，初めの四つだけを掲げる.〕

I.

A point is that which hath no parts, or which hath no magnitude.

II.

A line is length without breadth.

III.

The extremities of a line are points.

IV.

A straight line is that which lies evenly between its extreme points.

Postulates I–III.　Axioms I–XII.

〔ここにはこれを省く.〕

Proposition I.　Problem.

To describe an equilateral triangle upon a given finite straight line.

〔ここには作図および証明を省く.〕

Prop. II.　Prob.

From a given point to draw a stratight line equal to a given straight line.〔ここには作図および証明を省く.〕

Prop. III.　Prob.

From the greater of two given straight lines to cut off a part equal to the less.〔ここには作図および証明を省く.〕

Prop. IV.　Theorem.

If two triangles have two sides of the one equal to two sides of the other, each to each; and have likewise the angles contained by those sides equal to one another: they shall likewise have their bases, or third sides, equal; and the two triangles shall be equal; and their other angles shall be equal, each to each, viz. those to which the equal sides are opposite.

を読むをつねとしている．シムソンの版に顕われている形は，不必要に冗長である．

AB is the same multiple of CD which EF is of GH.

などといった，長たらしいことをなんども繰返されると，推理を逐うて行くことが，容易でなくなるのだ.'

シムソンの1791年版は，"三角法"を附録としている．彼はsine, cosine等の言葉を用いたけれども，その略記号たるsin, cosなどは用いないのみならず，証明の中にもまったく数式を使用しなかった．

たとえば　$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

は，つぎのごとく述べられた．

In any triangle, twice the rectangle contained by any two sides is to the difference of the sum of the squares of these two sides, and the square of the base, as the radius is to the co-sine of the angle included by the two sides.

それはまったく公式のない三角法であった！

もとよりこの時代にも，ユークリッドから多少離れたところの

Thomas Simpson: Elements of geometry, with their application to the mensuration of superficies and solids. (4版，1780).

John Playfair: Elements of geometry (1795)

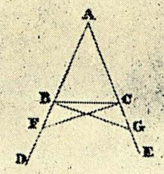
があり，またルジャンドルの英訳も出版され(第37節を見よ)，さらにユークリッドをまったく記号化せんとする試みさえも顕われたのである．しかしながら，それらは――イギリスにあっては――到底ユークリッドと競争しうるものではなかった．

かくて18世紀の前半から約1世紀の間，社会生活とはほとんど没交渉であったところのイギリスの大学は，ユークリッドと形式的難問題を集めた代数とをもって，初等数学の標準と見なしたのであった．

PROP. V.—THEOREM.

The angles at the base of an isosceles triangle are equal to each other; and if the equal sides be produced, the angles on the other side of the base shall be equal.

Let ABC be an isosceles △, and let AB, AC be prod. to D and E; then ∠ ABC = ∠ BCA and ∠ DBC = ∠ BCE.



In AD take any pt. F;			
make AG	=	AF;	3. 1.
and join BG, CF.			
∵ AF	=	AG,	constr.
and AB	=	AC,	hyp.
and that ∠ FAG	is com. to	△s AFC, AGB;	
∴ BG	=	CF,	
also ∠ ABG	=	∠ ACF,	4. 1.
and ∠ AFC	=	∠ AGB.	
Again, ∵ whole AF	=	whole AG,	
and part AB	=	part AC;	
∴ rem. BF	=	rem. CG;	3 ax.
and ∵ BG	=	CF,	
and BF	=	CG,	
and that ∠ BFC	=	∠ CGB;	
∴ ∠ BCF	=	∠ CBG,	
and ∠ BCG	=	∠ CBF;	4. 1.
which are ∠s on opp. side base BC.			
Again ∵ ∠ ABG	=	∠ ACF,	
and ∠ BCF	=	∠ CBG;	
∴ rem. ∠ ABC	=	rem. ∠ BCA.	3 ax.
which are ∠s at base BC.			

Wherefore the angles, &c. &c. Q. E. D.

Cor. Hence every equilateral triangle is also equiangular.

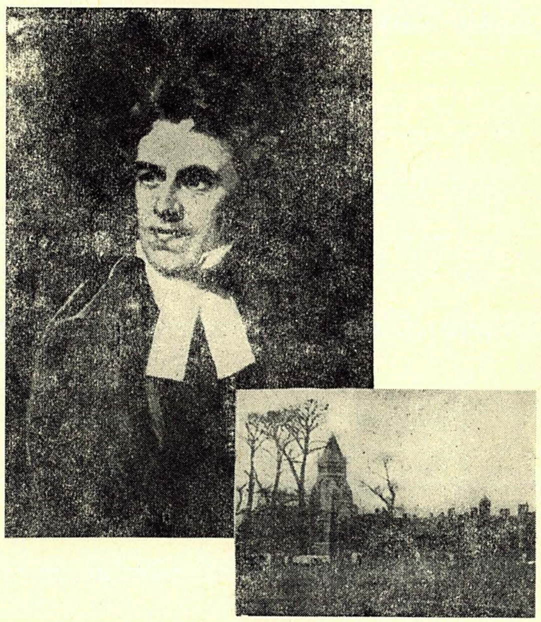
ほとんど全部記号のみで書かれたユークリッド．
A member of the University of Cambridge: Elements of Euclid (1827)の1頁

44. いまや中等学校改造の輿論が，声高くなってきた．パブリック・スクールの中では，すでに個人的人格を通じて，学校の向上を謀りつつあるものもあったが，それは1828年以来，ラグビー学園のアーノルドによって，大なる成功を見たのであった．

アーノルドはイギリス的新人文主義ともいうべき立場にある人であった．彼は人格教養の上に，理性，善良なる趣味，鑑賞の陶冶を必要とした．1834年におけるラグビー校の課程には，重要科目として

ラテン．ギリシヤ．神学．歴史．数学．フランス語が選ばれている．

かくて近代語と数学とが，ついにパブリック・スクールにとり入れられた．アーノルドはとくに重きを歴史に置いたが，自然科学をば課程には入れなかった．'アーノルドは自然科学の価値を理解してはいたが，当時の多数の人々と同様に，自然科学はたんなる実用的のものであって，人格陶冶に対して無価値で



Thomas Arnold とラグビー校

あると，考えたからであろう.'

ラグビー校の数学課程要目(1834)は，つぎのごとくであった．

算術(1年級—4年級)．整数，分数，小数から開平開立まで．

代数(4年級—6年級)．初歩から1次方程式，2次方程式まで．

幾何(4年級—6年級)．ユークリッド第1巻より第6巻まで．

ほかに第6年級には，三角法と解析幾何の初歩とが加えられた．

アーノルドの努力は，ラグビー校の地位を高める上に，異常の成功を見せた．それは他のパブリック・スクールを動かした．多くの中等学校がラグビー校を模倣したのみならず，また多数の学校が新設されて，中等教育の価値が一般に認識されたのであった．

イギリスのパブリック・スクールにおける**数学科の確立**は，じつにこの頃から始まったのである．

これより曩きに，ラグビー校では1780年から始めて算術計算を入れていた．また父兄の希望によって，ハロー校では1819年から数学を入れていた．しかしながらそれは習字の教師によって，教えられたのであった．

事実，数学教師と呼ぶに値する専門の教師が，教え始めたのは，ラグビー校では1825年から，ハロー校では1837年から，イートン校では1851年からと，伝えられている．(また他の資料にしたがえば，ハロー校では1829年に，初めて分数とユークリッドが教えられた．マーチャント・テーラーズ校では同じ年に，算術と数学とが加えられたとある．)

しかしながら，アーノルドの改造は，自然科学と数学とに対しては，まだ甚だ不十分であった．人は当時のフランスに比し，ドイツに比し，否，アメリカ合衆国に比してさえ，遜色あるを見るのである．

それはひとり中等教育においてのみではなかった．イギリスの数学界そのものもまた沈滞の極にあった．じつにわれわれはケンブリッヂ大学出身の，しかも相当に優秀なる数学者の中から，負数の使用に反対せる人々を見出すのであ

る.

その主張は

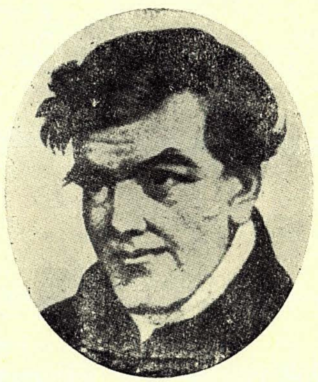
Francis Maseres: Dissertation on the use of the negative sign in algebra (1758).

William Fred: Principles of algebra (1796)

によって発表された. たとえばフレッドの論ずるところを聴くがよい.

'数の観念は, 人間の精神のうち, もっとも明晰なものであるから, それを混乱させてはならないのである. ……マクローリンの代数の最初の数頁によって, 代数の原則を教えるのは, 過っている. そこには数が正数と負数に分たれ, そして負数の性質は, 貸借やその他の技巧によって説明されている.

しかし一つの数は, それより大なる数からは引くことができるが, それより小なる数から引こうと企てるのは, 馬鹿馬鹿しいことである. しかもそれが代数学者の企てるところであるとは! 彼らは無い物から一つの数を引いたり, 負数に負数を掛けて正数にしたり, 虚数などについて語っている. ……これらのすべては, 常識が排斥するところの唐人の寝言である.'



George Peacock

45. いまやケンブリッヂのピーコック(1791-1858)は, 数学研究ならびに数学教育の振興のために, 立ち上がった. 彼はイギリスの数学界が, まずニュートンの偶像視を止めて, 大陸の学風を容れざるべからざるを痛感した. 彼がその同僚と共に着手した第一の仕事は, ラクロアの"初等微積分学"の翻訳であった. つぎの仕事は, 代数の基礎工事を遂行して, フレッドらの迷論を打破し, 初等数学の基礎を確立することであった. それがために

Peacock: Treatise on algebra (1830)

が書かれ, さらにより大部なる

Peacock: Treatise on algebra. Part I. Arithmetical algebra (1842).

Part II. Symbolical algebra (1845)

が著された. 公式の不易性(形式不易の原理)は, 彼によって説き出されたのである.

Augustus De Morgan

ピーコックの仕事を継いで, 数学教育改造のために努力したのは, ド・モルガン(1806-1871)であった. 当時科学教育の機関として立てられた新興のロンドン大学は, 国教異端者たるド・モルガンを教授とした. (そのロンドン大学の設立者こそ, また'有用智識普及会'を起せる, 進歩的政治家ブルーガム公であったのである.)

健筆なるド・モルガンは, この'普及会'出版物のために執筆し, ブールドンの"代数"を訳し(1828), さらに数多くの教科書を著わした. たとえば

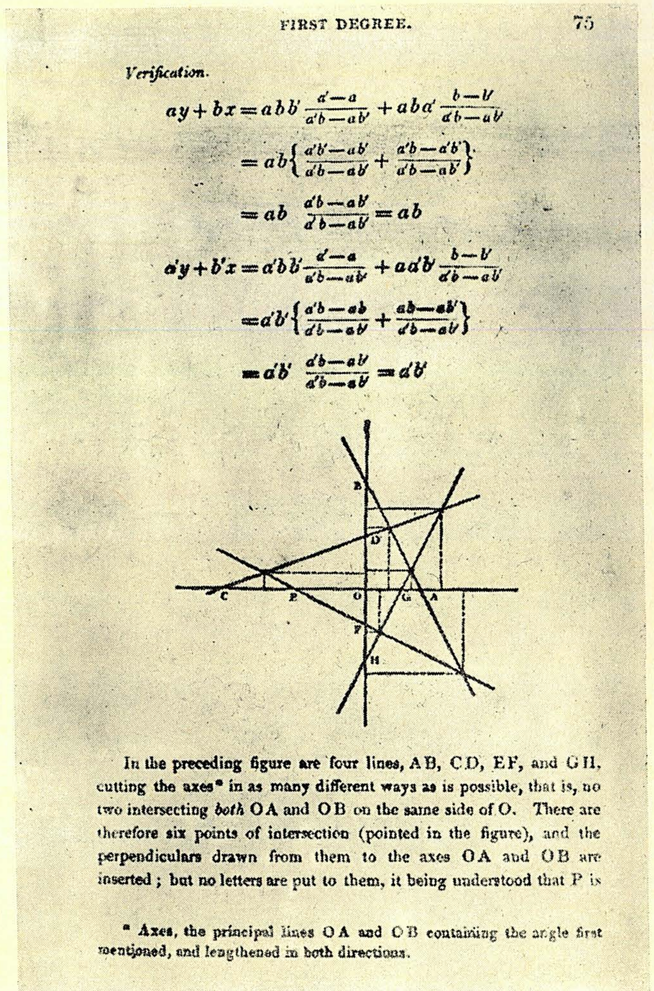
Elements of arithmetic (1830).

Elements of algebra (1835).

Elements of trigonometry (1837)

等々.

彼の教科書は, たといいかに程度の低いものといえども, 極めて特色あり異彩あるものであった. デー・イー・スミスが, 彼を'教師にとっては教訓の富源であり, そして生徒に対しては全然望みない, 種々の教科書を書いた'と評したのは, よく当っている.



FIRST DEGREE.　　　75

Verification.

$$ay+bx=abb'\frac{a'-a}{a'b-ab'}+aba'\frac{b-b'}{a'b-ab'}$$

$$=ab\left\{\frac{a'b'-ab'}{a'b-ab'}+\frac{a'b-a'b'}{a'b-ab'}\right\}$$

$$=ab\ \frac{a'b-ab'}{a'b-ab'}=ab$$

$$a'y+b'x=a'bb'\frac{a'-a}{a'b-ab'}+aa'b'\frac{b-b'}{a'b-ab'}$$

$$=a'b'\left\{\frac{a'b-ab}{a'b-ab'}+\frac{ab-ab'}{a'b-ab'}\right\}$$

$$=a'b'\ \frac{a'b-ab'}{a'b-ab'}=a'b'$$

In the preceding figure are four lines, AB, CD, EF, and GH, cutting the axes* in as many different ways as is possible, that is, no two intersecting *both* OA and OB on the same side of O. There are therefore six points of intersection (pointed in the figure), and the perpendiculars drawn from them to the axes OA and OB are inserted; but no letters are put to them, it being understood that P is

* Axes, the principal lines OA and OB containing the angle first mentioned, and lengthened in both directions.

De Morgan: Elements of algebra(1835)の1頁
2元1次方程式の図による解法を示す

彼の代数には，函数なる語もあり，函数の分類もあり，2元1次方程式は図解によって解かれている．

彼の三角法においては，序文の中で，算術，代数，幾何の間の結合(connexion)が力説され，‘三角法の大目的の一つは，周期的変化を表示するにある’と述べている．そこには一般的なグラフの説明と，三角函数のグラフが与えられ，方眼紙についてはつぎのごとく述べられた．

‘学生が，小間隔に上下に引かれた罫紙(paper ruled horizontally and vertically at small intervals)を求めることができる場合に，かような曲線を沢山描くことは，自修上のもっともよい練習の一つであろう.’

さらに彼の著作

Connexion of number and magnitude: An attempt to explain the Fifth Book of Euclid(1836)

においては，ユークリッドの比例論を，正の整数を用いてのいわゆる‘挟み合い’の形式に，直している．この改作こそ，後にイギリス——および日本——において，採用されたものであった．(この点については，後に再論するの機会を有する)．

ド・モルガンは奇才ある先駆者であった．彼は中等学校教師の優れたる指導者であった．彼の所説の中で，平凡なもの，穏健なものは，ようやく学校教育に採用された．ただ不幸にして，その採用された部分には，形式的な論理的な事項のみが多かった．ド・モルガンとトドハンターとを，同列にして談ずるなかれ．ド・モルガンはいま一度，全面的に，再吟味を要する人である．

かくてイギリスの中等教育においては，微温的ながらも，数学科が確立することになった．そこには進展しつつあるイギリスの大産業が，背景となっていたことを忘れてはならない．さればこそ，その時代における代表的哲学者ウイリアム・ハミルトンが，1836年の“エヂンバラ評論”誌上で，

‘数学による教養は，極端に一面的であり偏狭である．数学は人心を氷結

76　EQUATIONS OF THE

the point of intersection under consideration,* while PM and PN are the perpendiculars, as in the first figure.

Let the distances at which the four lines cut the axes be as follows, in numbers of the unit chosen :

OA=3	OC=8	OE=4	OG=2
OB=6	OD=3	OF=2	OH=4

Let us first take the intersection of AB and CD. Place the point P at this intersection, and let $PM=y$ and $PN=x$, as in the first figure. Then because P is on the line AB, we have, from the principle stated at the outset,

$$3y+6x=18$$

But on looking at the line CD, we observe, 1. That the principle does not apply directly to it, because CD is not contained in the angle BOA, but in the contiguous angle BOC. 2. That OC (in length 8 units) is not measured in the direction OA, but in the contrary direction. If therefore we write $\bar{8}$ instead of 8, and with this form the same equation as we should have formed if OC had been measured towards A, we shall then, by correcting the equation as in page 66, obtain another equation with which to proceed.† That is, because the point P is on CD, we have

$$\bar{8}y+3x=\bar{8}\times 3 \text{ or (page 66) } -8y+3x=\overline{24}=-24$$
$$\text{or} \quad 8y-3x=24$$

[For, since $3x-8y=-24$ denotes that $8y$ exceeds $3x$ by 24, this may be written $8y-3x=24$.]

Solving the two equations thus obtained, namely,

$$\left.\begin{array}{l}3y+6x=18\\ 8y-3x=24\end{array}\right\} \text{ we get } \left\{\begin{array}{l}x=1\frac{5}{19}\\ y=3\frac{9}{19}\end{array}\right.$$

which, with the succeeding results, may be verified by measurement, as well as from the equations.

* Let the student draw this figure on a large scale in ink, and mark the letters belonging to the point under consideration in pencil, to be rubbed out on passing to a new point.

† We cannot refer to any single page here. This principle is the total result of Chapter II.

前頁の図の続き．

この頁の終りに近い部分に注意せよ．De Morgan は明かにグラフ教授に注意していたのである．

せしめ，乾燥させる．この学問は人間の内面的教養としては，絶対的に有害である．……After all, we are afraid that d'Alembert is right; mathematics may distort, but can never rectify, the mind.……'

と叫んでも，数学科の上には，なんらの動揺をも見なかったのである(1)．

アメリカ合衆国

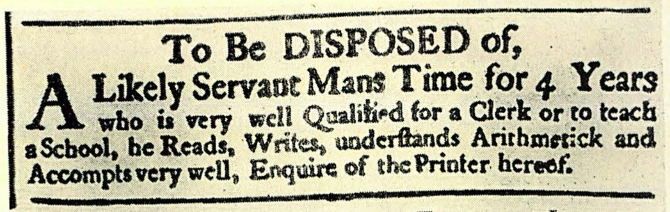
46.　1787年に憲法を制定したアメリカ合衆国は，いまやわれわれが考察の舞台に上ってくる．私はまず独立以前の状態の瞥見をもって始めよう．

アメリカにおけるイギリス植民地の教育は，初期の間は，まったく母国の習慣にしたがっていた．それゆえに智識階級人のもっとも多かったマッサチュセッツ州においても，最初の小学校(1647)の課程は，読み方と習字のみであった．中等学校はすなわちラテン・グランマー・スクールで，ラテン，英語，近代語および習字を課し，算術を欠いていた．当時最高の教育機関たるハーヴァード・カレージにおいてさへ，1642年の学制によれば，数学はただ1年間教授されるのみで，それも1週2時間の講義であったのである．

しかしながら，アメリカは生産物に富める，未拓の新天地である．日常生活に必要なる算術は，17世紀の後半から，すでに初等学校および中等学校に加えられた．生産力の急激なる発展につれて，かつての清教徒は実務の人と変ってきた．学校の実際化，民衆化が叫ばれ，田舎においても読書算が宗教に代らんとしつつあった．

グランマー・スクールは18世紀の末葉まで，標準的なる中等学校と見なされてはいたが，しかし18世紀に入ってからは，新しい要求のために，中等程度の新学校が生れてきたのである．たとえば1732年にアレクサンダー・マーコルムのニューヨークにある学校では，習字，ラテンおよびギリシヤのほかに，

(1)　ジョン・スチュワート・ミルは，後にハミルトンの説を反駁しながらも，フランス哲学はフランシス・ベーコンからこないで，デカルトからきたところに欠陥ありとし，フランス思想の重大な欠点は，幾何学的精神から起るのだと述べている．



To Be DISPOSED of,
A Likely Servant Mans Time for 4 Years who is very well Qualified for a Clerk or to teach a School, he Reads, Writes, underftands Arithmetick and Accompts very well, Enquire of the Printer hereof.

FIG. 140. ADVERTISEMENT FOR A TEACHER TO LET
(From the *American Weekly Mercury* of Philadelphia, 1735)

教師売渡し広告

独立以前のアメリカには，当時のヨーロッパにおけると同様に，正規の学校以外に，種々の不規則な貧弱な学校があった．かような学校には‘年季契約で縛られた白人奴隷’が，教師として使役されたことがしばしばであった．ここに掲げた広告は，1735年フィラデルフィア発行の American Weekly Mercury 紙上に載ったもので，怪しげな学校で行われた事実の代表的一例である．

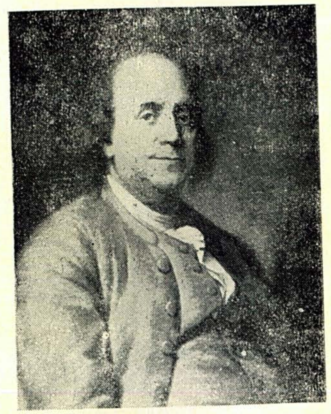
> 4個年契約の1人のよき奉公人を処理したし．
> 彼は書記としても，学校教師としても，至極適当の人物にして，読書，習字をよくし，算術を解し，甚だ計算に巧なり．本紙発行者宛御照会あれ．

‘もっとも完全な方法にしたがって，数学の全科目，幾何，代数，地理，航海術，商業簿記を教えた’といわれている．

かくてアメリカの新生活は，ついに母国イギリスの教育伝統を，打破せんとするに至った．ついに1751年には，先覚者ベンジャミン・フランクリンの**アカデミー**——それは新しい中等学校の名称である——が開かれたのである．フランクリンは課目として，つぎのものを採用せんと欲したのであった．

> 習字，図画．算術および商業上の諸勘定，幾何および天文学の一斑．英語，作文，発音．歴史，倫理，宗教および政治．古代語（ラテン，ギリシヤ）．近代語（フランス，ドイツ，スペイン語）．観測および実験の科学．農業．その他商業，貿易，工業機械，等々．

この学校は失敗に帰したが，しかしながらその刺激は大きかった．18世紀の後半からは，ヨーロッパの新制度とアメリカの社会的・経済的条件とを考慮に



Benjamin Franklin

入れつつ，各州にアカデミーが次第に新設された．その有力なるものに，フィリップス・アカデミーがある．それはイギリスの国教異端者学校と同様に，

> ‘単に英語，ラテン，習字，算術，その他普通に教えられる学科に止まらず，とくに生活の大目的と実務を教える’

ことを目的として建てられたものであり，そこでは実用幾何や自然科学などが採用されたのであった．

47．さてアメリカの植民地時代に，もっとも多く行われた数学は，算術，航海術と測量術であり，それらと密接の関係にある三角法もまた行われたが，代数，幾何のごときは比較的行われなかったのである．

最近の文献的研究にしたがえば，諸大学の中

> ‘ハーヴァードでは，幾何は1653年に講義されたが，代数は1721年まで課程に入れられなかった．1787年に幾何は第2学年の学生に要求された．エールでは，1718年に代数が重要視され，1744年に幾何が2年生に要求された．キングス・カレージ（いまのコロンビヤ大学）では，1785年に新入生が2次方程式まで代数を学んだのである．’

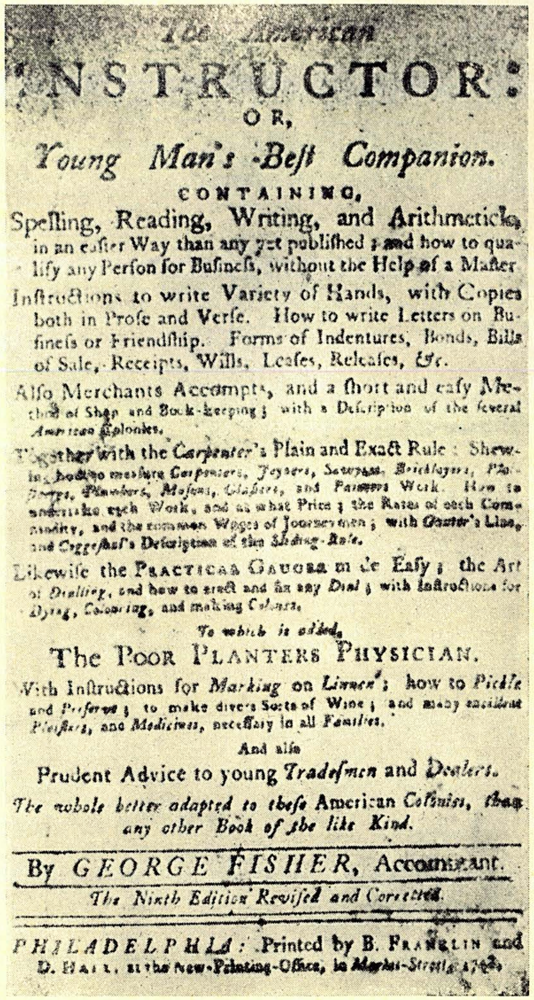
数学書はほとんど全部イギリスからの輸入であるか，しからざればイギリス書の翻刻であった．

一般人の間に行われた算術書は，ホッダー，コッカーなどであり，とくにヂルウォースと共に，ジョージ・フィッシャーの著

> George Fisher: The American Instructor (1748)

が人気を呼んで，1799年までに少なくとも16版におよんだのである．

この書はイギリスの女流著述家の算術書を，改名翻刻したものであるが，


The American
INSTRUCTOR:
OR,
Young Man's Beſt Companion.
CONTAINING,
Spelling, Reading, Writing, and Arithmetick, in an eaſier Way than any yet publiſhed; and how to qualify any Perſon for Buſineſs, without the Help of a Maſter.
Inſtructions to write Variety of Hands, with Copies both in Proſe and Verſe. How to write Letters on Buſineſs or Friendſhip. Forms of Indentures, Bonds, Bills of Sale, Receipts, Wills, Leaſes, Releaſes, &c.
Alſo Merchants Accompts, and a ſhort and eaſy Method of Shop and Book-keeping; with a Deſcription of the ſeveral American Colonies.
Together with the Carpenter's Plain and Exact Rule: Shewing how to meaſure Carpenters, Joyners, Sawyers, Bricklayers, Plaiſterers, Plumbers, Maſons, Glaziers, and Painters Work. How to undertake each Work, and at what Price; the Rates of each Commodity, and the common Wages of Journeymen; with Gunter's Line, and Coggeſhal's Deſcription of the Sliding-Rule.
Likewiſe the Practical Gauger made Eaſy; the Art of Dialling, and how to erect and fix any Dial; with Inſtructions for Dying, Colouring, and making Colours.
To which is added,
The Poor Planters Physician.
With Inſtructions for Marking on Linnen; how to Pickle and Preſerve; to make divers Sorts of Wine; and many excellent Plaiſters, and Medicines, neceſſary in all Families.
And alſo
Prudent Advice to young Tradeſmen and Dealers.
The whole better adapted to theſe American Colonies, than any other Book of the like Kind.
By GEORGE FISHER, Accomptant.
The Ninth Edition Reviſed and Corrected.
PHILADELPHIA: Printed by B. Franklin and D. Hall, at the New-Printing-Office, in Market-Street, 1748.

George Fisher: The American Instructor
(其 9 版，1748)の扉

その中には

商業書翰の認め方．商業簿記．大工に必要な平易で正確な法則(大工，煉瓦積工，石工，鉛管工，その他の工作者は，いかにして測定するか)．いかにして，またいかなる金額で，仕事を受負うか．商品の相場，日雇人の賃銀．樽の容量の簡単な測り方．日時計の装置．'貧しい植民の医師'(家庭薬品)．酒の作り方．食物の保存法．漬物の漬け方

等々に至るまで，いかにも行き届いた，女らしい細々しさを見せている．当時フィラデルフィアの印刷業者だったフランクリンが，これを出版したことは，じつに慧眼であったといえよう．

いまやアメリカの独立と共に，

Nicholas Pike: A new and complete system of arithmetic (1788)

およびその抄録版

Nicholas Pike: Abridgement of the new and complete system of arithmetic (1793)

が出版された．著者パイクはハーヴァード大学の出身者たる'合衆国の市民'である．前者は，算術のほかに，簡単に対数，三角法，代数および円錐曲線の一斑をも述べたもので，大学で採用された．後者は初等的のもので，アメリカ人自らの手で書かれた算術書中，広く普及した最初の著述であった．

じつにアメリカ独立の当時における貨幣の混乱は，異常なものがあった．パイクはこれらに対する民衆の理解に資するために，大なる努力を払った．実務上の智識を与えるために，彼は算術の中に，合衆国各州の公債証書，償還に関する各州および政府の諸法律を採用するを厭わなかった．この書こそ，よく新時代への過渡期の要求に，適合したものであった．さればこそジョージ・ワシントンは賞讃の手紙を，著者に送ったのである．

48. ついにアメリカは独立戦争後の危機を脱した．財政金融制度の確立と，フランス革命に続いてのヨーロッパの戦乱は，合衆国に顕著なる経済的進展を

与えたのである．

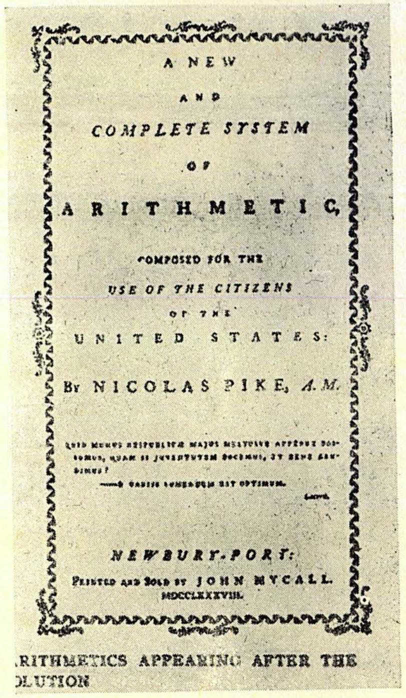
‘自由と民主主義’の信仰のもとに生れた共和国は，教育上においてもまたこの精神をとった．しかるに当時のグランマー・スクールが，大学(カレージ)の入学準備を主要目的とせるに反して，新興のアカデミーは，屈伸自由の柔軟性を有し，形式的なる束縛を与えなかった．それゆえに1797年の法令によって，アカデミーは典型的なる中等学校となったのである．

かくて1820年頃には教育運動が盛に開始され，アカデミーは1820-30年の頃を最高頂として，大なる発展を示したのであった．アカデミーは半ば公立的のものであったが，半ば私人経営的であり，その課程もまた区々たるを免れなかった．ここに一例としてウォーバーン・アカデミーの課程(1815)を示しておく．

読み方，書き方．算術．地理．簿記．英文典．修辞．作文．ラテン．ギリシヤ．

(随意科目．天文．航海．測量など)．

独立戦争によって荒廃した初等教育の復興は，むしろ遅れをとったが，それは

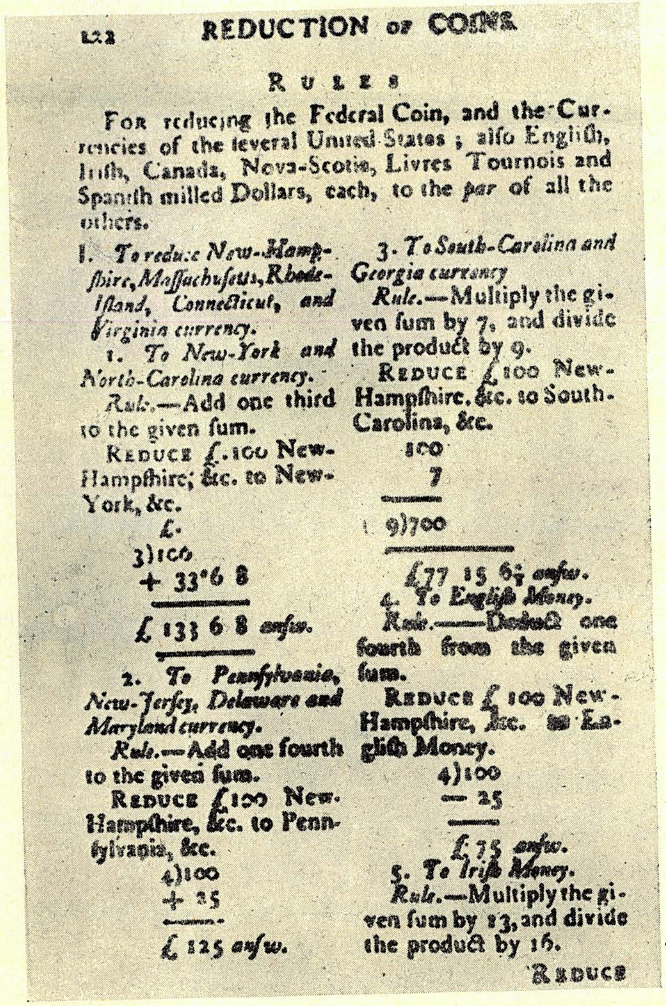

A NEW
AND
COMPLETE SYSTEM
OF
ARITHMETIC,
COMPOSED FOR THE
USE OF THE CITIZENS
OF THE
UNITED STATES:
By NICOLAS PIKE, A.M.

NEWBURY-PORT:
PRINTED AND SOLD BY JOHN MYCALL.
MDCCLXXXVIII.

Pike: Arithmetic(1788)の扉

アメリカ合衆国の独立後に顕われた最初の数学書である．George Washingtonはこれを称讃して書いた．

“The handsome manner in which that work is printed and the elegant manner in which it is bound, are pleasing proof of the progress which the Arts are making in the Country……The investigation of mathematical truths accustoms the mind to method and correctness in reasoning and is an employment peculiarly worthy of rational beings.”


122　REDUCTION of COINS.

RULES

For reducing the Federal Coin, and the Currencies of the several United States; also English, Irish, Canada, Nova-Scotia, Livres Tournois and Spanish milled Dollars, each, to the par of all the others.

1. To reduce New-Hampshire, Massachusetts, Rhode-Island, Connecticut, and Virginia currency.

1. To New-York and North-Carolina currency.
Rule.—Add one third to the given sum.
Reduce £.100 New-Hampshire, &c. to New-York, &c.

£.
3)100
+ 33 6 8
£ 133 6 8 answ.

2. To Pennsylvania, New-Jersey, Delaware and Maryland currency.
Rule.—Add one fourth to the given sum.
Reduce £100 New-Hampshire, &c. to Pennsylvania, &c.

4)100
+ 25
£ 125 answ.

3. To South-Carolina and Georgia currency.
Rule.—Multiply the given sum by 7, and divide the product by 9.
Reduce £100 New-Hampshire, &c. to South-Carolina, &c.

100
7
9)700
£77 15 $6\frac{2}{3}$ answ.

4. To English Money.
Rule.—Deduct one fourth from the given sum.
Reduce £100 New-Hampshire, &c. to English Money.

4)100
— 25
£ 75 answ.

5. To Irish Money.
Rule.—Multiply the given sum by 13, and divide the product by 16.

Reduce

Pike: Abridgement of arithmetic(1793)の1頁．

〔次頁の説明を見よ〕．

貨幣の換算

聯盟貨幣，合衆国内の種々の貨幣，イングラント貨幣，アイルランド貨幣，ツールのリーヴル，スペインのミル・ドルの間の相互の換算

I. ‘ニュー・ハンプシャイア，マッサチュセッツ，ロード・アイランド，カネチカット，およびヴァージニア’貨幣を，

1. ‘ニュー・ヨークおよび北カロライナ’貨幣に換算するには，与えられた金額にその3分の1を加えよ.

2. ‘ペンシルヴァニア，ニュー・ゼルシー，デラウェーアおよびメリー・ランド’貨幣に換算するには，与へられた金額にその4分の1を加えよ.

3. ‘南カロライナおよびジョルジア’貨幣に換算するには，与えられた金額を7倍して，その積を9で割れ.

4. イギリス貨幣に換算するためには，与えられた金額から，その4分の1を引け〔計算の例は省略した.〕

1810年より1830年の間に，半ば私的の慈善団体たるSunday School Society, City School Society 等の手によって，多くの初等学校が新設されたのであった.

その頃から算術教授の革新が，コールバーンの著

Warren Colburn: First lessons in arithmetic (Intellectual arithmetic) (1821)

によって開始された．コールバーンはペスタロッチの直観主義にしたがって，抽象的・未知なるものの代りに，まず具体的・既知なるものをもって，説明を始めた.

デルウォースの第1頁

‘算術とは何か？

算術とは，数――それは整数でも分数でも――によっての計算の術あるいは学問です.’

は，コールバーンの

‘あなたの右手に親指が何本ありますか？

あなたの左手に親指が何本ありますか？

両手では親指が何本ありますか？’

によって代えられたのである.

それは‘アメリカの地に結んだ，ペスタロッチの思想の最初の果実’であった．コールバーンの算術は非常の刺激を与え，異常な成功を博したのであった[1].

それと前後して，フランスの数学が盛に輸入される時代が到達したのであった.

事実，独立戦争の前後から，アメリカの指導者は，イギリスに反感を抱くと同時に，フランスに対して好意を持ったのである．1780年に設立されたAmerican Academy of Arts and Sciencesの宣言書において，われわれは読む.

‘イギリス風よりもむしろフランス風を与えること，そしてRoyal Societyよりもむしろ Académie royale にしたがうこと.’

かかる思想の流は，ウェスト・ポイント陸軍士官学校(Military Academy)をして，1817年頃から，その模範をフランスのエコール・ポリテクニクに仰がせることになった．したがってこの学校は普通のアメリカ大学とはまったく趣きを異にして，もっとも数学を重要視することとなった．ウェスト・ポイント陸軍士官学校はやがて，アメリカにおける数学研究の中心となったのである.

それより以前からハーヴァードの教授ジョン・ファラー(1779-1853)は，

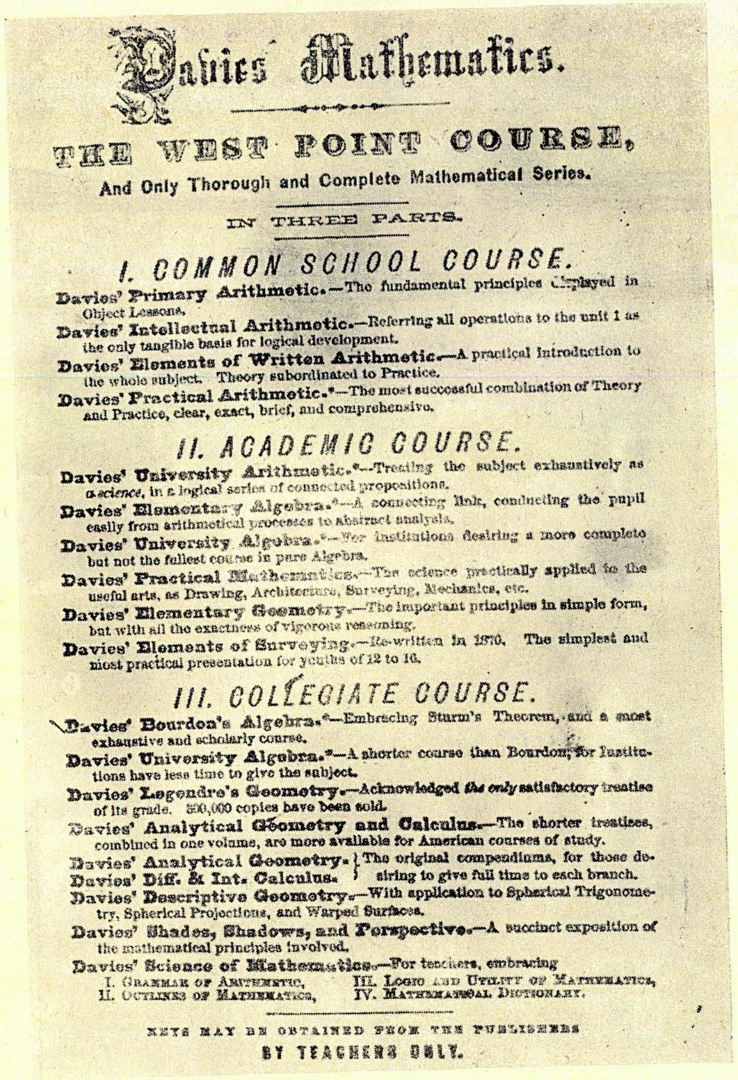
Farrar: Elements of algebra, selected from Euler (1818)

を初め，

Legendre (Geometry, 1819).

Lacroix (Algebra, 1818; Trigonometry, 1820).

(1) 明治初年における日本の小学校算術――とくに文部省“小学算術書”(明治6)――は，コールバーンの感化のもとにあった．後の第78節を見よ.



Davies' Mathematics.

THE WEST POINT COURSE,

And Only Thorough and Complete Mathematical Series.

IN THREE PARTS.

I. COMMON SCHOOL COURSE.

Davies' Primary Arithmetic.—The fundamental principles displayed in Object Lessons.

Davies' Intellectual Arithmetic.—Referring all operations to the unit 1 as the only tangible basis for logical development.

Davies' Elements of Written Arithmetic.—A practical introduction to the whole subject. Theory subordinated to Practice.

Davies' Practical Arithmetic.*—The most successful combination of Theory and Practice, clear, exact, brief, and comprehensive.

II. ACADEMIC COURSE.

Davies' University Arithmetic.*—Treating the subject exhaustively as *a science*, in a logical series of connected propositions.

Davies' Elementary Algebra.*—A connecting link, conducting the pupil easily from arithmetical processes to abstract analysis.

Davies' University Algebra.*—For institutions desiring a more complete but not the fullest course in pure Algebra.

Davies' Practical Mathematics.—The science practically applied to the useful arts, as Drawing, Architecture, Surveying, Mechanics, etc.

Davies' Elementary Geometry.—The important principles in simple form, but with all the exactness of vigorous reasoning.

Davies' Elements of Surveying.—Re-written in 1870. The simplest and most practical presentation for youths of 12 to 16.

III. COLLEGIATE COURSE.

Davies' Bourdon's Algebra.*—Embracing Sturm's Theorem, and a most exhaustive and scholarly course.

Davies' University Algebra.*—A shorter course than Bourdon, for Institutions have less time to give the subject.

Davies' Legendre's Geometry.—Acknowledged *the only* satisfactory treatise of its grade. 300,000 copies have been sold.

Davies' Analytical Geometry and Calculus.—The shorter treatises, combined in one volume, are more available for American courses of study.

Davies' Analytical Geometry.
Davies' Diff. & Int. Calculus. } The original compendiums, for those desiring to give full time to each branch.

Davies' Descriptive Geometry.—With application to Spherical Trigonometry, Spherical Projections, and Warped Surfaces.

Davies' Shades, Shadows, and Perspective.—A succinct exposition of the mathematical principles involved.

Davies' Science of Mathematics.—For teachers, embracing

I. GRAMMAR OF ARITHMETIC, III. LOGIC AND UTILITY OF MATHEMATICS,
II. OUTLINES OF MATHEMATICS, IV. MATHEMATICAL DICTIONARY.

KEYS MAY BE OBTAINED FROM THE PUBLISHERS
BY TEACHERS ONLY.

Charles Daviesの教科書の広告

Davies: University arithmetic(1876年版)から. Legendreの幾何が300,000部売れたとあるを見よ！

Bourdon(Algebra, 1831).

…… ……

を訳していた. しかしながら, いまやウェスト・ポイント陸軍士官学校のチャールス・デヴィース(1798-1876)が,

Davies: Legendre's Geometry(1834. 26版, 1878).

Davies: Bourdon's Algebra(1835. 22版, 1875)

を出版したとき, それは非常なる成功を博した. それは大学においてのみでなく, 中等学校においても広く行われたのである.

かくのごとくにしてフランスの数学は, アメリカを風靡するに至った. われわれは中等学校の一なる, レーセスター・アカデミーの教科書(1824)からも, これを推察しうると思う.

下級

Colburn: Arithmetic. Adams: Arithmetic.

上級

Lacroix: Arithmetic. Euler: Algebra.

Legendre: Geometry. Flint: Surveying.

Wilkin: Astronomy.

もとよりフランス数学は, イギリス数学を, 全然アメリカの地から, 追い払った訳ではなかった. とくに算術は, 度量衡の関係上, およびフランス算術の理論的なる関係上, アメリカにおいて成功しなかった. しかしながら1825年から1850年頃までの間, アメリカではイギリス流の小数点(.)よりもフランス流の(,)の方が, より多く用いられた程であった.

フランス数学の影響を度外視して, アメリカの数学教育を語ることは, まったく不可能である.

第4章　数学教育の停滞時代

——1840年頃より1900年頃まで——

さて数学は中等学校において，すでにその地位を確立しえた．そして19世紀は純粋数学の進展において，もっとも輝かしい時代であった．しかしながら教授内容の改善と教授方法の進歩とは，中等学校における数学教育の上に，容易にこなかった．19世紀の終りに近く，改造への一般的自覚が生れるまで，そこには幾多の先駆者があり，また‘明日の数学’への芽生えもあったが，大勢は‘一歩前進，一歩退却’の状態において，緩い歩みを続けたのであった．

イ ギ リ ス

49.　われわれは数学教育停滞の最好の例を，イギリスにおいて見出すのである．

イギリスの中等学校は，当時——今日においても，他国に比すれば，大体それに近いのではあるが——国家的統制のもとになかった．私はそれゆえに，概念を明瞭にするために，二,三の大なるパブリック・スクールにおける，1864年度の数学科時間数を，ここに掲げて置く．これらは4カ年または5カ年にわたるものである．かような時間数の相違のほかに，進度についてもまた統一がなかった．たとえば，同じ時間数でありながらも，イートンとラグビーでは，‘ユークリッド第4巻までと代数初歩’に止まったのに，ハローでは‘ユークリッド第6巻までと代数初歩’を教えたのである．

かくて数学科の確立は，一方においてド・モルガンらの指導と相待って，種々の教科書を生むに至った．たとえば

J. W. Colenso: Arithmetic(1845頃．新版，1872)

校　　名	一週の数学時間数
イートン	3(外に予習1)
ウィンチェスター	下級7—8，　上級3—4
ウェストミンスター	4
ハロー	3(予習1)
ラグビー	3(予習1)
マーチャント・テーラーズ	10

J. W. Colenso: Elements of algebra(1849．5版，1864)

Barnard Smith: Arithmetic for schools(1854．新版，1892)

Robert Potts: Euclid's Elements of geometry(1845．2版，1861)

等のごときである．

ポッツのユークリッドは，ケンブリッヂの講義を基礎としたもので，パブリック・スクールの上級生および大学生のために作られたものであるが，その本文はシムソンとほとんど同様のものであり，各巻の終りに算術・代数的註釈を附し，最後に受験的問題を解き，大学入学試験問題に関する索引を載せている．それはじつにジョン・ペリーの皮肉を想わしめるものがあった．

‘こんな不適当な教育法に，数世紀を通じて耐え忍んだイギリス気質こそ，何という健康さであろう！’

しかもポッツはその序文において，形式陶冶の手段としての幾何学学習の価値を説き，ジョン・スチュワート・ミルの説を引用している．

‘より困難な研究——生理，社会，政治などの——への準備としての数学教育の価値は，その理論の応用にあるのでなくして，その方法の適用にあるのである’

と．じつにわれわれはこの書の再版の序文において，ユークリッドの記号化の企図(第166頁の図を見よ)が，大なる物議を起したことを読むのである．大学その他の試験用紙の初めには，つぎの注意が掲げられたのであった！

162

ユークリッドの命題の証明を書くに当りては，代数的記号を用うるを許さず

Isaac Todhunter

この問題に対して，種々の議論が起ったが，ド・モルガンはつぎのごとく述べたのであった．

‘初等幾何学に代数的記号を導入することは，すでに普通の代数を学んだすべての学生に対して，幾何学の特殊性を破壊するものである．——彼ら学生は，それらの記号をただ器械的に取扱うようになる．……幾何学的推理と算術的方法とは，おのおのそれ自身の職分を持っている．初等教育において，この二つを混合(mix)することは，この両者の正当なる獲得の上に有害である.’

このド・モルガンの態度に注目せよ！ この言葉こそ，じつに20余年の後，日本の地において，その再現を見たのであった！

やがてトドハンター(1820-1884)の，有名なる一聯の教科書が顕われ出した．

Todhunter: Algebra(1858. 7版，1875).

Algebra for beginners(1863).

Plane trigonometry(1859. 8版，1880).

Trigonometry for beginners(1873).

Elements of Euclid(1862).

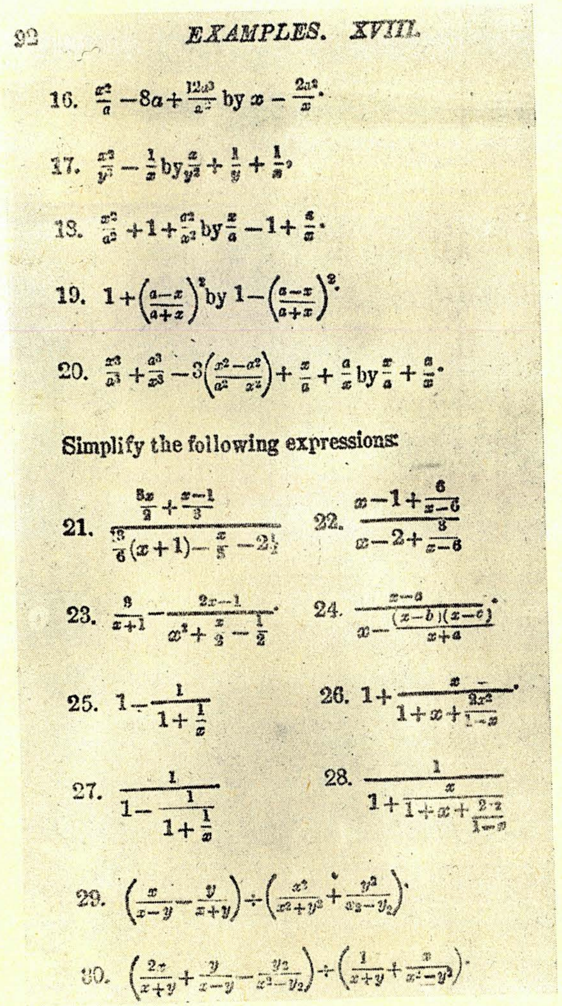
等々．ここにはただ二種のみを選んで説明を加えるに止める．

教育論者としてのトドハンターは，頑固なる伝統主義に奉仕したが，しかし彼は明晰なる著者であり，老練なる教師であった．

彼の“代数初歩”は，大体つぎの内容を持つ．

主な記号．因数，係数，項などの意味．括弧．項の順序の変換．

整式の加減乗除．因数，最大公約数，最小公倍数．分数とその四則．



92 *EXAMPLES. XVIII.*

16. $\frac{x^2}{a}-8a+\frac{12a^3}{x^2}$ by $x-\frac{2a^2}{x}$.

17. $\frac{x^2}{y^2}-\frac{1}{x}$ by $\frac{x}{y^2}+\frac{1}{y}+\frac{1}{x}$.

18. $\frac{x^2}{a^2}+1+\frac{a^2}{x^2}$ by $\frac{x}{a}-1+\frac{a}{x}$.

19. $1+\left(\frac{a-x}{a+x}\right)^2$ by $1-\left(\frac{a-x}{a+x}\right)^2$.

20. $\frac{x^3}{a^3}+\frac{a^3}{x^3}-3\left(\frac{x^2}{a^2}-\frac{a^2}{x^2}\right)+\frac{x}{a}+\frac{a}{x}$ by $\frac{x}{a}+\frac{a}{x}$.

Simplify the following expressions:

21. $\dfrac{\frac{3x}{2}+\frac{x-1}{3}}{\frac{13}{6}(x+1)-\frac{x}{5}-2\frac{1}{2}}$

22. $\dfrac{x-1+\frac{6}{x-6}}{x-2+\frac{3}{x-6}}$

23. $\frac{3}{x+1}-\dfrac{2x-1}{x^2+\frac{x}{2}-\frac{1}{2}}$.

24. $\dfrac{x-a}{x-\frac{(x-b)(x-c)}{x+a}}$.

25. $1-\dfrac{1}{1+\frac{1}{x}}$

26. $1+\dfrac{x}{1+x+\frac{2x^2}{1-x}}$.

27. $\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{1+\frac{1}{x}}}$

28. $\dfrac{1}{1+\dfrac{x}{1+x+\frac{2x}{1-x}}}$

29. $\left(\frac{x}{x-y}-\frac{y}{x+y}\right)\div\left(\frac{x^2}{x^2+y^2}+\frac{y^2}{x^2-y^2}\right)$.

30. $\left(\frac{2x}{x+y}+\frac{y}{x-y}-\frac{y^2}{x^2-y^2}\right)\div\left(\frac{1}{x+y}+\frac{x}{x^2-y^2}\right)$.

トドハンター：代数初歩の飜刻(明治21)

Todhunter: Algebra for beginners. Japanese edition(1887)

簡単な方程式．その問題．多元１次方程式．その問題．２次方程式．２次に帰する問題．聯立方程式．

乗冪と開方．指数，根．比．比例．変数法．等差，等比，調和級数．

組合せ．二項定理．記数法．利息算．

この書の中には，大学入学試験問題や，シンプソン，サウンダーソンの代数から採ったもののほかに，自作の多数の問題を含んでいた．比例のところでは，幾何学上の定義（ユークリッド）と代数上の定義との一致を示しているのも，注目に値する．正負数の計算規則のごときは，具体的説明によらずに，規約の形で与えられる．方向その他の具体的実例によっての負数の説明は，この書の中には明示されていないのである．

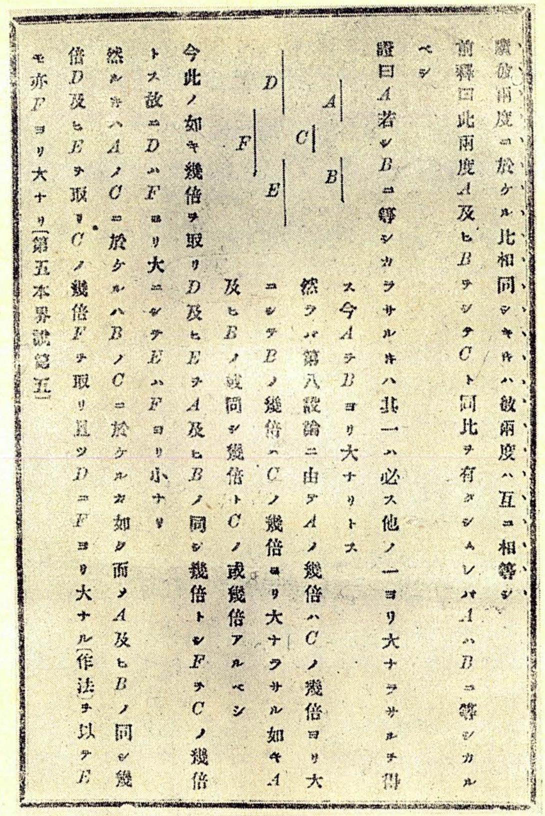
すべてが形式的・論理的であった．材料も順序も，この見地から統一されていた．しかも比較的に理解し易く書かれたところに，この書の強味があったのである．

つぎに，トドハンターの“ユークリッド”は，それはまったくシムソン型であって，その中には代数記号や計算の痕跡をも，見出しえないのである．著者はシムソンの体裁に幾分かの修正を施して，中等学校用に編輯したに過ぎなかった．否．トドハンターにしたがえば，それが最上の策なのである．なぜなら，彼はその序文において述べている．

‘イギリスにおいては，幾何の教科書はユークリッドを用い，諸学校の試験などにも，陽わにこの書の第何巻，第何命題と明示している．そしてユークリッドに代るべき，適切の書を作ろうと試みる者も幾多あるけれども，ついにその効なく，ユークリッドの右にでることが難い．ひとたびユークリッドを廃するなら，恐らくこれに代るべき著者はないのである’（！）

50.　しかしながら，この時代において，イギリスは教育上じつに重大なる諸問題に，直面していたのであった．

まずイギリスの産業革命によって，非常の発展を示した商工業は，いまや科


璽故兩度ニ於ケル比相同シキトキハ敍兩度ハ互ニ相等シ
前釋曰此兩度A及ヒBヲシテCト同比ヲ有タシムレバAハBニ等シカルベシ
證曰A若シBニ等シカラサルトキハ其一ハ必ス他ノ一ヨリ大ナラサルヲ得ス今AヲBヨリ大ナリトス
然ラバ第八設論ニ由テAノ幾倍ハCノ幾倍ヨリ大ニシテBノ幾倍ハCノ幾倍ヨリ大ナラサル如キA及ヒBノ或同シ幾倍トCノ或幾倍アルベシ
今此ノ如キ幾倍ヲ取リD及ヒEヲA及ヒBノ同シ幾倍トシFヲCノ幾倍トス故ニDハFヨリ大ニシテEハFヨリ小ナリ
然ルトキハAノCニ於ケルハBノCニ於ケルカ如ク而メA及ヒBノ同シ幾倍D及ヒEヲ取リCノ幾倍Fヲ取リ且ツDハFヨリ大ナル〔作法〕ヲ以テEモ亦Fヨリ大ナリ〔第五本界說第五〕

突兌翰多爾：宥克立．
長沢亀之助訳，川北朝鄰校閲（明治 17）．
Todhunter: Euclid. Japanese translation by Nagasawa (1884)

学の研究を急務としてきた．1853 年に政府は State Department of Science and Art を作り，諸種の科学研究機関が新設され，奨励されたのであった．それと同時に，科学教育の必要は，ファラデー，チンダル，ハックスレーらによって唱導された（1854）．1859 年には，ダーウィンの“種の起源”が出版されて，異常なる刺激を与えた．ハーバート・スペンサーの論著“いかなる智識がもっとも価値あるか？”（1859）は，大なる反響を呼んだのであった．

~~スペンサーにし~~たがえば，もっとも価値ある知識は，人生への準備にもっとも必要な知識でなければならぬ．そして人生への準備にもっとも必要なるは，科学であると．彼は一歩を進めて，イギリスの中等学校は，古典による陶冶から解放されねばならぬことを説いた．さらに彼は，学究と娯楽の生活のための，教養的陶冶によって教育される少数者の代りに，日常の生活義務のための科学によって，一般人への教育が遂行せらるべきを力説したのであった．

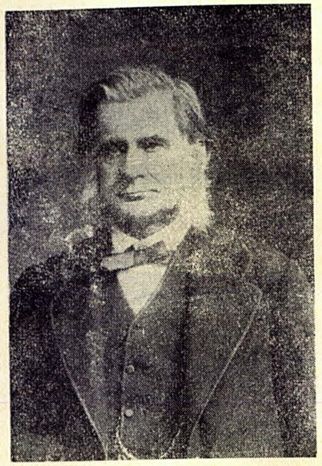
この前後から，旧い大学の覚醒も，徐々に始められた．1871年には，‘二百年間以上にわたって(1662-1870)，国民教育を阻害した’ところの宗教統一令が，ついに解消されたのであった！

より大なる刺激は，チャーチスト運動の暴力的なる嵐からきたのである．チャーチスト運動——地主と企業家とに対する労働者階級の，経済的地位の改善と普通選挙権のための闘争——は，産業革命が生んだ必然の結果であった．労働者教育，成人教育の声が上げられた．それは労働組合や，人道主義的社会改造論者——ラスキン，フレデリック・デニソン・モリス等々——の手によって，微温的ながらも実現されたのである．

かような重大なる教育上の諸問題の出顕は，ついに政府当局をも動かすに至った．かくて初等学校，中等学校に対する国家的交渉も，ようやく開始された．Clarendon Commission(1861)，Schools Inquiry Commission(1864)のごとき委員会が，政府の手によって設けられ，教育の調査，統制の研究が始められた．1870年の法令は，教育の国家的統制への第一歩として，践み出されたものであった．

思えば，laissez-faire の原則と個人主義とは，ひとり商業貿易についてのみの，イギリス人の信仰ではなかった．それはまたイギリス教育の伝統的方針であったのである．いまやイギリスの教育は，ようやくにして転形期へと近づいて行く．

この時代においてわれわれは，数学教育に関する幾多の論争を見出すの



Thomas Huxley

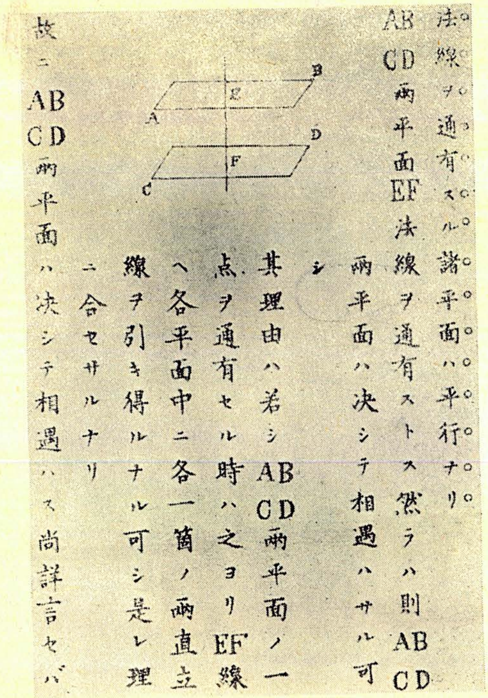
も，当然のことと思う．

実験的・帰納的・自然科学の大立物ハックスレーは，実験科学教育を奨励するの余り，ついには実験科学と比較して，古典的ならびに数学的訓練に向って，批判を加えるに至った(1869)．

‘数学は，観察についても，実験についても，帰納についても，また因果法についても，まったく何も知らない学問である’——と，彼は述べた．‘数学者は少数の命題から出発するが，その少数の命題なるものは，彼らが自明の真理と呼ぶ程にも，証明の明かな事柄なのだ．そして彼らのその後の仕事は，それから細々しい演繹を行うに過ぎないのである．語学教育も，実際行われているところでは，とにかく，同じような性質のものである．——権威と伝統とが事実を構成する．そして心の働作は演繹的である．’

この批判は，少なくとも当時のイギリスにおける中等学校数学教育に対する限り，確かに正しかった．しかも情熱的なる数学者シルヴェスターは，独創的なる数学研究者の例を引いて，ハックスレーに逆襲したのであった．さらにトドハンターに至っては，その著 The conflict of studies and other essays on subjects connected with education(1873)の中で，イギリスでは実験科学が不当に重んじられると，論難したのである．——それはカヴェンデッシュ・ラボラトリーがケンブリッヂに新設されて，マックスウェルがそこに就任した際であった！

51. “ユークリッド”を中心とする論戦の口火は，ウィルソンによって点じられた．



法線ヲ通有スル諸平面ハ平行ナリ

ABCD両平面EF法線ヲ通有ストス然ラハ則ABCD両平面ハ決シテ相遇ハサル可シ

其理由ハ若シABCD両平面ノ一点ヲ通有セル時ハ之ヨリEF線ヘ各平面中ニ各一箇ノ両直立線ヲ引キ得ルナルル可シ是レ理ニ合セサルナリ

故ニABCD両平面ハ決シテ相遇ハス尚詳言セバ

ウィルソン: 立体幾何学教科書.
吉田健吾訳述(明治 16–17).
J. M. Wilson: Solid geometry. Japanese trans. by Yoshida(1883–84).

ウィルソンは

J. M. Wilson: Elementary geometry, Book I(1867); Book I–V (1885).

Solid geometry and conic sections(2版, 1873)

において, 大陸の書を参考し, 論理のほかに, 多少の直観的考察をとり入れた. その中には数式が用いられ, 比例論はルジャンドルに倣った. しかし定理の順序などはユークリッドに近く, 公平に言えば, ユークリッドとルジャンドルの中間を行ったところの, むしろ平凡な教科書であった.

しかしながら, ウィルソンがジョーンスと共に, ユークリッドに批判を加えて,

‘それは初学者にとっては曖昧の源であり, そして正しい幾何学的自由と能力とを破壊するものである’

と非難した時(1868), ド・モルガンは立ってウィルソンを攻撃し, ウィルソンはまたド・モルガンに逆襲したのであった.

ここにおいて論争は拡大した. 1869 年に, シルヴェスターが

‘私は, ユークリッドが敬遠されて, 学生の手の届かぬ高い棚の上に置かれるか, または底知れぬ深い海へと投じられるのを見たなら, どんなに嬉しかろう’

と述べたとき, ユークリッドの讃美者たるケーレーは,

‘われわれはユークリッドそのものに還るべきである. シムソンの“ユークリッド”は, ユークリッドとシムソンとの混合物であるから, シムソンの附加した部分を除き去って, 厳密に, 純粋なるユークリッドの原作に還るがよい’

と勧告したのであった！

これらの議論の裡から, 1870 年に‘幾何学教授改良協会’(Association for the Improvement of the Geometrical Teaching)——以下これを‘協会’と略称しよう——が, 組織された. しかしながら有力なる数学者を会員とせるこの‘協会’は, 果していかなる仕事をなし遂げたか？ ‘協会’はまず

Committee of A. I. G. T.: Syllabus of elementary plane geometry (1875)

を発表した. ——以下これを‘条目’と呼ぼう. そして‘条目’を実現した教科書として,

Committee of A. I. G. T.: Elements of plane geometry (1884–88)

を公にしたのであった.

第1編 直線

一点における角．三角形．平行線および平行四辺形．作図題．軌跡．

第2編 面積の相等

定理．作図題．

第3編 円

基本的性質．中心角と扇形．弦．弓形における角．切線．二つの円．内接および外接図形．面積に関する円．

第4編 比例の基本的命題

第1部．可約量のみについて

比および比例．基本的幾何命題．

第2部．可約性に関係せぬ量について

比および比例．基本的幾何命題．

第5編 比例

相似形．面積．軌跡および作図．

ここに二つの注意がある．(1) 第4編においては，まず初学者には第1部のみを教授し，第2部——ド・モルガンにしたがえるユークリッドの修正——は後廻しにする方がよかろうとの，勧告が附せられてある．(2) 幾何学に入る前か，あるいはこれと同時に，簡単な幾何画法を教えることを薦め，巻頭に‘作図題の細目’を附している．

さてこの教科書はいかなる意味で作られたか？ 委員会の報告書には，

‘条目は，ユークリッド原本の精神と要点とを保存する目的で作られた．そして厳格な意味で，内容も形式も少しも捨てないで，世に認められた欠点を補い，また多くの小欠点を修正するを目的とした’

と，述べている．しかもこの教科書の巻頭には，ケンブリッヂおよびオックスフォードの数学教師幹部連の意見書が掲げられている．

それはなんと言う，中途半端な妥協であったろう！ それのみではなかった．

教授の際にも，試験の際にも，ユークリッド以外の公理を用いたり，ユークリッドの順序によれば，後に出てくる命題を用いて証明したりしてはならぬ．そのほかのことについては自由にしてもよい．

大学の意見書の一部

当時教育改造に興味を持ち出したブリチッシュ・アッソシエーションは，‘条目’を調査しかつ‘協会’と協力して，この問題の解決に当るべき委員を命じたのであったが，1877年の報告で，‘条目’は相当に立派なものであるとされ，その上に

‘これまで世に現われた教科書の中で，権威ある位置として，ユークリッドの後継者たる資格あるものがない’

とされたのであった．

しかもそんなにも‘権威ある’ユークリッドに書かれた，当時の一学生の左の落書を見よ！

If there should be another flood
Hither for refuge fly,
Were the whole world to be submerged,
This book would still be dry.

52. 数学教育の改造に対する大障碍の一つは，ケンブリッヂ，オックスフォードの入学試験の要求にあった．‘大英国は試験の国であった．’かの伝統を重んじたトドハンターその人さえも嘆じている．

‘われわれの時代は試験の時代である．ケンブリッヂ大学は，この時代的特徴を創造した功績を誇ってもよい(！)．……われわれはわれわれの試験によって，学者や天才を創造することはできない．彼らを発見することが，やっとできるかどうかも怪しい．われわれが探しうることは，ただ試験合格能力(examination-passing power)だけである．’

イギリスの数学教科書は，じつに試験の目的のために書かれたたとえば日本人にもっとも親しみの深かったケージー(1820-1891)，チャールス・スミス

(1844-1916), 等々の教科書を見よ.

John Casey: Elements of Euclid (1881).

John Casey: Sequel to Euclid (3版, 1884).

John Casey: Treatise on elementary trigonometry (2版, 1887).

R. C. J. Nixon: Euclid revised (1886).

R. C. J. Nixon: Elementary plane trigonometry (1892).

Charles Smith: Elementary algebra (1886).

Charles Smith: Treatise on algebra (1888).

Hamblin Smith: Treatise on arithmetic (1872).

Hamblin Smith: Treatise on elementary algebra (1869).

H. S. Hall and S. R. Knight: Elementary algebra (3版 1887).

H. S. Hall and F. H. Stevens: Euclid (1888).

これを教育的立場から観るとき，そこには受験的問題以外に果して何物があるのか. アメリカの一学者が，

> ‘私はイギリスの三角法教科書の中で，グレゴリーその他の天才を待たなければ見出しえなかったところの，すべての必要な定理が，沢山ある定義の中に推し込められていたのを見たことがある’

との批判は正しい. ハックスレーの攻撃にも理由があった. チャールス・ダーウィン(1809-1882)が彼の若かりし日を追想しつつ，

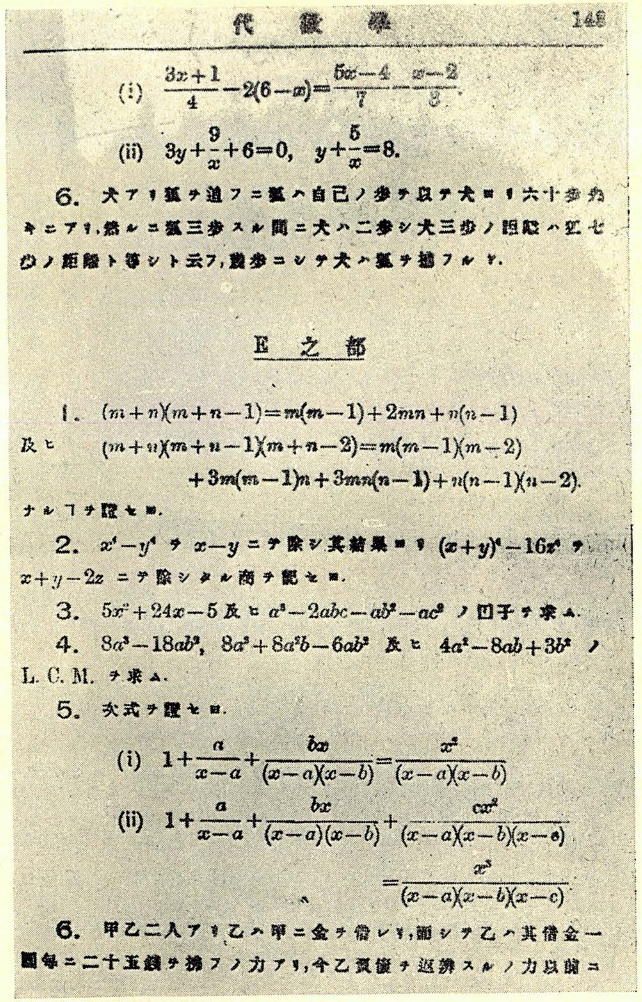
> ‘私は数学をやろうと企てました. ……けれども代数の初めの方をやって，なんらの意味をも見出しえませんでしたから，それが主な原因となって，数学をやるのが嫌になりました’

と語ったのも，首肯しうると思う.

したがって

O. Henrici: Elementary geometry (1879)

のごとき，射影幾何学風に初等幾何を組織せんとした試みも，



代 數 學　148

(i) $\frac{3x+1}{4}-2(6-x)=\frac{5x-4}{7}-\frac{x-2}{3}$.

(ii) $3y+\frac{9}{x}+6=0,\quad y+\frac{5}{x}=8.$

6. 犬アリ狐ヲ追フ二狐ハ自己ノ歩ヲ以テ犬ヨリ六十歩先キニアリ, 然ルニ狐三歩スル間ニ犬ハ二歩シ犬三歩ノ距離ハ狐七歩ノ距離ト等シト云フ, 幾歩ニシテ犬ハ狐ヲ捕フルヤ.

E 之 部

1. $(m+n)(m+n-1)=m(m-1)+2mn+n(n-1)$

及ビ $(m+n)(m+n-1)(m+n-2)=m(m-1)(m-2)+3m(m-1)n+3mn(n-1)+n(n-1)(n-2).$

ナルヿヲ證セヨ.

2. x^4-y^4 ヲ $x-y$ ニテ除シ其結果ヨリ $(x+y)^4-16z^4$ ヲ $x+y-2z$ ニテ除シタル商ヲ減セヨ.

3. $5x^2+24x-5$ 及ビ $a^3-2abc-ab^2-ac^2$ ノ因子ヲ求ム.

4. $8a^3-18ab^2$, $8a^3+8a^2b-6ab^2$ 及ビ $4a^2-8ab+3b^2$ ノ L. C. M. ヲ求ム.

5. 次式ヲ證セヨ.

(i) $1+\frac{a}{x-a}+\frac{bx}{(x-a)(x-b)}=\frac{x^2}{(x-a)(x-b)}$

(ii) $1+\frac{a}{x-a}+\frac{bx}{(x-a)(x-b)}+\frac{cx^2}{(x-a)(x-b)(x-c)}=\frac{x^3}{(x-a)(x-b)(x-c)}$

6. 甲乙二人アリ乙ハ甲ニ金ヲ借レリ, 而シテ乙ハ其借金一圓毎ニ二十五錢ヲ拂フノ力アリ, 今乙負債ヲ返辨スルノ力以前ニ

チャーレス・スミス氏代数学. 長沢亀之助，宮田耀之助同訳(明治20)の第14版(明治25).

Ch. Smith: Elementary algebra. Japanese trans. by Nagasawa and Miyada (1887). From 14th ed. (1892).

G. Chrystal: Introduction to algebra (1898)

のごとき，函数概念やグラフをとり入れた異色ある教科書も，一般的に歓迎されるに至らなかったのであった．

数学教育の改造が遅々として進まざる間に，一方においては教育制度統一への運動が，着々として歩を進めた．'工業教育ならびに中等教育促進会' は開催され(1886)，ブラッドフォード独立労働党の教育案は決議された(1893)．そして1899年に至って，ついに文部省の設立を見るに至ったのである．

やがて数学教育の上にも，大なる改造の日が近づいてきた．しかしそれは純粋の数学者や数学教師の，'紳士的妥協' の間からは生れなかった．それは20世紀の初頭(1901)に，技術的工学者ジョン・ペリーの，熱烈なる革命的講演によって，改造の幕は切り落されたのであった．

ド　イ　ツ

53.　われわれはさきに，1830年代におけるドイツ教育の反動化について語った．1848年の革命は，教育上にも一層の反動化を加えた．圧迫は，国民学校(すなわち初等学校)から，大学にわたった．'ベルリン教員養成所長ヂーステルウェヒは，ペスタロッチ思想の宣伝家なるがために，免職された' のであった．

かくてフリードリヒ・ウイルヘルム四世のいわゆる '反宗教的なる偽教育' なるがために，中等学校における自然科学の時間数は減少され，哲学概論は廃止され，古典はふたたびもっとも重要視されるに至った(1856)．形式教育は厳密なる非実利主義と結合して，中等教育の本質と規定されたのである．

この時代に顕われた問題集に，ハイス(1806-1877)の

E. Heis: Sammlung von Beispielen und Aufgaben aus der allgemeinen Arithmetik und Algebra (1837．20版，1868．108版，1904)．

があり，教科書にカンブリー，リューブゼン等がある．リューブゼンは次節に譲って，ここにはこの時代の数学教育の代表作としてのカンブリーの書

L. Kambly: Elementar-Mathematik (1850)

について語ろう．この書はつぎの四部よりなっている．

I.　Arithmetik und Algebra (38版，1906)．

II.　Planimetrie (154版，1916)．

III.　Ebene und sphärische Trigonometrie (31版，1909)．

IV.　Stereometrie (30版，1905)．

ここには最初の二部の説明のみに止める．

第1巻 "算術および代数"——私は29-30版(1885)を用いる——は，121頁の間に，つぎの内容を盛り上げている．

第1章　絶対数(和と差．積と商．零．無限大と無限小．比および比例)．

第2章　代数的数(正負数．代数式の加減乗除．羃および根)．

第3章　対数．

第4章　方程式(1次および2次方程式．聯立方程式．指数方程式．方程式の応用問題)．

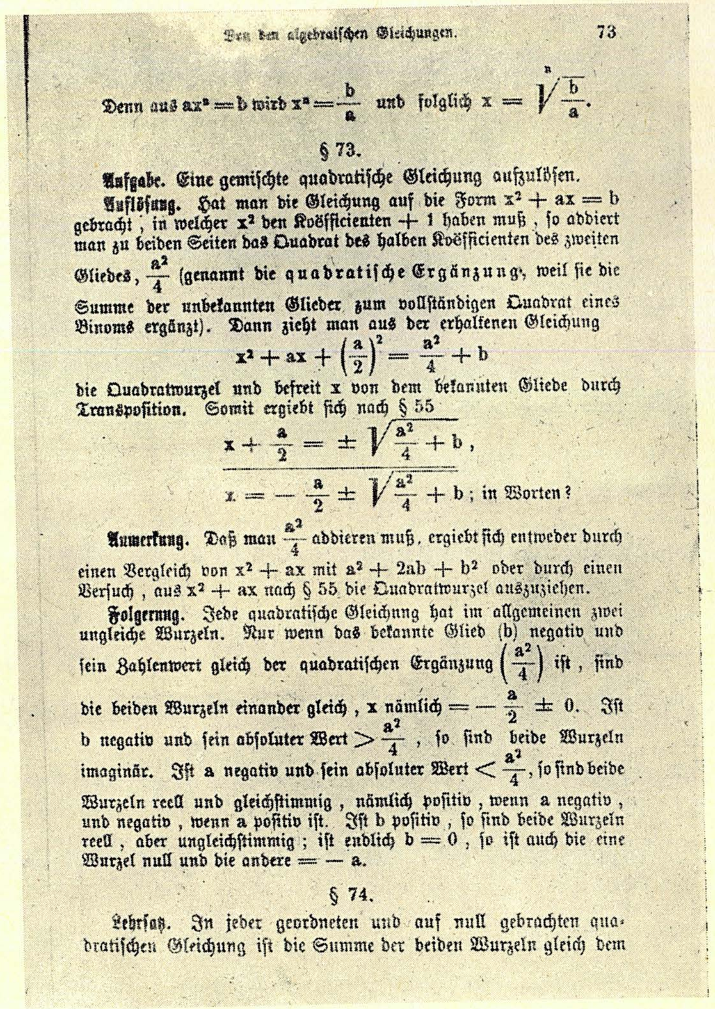
第5章　等差級数，等比級数，利息算．

第6章　組合せ．二項定理．

附録．小数．連分数．整数の整除．不定方程式．

この書の中には，方程式の一章が僅々16頁あるのみ，しかもその中13頁はたんなる方程式の形式的解法であって，いわゆる方程式の応用問題らしいところは，僅かに3頁あるに止まる．虚数は第2章の根のところで，2次方程式——それは第4章にある——に無関係に導入される．第1章においてすでに，珍妙なる説明によって，無限大と無限小が導かれる．じつに私はいまだかつて，かくのごとくに形式的にして，かつ数学的にも，また応用的にも，なんらの興味を持たない，無味乾燥の代数書を，数多く見たことがないのである！

つぎに第2巻 "平面幾何" に移ろう．私は75-81版(1886)を用いたが，これは103頁の中に，つぎの材料が収められている．



Von den algebraischen Gleichungen. 73

Denn aus $ax^n = b$ wird $x^n = \frac{b}{a}$ und folglich $x = \sqrt[n]{\frac{b}{a}}$.

§ 73.

Aufgabe. Eine gemischte quadratische Gleichung aufzulösen.

Auflösung. Hat man die Gleichung auf die Form $x^2 + ax = b$ gebracht, in welcher x^2 den Koëfficienten $+1$ haben muß, so addiert man zu beiden Seiten das Quadrat des halben Koëfficienten des zweiten Gliedes, $\frac{a^2}{4}$ (genannt die quadratische Ergänzung, weil sie die Summe der unbekannten Glieder zum vollständigen Quadrat eines Binoms ergänzt). Dann zieht man aus der erhaltenen Gleichung

$$x^2 + ax + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4} + b$$

die Quadratwurzel und befreit x von dem bekannten Gliede durch Transposition. Somit ergiebt sich nach § 55

$$x + \frac{a}{2} = \pm\sqrt{\frac{a^2}{4} + b},$$

$$x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} + b}\text{; in Worten?}$$

Anmerkung. Daß man $\frac{a^2}{4}$ addieren muß, ergiebt sich entweder durch einen Vergleich von $x^2 + ax$ mit $a^2 + 2ab + b^2$ oder durch einen Versuch, aus $x^2 + ax$ nach § 55 die Quadratwurzel auszuziehen.

Folgerung. Jede quadratische Gleichung hat im allgemeinen zwei ungleiche Wurzeln. Nur wenn das bekannte Glied (b) negativ und sein Zahlenwert gleich der quadratischen Ergänzung $\left(\frac{a^2}{4}\right)$ ist, sind die beiden Wurzeln einander gleich, x nämlich $= -\frac{a}{2} \pm 0$. Ist b negativ und sein absoluter Wert $> \frac{a^2}{4}$, so sind beide Wurzeln imaginär. Ist a negativ und sein absoluter Wert $< \frac{a^2}{4}$, so sind beide Wurzeln reell und gleichstimmig, nämlich positiv, wenn a negativ, und negativ, wenn a positiv ist. Ist b positiv, so sind beide Wurzeln reell, aber ungleichstimmig; ist endlich $b = 0$, so ist auch die eine Wurzel null und die andere $= -a$.

§ 74.

Lehrsatz. In jeder geordneten und auf null gebrachten quadratischen Gleichung ist die Summe der beiden Wurzeln gleich dem

Kambly: Arithmetik und Algebra. (29–30. Aufl. 1885).

序説．直線と角，平行線．平面図形，三角形，四辺形とくに平行四辺形．円．面積．比例．多角形，円の周および面積．計算問題，代数的の作図．

この書はむしろルジャンドル型ともいうべく，代数計算と記号とが甚だ多く用いられる．一方において，作図題は早くから導入される．しかしながら直観的考察をも，また実用的問題をも，まったく欠いたところの，粗雑にして不親切なる教科書である．

カンブリーの教科書は，じつに1850年代における反動政治の反映であった．この形式的にして非直観的であり，しかも低級なる無味乾燥の教科書は，しかしながら，ドイツにおいてもっとも流行を極めた書であった．1880年に彼の平面幾何学は，プロイセンだけで217校に採用され，1886年までに全部で40万部を売ったといわれた．‘かような愚劣な教科書は，個性なき教師には便利である’とも，評されている！

かような時代において，ブレットシュナイデルのごとき異色ある教科書が，忘れられたのも無理はなかった．

C. A. Bretschneider: Lehrgebäude der niederen Geometrie (1844).

中等学校用として書かれたこの幾何教科書においては，平面と立体とが融合され，それは幾何学的変形論の立場から，つぎのごとき系統に排列されたのであった．

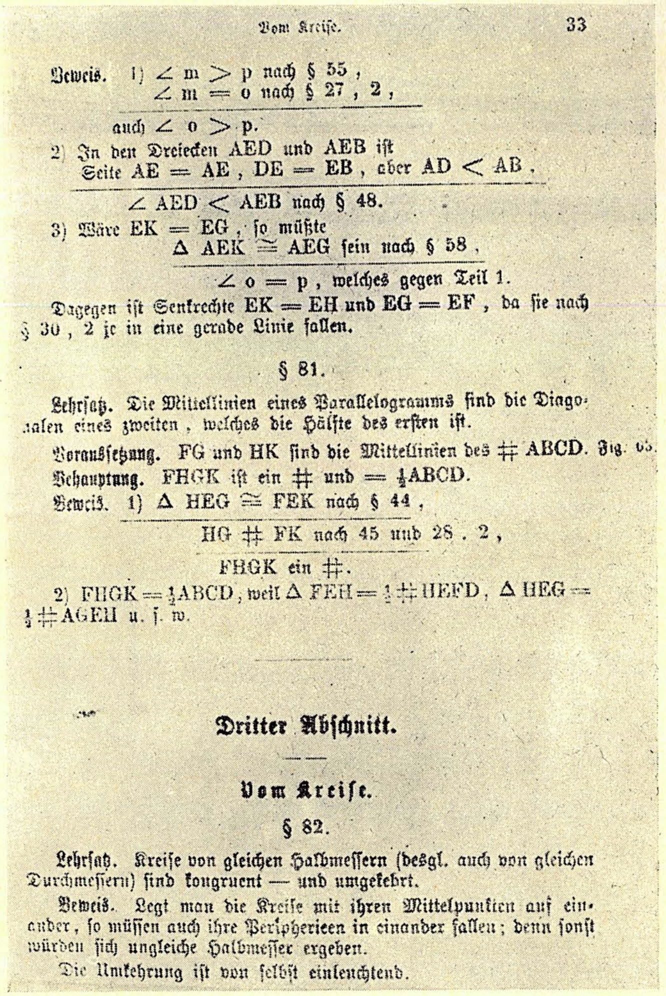
綜合幾何学

位置の幾何学．形の幾何学．量の幾何学．

解析幾何学

測角法．三角法．坐標幾何学．

またこの時代に，ショーペンハウェルがその主著“意志および表象としての世界”(第2版，1844)において，数学における直観の重要性を力説して，ユークリッドの証明法を批難したことも，意味深いことであった．ピタゴラス定理のユークリッドの証明は，‘鼠取り証明’であって，帰謬法の手



Vom Kreise. 33

Beweis. 1) ∠ m > p nach § 55,
∠ m = o nach § 27, 2,

auch ∠ o > p.

2) In den Dreiecken AED und AEB ist
Seite AE = AE, DE = EB, aber AD < AB,

∠ AED < AEB nach § 48.

3) Wäre EK = EG, so müßte
Δ AEK ≅ AEG sein nach § 58,

∠ o = p, welches gegen Teil 1.

Dagegen ist Senkrechte EK = EH und EG = EF, da sie nach § 30, 2 je in eine gerade Linie fallen.

§ 81.

Lehrsatz. Die Mittellinien eines Parallelogramms sind die Diagonalen eines zweiten, welches die Hälfte des ersten ist.

Voraussetzung. FG und HK sind die Mittellinien des ⌗ ABCD. Fig. 65.
Behauptung. FHGK ist ein ⌗ und = $\frac{1}{2}$ABCD.
Beweis. 1) Δ HEG ≅ FEK nach § 44,

HG ⌗ FK nach 45 und 28. 2,

FHGK ein ⌗.

2) FHGK = $\frac{1}{2}$ABCD, weil Δ FEH = $\frac{1}{2}$ ⌗ HEFD, Δ HEG = $\frac{1}{2}$ ⌗ AGEH u. s. w.

Dritter Abschnitt.

Vom Kreise.

§ 82.

Lehrsatz. Kreise von gleichen Halbmessern (desgl. auch von gleichen Durchmessern) sind kongruent — und umgekehrt.

Beweis. Legt man die Kreise mit ihren Mittelpunkten auf einander, so müssen auch ihre Peripherieen in einander fallen; denn sonst würden sich ungleiche Halbmesser ergeben.

Die Umkehrung ist von selbst einleuchtend.

Kambly: Planimetrie (75–81. Aufl. 1886).

品に過ぎない．‘なぜさようすべきであるかは，少しも説明されていない．われわれは手品を見せつけられたような不快を感ずる’と．

54. 一方においては，その頃から，ドイツはようやく産業革命へと近づきつつ進んでいたのであり，また自然科学とくに応用科学が，リービヒ(1803-73)らによって，開拓されていたのであった．さればこそ1858年の内閣の更迭と共に，1859年には，従来不遇の地位に置かれた実科学校が，初めて国家的統制のもとに編入されたのであった．

かくのごとき実科学校(Realschule erster Ordnung)は，ギムナジウムと同様に九年制であり，ギムナジウムよりも遙かに数学を重視して，理論および応用方面からの教材——無限級数，画法幾何および解析幾何，力学——がとられたのであった．

しかしながらそれは大学入学の権利の上に，ギムナジウムとの間に根本的相違があったために，ギムナジウムと同一の価値と同一の権利の承認をうるための運動，いわゆる‘実科学校運動’が開始されたのである．

1871年にはドイツ帝国統一の時機が到達した．ドイツは軍事的に，政治的に飛躍を遂げたのみではなかった．石炭と鉄に富みかつ織物の中心地たる，アルサス・ローレヌはドイツの手に入り，巨額の償金は流入して，ここに封建的生産組織は破壊され，いまや産業革命の時代となったのである．科学は奨励され，教育問題は盛んに研究され始めた．1878年には，ラテン語のない9年制の実科学校——高等実科学校(Oberrealschule)が認められた．

科学の迅速なる進歩は，大学と中等学校との間に，大なる疎隔をきたした．かつてバルツェル(1818-1887)のごとき数学者が，中学上級用として，また中等教師のために，科学的に厳密なる初等数学書

Richard Baltzer: Elemente der Mathematik (1860-62)

を書いた時代は過ぎ去ったのである．それゆえに数学者にして教育者を兼ねたカール・シェルバッハ(1804-1892)の存在は，独自的のものであった．彼は数

学教育の指導者として，1870 年代の初めから，大なる影響をおよぼした．彼の開発的教授法は，中等教師の間に伝播したのであった．彼の直接指導のもとに，

F. G. Mehler: Hauptsätze der Elementar-Mathematik (1859. 22 版, 1901)

のごとき教科書は作られたのである．

K. H. Schellbach

かような教授方法論が，中等学校の課題に上りつつあったのは，じつは国民学校からの影響であった．国民学校は 1872 年の規定によって，ペスタロッチおよびヘルバルトの伝統の上に，新たに基礎を作られた．オーストリーにおいては，エクスネル (1802-1853) とボーニッツ (1814-1888) が，ペスタロッチ，ヘルバルトの風にしたがって，中等学校課程の新組織を仕上げていたのである (1849)[1]．

われわれは彼らの影響を，リューブゼンの教科書において明らかに見出しうる．いま

Lübsen: Ausführliches Lehrbuch der Arithmetik und Algebra (1850 頃. 20 版, 1880)

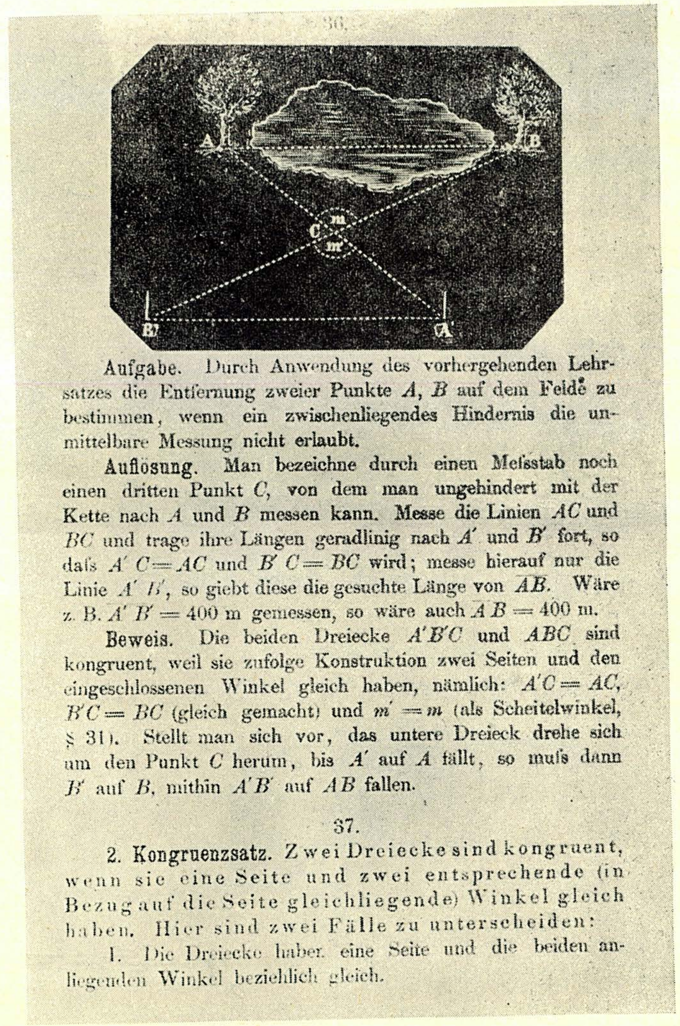
Lübsen: Ausführliches Lehrbuch der Elementargeometrie (1851. 25 版, 1882).

等の中から，ここにはただその "初等幾何" のみを選ぼう．私は 25 版 (1882) を用いた．

序説

測地法としての幾何学の起源．幾何学の対象物，目的，観念，方法，およ

(1) その当時流行したオーストリーの幾何入門書に，モツニクのものがあった．
F. v. Močnik: Geometrische Anschauungslehre (26 版, 1910).
F. v. Močnik: Geometrische Formenlehre und Anfangsgründe der Geometrie (18 版, 1900).



36.

Aufgabe. Durch Anwendung des vorhergehenden Lehrsatzes die Entfernung zweier Punkte A, B auf dem Felde zu bestimmen, wenn ein zwischenliegendes Hindernis die unmittelbare Messung nicht erlaubt.

Auflösung. Man bezeichne durch einen Meſsstab noch einen dritten Punkt C, von dem man ungehindert mit der Kette nach A und B messen kann. Messe die Linien AC und BC und trage ihre Längen geradlinig nach A' und B' fort, so daſs $A'C = AC$ und $B'C = BC$ wird; messe hierauf nur die Linie $A'B'$, so giebt diese die gesuchte Länge von AB. Wäre z. B. $A'B' = 400$ m gemessen, so wäre auch $AB = 400$ m.

Beweis. Die beiden Dreiecke $A'B'C$ und ABC sind kongruent, weil sie zufolge Konstruktion zwei Seiten und den eingeschlossenen Winkel gleich haben, nämlich: $A'C = AC$, $B'C = BC$ (gleich gemacht) und $m' = m$ (als Scheitelwinkel, § 31). Stellt man sich vor, das untere Dreieck drehe sich um den Punkt C herum, bis A' auf A fällt, so muſs dann B' auf B, mithin $A'B'$ auf AB fallen.

37.

2. Kongruenzsatz. Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie eine Seite und zwei entsprechende (in Bezug auf die Seite gleichliegende) Winkel gleich haben. Hier sind zwei Fälle zu unterscheiden:

1. Die Dreiecke haben eine Seite und die beiden anliegenden Winkel beziehlich gleich.

Lübsen: Ausführliches Lehrbuch der Elementargeometrie (25. Aufl. 1882).

— 35 —

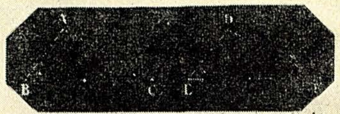
In Zeichen:

Es sei — so ist:

BC = EF — AB = DE

∠B = ∠E — AC = DF — △ ABC ≅ △ DEF.

∠C = ∠F — ∠A = ∠D

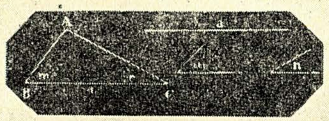


Beweis. Man denke sich das eine Dreieck *DEF* so auf das andere *ABC* gelegt, dafs die als gleich vorausgesetzten Seiten und Winkel sich decken, also erstlich *EF* auf *BC* fällt, alsdann mufs, weil ∠*E* = ∠*B* und ∠*F* = ∠*C*, der Punkt *D* notwendig sowohl in die Richtung *BA*, als in die Richtung *CA* fallen. Soll aber ein Punkt *D* (der keine Ausdehnung hat) in zwei verschiedene Richtungen *BA*, *CA* zugleich fallen, so liegt er notwendig in ihrem gemeinschaftlichen Durchschnittspunkt *A*. Die Dreiecke decken sich also und es ist, wie im Lehrsatz behauptet, △ *ABC* ≅ △ *DEF*.

II. Die Dreiecke haben eine Seite, einen anliegenden und einen gegenüberliegenden Winkel gleich.

Dieser Fall findet in § 65 Berücksichtigung.

38.



Aufgabe. Es sind eine Seite *a* und die beiden anliegenden Winkel *m* und *n* gegeben; es soll das durch diese drei Stücke bestimmte Dreieck konstruiert werden.

Auflösung. Man stecke die Linie *a* in *BC* ab, trage daran in *B* den Winkel *m*, in *C* den Winkel *n*, und verlängere die Schenkel dieser angetragenen Winkel bis zu ihrem Durchschnittspunkt *A*, so ist *ABC* das verlangte Dreieck.

Anmerkung. Hätte man ∠*n* bei *B* und ∠*m* bei *C* oder beide Winkel unterhalb *BC* angetragen, so hätte man doch dasselbe Dreieck, nur in anderer Lage, erhalten.

前頁の図の続き

び系統.

第1部 平面幾何

直線. 角. 三角形の合同. 垂線. 平行. 多角形の角の和. 円. 平行四辺形. 直線形の面積. ピタゴラス定理. 比例線. 相似形. 円における比例. 多角形. 円の周および面積.

第2部 立体幾何

平面の位置. 多面体とその計算. 球. 補充(種々の立体の体積のことなど). 幾何における代数の応用.

附録

実用幾何学(測量の概念).

それは直観的考察と実験実測とを, 極めて色濃く表現したところの, '実際生活を考慮して' 書かれた著述であった. それは全然ユークリッド流ではなかった. 公理などは判然と書かれていない.

リューブゼンのこの書は, 従来の数学史家から酷評を浴びせられた. マックス・シモンはこれを '基礎のない書物' と呼んだ. カジョリに至っては, ドイツでは

'19世紀の中頃にもっとも流行した教科書, および19世紀末の人気ある教科書でさえ, 科学的見地から見れば, 不満足極まるものである. かくてガウスを生んだドイツの地で, しかもロバチェフスキー, ボリアイの不朽の作が顕われてからそれぞれ41年, 37年も経た後に, 1870年ライプチヒ出版のリューブゼンの初等幾何学, 第14版の中には, 平行線公準の証明を見出すのである! またわれわれが, 幾何学は連続量をとり扱い, そして連続量としては通約しうべき量がむしろ特段の場合に過ぎないことを顧みるならば, リューブゼンが通約すべからざる量について, 一言も述べなかったことに, 驚かざるをえないと思う'

と評しているが, 私はシモンやカジョリが, 教育史的考察の欠如せるに, 驚か

学校の種類		1816	1837	1856	1859	1882	1892
Gymnasium	全時間数	320	258	268		268	252
	数学時間数	60	32	32		34	34
	(%)	(18.8)	(12.4)	(12.0)		(12.7)	(13.5)
Realgymnasium					285	280	259
					47	44	42
					(16.5)	(15.8)	(16.2)
Oberrealschule						276	258
						49	47
						(17.8)	(18.2)

ここに時間数というは，各学年における1週の教授時間数の和(9年間にわたりての)を指すのである．

ざるをえないものである．私はペスタロッチ的なリューブゼンこそ，むしろ現代的であったと考える．

55. やがてボーニッツはプロイセンの文部省に入って，1882年の学制を完成した．ここに三種の中等学校の対立を見る．

文科中学校(Gymnasium)

実科文科中学校(Realgymnasium)—もとの Realschule erster Ordnung

高等実科学校(Oberrealschule)

文科中学校は，下級において数学時間数の増加を見，それは空間的直観による幾何学入門にあてられた．それはペスタロッチ主義の勝利であった．

実科文科中学校は，職業的色彩のものを除かれたために，文科中学校へと接近した．応用数学と実用的計算は軽減され，級数論，微積分，立体解析幾何は廃止されて，綜合幾何と球面三角法とが加わったのである．

これに反して高等実科学校は，職業学校的であった．そこには立体解析幾何と微分(積分を除く)のほかに，さらに綜合幾何と球面三角法とが加えられ，数学的・自然科学的方面が重視されたのである．

この時代を記念すべき幾何学書に

Peter Treutlein (1845–1912)

J. Henrici und P. Treutlein: Lehrbuch der Elementargeometrie (1881–83)

がある．それは射影幾何学の立脚地から，初等幾何学がまったく新たに——ユークリッドやルジャンドルを離れて——組織されたのであった．

第1巻．平面上における図形の相等．大さを変えない(面積を不変にする)変形．

第2巻．平面図形の量の計算(三角法を含む)．配景的射影(円錐曲線を含む)．

第3巻．空間図形．一平面より他の平面への射影(円錐曲線を含む)．

しかもそこには応用(たとえば測量などの)が含まれ，かつ解析幾何と三角法とが，融合されている．それはじつに注目すべき名教科書であった．しかもこの名著は今日に至るまで，4版を超えないのである！

代数の上にも進歩的要素が顕われてきた．当時のドイツにおいてもっとも流行せるバルデー(1828–1897)の問題集

E. Bardey: Methodisch geordnete Aufgabensammlung über alle Teile der Elementar-Arithmetik (31版, 1918)

を見よ．10版(1882)までにはなかったグラフが，11版(1883)からは，変数間の関係の表示として載せられている．

しかしながら，一層明確に，函数概念を中等学校に導入したのは，ウィーンのギムナジウム教師(後の大学教授)ヘーフレル(1853–1922)であった．彼は1884年の案の中に，初等函数

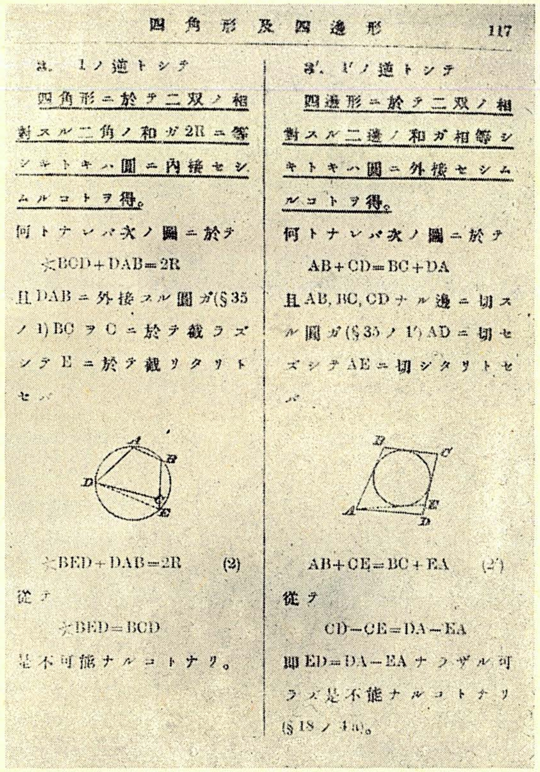
$$y^2 = cx, \qquad x^2 \pm y^2 = c, \qquad ax^2 \pm by^2 = c,$$

$$xy = c, \qquad y = \log x, \qquad y = \sin x, \cdots\cdots$$

のグラフのほかに，物理学上の曲線および経験的曲線(たとえば死亡曲線)を採用したのみでなく，1888年の論文中で，つぎのごとく述べたのである[1].

初等数学の種々の函数の性質を，生徒に十分に捕捉させるには，グラフの

(1) A. Höfler, Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, Bd. 18(1888). S. 25.



四角形及四邊形　117

3. 1ノ逆トシテ

四角形ニ於テ二双ノ相對スル二角ノ和ガ2Rニ等シキトキハ圓ニ內接セシムルコトヲ得。

何トナレバ次ノ圖ニ於テ

∠BCD+DAB=2R

且DABニ外接スル圓ガ(§35ノ1)BCヲCニ於テ截ラズシテEニ於テ截リタリトセバ

∠BED+DAB=2R　(2)

從テ

∠BED=BCD

是不可能ナルコトナリ。

3'. 1'ノ逆トシテ

四邊形ニ於テ二双ノ相對スル二邊ノ和ガ相等シキトキハ圓ニ外接セシムルコトヲ得。

何トナレバ次ノ圖ニ於テ

AB+CD=BC+DA

且AB, BC, CDナル邊ニ切スル圓ガ(§35ノ1')ADニ切セズシテAEニ切シタリトセバ

AB+CE=BC+EA　(2')

從テ

CD−CE=DA−EA

即ED=DA−EAナラザル可ラズ是不能ナルコトナリ(§18ノ4a)。

ヘンリッチー，トロイトライン：幾何学

樺正董，田畑梅次郎共訳(大正4).

Henrici und Treutlein: Elementargeometrie. Japanische Übers. von Kaba und Tabata (1915).

Leopold Kronecker

方法よりも，よいものはないのである.

……函数観念の精通——すなわち初等代数や三角函数の図形を，一般的な函数観念の特段の場合として，明確に観察させ通暁させること——は，中学校における全数学教育の自然的なる目的(das natürliche Ziel des ganzen mathematischen Mittelschulunterrichts)でなければならない.'

この主張の中にこそ，現代数学教育の核心があるのであった！

しかしながら，他の一面において，科学としての数学の研究は，各分科をして孤立の傾向に導いていた．たとえばハンケルの'形式不易の原理'以来，ワイエルストラス，カントル，デデキンドらの数論的研究の後を承けて，1880年前後から，クロネッケル(1823-1891)は数学の整数化(Arithmetizierung)的研究を始めた．すなわちそれは整数をもって数学の唯一の根柢とせんとするものである．'整数のみが神の愛による．他のすべての数は人工にかかる.'(1886の講演.)彼の主張はついに極端にまで走ったのであった.

この思想は，間接に，初等教育に影響をおよぼした．その頃から，算術教授の上に，'数え主義'(Zählprinzip)なるものが，唱導され出したのである.

Tanck: Das Rechnen auf der Unterstufe(1884).

Knilling: Zur Reform des Rechenunterrichts(1884-86).

タンクやクニルリングらは，数え主義の立場から，ペスタロッチの直観主義への攻撃者として顕われ，甚だしきは数図の使用さえも否定したのであった．しかしながら数え主義と，ペスタロッチの直観主義とは，一層高

い立場から統一されてこそ，初めて算術教授の実践に当って有意義なのである．

それにつけても，ペスタロッチの後継者等が，数学教育上における仕事は，貧しかったといいえよう．‘ペスタロッチの理想を実現するために，彼らに残された仕事は多かったのだ．しかもその上に，それは教授上の再整理を必要とした．ペスタロッチ自身は，日常生活に適応すべき算術の部分を知らなかったのだから.’しかるに彼ら——たとえばグルーベ(1816-1884)の

A. W. Grube: Leitfaden für das Rechnen in der Elementarschule (1842)

のごときは，全面的なるペスタロッチ的陶冶よりも，むしろ一面的なる方法的技術に走ったものと言えよう．

思うに教授方法の科学的研究は，教育心理学，その他の科学的方法の援助を待つべきであって，それは20世紀の課題であろう．

56. ドイツが，全速力をもって工業資本主義の道を進みつつあった1880-90年代にとりては，1882年の学制は不満足であった．1890年の学校会議は，高等実科学校の卒業生をして，数学，自然科学の大学入学権を獲得させたが，党派的論争が開始されて，問題はついに政治化したのである．

1892年の学制は，新たに三種の中等学校の併立を規定した．そして文科中学校においては，古典は幾分か軽減され，数学は少しく近代化された．すなわち連分数と不定方程式とが除かれ，その代りに最上級において，坐標の概念と円錐曲線の主要性質が採用されたのである．

これに反して，実科的諸学校を存在せしめ，その学校の権威を増すためには，数学教育を一層文科中学校のそれに接近させねばならなかった．かくて高等実科学校からは，微分と立体解析幾何とが奪われた．じつにクラインが評せるごとく，実科的学校において‘文科中学校よりも多い数学の時間は，文科中学校と大体同一の教材を，幾分か根本的に，形式的に深入りすることに捧げられた’の

であった．

1892年の学制にしたがえる，もっとも進歩的な教科書に

G. Holzmüller: Methodisches Lehrbuch der Elementarmathematik (1894)

がある．ここに“methodisch”なる言葉は，“systematisch”の対立語として用いられた．すなわちホルツミュレル(1841-1914)は，算術，代数，幾何，三角法等の分科的系統主義を廃して，一種の綜合的教科書を作り上げた．もしかような比較が許されるなら，それは幾分，現代のアメリカにおける最近の綜合的教科書を聯想させるものである．いま試みに第2巻(上級3年間使用の分)の内容の一斑を掲げよう．

第1章 直線と円の幾何学

円と多角形．三角形に関する円．三角形の高さ，中線など．作図題に関する一般の注意．近世幾何の一斑．地図への応用．坐標の概念(グラフ)．

第2章 代数

等比級数(利息算)．等差級数(高次のものを含む)．正整指数の二項定理．指数級数と自然対数．ド・モアヴルの定理．複素数．逆数方程式．多元方程式について．

第3章 三角法

基本概念の拡張．和角の函数．幾何学への応用．三角形の計算．

第4章 立体幾何

直線と平面．立体角．基本的作図．射影．計算問題．重心．ニュートン・シンプソンの公式．描射影．

第5章 円錐曲線

円壔の截口としての楕円．円錐の截口としての楕円．楕円の特別の場合としての抛物線．円錐の截口としての双曲線．一般の円錐曲線．

読者は第2巻の内容から，第1巻(下級用)のそれを推量しうるであろう．第

84 Erste Abteilung: Geometrie der Geraden und des Kreises.

den vom Körper zurückgelegten Weg dar. Die einzelnen Trapezflächen geben den Weg in den einzelnen Sekunden an. Das Rechteck der mittleren Geschwindigkeit $ABGF$ hat natürlich dieselbe Fläche wie das Dreieck. — Bezeichnet man den veränderlichen Horizontalabstand von A mit x, so ist die Höhe an jeder Stelle $y = gx$.

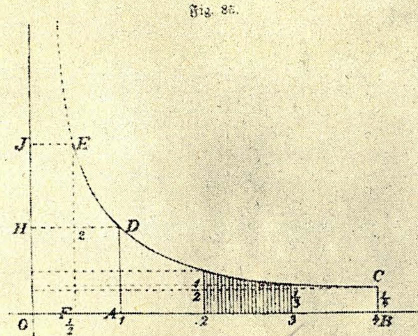
In ähnlicher Weise kann man die Bewegung veranschaulichen, die bei dem senkrechten Schuß nach oben entsteht. Aus der Figur (dem „Diagramm") kann man alle entsprechenden Bewegungsverhältnisse ablesen.

105) Als zweites Beispiel diene die graphische Darstellung des Mariotteschen Gesetzes. Nach diesem ist, wenn man konstante Temperatur voraussetzt, die Spannung einer Gasmenge umgekehrt proportional dem Volumen.

In Fig. 86 ist nun Folgendes dargestellt. Die Punkte 0, 1, 2, 3, 4 der Grundlinie stellen die Volumina 0, 1, 2, 3, 4 dar. An der Stelle 1 ist die Spannung $AD = 1$ angenommen, z. B. gleich 1 Atmosphäre (10 334 kg pro qm der Druckfläche). Dann ist an Stelle 2, 3, 4, ... die Spannung $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots$ als Lot aufzusetzen. Dagegen würde an Stelle $\frac{1}{2}$ das Lot $\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)} = 2$ zu zeichnen sein.

Das Diagramm kann nach links bis zur Stelle $x = 0$, nach rechts bis zum unendlichen Bereiche ($x = \infty$) ausgedehnt werden. Die Endpunkte der Lote bilden eine später zu besprechende Kurve, die man als die Mariottesche Kurve bezeichnen kann. (Sie wird wegen Annahme konstanter Temperatur auch als Isotherme bezeichnet.) Gewisse in der Figur angedeutete Rechtecke sind inhaltsgleich, z. B. $OFEJ$ und $OADH$.

Fig. 86.



Da in der Mechanik das Produkt aus der Kraft und dem Kraftwege Arbeit bedeutet, so stellen die kleinen als Rechtecke aufzufassenden

Holzmüller: Methodisches Lehrbuch. 2 版(1897).

3巻は主として数学の応用を説いたもので，これは随意科目として補充用のものであった．われわれはホルツミュレルの教科書において，幾何学的直観がかなりにとり入れられ，画法幾何学への深入を見出すのである．それは必ずしも成功した作品ではなかったが，しかし実科的方面への高調を，確かに窺いうる教科書であった．

以上私は特色ある教科書を挙げてきたが，実際上もっとも多く使用されたものは，必ずしも良書ではなかったのである．リーツマンの調査にしたがえば，1880-1900年間に，プロイセンの中等学校でもっとも多く用いられた教科書は，バルデーおよびハイスの問題集，およびメーレル，カンブリー等々であった．カンブリーのごときは，1909年までに85万部を刊行したと伝えられている．

かくて1892年の学制は，到底中等教育上の大問題を解決しえなかった．三種の中等学校の，等値的併立の問題は，依然として原の儘にとり残された．また一方においては，ドイツの産業および科学飛躍の時代に，社会生活への必要上，中等学校に応用数学をより多く採用すべしとの議論が，あるいはブラウンシュワイヒにおける‘数学および自然科学教授研究会’(1891)を通じ，あるいはいわゆる‘工業家運動’(1895)を通じて，叫ばれてきた．クラインは1893年頃から，ゲッチンゲン大学における，数学科の改造に着手し出したのである．そしてこれらの諸問題は，20世紀への課題として，とり残されたのであった．

フ ラ ン ス

57. 1848-1870年代のフランスは，ブルジョアジーが主権を握った時代であった．1848年の革命以後，反動政治の時とはなったが，しかし当時のフランスは産業革命によって，急激なる商工業の進展を見せていた．それゆえに，ドイツの反動政治とは趣を異にして，圧迫は自然科学の上に加えられずに，逆に文科方面に向って加えられた．テーヌらのごとき進歩的教師は罷免され，宗教学校は数多く新設されて，師範学校は一時廃止されたのである．

長い間，封建的なる反動教育の型を眺めきたったわれわれは，ここに到って反動教育の近代的なる一典型を見出すのである．

かくて初等学校においても，中等学校においても，自然科学と共に数学が奨励されることとなった．

> ‘しかしながら，それは科学に対する愛のためと言うよりも，むしろ自由主義を作り出す古典の効果を恐れたためであった．ラテン語の教師は，盗賊や奴隷の研究を通じて，無法律への愛を鼓吹したと非難された．フランスは文学的教養によって作られた法律家や記者連を多く必要としない．必要なのは，科学的に養成された技師と工業家であると，痛論されたのである.’

科学の奨励から，1852年には，中等学校が古代語，近代語，地理，歴史を共通科目とせる，文科と理科とに分たれ，生徒はそれぞれ文科資格試験合格者(baccalauréat ès lettres)および理科資格試験合格者(baccalauréat ès sciences)へと進み行くようにされた．この制度は，余りに早くから専門的選択を始め過ぎるとの非難があって一時は廃止され，その後種々の変遷を経て，1880-81年から，リセーは上級において文科，理科に分離することになった．それはじつに1870年プロイセンに破られ，第三共和政となったとき，教育問題が再燃して，国民教育の改造を見た時代において，行われたのであった．

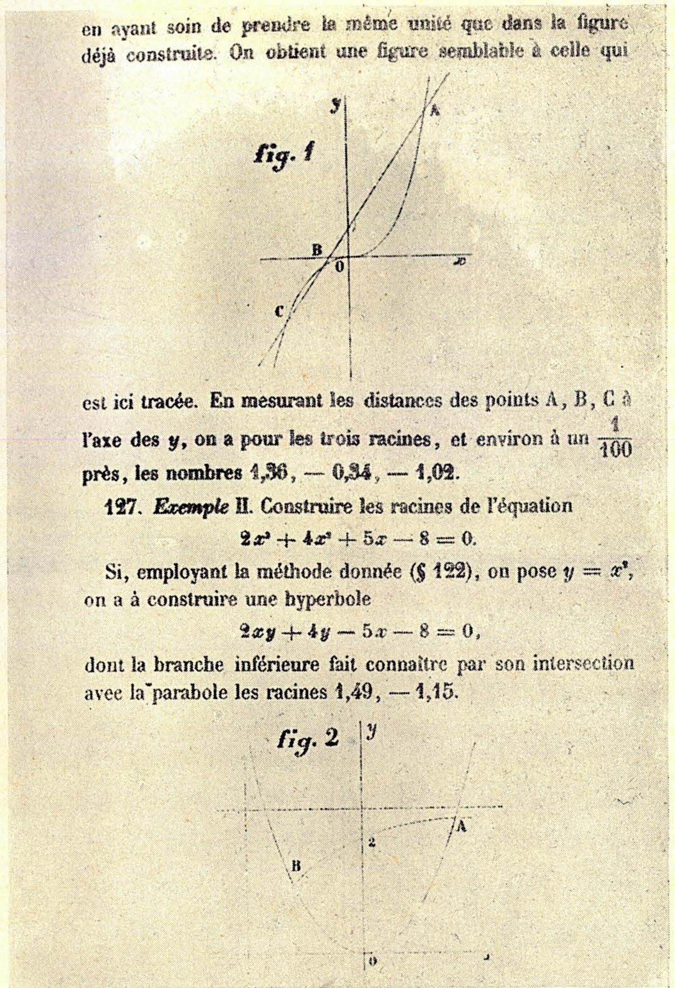
それは教材過重の時代であった．リセーの生徒は，学校の内外において，余りにも多く，あまりにも難い教材のために，心身を苦しめられた．とくに‘科学の信仰’は，数学教材をして異常に膨脹させた．それと同時に，われわれはブリオー(1817-1882)，セレー(1819-1885)，ベルトラン(1822-1900)のごとき，有力なる数学者の手になる，初等教科書を見出すのである．

ブリオーの算術書

Charles Briot: Éléments d'arithmétique(9版, 1873)

は，初年級用のもので，それはつぎの内容を持っていた．

整数四則．数の性質(多くの因数の積，整除，最大公約数，素数)．分数(そ



en ayant soin de prendre la même unité que dans la figure déjà construite. On obtient une figure semblable à celle qui

fig. 1

est ici tracée. En mesurant les distances des points A, B, C à l'axe des y, on a pour les trois racines, et environ à un $\frac{1}{100}$ près, les nombres 1,36, — 0,34, — 1,02.

127. ***Exemple* II.** Construire les racines de l'équation

$$2x^3 + 4x^2 + 5x - 8 = 0.$$

Si, employant la méthode donnée (§ 122), on pose $y = x^2$, on a à construire une hyperbole

$$2xy + 4y - 5x - 8 = 0,$$

dont la branche inférieure fait connaître par son intersection avec la parabole les racines 1,49, — 1,15.

fig. 2

方程式の解法に標準曲線の使用．

L. Saint-Loup: Traité de la résolution des équations numériques(1861)より．

それはÉcole PolytechniqueおよびÉcole Normaleへの志願者用として著わされた，‘数字方程式解法書’であった．上のグラフは3次方程式$x^3-1.512x-0.476=0$を解くに，標準曲線$y=x^3$を用いたものである．

の四則，小数，分数と小数の変換，メートル法，商業その他への応用）．冪および根（平方，開平，立方，開立）．比（比，比例問題）．補充（簡便法，近似計算）．

この書は必ずしも理論的のものではなかったが，上級用の

Charles Briot: Leçons nouvelles d'arithmétique (5 版, 1873).

J. A. Serret: Traité d'arithmétique (6 版, 1875).

Joseph Bertrand: Traité d'arithmétique (1849. 4 版, 1867)

のごときは，明らかに理論算術であった．私はここにセレーの"算術"（6 版，1875）について一言しよう．

この書は，'官立学校およびバッカローレア・エ・シアンスへの志願者用'として書かれたもので，リセーの理科上級用の教科書である．

第 1 篇　整数

命数法．加法および減法．乗法．除法．冪．

第 2 篇　数の初等的性質

整除．最大公約数の理論．最小公倍数の理論．素数の理論．素数論の応用．

第 3 篇　分数および小数

分数．分数の四則．小数．量および数の近似的評価（循環小数を含む）．簡便法（加減乗除の）．

第 4 篇　不可約数（無理数）

平方根の理論．立方根の理論．近似計算．

第 5 篇　測度および応用

メートル法．フランスの旧度量衡．比および比例．正比例または反比例して変ずる量．問題（利息，按分，商業的諸計算など）．

附録

根の計算．等差級数および等比級数．対数の初等的理論．

（ほかに'整数論'その他のやや専門的附録が載せられている）．

この書においては文字計算も使用され，定義，定理などは一々言明されてある．実際上の諸計算や応用問題も多少採用されてはいるが，しかしそれは主要目的たる理論の特段の場合として，第二義的地位に置かれている．ここにフランス算術書——理科上級用の——の典型があった．

58.　つぎには代数に移って，ベルトランの書を挙げよう．

Joseph Bertrand: Traité d'algèbre (3 版, 1862).

この書は二部に分たれる．（私は 1874 年版によった）．

第一部は'初等数学級（Classes de mathématiques élémentaires）用'のもので，

第 1 篇　代数計算

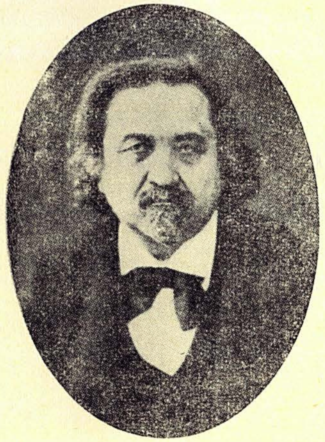
代数的加法および減法．乗法．除法．分数．根．

第 2 篇　1 次方程式

方程式の概説．1 元 1 次方程式．聯立方程式の原則．聯立 1 次方程式．1 次の問題．不等式．一般公式の吟味．

第 3 篇　2 次方程式

1 元 2 次方程式．2 次に導きうる 1 元方程式．若干の多元方程式．1 次よりも高次の問題とその吟味．極大極小に関する若干の問題．

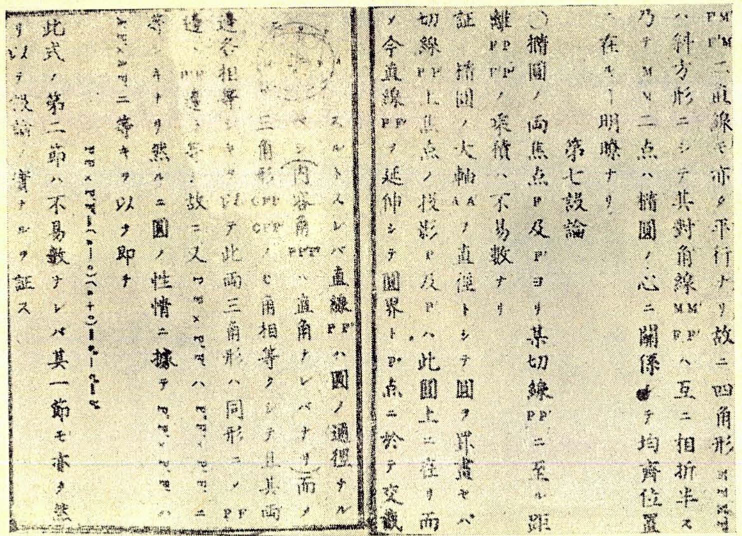


Joseph Bertrand

第 4 篇　級数および対数

級数．対数の初等的理論．複利年金．

複雑な計算は第 2 部に廻わされてあるが，吟味などには中々困難な問題がある．函数概念は極めて不十分で，極大極小の個所に少しばかりの説明を見出すのみであり．またグラフの記載もない．



アミヨーおよびルーシェ，コンブルースの抄訳.
常用曲線. 中村精男校閲，赤木周行抄訳(明治 15).
Courbes usuelles Trad. japonaise par Akagi(1882).
〔Des Chapitres de Amiot: Éléments de géométrie (1875), Rouché et Comberousse: Traité(1868)〕

第 2 部は‘特別数学級(Classes de mathématiques spéciales)用’のもので，

第 1 篇　初等代数の補充

無限級数. 組合せおよび二項定理. 対数の理論の補充. 代数的諸公式の検証. 未定係数法.

第 2 篇　導函数. 第 3 篇　方程式論. 第 4 篇　階差論

を内容としている. 一般的な函数の定義は，導函数のところで初めて学ぶのである.

つぎに幾何に移る前に，われわれはデュアメル(1797-1872)とフーエル(1823-1886)とが，1860 年代において，数学方法論を説いたことに注意せねばならない. 彼らはフランスの数学教育が一層厳密とならねばならぬことを主張し，ルジャンドルの不厳密を去って，‘修正されたユークリッド’に還るべきを説いた

のであった.

ルーシェ(1840-1910)とコンブルスの共著

E. Rouché et Ch. de Comberousse: Traité de géométrie(1864-66)

は，その際に生れた. これは比例論において極限を用い，ルジャンドルよりも少しばかり厳密となった. それに補充として，射影幾何学その他からの材料が，豊富に，そして版を重ねるごとに益々豊富にされたのである.

じつに‘特別数学級’は 2 年間にわたり，その数学時間数は毎週 16 時間を下らなかった！ それはバッカローレアの資格をうるために，否，それよりも，生活の保証のためには，大学よりも遙かに優れていたところの諸学校——École Polytechnique, École Normale Supérieure, École Centrale des Arts et Manufactures——への入学準備のために！

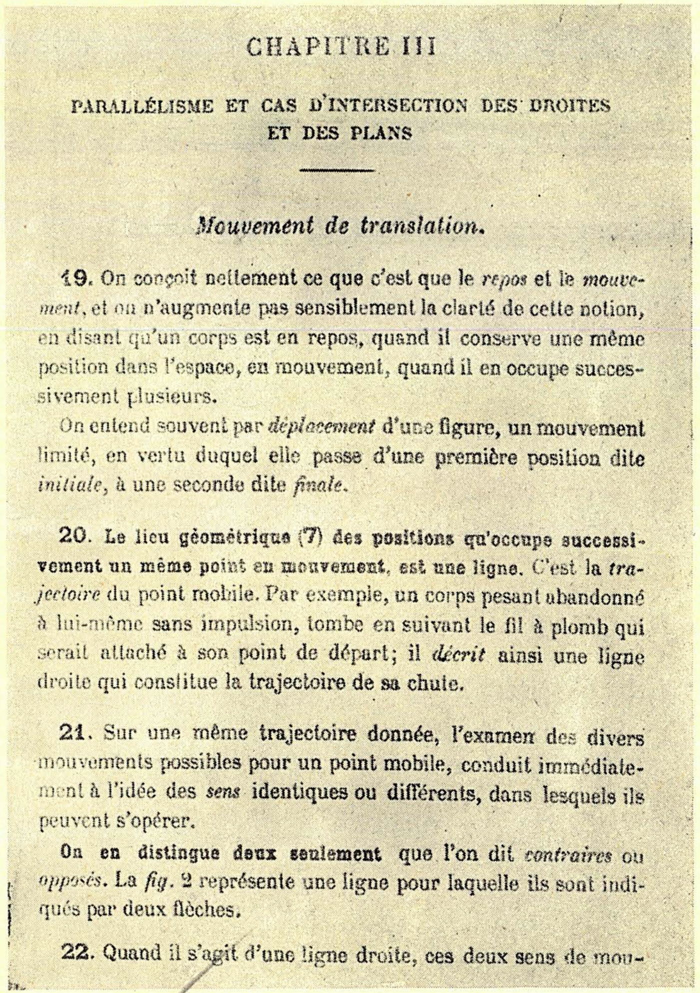
イギリスとは反対に，極端なる教育劃一制度の国フランスの生徒——彼らは大部の数学書を読み，困難を極めたる専門的の問題を解かねばならなかった. 数学科の過重視は，中等教育の目的を忘れさせた. それは，思想界においては科学的実証主義の時代であり，文壇においては自然主義全盛の時代において，その頂点に達したのであった.

われわれは，この時代において忘れられたところの，しかしながら注目すべきメレー(1835-1911)の教科書

Charles Méray: Nouveaux éléments de géométrie(1874)

について，一言せねばならない. それは全然ユークリッドとは異る公理から出発して，運動の観念を入れ，平面と空間の融合を図ったところの名著であった.

基本概念. 直線および平面の基本的性質. (平行移動). 平行. 直線および平面の交る場合. 直線および平面の垂直(回転). 線分の比較. 角の比較. 三角形の基本性質(三角函数). 種々の要素の間の距離. 曲線の弧の長さ. 平面形の面積. 曲面積. 体積. 相似および相似応位. 対称. 三面角. 円の理論. 角の比較に用いる円. 円の他の性質(極線のこと等). 同一平面上に



CHAPITRE III

PARALLÉLISME ET CAS D'INTERSECTION DES DROITES ET DES PLANS

Mouvement de translation.

19. On conçoit nettement ce que c'est que le *repos* et le *mouvement*, et on n'augmente pas sensiblement la clarté de cette notion, en disant qu'un corps est en repos, quand il conserve une même position dans l'espace, en mouvement, quand il en occupe successivement plusieurs.

On entend souvent par *déplacement* d'une figure, un mouvement limité, en vertu duquel elle passe d'une première position dite *initiale*, à une seconde dite *finale*.

20. **Le lieu géométrique (7) des positions qu'occupe successivement un même point en mouvement, est une ligne.** C'est la *trajectoire* du point mobile. Par exemple, un corps pesant abandonné à lui-même sans impulsion, tombe en suivant le fil à plomb qui serait attaché à son point de départ; il *décrit* ainsi une ligne droite qui constitue la trajectoire de sa chute.

21. Sur une même trajectoire donnée, l'examen des divers mouvements possibles pour un point mobile, conduit immédiatement à l'idée des *sens* identiques ou différents, dans lesquels ils peuvent s'opérer.

On en distingue deux seulement que l'on dit *contraires* ou *opposés*. La *fig.* 2 représente une ligne pour laquelle ils sont indiqués par deux flèches.

22. Quand il s'agit d'une ligne droite, ces deux sens de mou-

Méray: Nouveaux éléments de géométrie(1874).
この教科書においては，まず平行移動を説いてから，つぎに平行線がくるように，運動の観念が幾何学的機構の骨子をなしている.

ある二つの円の組．円の応用．正多角形．壔面．錐面．廻転面．球の理論．球面図形.

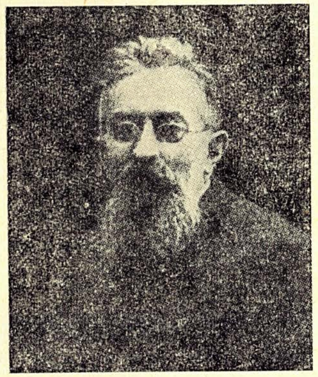
メレーのこの驚嘆すべき幾何教科書は，その当時先駆者が味うところの運命に陥入ったが，後にその真価が発見され，20世紀の幾何学教育改造の上に，資するところ多大であった．しかも1906年に至ってようやく第3版を出したに止まっている！

59. 1880年頃から，反実証主義の傾向が，色濃く顕われてきた．1870-71年の戦敗は，ブルジョアジーに大なる衝動を与えたと同時に，パリ・コンミュンは現在の制度の不安を思わせた．'社会秩序' の安定のために，伝統主義が必然的に擡頭しだした．反実証主義と伝統主義との握手から，'科学の破産' が叫ばれた.

1890年発表の政府の訓令において，われわれは読む.

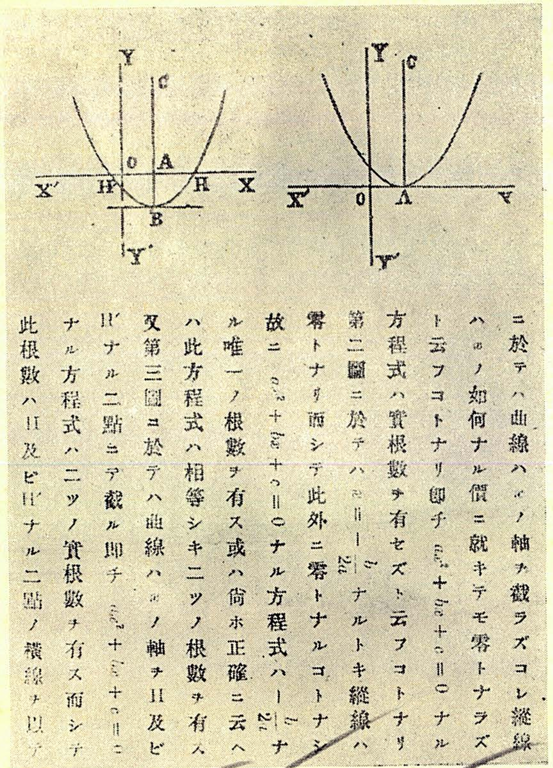
'中等教育の目的は，題材の利用上の要求よりも，その陶冶的価値によって規定される．教育の真の目的は，学問に対する趣味の養成，研究方法への訓練，理解・同化・創造の能力の発展にある.'

この傾向は数学教育の上にも実現された．いまや数学者の側からも，リセーにおける数学の過重が批判されてきた．たとえば'われわれの教育制度は根本的に改造されねばならぬ．試験では，数学が，否，むしろ数学のある部分が，あまりに強調されていた．数学教育はあまりに理論的であり過ぎた.'——われわれは，高等師範学校の副校長にして有名なる数学者ジュール・タンヌリー(1848-1910)その人から，この言を聴きうるのであった.



Jules Tannery

かくてその頃から，教科書は幾分か簡単に整理され，問題はやや平易化されると同時に，近



ニ於テハ曲線ハxノ軸ヲ截ラズコレ縦線ハxノ如何ナル價ニ就キテモ零トナラズト云フコトナリ即チ $ax^2+bx+c=0$ ナル方程式ハ實根數ヲ有セズト云フコトナリ第二圖ニ於テハ $x=-\frac{b}{2a}$ ナルトキ縦線ハ零トナリ而シテ此外ニ零トナルコトナシ故ニ $ax^2+bx+c=0$ ナル方程式ハ $-\frac{b}{2a}$ ナル唯一ノ根數ヲ有ス或ハ尙ホ正確ニ云ヘハ此方程式ハ相等シキ二ツノ根數ヲ有ス又第三圖ニ於テハ曲線ハxノ軸ヲH及ビH'ナル二點ニテ截ル即チ $ax^2+bx+c=$ ニナル方程式ハ二ツノ實根數ヲ有ス而シテ此根數ハH及ビH'ナル二點ノ横線ヲ以テ

ボッス：中等教育代数学．千本福隆，
桜井房記合訳(明治 22–24)．
Bos: Éléments d'algèbre. Trad. japonaise
par Senbon et Sakurai (1889–91).

これは邦文代数教科書の中に顕われたグラフの，多分最初のものの一つであろう．

代的なる材料が加味されてきた．函数観念とグラフとは，1880 年代に初級の教科書に採用された．幾何と代数とは，微温的ながらも，幾分かの融合を見せた．それはわれわれ日本人にも親しみある

H. Bos: Éléments d'algèbre.

Rouché et de Comberousse: Leçons de géométrie (1896)

等々の書によって窺われる．

上級用の教科書も，やや近代的に書き換えられた．そこには

J. Tannery: Leçons d'arithmétique (1894).

C. Bourlet: Leçons d'algèbre élémentaire (1896).

J. Hadamard: Leçons de géométrie élémentaire (1898)

等のごとき，有力なる学者の筆にかかる教科書も顕われたが，しかしながらフランスの伝統的精神は，容易に根本的大改造を許さなかったのである．

Jacques Hadamard
現に万国数学教科調査会の副会長の1人である．

'共和国' フランスの中等教育は，智識的に '選ばれた者'(élite) への教育を目的としていた．大衆への教育機会均等の問題は，いまだ起らなかった．教育上の議論は，主として教材の教育価値に懸っていた．近代社会における生活準備としての教育と，古典的教養との対立的問題は，国際主義と伝統主義との対立と共に，むしろ政治的形態をとって，20 世紀への課題となったのである．

イタリーおよびその他の小国

60. 私はこれより，国情によって大差ある，幾何学についてのみ，簡単なる叙述を試みることにしよう．

1848 年独立革命運動を起してから，イタリーは分離していた小さき国々を合して，ついに 1870 年の統一を見るに至った．しかしその統一以前に，すでに 1859 年にはフランスを模範とした教育令が，公布されていたのであった．

その時代の数学教育は，各地方における統一以前の状態にしたがって，フランス風(たとえばルジャンドルなど)のところもあれば，オーストリー風(たとえばモツニクなど)のところもあり，その他種々の幾何学が混在して，一般に低級なるを免れなかったのであった．

教育の強制的統一を企てた政府は，1867 年にクレモナ(1830-1903)とバッタリニ(1826-1894)を特別委員として，各地方における幾何学教授の状態を調査させた．彼ら——イタリーにおける第一流の数学者——は，その教授状態に大なる不満を感じた．そして‘悪質の教科書があまりに多く，かつますます増加の傾向ある’を見た彼らは，中等学校に対して，純粋にして単純なるユークリッドの採用を薦めたのであった．

Luigi Cremona

> クレモナは高名なる幾何学者であり，しかも彼自身は融合的・直観的研究方針をとっていた人であった．‘かような人が，なぜにユークリッドの採用を勧告したのか．私はその理由を見出すに苦しむ’との，クラインの批判は，確かに正当であった[1]．

クレモナらの勧告は，この年直ちに，法律として公布された．この時からイタリーの有力なる数学者が，フランスにおけると同様に，教科書の著者として立つことになったのである．

われわれはまず

E. Betti e Fr. Brioschi: Elementi d'Euclide(1867. 36 版, 1901)

を挙げよう．この書はユークリッドの第 1-6 巻および 11-12 巻を収めたものではあったが，しかしイギリス風のユークリッドとの間には，基本的な相違があった．イギリスには，できるだけユークリッドの原形を維持せんとする保守性があったが，ベッチ(1823-1892)とブリオスキ(1824-1897)とは，これに反してユークリッドの科学的・教育的・近代化を試みたのであった．たとえばユーク

(1)　若し私一個の卑見が許るされるなら，その以前から教育に興味を有し，すでにバルツェルの厳密にして高級なる“初等数学”をドイツ語から訳したクレモナは，バルツェルやまたフランスのフーエルらの意見を参考したのではなかったろうか．クレモナは 1879 年から上院議員となり，1898 年には文部大臣となった．

Francesco Brioschi

リッドが暗々裡に仮定せる公理の中から，運動の公理のごときは，ここでは言明されたのである．

この時から，厳密性はイタリー幾何学書の特色となってきた．この現象を正当に理解するためには，イタリーでは理論幾何学を，他国に比すれば，年長の生徒——満 15 歳頃からの——に教授することに注意せねばならないと思う．

かくて

A. Sannia e E. d'Ovidio: Elementi di geometria(1869. 11 版, 1904)

は，‘ルジャンドルおよびその亜流が，真理の証明にしばしば算術計算を使用するような混濁を去って，純潔なる古代の幾何学に還らん’との宣言のもとに書かれた．それは材料をユークリッドの範囲内に止めた，厳密なる教科書であった．

平面と立体との融合は，

R. de Paolis: Elementi di geometria(1884)

によって企てられ，それは

G. Lazzeri e A. Bassani: Elementi di geometria(1891)

において徹底させられた．ラッツェリとバッサニのこの共著は，また他面において，厳密なる論理的系統のもとに組織され，代数式のごときは，その幾何学的意義を厳密に規定した上で，初めて使用されたのであった．いま平面，立体の融合の方法を見るために，最初の 3 篇の材料配列の順序を示しておく．

第 1 篇

幾何図形—直線および平面．線分．角および二面角．円および球の基本定理．平行線，平面に平行なる直線，平行平面．垂直なる直線および平面．

§ 161.　Geometrische Örter beim Dreieck und Vierflächner.　133

treffen und ein Dreieck $A'B'C'$ bilden. Die parallelen Strecken BC, AB' sind gleich, weil sie zwischen parallelen Geraden liegen, und aus demselben Grund sind die zwei Strecken BC, $C'A$ gleich, somit ist der Punkt A der Mittelpunkt der Seite $B'C'$. Entsprechend beweist man, daß B und C bezüglich die Mittelpunkte der Seiten $C'A'$, $A'B'$ sind. Da nun die Höhen des Dreiecks ABC die Mittelsenkrechten der Seiten des Dreiecks $A'B'C'$ sind, so müssen sie nach dem vorangehenden Zusatz notwendigerweise durch einen Punkt gehen.

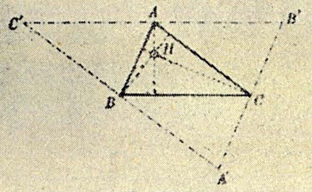


Fig. 124.

Erklärung. — Der Schnittpunkt der drei Höhen eines Dreiecks heißt **Höhenschnittpunkt** (Orthozentrum) des Dreiecks.

161. **Lehrsatz.** — *Der geometrische Ort der von zwei Punkten gleichweit abstehenden Punkte ist die durch die Mitte ihrer Verbindungsstrecke senkrecht zu dieser gelegte Ebene, die sog. mittelsenkrechte Ebene.*

In der Tat, aus dem vorigen Lehrsatz folgt, daß die notwendige und hinreichende Bedingung dafür, daß ein Punkt gleichweit von zwei Punkten A, B entfernt sei, die ist, daß er auf einer der unendlich vielen zur Strecke AB mittelsenkrechten Geraden liege. Da nun der Ort dieser senkrechten Geraden die zur Strecke AB in deren Mitte C errichtete senkrechte Ebene ist (§ 60, Lehrs.), so haben alle Punkte einer solchen Ebene und nur sie die Eigenschaft, von A und B gleichweit entfernt zu sein.

Zusätze. — a) *Die zu den Seiten eines Dreiecks errichteten mittelsenkrechten Ebenen gehen durch eine Gerade, den geometrischen Ort der von den Ecken des Dreiecks gleichweit entfernten Punkte.*

Der Beweis gestaltet sich wie der zum Zusatz a) des vorangehenden Paragraphen.

b) *Die zu den Kanten eines Vierflächners errichteten mittelsenkrechten Ebenen gehen durch einen Punkt, und dieser ist der einzige von den Ecken gleichweit entfernte Punkt des Raumes.*

Es sei (Fig. 125) $ABCD$ der gegebene Vierflächner. Die zu den Kanten AB, AC, AD mittelsenkrechten Ebenen können nicht parallel sein, weil, wenn sie es wären, die drei Geraden AB, AC, AD in einer Geraden liegen müßten; sie können auch nicht mit einer Geraden parallel sein, weil, wenn dies

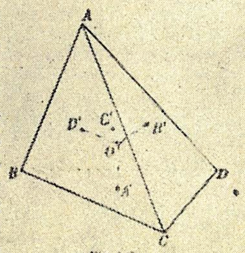


Fig. 125.

Lazzeri und Bassani: Elemente der Geometrie.
Deutsch von P. Treutlein (1911).
ここに三角形の諸定理と四面体のそれらとが，平行して取扱われている．

問題(定理，軌跡，作図題)．

第2篇

多角形(三角形および多角形の合等．三角形および多角形の作図)．

多面角(三面角および多面角の合等．三面角および多面角の作図)．

多面体(角錐，角壔，平行六面体)．距離．作図題．問題．

第3篇

直線，平面および球の間の関係．多角形と円および多面体と球の関係．円および球．球面幾何．廻転面および廻転体．

(第4篇は面積と体積．第5篇は比例論，相似形，量の測定など)．

しかしながら平面，立体の融合は，イタリーにおいても，一般的には採用されなかったのである．

61.　われわれはさらに，直観を排撃して論理のみを生命とし，極度の厳密性を尊重する一派の数学書を見出す．

G. Veronese: Elementi di geometria (1897).

G. Ingrami: Elementi di geometria (1899)

は，その代表である．たとえばヴェロネーゼ(1854-1917)の教科書においては，範囲をユークリッドに止めて，その組織を厳密にした．運動の概念はまったく退けられ，代数計算はまったく許されなかった．ここには一切の公理を完全に言明せんとするの努力があった．

たとえば公理第一は，‘異る点は存在する’ことであった．‘直線は結点を持たない’ことが，定理として証明されねばならなかったのである！

しかしそれは，中等学校にとっては，あまりにも難解なる教科書であった．ついに20世紀に入るや否や，エンリケスとアマルヂとは，一方十分に厳密性を保ちながら，学校において実際に使用しうる程度の教科書

F. Enriques e U. Amaldi: Elementi di geometria (1903)

を作り上げたのである.

この書の中には，数多くの公理——たとえば，順序の公理，アルキメデスの公理，等々——が言明されている.

運動の観念を避けるためには，‘二辺と夾角が等しい二つの三角形は合等である’ことなどが，公理として与えられねばならなかった.

基本的要素(点，直線，平面). 多角形. 円. 平行の理論とその応用. 等値の理論. 比例論. 円周の長さと円の面積. 測度の理論. 空間における直線と平面. 角錐および多面体. 球. 平行なる直線および平面. 角壔. 円壔と円錐. 多面体の表面積と体積. 比例と相似. 円壔，円錐および球の体積と表面積. 測度.

Federigo Enriques

われわれはここに幾何学的材料が，まったく公理を指導原理として配列されているのを見出すであろう. かくて平行線は，平面幾何の約三分の一を終えてから，初めて——第5版(1911)では117頁に至って初めて——顕われる. ユークリッドの比例論は，測度に関する極限の理論と共に，厳密なる形式において与えられる. 普通の意味での代数計算が許るされるのは，ただ‘測度’の章においてのみであった！

62. 私はここに，日本の数学教育にも影響を与えた，ヨーロッパの小国について，一言を添えて置く.

ベルジウム

ベルジウムの数学教育は，フランスとほとんど同様であった. そこにはマンション，カタランらの指導者がいた. 私はここにただ有名なる問題集

E. Catalan: Théorèmes et problèmes de géométrie élémentaire (2版, 1862. 6版, 1879)

8　[I — 31-32]

A　B　C

Per dimostrare questo teorema nel caso di due segmenti **a**, **b**, prendiamo su di una retta due segmenti consecutivi AB = **a**, BC = **b**, talchè sia

$$AC = a + b.$$

Allora è

$$CA = CB + BA$$

e d'altra parte, per il n. 26,

$$CB = BC = b,\ BA = AB = a,\ CA = AC;$$

cosicchè avremo

$$a + b = b + a.$$

Ciò premesso risulta senz'altro che in una somma di più segmenti si possono scambiare di posto due addendi consecutivi **h** e **k**, perchè anzitutto ad essi si può sostituire la loro somma (n. 23), e in secondo luogo, per quanto s'è visto or ora, codesta somma non muta se si scambiano di posto **h** e **k**.

Infine è chiaro che con successivi scambi di posto fra addendi consecutivi si può eseguire qualsiasi mutamento d'ordine negli addendi di una somma.

31. Teor. — *La somma di più segmenti gode della proprietà associativa,* cioè ad alcuni addendi si può sostituire la loro somma.

Se codesti addendi sono consecutivi, il teor. si è già dimostrato al n. 29.

In caso contrario, per convincersi della verità del teor., basterà con opportuni mutamenti d'ordine, portare gli addendi considerati ad essere consecutivi.

32. Def. — Se un segmento è uguale alla somma di due altri, esso si dice *maggiore* di ciascuno di questi, e ognuno di questi ultimi si dice *minore* del primo.

Se il segmento AB è maggiore di CD e quindi CD è minore di AB, si scrive:

$$AB > CD,\ CD < AB.$$

Enriques e Amaldi: Elementi di geometria (1911年版)より.

この頁の前半は，定理‘線分の和は交換の法則にしたがう’の証明である. この証明の中に，第26節とあるは，‘線分ABは線分BAに等しい’なる‘公理’を指す.

Eugène Catalan

Julius Petersen

を挙げるに止めよう．

デンマーク

デンマークは，教科書の著者に有力なる数学者を持つ国の一つであった．じつにペテルゼンもまたその１人である．私は彼の“作図解法”の名を掲げて，彼を記念しておこう．

J. Petersen: Metoder og Teorier til Lösning af geometriske Konstruktions opgaver (1866).

オランダ

オランダは，明治維新以前における日本との関係において，特殊の研究に値する国である．ここにはいわゆる‘度学’(メートキュンデ)の名を記念するために，Meetkunde (幾何学) に関する一，二の教科書を挙げるに止める．

J. H. van Swinden: Grondbeginselen der Meetkunde (1790).

J. de Gelder: Beginsels der Meetkunde (1810).
ゲルデール

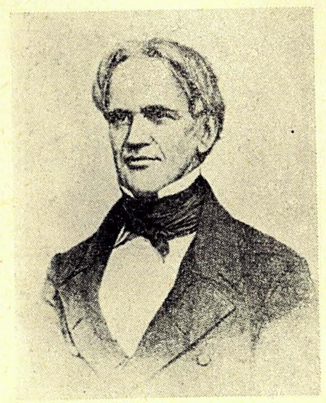
J. Versluys: Beginsels der nieuwere Meetkunde (1868).

アメリカ合衆国

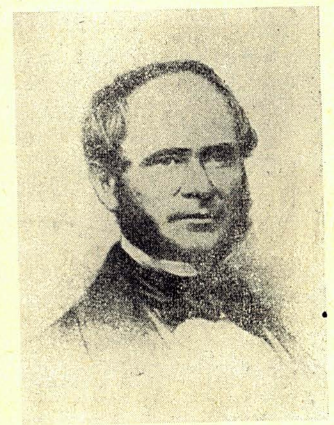
63.　さて自由，平等の旗のもとに進んだアメリカでは，19 世紀の初期の間，教育制度をも一つの中心に集中統制するを欲しなかった．したがって地方の諸学校は，多くはその地方の管理に委ねられていたのであった．しかしながらアメリカの発展に連れて，その不統一は種々の不便を生むに至った．ついに各学校をして州の管理に属させ，そして州から補助を受ける方向への運動が開始された．

この運動の中心人物として活動し，公立学校制度の基礎を建設したのは，ホレース・マン (1796–1859) であった．彼と並んでヘンリー・バーナード (1811–1900) が立っている．彼らはひとりアメリカ教育統制のために努力したのみでなかった．また州立師範学校の建設のために，アメリカにおける教育覚醒のために，働いたのであった．

さて公立学校の制度が進展するに連れ，中等教育の機会均等を国民全般におよぼさんとの理想から，公立中学校が生れてきた．それらは模範を，1821 年にボストンに立てられた最初の公立中学校にとり，**ハイ・スクール** (high



Horace Mann



Henry Barnard

school)なる新名称が附せられた．1850年頃から，ハイ・スクールは隆盛に向うと同時に，半ば私立的なるアカデミーは，ようやく減少し始めたのである．

思えばアカデミーは過渡期の産物であった．しかもそれは独立当時の社会状態において，その任務を尽したのみではなかった．その課程の近代的なる多様性は，従来のグランマー・スクールそのものに対して，すでに大なる影響をおよぼしていた．カレージの入学要求に，古典と算術以外の近代的科目，たとえば代数(1820)，幾何(1844)等の加えられたのは，まったくその結果であった．

アカデミーの教課の近代性と多面的自由性とは，いまや新興のハイ・スクールの上に伝えられた．そして南北戦争(1861-65)の終りから，アメリカの資本主義が，全国を完全なる経済的単位とする，新たなる発展時代に入ると共に，ハイ・スクールはアメリカ中等学校の主位を占めるに至ったのであった．

教育覚醒運動，ハイ・スクール建設運動の時代は，同時に，また数学教育の転形期であったのである．

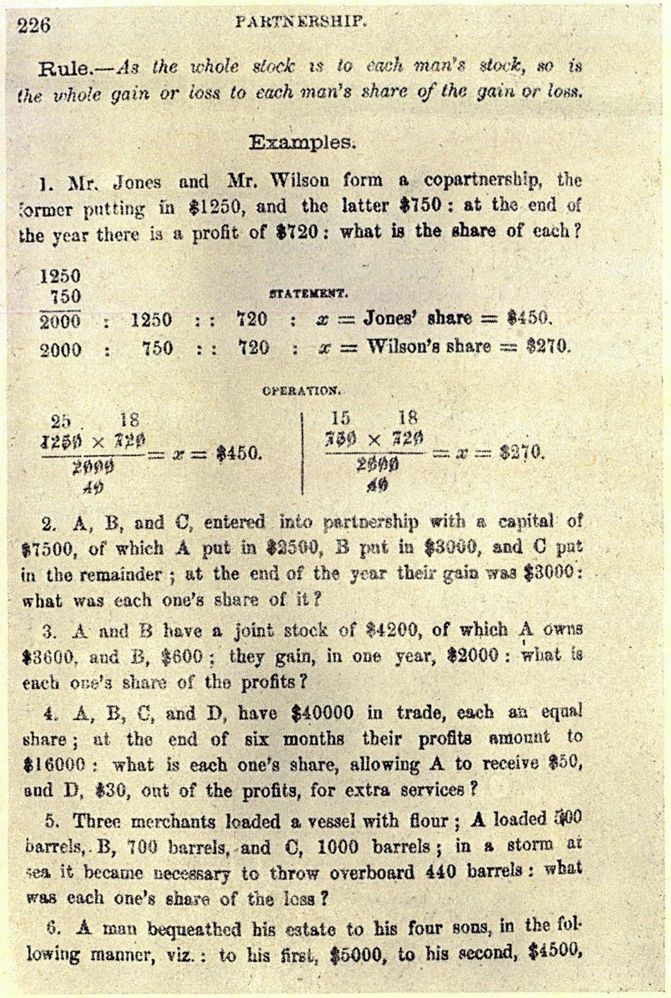
フランスの数学は，1820年代からアメリカ数学教育の主潮となったが，その頂点は1830年代であった．やがてフランス数学の輸入に対して，厳正なる批判の声が起ってきた(1)．

> ‘純粋数学および物理的数学に関する，われわれの初等的著述は，一般に余りにも多く外国の倉庫からくる．われわれに一国民として，そして，われわれに独立国民としての信頼を与えるためには，ただ国外出版物からの抄訳や翻案のみに依頼しないで，もっとわれわれ自身の力によるべきであろう．われわれは自分で考うべきであり，また考えねばならない．’

かような国民的自覚から，アメリカの数学者は，彼ら自らの教科書を作るようになった．チャールス・デヴィース，ベンジャミン・ピーアス，エリアス・ルーミス，エドワード・オルネーらは，その最初の人々であった．

64.　ピーアス(1809-1880)は当時アメリカ第一流の数学者であったが，彼の

(1)　The Mathematical Diary, Vol. II (1825-32).


226　PARTNERSHIP.

Rule.—*As the whole stock is to each man's stock, so is the whole gain or loss to each man's share of the gain or loss.*

Examples.

1. Mr. Jones and Mr. Wilson form a copartnership, the former putting in \$1250, and the latter \$750: at the end of the year there is a profit of \$720: what is the share of each?

STATEMENT.

$$\begin{array}{r} 1250 \\ 750 \\ \hline 2000 \end{array} : 1250 :: 720 : x = \text{Jones' share} = \$450.$$

$$2000 : 750 :: 720 : x = \text{Wilson's share} = \$270.$$

OPERATION.

$$\frac{\overset{25}{\cancel{1250}} \times \overset{18}{\cancel{720}}}{\underset{40}{\cancel{2000}}} = x = \$450. \qquad \frac{\overset{15}{\cancel{750}} \times \overset{18}{\cancel{720}}}{\underset{40}{\cancel{2000}}} = x = \$270.$$

2. A, B, and C, entered into partnership with a capital of \$7500, of which A put in \$2500, B put in \$3000, and C put in the remainder; at the end of the year their gain was \$3000: what was each one's share of it?

3. A and B have a joint stock of \$4200, of which A owns \$3600, and B, \$600; they gain, in one year, \$2000: what is each one's share of the profits?

4. A, B, C, and D, have \$40000 in trade, each an equal share; at the end of six months their profits amount to \$16000: what is each one's share, allowing A to receive \$50, and D, \$30, out of the profits, for extra services?

5. Three merchants loaded a vessel with flour; A loaded 500 barrels, B, 700 barrels, and C, 1000 barrels; in a storm at sea it became necessary to throw overboard 440 barrels: what was each one's share of the loss?

6. A man bequeathed his estate to his four sons, in the following manner, viz.: to his first, \$5000, to his second, \$4500,

Ch. Davies: University arithmetic(1876年版).

一聯の教科書

B. Pierce: Elementary treatise on algebra (1837).

B. Pierce: Elementary treatise on plane and solid geometry (1837)

等は，中等学校用として困難に過ぎた．成功の点においてはデヴィースの

Ch. Davies: Elementary algebra (1839).

Ch. Davies: Elementary geometry and trigonometry (1840).

Ch. Davies: University arithmetic (1846)

等におよぶべくもなかったのである．デヴィースの教科書は，算術初歩から微積分にわたり (第48節参照)，‘一般に明瞭で，論理的に排列され，普通の生徒にとって余りに困難でなく，大なる普及性を有っていた’のであった．

ルーミス (1811-1899) の教科書

E. Loomis: Elements of algebra (1846).

E. Loomis: Elements of geometry and conic sections (1851).

E. Loomis: Analytical geometry and calculus (1850)[1]

等は，学問的に見るべきところはなかったが，簡単明瞭に書かれていたために，広く学校用として採用された．

やがて1865年頃から，ロビンソンの教科書

H. N. Robinson: Progressive higher arithmetic (1860).

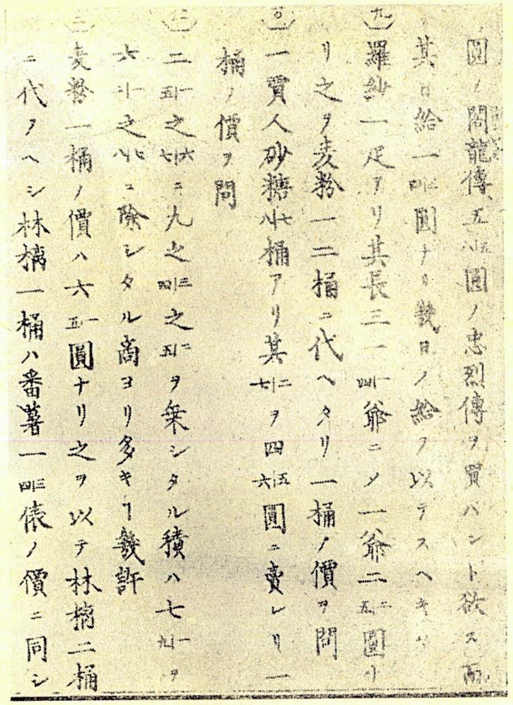
H. N. Robinson: New university algebra (1862).

H. N. Robinson: New geometry and trigonometry

等が流行し始めた．ここに掲げた“算術”は，

序説．整数四則．整数の性質．分数．小数．合衆国貨幣．諸等数．十二分数法．簡略計算．比および比例．百分比．混合法．乗羃．開方．級数．測定．

(1) ルーミスのこの書は，中国に渡って，イギリス人 Alexander Wylie (偉烈の漢訳“代微積拾級”(1859) (第71節参照) となり，日本で初めて微積分学を学ぶ時に，余程役立ったと，いわれている．


圓ノ問　龍傳五八圓ノ忠烈傳ヲ買ハント欲ス而
其日給一四圓ナリ幾日ノ給ヲ以テスヘキヤ
(九)羅紗一疋アリ其長三一四一爺ニメ一爺ニ五二圓ナ
リ之ヲ麦粉一二桶ニ代ヘタリ一桶ノ價ヲ問
(十)一買人砂糖卅桶アリ其七二ヲ四六五圓ニ賣レリ一
桶ノ價ヲ問
(十一)二五一之六七二九之四三之五二ヲ乘シタル積ハ七九一ヲ
六十之八ニ除シタル商ヨリ多キ丁幾許
(十二)麦粉一桶ノ價ハ六五一圓ナリ之ヲ以テ林檎二桶
ニ代ノヘシ林檎一桶ハ番薯一四三俵ノ價ニ同シ

第維氏: 西算新書．水野行敏訳 (明治8).
Ch. Davies: Arithmetic. [Elements of written arithmetic ?]. Japanese trans. by Mizuno (1875).

を含み，形式的なると共に，実用的でもあった．われわれはこの算術書の中に，ほとんどフランス算術の影響を見出しえないと，断言してよろしいと思う．

つぎに，ロビンソンの“代数”は，大体においてイギリス型であって，トドハンターを不精確，不明瞭にしたような教科書ではあったが，しかしながらわれわれはここに，フランス代数——古いラクロアやブールドンら——の明瞭なる影響を認めうる．まず第一に，そこにはイギリス代数において見るがごとき，複雑困難なる受験的・形式的問題が，甚だ少ないのであり，第二に，方程式の吟味が——しかもフランスの伝統的・典型的問題が，そのまま採用されてい

MULTIPLICATION. 27

1st. By varying the partial products.

Invert the order of the factors; that is, multiply the multiplier by the multiplicand; if the product is the same as the first result, the work is correct.

2d. By excess of 9's.

85. The illustration of this method depends upon the following principles:

I. If the excess of 9's be subtracted from a number, the remainder will be a number having no excess of 9's.

II. If a number having no excess of 9's be multiplied by any number, the product will have no excess of 9's.

1. Let it be required to multiply 473 by 138.

OPERATION.

$$473 = 468 + 5$$
$$138 = 135 + 3$$

$$\text{Partial products.}\left\{\begin{array}{rcr} 468 \times 135 & = & 63180 \\ 5 \times 135 & = & 675 \\ 468 \times 3 & = & 1404 \\ 5 \times 3 & = & 15 \end{array}\right.$$

$$\text{Entire product,}\quad 65274$$

ANALYSIS. The excess of 9's in 473 is 5, and $473 = 468 + 5$, of which the first part, 468, contains no excess of 9's, (I). The excess of 9's in 138 is 3, and $138 = 135 + 3$, of which the first part, 135, contains no excess of 9's, (I). Multiplying both parts of the multiplicand by each part of the multiplier, we have four partial products, of which the first three have no excess of 9's, because each contains a factor having no excess of 9's, (II). Therefore, the excess of 9's in the entire product must be the same as the excess of 9's in the last partial product, 15, which we find to be $1 + 5 = 6$. The same may be shown of any two numbers. Hence, to prove multiplication by excess of 9's,

Find the excess of 9's in each of the two factors, and multiply them together; if the excess of 9's in this product is equal to the excess of 9's in the product of the factors, the work is supposed to be right.

NOTE.—If the excess of 9's in either factor is 0, the excess of 9's in the product will be 0, (II).

EXAMPLES FOR PRACTICE.

	(1.)	(2.)	(3.)	(4.)
Multiply	475	3172	9827	7198
By	9	14	84	216
Prod.	4275	44408	825468	1554768

Robinson: Progressive higher arithmetic(1866).

SUBTRACTION.

52. Subtraction, in Algebra, is the process of finding the difference between two quantities.

53. It is evident that 5 units of any kind or quality subtracted from 8 units of the same kind or quality, must leave 3 units of the same kind or quality. That is,

$$+8a-(+5a)=+3a$$

Also, $$-8a-(-5a)=-3a$$

But these remainders are the same as we shall obtain by changing the signs of the subtrahends and then *adding* the results, algebraically, to the minuends. Thus,

$$+8a-(+5a)=+8a-5a=+3a$$
$$-8a-(-5a)=-8a+5a=-3a$$

Hence, in Algebra,

Subtracting any quantity consists in adding the same quantity with its sign changed.

54. This principle may be established in a more general manner as follows:

Let it be required to subtract the quantity $b-c$ from a.

OPERATION.

Minuend,	a
Subtrahend,	$b-c$
Difference,	$a-b+c$

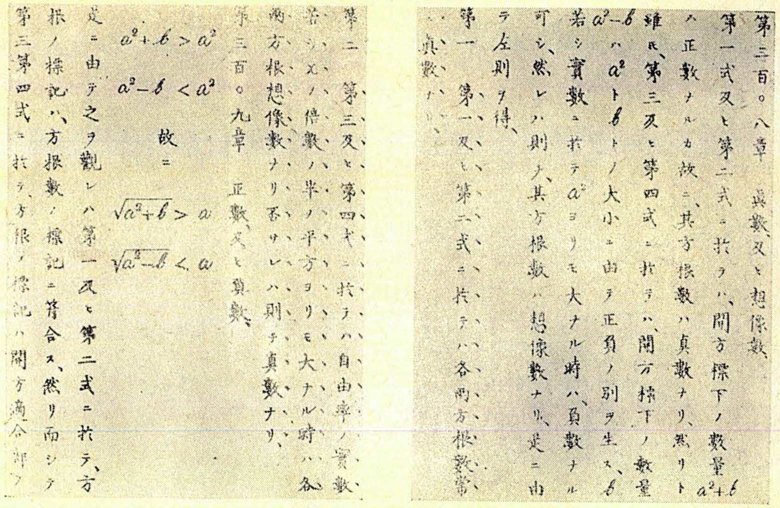
We first subtract b from a, indicating the operation, and obtain for a result, $a-b$. But the true subtrahend is not b, but $b-c$; and, as we have subtracted a quantity too great by c, the remainder thus obtained must be too small by c; we therefore add c to the first result, and obtain the true remainder, $a-b+c$. But this result is the same as would be obtained by adding $-b+c$ to a.

55. It follows from the principle enunciated above, that any quantity is subtracted from nothing or zero, by simply changing its sign or signs. Thus,

$$0-(+a)=-a$$
$$0-(-a)=+a$$
$$0-(a-b)=-a+b$$

8

Robinson: New university algebra(1871)


第三百。八章　真數、又ト想像數、
第一式又ト第二式ニ於テハ、開方標下ノ數量 a^2+b
ハ正數ナルカ故ニ、其方根數ハ真數ナリ、然リト
雖氏、第三又ト第四式ニ於テハ、開方標下ノ數量
ハ a^2 ト b トノ大小ニ由テ正負ノ別ヲ生ス、b
若 a^2-b シ實數ニ於テ a^2 ヨリモ大ナル時ハ、負數ナル
可シ、然レハ則チ、其方根數ハ想像數ナリ、是ニ由
テ左則ヲ得、
第一、第一又ト第二式ニ於テハ各兩方根數常
ニ真數ナリ、

第二、第三又ト第四式ニ於テハ自由率ノ實數、
若シ又ハ倍數ハ半ノ平方ヨリモ大ナル時ハ各
兩方根想像數ナリ否サレハ則チ真數ナリ、
第三百。九章　正數又ト負數、
$a^2+b>a^2$
$a^2-b<a^2$
故ニ
$\sqrt{a^2+b}>a$
$\sqrt{a^2-b}<a$
是ニ由テ之ヲ觀レハ第一及ト第二式ニ於テ、方
根ノ標記ハ、方根數ノ標記ニ背合ス、然リ而シテ
第三第四式ニ於テ、方根ノ標記ハ開方適合部ヲ

ロビンソン代数学．石川彝訳(明治 10).
Robinson: New university algebra. Japanese trans. by Ishikawa (1877).

る．ただ不幸にして著者の不十分なる学識は，この教科書を不統一な，そして不明瞭な著作に終らせたのであった．

最後に，ロビンソンの“幾何”に至っては，ユークリッドの型にあらずして，ルジャンドル型である．否，算術的・代数的計算の使用の多い点において，それは普通のフランス幾何学を凌いでいる．計算問題と測量その他の方面における応用問題の多数とは，この書の特色であろう．

ウィリアム・ショーヴネー(1820-1870)の遺著

W. Chauvenet: Treatise on elementary geometry (1870)

に至っては，ルジャンドルやルーシェ・コンブルスらに倣える，フランス幾何学の正統に属している．それは価値ある教科書であった．

かくてわれわれは，つぎの重要なる結論に到達する．

フランス数学の潮流が，アメリカを去った後においても，1860 年頃から 1880 年頃までにおいては，アメリカ代数は，まだフランスの感化を相当に受けていた．幾何においては，ユークリッドよりもむしろ甚だ多くルジャンドルの型に属していた．これに反して，算術は最初からフランスの影響を多く受けなかったのである．

この事実は，後に見るがごとく，明治初年における日本の数学教育を理解すべき，一つの鍵となるのである．

65.　さてアメリカにおいて真に数学的研究の飛躍が始まったのは，1876 年にシルヴェスターがイギリスからアメリカに渡り，8 年の間数学を講義し指導して，有力なる刺激を与えた時からであったと，言われている．

しかもそれは，従来主として農業国であったアメリカが，いまや工業の飛躍的発展をとげつつある時代であった．

その頃からわれわれは，やや近代化された教科書の出顕を見るのである．有名なる天文学者にして数学者たるニューカム(1835-1909)の著

S. Newcomb: Elements of geometry (1881).

S. Newcomb: School algebra (1882).

のごときは，たとい学校用として大に採用されなかったとしても，それは好評を博していた．彼はその代数の中で，早くから函数概念を採用したのである．その他

G. B. Halsted: Elements of geometry (1885)

のごとき異色ある教科書も顕われたが，しかしもっとも広くかつ永く流行したのは，ウェントウォースであった．たとえば

G. A. Wentworth: Elements of algebra (1881).

G. A. Wentworth: Elements of plane and solid geometry (1878. 改版，1888).

等々．その幾何はルジャンドル型に近いものであったが，代数はイギリス的な形式問題が多く採用されている．ウェントウォースの強味は，教授に便なるように，技巧的に整頓されたところにあるのであろう．われわれはここに数学教

For example, if the product p of two numbers, x and y, is given so that we have

$$xy = p,$$

then, x and y may each have an indefinite number of values, but as x increases y diminishes. If, now, A and B are two values of x, while A' and B' are the two corresponding values of y, we must have

$$A \times A' = p,$$
$$B \times B' = p,$$

whence, by dividing one of these equations by the other,

$$\frac{A}{B} \times \frac{A'}{B'} = 1,$$

and therefore

$$\frac{A}{B} = \frac{1}{\frac{A'}{B'}} = \frac{B'}{A'};$$

that is, *two numbers whose product is constant are reciprocally proportional.*

3. Let the quantities in each of the couplets of the proportion

$$\frac{A}{B} = \frac{A'}{B'}, \text{ or } A : B = A' : B', \qquad [1]$$

be measured by a unit of their own kind, and thus expressed by numbers (II. 42); let a and b denote the numerical measures of A and B' a' and b' those of A' and B'; then (II. 43),

$$\frac{A}{B} = \frac{a}{b}, \quad \frac{A'}{B'} = \frac{a'}{b'},$$

and the proportion [1] may be replaced by the *numerical* proportion,

$$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}, \quad \text{or } a : b = a' : b'.$$

4. Conversely, if the numerical measures a, b, a', b', of four quantities A, B, A', B', are in proportion, these quantities themselves are in proportion, *provided* that A and B are quantities of the same kind, and A' and B' are quantities of the same kind (though not necessarily of the same kind as A and B); that is, if we have

$$a : b = a' : b',$$

ショーヴネー：幾何の飜刻(明治22).
Chauvenet: Elementary geometry.
Japanese edition(1889).

139. CASE XVI. Multiply $2x - y + 3$ by $x + 2y - 3$.

$$\begin{array}{l} 2x - y + 3 \\ \underline{x + 2y - 3} \\ 2x^2 - xy \qquad + 3x \\ \qquad 4xy - 2y^2 \qquad + 6y \\ \underline{\qquad\qquad\qquad - 6x + 3y - 9} \\ 2x^2 + 3xy - 2y^2 - 3x + 9y - 9 \end{array}$$

It is to be observed that $2x^2 + 3xy - 2y^2$, of the product, is obtained from $(2x - y) \times (x + 2y)$;
that -9 is obtained from 3×-3;
that $-3x$ is the sum of $2x \times -3$ and $x \times 3$;
that $9y$ is the sum of $2y \times 3$ and $-y \times -3$.

From this result may be deduced a method of resolving into its factors a polynomial which is composed of two trinomial factors. Thus:

Find the factors of

$$6x^2 - 7xy - 3y^2 - 9x + 30y - 27.$$

The factors of the first three terms are (by Case XIV.)

$$3x + y \text{ and } 2x - 3y.$$

Now -27 must be resolved into two factors such that the sum of the products obtained by multiplying one of these factors by $3x$ and the other by $2x$ shall be $-9x$.

These two factors evidently are -9 and $+3$.

That is, $(6x^2 - 7xy - 3y^2 - 9x + 30y - 27)$
$$= (3x + y - 9)(2x - 3y + 3).$$

140. The following method is often most convenient for separating a polynomial into its factors:

Find the factors of

$$2x^2 - 5xy + 2y^2 + 7xz - 5yz + 3z^2.$$

1. Reject the terms that contain z.
2. Reject the terms that contain y.
3. Reject the terms that contain x.

Wentworth: Elements of algebra(1890).

科書のアメリカ型に接するのである.

しかるに1890年頃から，中等教育の不安時代が到来したのであった．それは産業の急激なる進展によって，農業の世界から工業社会への変換の時代となった．この変化と市民の富裕とは，教育を'より多く商工業の目的に適合するように'と，要求し始めたのである．ここにおいて教育の機会均等の理想にも，すべての人々のためにと考案された課目にも，反省と批判が加えられてきたのであった.

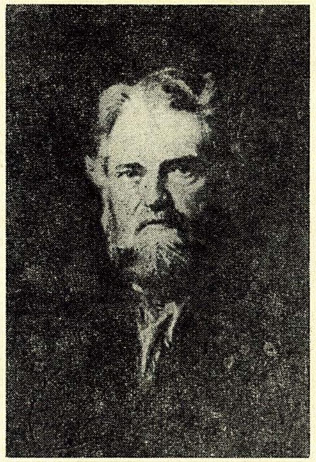
かくて1892年には，国民教育協会の勧告によって，中等教育に関する協議のために，各科目について，10人の委員会(Committee of Ten)が開かれた.

数学の委員会においては，ニューカムを議長として，

'算術にあっては，問題の具体化と難題の削除．幾何においては，具体的形体から始めて測量をも課すること．算術，代数，幾何の交渉関係に対しての努力'

等の改良案が決議された．この決議こそ，数学教育について，アメリカの教師が一般的に覚醒を始めんとする最初の動機であった．そしてそれはまた同時に，初等学校における算術教授についても言えるのであった．なぜなら，コールバーンの刺激があってから，初等算術教育は形式陶冶的な過度の教練をのみ，重視していたのであったから.

その頃からスタンレーホールは児童心理学の研究から，幼年児童にとっては，具体的・経験的・事実から算術の学習を始むべきを力説し，算術教育の改造を強調していたが，さらにジョン・デュウィーらの研究



Simon Newcomb

J. Dewey and J. A. Mc Lellan: Psychology of number and its applications to methods of teaching arithmetic (1895)

が顕われて，算術教授における実測の重要性が，力説されたのである．中等教育においても，

A. W. Phillips and J. Fisher: Elements of geometry (1896).

W. W. Beman and D. E. Smith: Plane and solid geometry (1895)

等の進歩的教科書が顕われてきたが，まだ不徹底なるを免れえなかった.

アメリカにおける数学教育改造の問題は，ハイ・スクール改造の問題と共に，20世紀の課題として残されたのである.

結　　語

66. かくてわれわれは，16世紀から19世紀末に至る間の，欧米における数学教育を概観してきた.

その結果として，われわれはまず，中等学校の意味そのものが，時代によって変更することを，見たのである．しかも19世紀の末葉におよんでは，各国における産業の進展が，経済的に，政治的に，社会的に，思想的に，人々の生活状態の上に，大なる変動を与えつつあった．それゆえに，中等学校は，いかなる意味においても，近代化されねばならない時機に，臨んでいたのである.

それと同時に，われわれは数学教育の使命とするものが，——たんなる伝統と目前の功利とをほかにしては——はなはだ不明瞭なるものあるを見てきた．じつに19世紀においても，数学教育の意義・目的が，まだ十分明晰にされていなかった.

加うるに，19世紀において飛躍を遂げた厳密なる数学の研究は，大学以外の数学教育をも，十分なる反省と批判を加えず，ほとんど盲目的に，厳密ならしめる傾向へと進ましめた．応用的・実用的数学と，ひとたび袂を分った理論数学は，数学教育をして，近代的日常生活と没交渉なる方向へと，人を導いたのであった.

目標なき数学教師は，もっとも古い意味での形式陶冶——伝統的偶像——の旗のもとに，そして現実においては，資格試験のために，入学試験準備のために，抽象的な・形式的な・実質なき・難問題の教授を事としていた．最良の場合においてさえも，中等学校‘数学教授の目的は，あたかも数学者を作るにあったかのように思われた’のである．

もちろんそこには，生徒の心理が無視されていた．否．数学学習の心理に対する研究のごときは，19 世紀にあっては，ようやく僅かにその萌芽を見るに過ぎなかったのである．

19 世紀の末葉におよんで，これらの批判が擡頭し始めた．しかもそれはイギリス，フランス，ドイツ，アメリカ等の諸国にわたる，共通の現実的問題であった．さればこそ，それはついに，20 世紀の初頭における，数学教育改造の世界的運動となったのである．

第 5 章　日本における封建末期の教育

——主として寛政の頃より明治 5 年に至る——

和算の教授

67.　われわれは日本における数学教育を考察するに当って，まず幕末から始めることにする．

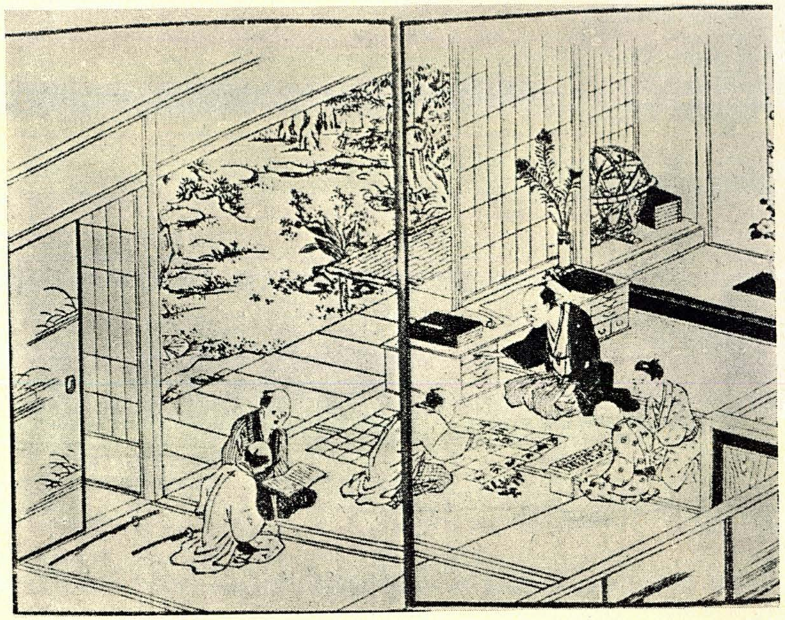
徳川時代における日本の数学は，いわゆる和算であった．和算は，じつに徳川文化の中に開いた花であった．それは元禄時代(1688-1703)の前から，関孝和(1642？-1708)，建部賢弘(1664-1739)，安島直円(1739-1798)等々の巨匠によって，急速なる発達を示してきたのである．

しかしながら和算家の間には，秘伝と称するものがあって，それは容易に伝えられなかった．彼らの大部分は，おのおの一定の流派——関流，最上流，中西流，宅間流，等々——に属して，その家塾を開き，門人’を作り，‘高弟’を作った．それはドイツ，オランダにおける計算学校のギルドを思わせるところの，封建的組織であり，ほとんど当時における数学教育の独占を行なったと，いいうるであろう．和算家の中には，また藩校の算学師範をしたものもあった．

和算家の教授は，大体において，個人教授であった．しかも術理を詳説して指導するのではなく，多くの場合には問題を提出して，弟子の解くに任せた．‘もし巧みに解くことができれば，さらにつぎの問題を与えるのであるが，できない限りは，いつまでも同じものを考えさせて置くという風であった．したがって能力の優れないものは，僅かばかりの稽古に長年月を費したのである.’

かくて有力なる教科書

藤田定資著：精要算法〔序文，安永 8〕(1779)

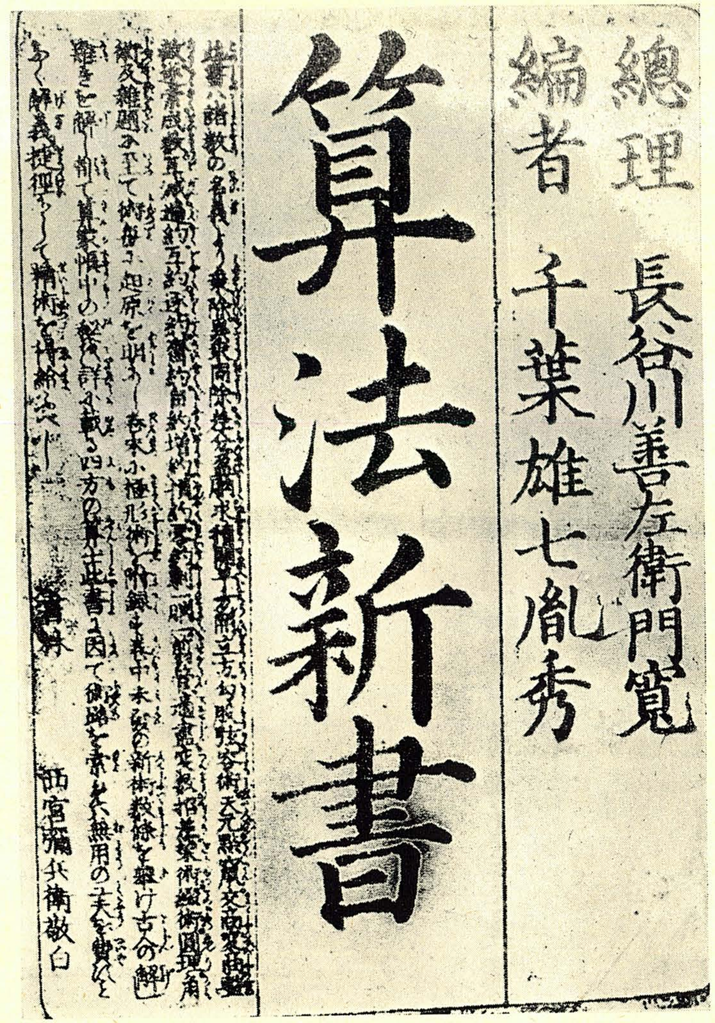


和算家の教授および生活状態
武田真元：算法便覧〔文政7〕(1824) より．
中央にある門人は算木を用いて計算を行なっているが，これすなわち天元術である．

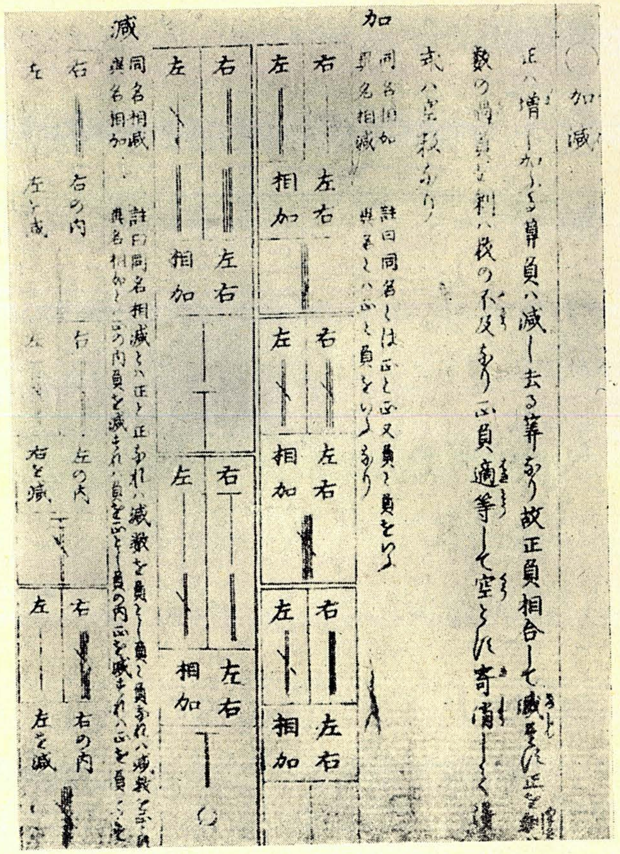
は，たんに‘無用の用’——藤田自らが呼んだところの——たる純粋数学のみでなく，また‘用の用’たる‘人のもっとも卑しと思える貿買貫貸の類，日常の急なる……術’をも伝えるために，書かれたものではあったが，問題と術文とのみを述べて，その解説を載せなかった．彼はその序において

‘此書，過乗を省き，文義を約にし，使用に便なるを要とするや，術中不解其義初学の徒，これを怪しむことなかれ．たとひ巻中術なしといへども，自ら其術を得るに至らば，其解自ら明白ならん.’

と述べている．



長谷川寛：算法新書(1830)



算法新書(1830)の１頁
天元術における加減法の説明である.

やがてその術の解説を載せた代数書が，出版される時機がきた．たとえば

坂部広胖：算法点竄指南録〔文化 7-12 ?〕(1810-15 ?)

には，点竄術——筆算式の代数——について，問題と術文を初めに掲げ，巻を改めてその問題の解義を示している．ついに

長谷川寛：算法新書〔文政 13〕(1830)

の出ずるにおよんで，和算の普及上，飛躍を見るに至った．

長谷川寛(1792-1838)は有力なる数学者でもあったが，また‘数学道場’の主人公として，教授に巧みであった．“算法新書”は，従来の数学書に比して，遙かに入りやすく解しやすく作られていた上に，それは算術の初歩から，代数(天元，点竄)および幾何——それは日本に発達した一種の幾何学で，ユークリッドなどとは，はなはだ趣きを異にする——を収め，さらに円理にまでおよんだ，系統的著述であった．いまここにその目次を採録しよう．

首巻

基数．大数．小数．度．量．衡．畝．諸物軽重表．九々合数．九帰法．撞除法．

巻之一

算顆盤之図．加．減．九帰．同還元．帰除．同還元．乗除定位．乗除及定位之図．雑問(金銭，銭，米，炭，多葉粉(たばこ)，舂耗(つきべり)，味噌，茶，運送等，都て日用の題を載る)．

巻之二

異乗同除．同図解．同比例式之図．雑題(金，銀，米，銭，両替，利足，雑穀，油，酒，塩，薪，紙，糸，薬種等より，年貢，普請等の問に至るまで，此部にあげてもらすことなし)．

差分．盈朒．求積．開平方．帯縦開平方．相応開平方．開立方．相応開立方．勾股弦．三斜．容術．

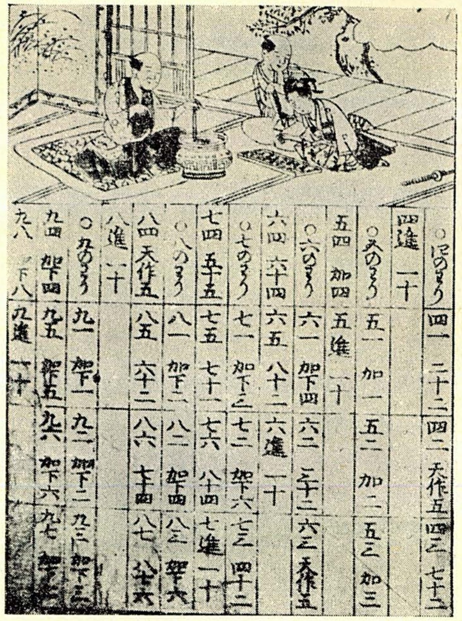
巻之三

天元術定則．同実問．点竄術定則．同実問．交商．変商．整数．逐索．成数．互減．遍約．互約．逐約．斉約．自約．増約．損約．零約．剰一．朒一．翦管．約術雑題．適尽法級法．同実問．

巻之四

変数．招差(附方粱)．衰粱．綴術．方円起源(弧矢弦．円率．玉率．角術)

巻之五



算法智恵宝の１頁

方円立表．同雑問．

附録

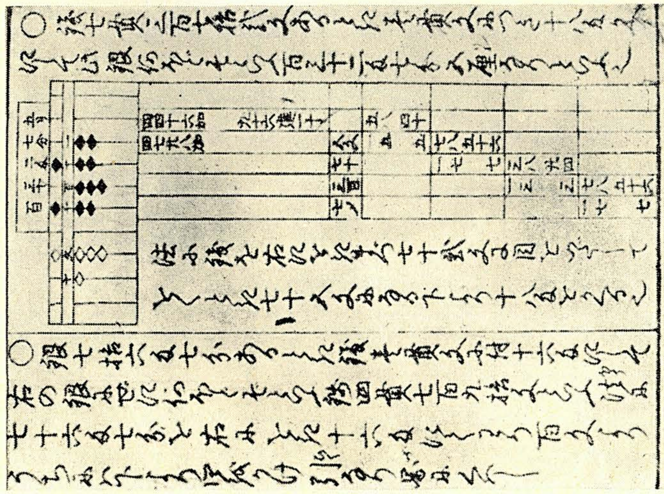
極形術．

“算法新書”はじつに当時の数学の一般にわたった，優れた教科書であり，広く行き渡ったところの書であった．その程度をやや低くしたものに

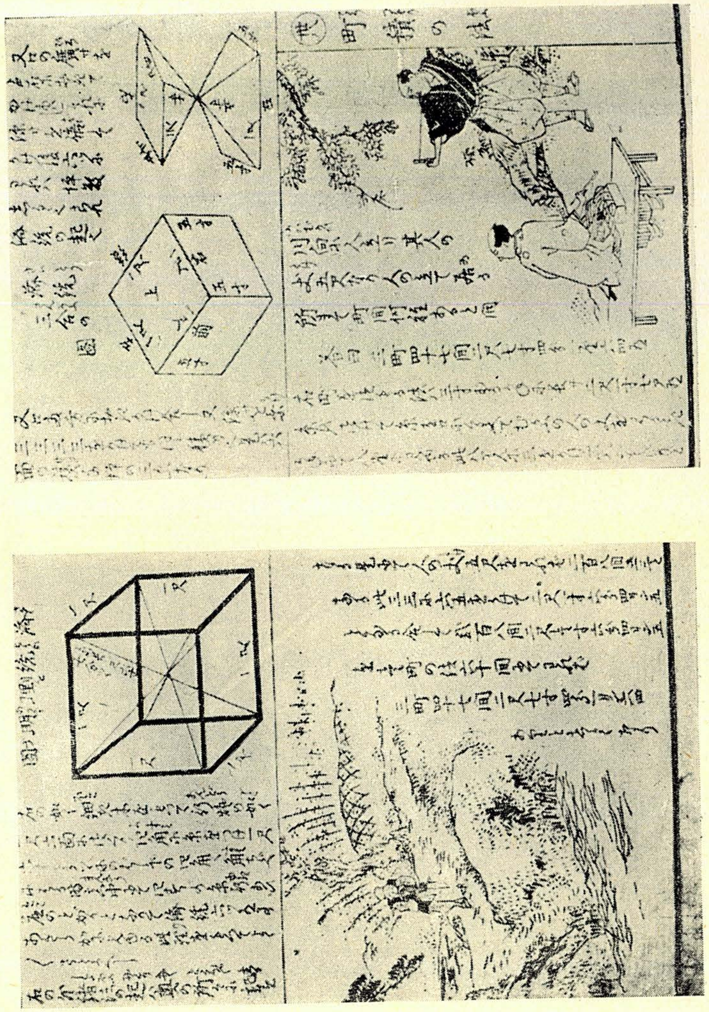
長谷川弘：算法通書〔嘉永７〕(1854)

があって，同様に，流行の教科書となったのである．

しかしながら，これらの教科書は，算術の部分は，比較的に理解しやすく書かれているが，代数の辺から，急に困難となっている．その辺からは具体的な実例も少なくなり，説明も簡単に過ぎるようになる．論理の飛躍は，普通人の追従を許さず，それはただ選ばれたる者のみの世界となる．そこに和算の特色があると同時に，和算の教授が持つところの根本的欠陥があった．



算法智恵宝の２頁



算法図解大全(1848)の2頁

68. 民衆は，彼らの生活に近いところの，数学書を要求した．その要求は，伝統的なる

吉田光由：塵劫記〔寛永4〕(1627)

の諸版か，その類書によって満足せねばならなかった．ここに“塵劫記”の再版(1634)の内容を示しておく[1]．

上巻

大数の名．一より内の小数の名．一石より内，小数の名．田の名数．諸物軽重．九々．八算割の図(附，掛算)．見一の割の図(付，掛算あり)．掛けて割れる算．米売買．俵廻し．杉算．蔵に俵の入れ積り．銭売買．銀両替．金両替．小判両替．利足．絹，木綿売買．

中巻

入子算．長崎の買物三人相合買ひ分けて取る事．船の運賃．検地．知行物成．升の法(付，昔升の法あり)．万づに升目積る事．材木売買．檜皮廻はしの事(付，竹の廻しもあり)．屋根の葺板積る事(付，こうばい延びあり)．屏風に薄置く積りの事．川普請割．堀普請割．

下巻

橋の入目を町中へ割り掛ける事．立木の長さを積る事．町積り．鼠算．日に日に一倍．日本国中の男女数．烏算．金銀千枚を開立方に積る．絹一段，布一段，糸の長さ．油分ける．百五間．薬師算．六里を四人して馬三疋に乗る．開平法．開平円法．開立方．

ここには日常生活を中心とし，それに種々の技術的な，また娯楽的な問題が加味されていた．理論的な系統などは，和算家の習慣上，はなはだ不完全であったが，しかしそこには，読者を気易くする一種の親しみがあった．

かような型の算術書は，後には一層材料を豊富にしたもの，実用方面に力を

(1) 読者は，この書の良好なる複刻版を，日本古典全集“古代数学集”上(昭和2)の中に求めうる．それは極めて廉価である．

鼠算の図

注いだもの，一層趣味化したもの等が顕われて，広く流行した．“改算記”はその一例である．‘何々塵劫記’といったようなものは数十種に上り，塵劫記は算術の同義語となったのである．

われわれはかかる通俗書の流行を見るとき，そこに町人の勃興を思わざるをえない．通俗和算書の注意深い史的研究は，徳川時代における封建的機構の矛盾を，われわれに示してくれる．

これらのほかに，われわれは数多の応用数学書があったことを，忘れてはならない．天文，測量方面においては，つとに西洋数学の影響をも見せた著述さえ行われた．手工業的用具や技術のためには，‘手工業数学’ともいうべき，“匠家矩術新書”のごときがあった．

とくに封建制度の支柱であった，農業生産力増進への努力——あるいはむしろ農民の搾取への努力——の反映としての数学書もあった．たとえば

秋田義一：算法地方大成〔天保8〕(1837)

は，租税，普請，量地の三部よりなっているが，ここに租税の部の一節を抜萃しておく．

農民取扱心得の事

それ百姓は昼は耕し耘り夜は縄なひ莚織、男は勿論女子とても夫々の営ありて四季ともに暇なく世渡のせはしければ、幼より物学び手習間もなく片鄙には物教る師も乏ければ、十人の内八九人までは産し儘に生育ちて自ら理非の分別も疎く兎角片意地なる者なり、其百姓を取扱ふ役人は

……能々合点いたす様に言聞すべし、此譬へなどは、先づ日月天地の間を昼夜油断なく旋り国土を照し玉ふ其大恩限りもなき事なり、然るを昼夜旋りて国土を照すものとばかりにて其大恩を弁へず、是全く恩に馴て恩を弁へざるが故なり、日月なくては国土は闇なり、上の御恵みも其如く、今泰平の御世に生れ合せ、百姓心儘に耕し耘り十分に作方を培養いたし銘々其身は勿論妻子とも迄、不飢不凍安楽に暮すこと、限りなき上の御大恩と申すものなり、しかれども恩に馴て恩を知らず、……

上の御恵難有こと忘却いたさず農業出精し御年貢無滞相納むべし、尤御年貢は神に備る御初穂と心得、大切に一粒つゝ撰立る程に出精いたし納むる様にと、耳近きたとへを以て、万端委しく云聞ねば得心いたさぬものなり、……

聊の小事にても下役人に任せ置くときは、百姓疑を生じ或は彼是と手入等いたす事あり、何事によらず自身に取計ふときは百姓疑も発さず、又手入等致すとても届かぬ事におもひ、賄賂の沙汰も先は安堵なり、此条地方専一の用心たり、……

秋田義一：算法地方大成(天保8)の一節

69. さて封建諸侯，士，農，工，商等の諸身分制度を立した徳川時代においては，学校は‘武士のための学校’と‘庶民のための学校’とに分たれた．前者に属するものに，幕府直轄の官学と，諸侯設立の藩校があり，後者に属するものに，私塾，寺小屋があった．

幕府直轄の学校は，経書，詩文，漢史，国史等を主として教授するところであり，幕府の晩年における洋学所を除けば，数学教育と無関係であった．和算

はじつに，ほとんど官学の力を借ることなくして，発達したのである．

藩　　校

藩校は，主として，藩の武士の子弟を教育するところであった．それは時代と共に，‘聖人君子の道や天下国家を治むる学’から，‘各藩そのものにとって有為の藩士を作る’方へと進んで行った．それは封建制度の統一が，崩壊の途を辿りつつあるを示す．そして最初は漢学を主としたものが，追々教課目を多くして，近代的なる科学をも取入れるようになってきた．ここに18世紀中葉以後の正科目変遷の調査表がある(1)．

	漢学	習字	皇学	医学	算術	洋学	天文	音楽	調査校数
宝暦—安永 (1750—1780)	13	4	2	2					13
天明—享和 (1781—1803)	45	24	9	4	13	2			45
文化—天保 (1804—1843)	82	48	21	16	20	5	1	2	82
弘化—慶応 (1844—1867)	74	41	31	20	35	15	2	1	74
明治　初年 (1868—1871)	47	26	21	2	20	16	2	1	47

科目の下にある数字は校数を示す．

算術教授の状態は，各藩によって異る．しかし——少なくとも初期の間は——‘下級の武士には算術を教えた藩校もある’くらいに見るのが，もっとも事実に近いのではあるまいか．挙母藩の報告を読むに，そこには

‘士族の子弟年齢八歳に至れば，必ず入学して読書，算術，習字を学ばしむ．……天保年間より午前漢籍を学び，午後師家に就て温習し，習字は藩士の書を能する者に依頼し之を習ふも，算術を習ふもの最も稀なるのみならず，士族は小吏の所業と蔑視して，更に学ぶを愧づるの弊あり．漢学の

（1） 石川謙：日本庶民教育史，161頁．

一科は藩主より干渉すれども，其他書算の如きは，自由に放任して各自の好に従ふ．’

とある．さればこそたとえば，篠山藩振徳堂のごときにおいては，

‘凡そ芸能多き中にも，数術の義は六芸のその一にして，人事日常の急務なれば，貴賤の差別なく学ぶべき事なるに，只此道いやしきものゝ取扱ひ致すべき業とのみ相心得られ候面々もこれあり候へども，中々左様の訳合にてはこれなく，……天の高き星辰の遠きに至るまで数を以て是を測る．……且律度量衡の規矩を定め，賦税米銭の出入を計るのみならず，軍法の道といへども，此の道に洩るゝことなし．実に国家も捨て難きものは数学なり．’

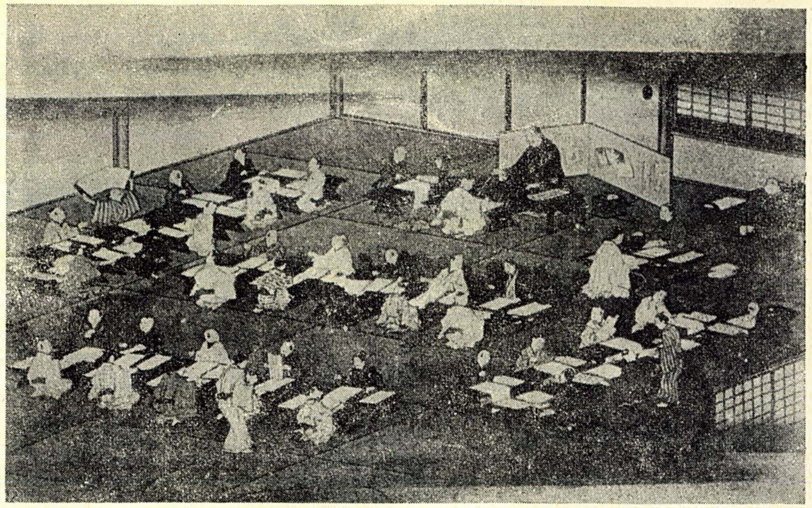
として，奨励されたのであろう．そこには算術の実用価値が力説されている．じつに石川謙は，諸藩校要目の調査の結果，‘かくて算術科が全く実用主義の立場から採用されたことが分るであらう’と，論断している．

また算術教授のために，‘算術場’を作った藩もあれば，私宅において教授させた家塾的の藩もあった．ここに弘前藩学校の規定(1799)の一節を掲げよう．

数学学士弐教職掌
数学学士之職掌明九章帰除之術而教授子弟九章一日方田、二日粟布、三日衰分、四日小広、五日商功、六日均輸、七日盈朒、八日方程、九日鉤股
凡子弟十五歳以上舛算学堂而修算術其始学算者教之九々合数使其暗誦而後帰除察其研究教之以平立諸乗方天元演段等之術……

寺　小　屋

寺小屋こそ，一般国民の普通教育を担当したところであった．それは主として平民の子弟を教育したが，小藩の中には武事の教育のみを藩校が行なって，普通教育は民間の寺小屋に委ねたものもあり，また大藩においても，浪人の経



寺 小 屋

営に係る寺小屋には，武士の子弟の入学する者も少なくはなかったのである．

寺小屋の教授は個人教授であり，その学科は一般的に言えば，習字が中心であった．それゆえに教師は‘手習師匠’と呼ばれた．手本の内容は種々あるけれども，それは修身，歴史，地理，作文等の諸科を含んだ，低級なる小百科全書風のものであり，習字を通じて‘学文’も‘作文’も学ばれたのである．しかしながら，寺小屋の教科目は，時代と共に増加してきた．

> ‘江戸時代の初期には，読み書きが主であつた．“寺小屋一覧表”によると，算術が教科として顕はれ始めたのは，享保(1716-1735)年間からであるが，その以前とても寺小屋で，算術を教へた例はある．……大体から言ふと，手習師匠と算用の師匠とは，別々であつたものらしい.’

いまここに寺小屋の種類とその発達に関する，石川謙の調査の結果を掲げておく．分類は下の標準にしたがったものである．

第一類　読み書きだけのもの．

第二類　読み書き及び算術．又は算術のみのもの．

寺 小 屋

	第一類	第二類	第三類	第四類	第五類	調査寺小屋数
宝暦—享和 (1751—1803)	24	11	3	2	0	40
文化—天保 (1804—1843)	303	127	12	20	24	486
弘化—慶応 (1844—1867)	2148	925	43	99	80	3295
明治初年 (1868　)	4573	2035	64	145	89	6906

第三類　第一類または第二類に，文科的なる習礼，画，生花，茶の湯などを併置したもの．

第四類　和漢学中心のもの．

第五類　読み書き算術に，実科的なる裁縫，生花，茶の湯などを併置したもの．

例へば，寺小屋の一教科書“新童子手習鑑”を見るに，それは(現代的に数えれば)104 頁の本であるが，そこに算術は本文の中ではなく，頭書とし

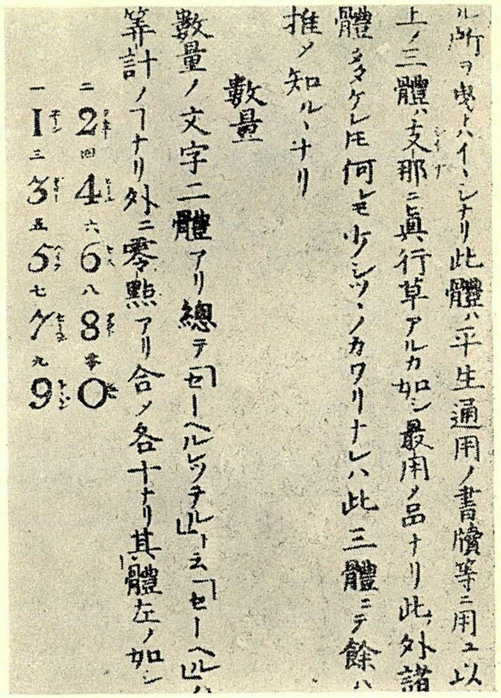
て頁の上方に掲げられ，32頁を占めてゐる．その内容は大体

割算	15頁
俵算，相場割，両替，掛けて割り算，早見算	7頁
馬乗り算，入子算，鼠算等，娯楽的のもの	10頁

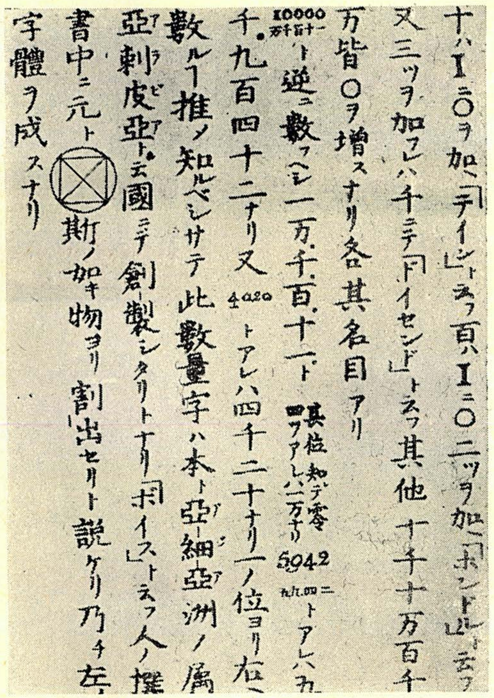
から成つてゐる．

西洋数学の輸入

70.　集権的封建制度をとった徳川幕府は，鎖国政策を行なっていたが，オランダのみは長崎において通商を許されていた．医学，天文暦術のごとき，いわ


ル所ヲ𠁅トハイヘシナリ此體ハ平生通用ノ書牘等ニ用ユ以
上ノ三體ハ支那ニ眞行草アルカ如シ最用ノ品ナリ此ノ外諸
體多ケレドモ何レモ少シツヽノカワリナレハ此三體ニテ餘ハ
推ノ知ルヽナリ
數量
數量ノ文字ニ體アリ總テ「セーヘルレッテル」ト云「セーヘル」ハ
筭計ノ丁ナリ外ニ零點アリ合ノ各十ナリ其體左ノ如シ
一 1　二 2　三 3　四 4　五 5　六 6　七 7　八 8　九 9　零 0

印刷された西洋数字の初期のもの
大槻玄沢：蘭学楷梯〔天明 8〕(1788) の 1 頁

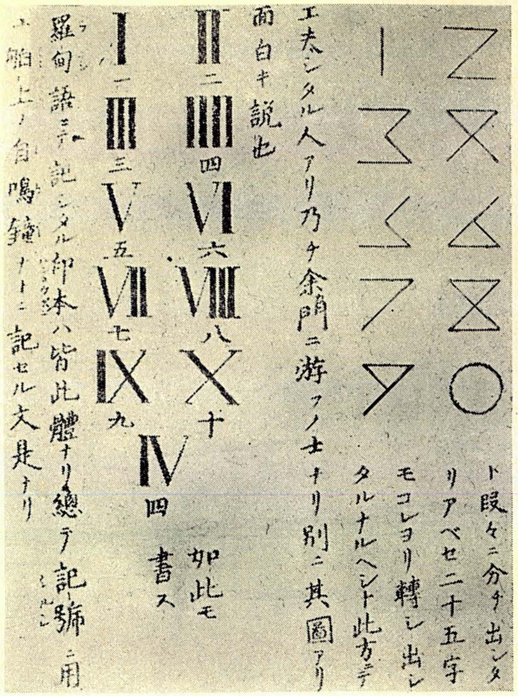

十ハⅠニ〇ヲ加ヘ「テイン」ト云フ百ハⅠニ〇二ツヲ加ヘ「ホンドルト」ト云フ
又三ツヲ加フレハ千ニテ「ドイセンド」ト云フ其他十千十万百千
万皆〇ヲ増スナリ各其名目アリ
10000 トハ逆ニ數ヘレ一万千百十一ト　其位知テ零四ツアレハ一万ナリ　5942 トアレハ五
千九百四十二ナリ又 4020 トアレハ四千二十ナリ一ノ位ヨリ右ヘ
數ル丁推ノ知ルヘシサテ此數量字ハ本ト亞細亞洲ノ属
亞剌皮亞ト云國ニテ創製シタリトナリ「ボイス」ト云フ人ノ撰
書中ニ元ト ⊠ 斯ノ如キ物ヨリ割出セリト説ケリ乃チ左ノ
字體ヲ成スナリ

前頁の図の続き

ゆる蘭学は，ここから輸入された．

しかるに天明，寛政の頃——1780年前後——から，ようやく外船の来たって，開港を迫ること急なるを告げた．幕府は文政8年(1825)に，オランダ以外の外船の近海に来るものは，その理由のいかんを問わず，所在打払うべしとの命をくだした．しかしながら嘉永6年(1853)にはペルリの来航となり，安政5年(1858)には，ついに開港せざるをえなかったのである．

日本は開港以前に，すでに多少は西洋の文化に接していた．数学についても，天文，暦算，測量，航海術等の関係から，一方では直接オランダ人から，また一方では中国の訳書を通じて間接に，微弱ながらも，ある程度までは，西洋数学に接触していたのであった．すなわち19世紀の初葉には，ユークリッド(漢



前頁の図の続

ここにインド数字(あるいはアラビア数字)の起源に関する一つの説が示されている．かような説はほかにも数種行われているが，まだ決定的のものを見ないのである．

訳)，三角法，ネピーア・ロッド(籌算)などが，輸入されていた．坂部広胖の"算法点竄指南録"(1810 以降)には，対数表の使用と球面三角法とが，載せられている．

しかしながら，開港以前における西洋数学の影響を過大視することは，誤謬であろう．三上義夫にしたがえば，'幕府の天文方にあつた人々は，外国の天文書の研究に歩を進めて，随分造詣の見るべきものもあつたのであるが，これ等暦術家が蘭語を学び蘭書を読んで，西洋の学問に接触したに引換へ，和算家の中には，蘭学の素養あるものも殆んど無かつたらしく，暦術家との関係も余り

密接なものがないやうで，多く西洋の学問を伝へなかつた' ようである．

実際，'和算家は，天文暦術は支那西洋が優れてゐるが，数学に至りては，我が神州は世界に冠たるもので，彼等の遠く及ぶ所でないと考へて居たものが多い．恐らく和算家一般の輿論であつたと謂つても宜しからう．高橋至時の如き天文家には，西洋の数学が立派なものである事を認めた人もゐるが，数学者の中には稀である，と云ふよりも，殆んどさう云ふ人は無かつたらしい．……内田五観の如きは，多少蘭書も読んだらしく，その家塾を瑪得瑪弟加(マテマテカ)と称した[1]程で，よほど西洋の数学を伝へもしたらうかと考へられようけれども，その実左まで蘭学の力があつた様でもなく，此人の如きも蘭書は，図を見て其の研究の題目にはしたらうが，余り読んだものではあるまいと云ふことである．内田五観ほどの人でも左様だとすれば，他の人々に至りては，全く知れたものであつた．故に暦学に於て，寛政改暦の時以来，全然西洋の天文学を採用したものに比すれば，我国の数学は，よほど事情を異にしたのであつた．長崎の通詞で，……数学書を訳した人もなく，数学を学んだ人のあることも聞かぬのである.'

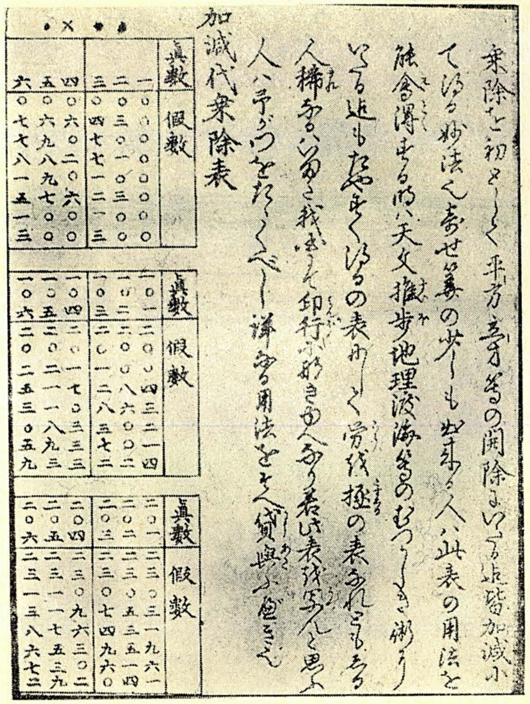
71. しかしながら，いまや世界市場が極東において拓かれんとしている．すでにインドに足場を作った，イギリスの帝国主義は，中国との間の阿片戦争の勝利(1840)から，ついに中国をして開港させた(1842)．そしてわれわれは，上海の地において，イギリス人アレクサンダー・ウィリー(偉烈亜力．1815-1887)を中心とせる，西洋数学の普及を見るのである．

ウィリーは 1847 年に，伝道会から上海に派遣された人であったが，彼の口授を中国の学者が筆記して，多くの漢文数学書が著述または翻訳された．その一，二を挙げれば，

数学啓蒙(1853)．

代数学(1859)．

(1) 天保 11 年(1840)前後から．


加減代乗除表

対 数 表

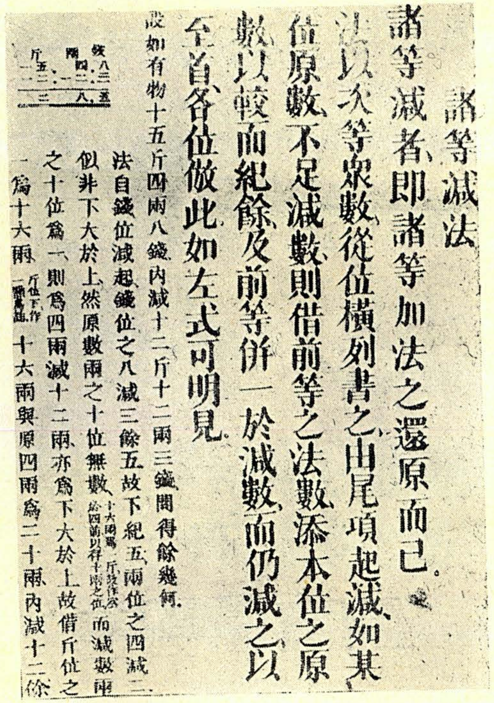
坂部広胖：算法点竄指南録（1810 頃）より．

代微積拾級（1858）．

等である．ド・モルガンの書を漢訳せる“代数学”は，‘代数’なる言葉を用いた最初の著述といわれ，またアメリカのルーミスの書（第 64 節）の漢訳たる“代微積拾級”において，人は初めて‘微分積分’なる言葉に接するといわれる．

これらの書は，日本に輸入されて，ひとり日本における西洋数学の研究，普及の上に，刺激と便宜とを与えたのみではなかった(1)．今日われわれが使用しつつある数学上の術語も，これらの著作に負うところ，じつに大なるものがあるのである．たとえば算術書“数学啓蒙”の目次――原語のままでの――を見

（1） 代数学は明治 5 年に翻刻．また福田半：代微積拾級訳解，巻一（明治 5）．


諸等減法

諸等減者即諸等加法之還原而已。法以次等衆數從位橫列書之由尾項起減如某位原數不足減數則借前等之法數添本位之原數以較而絀餘及前等併一於減數而仍減之以至首各位做此如左式可明見

設如有物十五斤四兩八錢內減十二斤十二兩三錢問得餘幾何

法自錢位減起錢位之八減三餘五故下紀五兩位之四減二似非下大於上然原數兩之十位無數而減數兩之十位為一則為四兩減十二兩亦為下大於上故借斤位之一為十六兩 十六兩與原四兩為二十兩內減十二餘

数学啓蒙（1853）の 1 頁

Alexander Wylie: Introduction to mathematics.〔In Chinese〕（1853）.

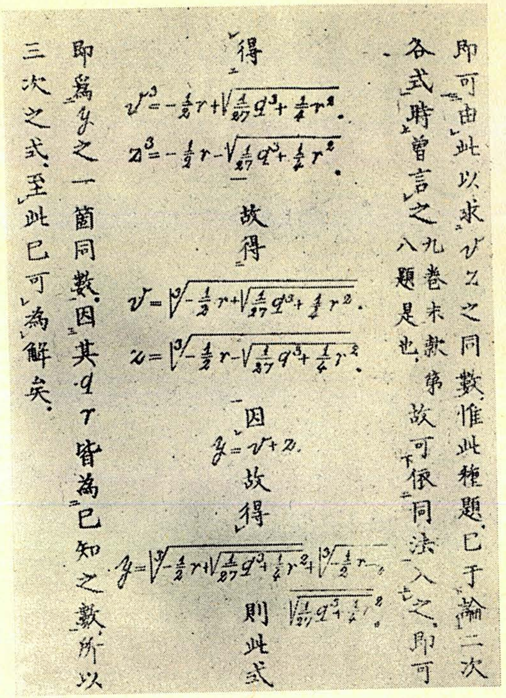
よ．

巻一

数目．命位．加法．減法．乗法．除法．各種数表．諸等化法．諸等命法．諸等通法．諸等加法．諸等減法．諸等乗法．諸等除法．命分．通分．求等数法．約分．加分．減分．乗分．除分．小数．小数加法．小数減法．小数乗法．小数除法．循環小数．分化小数法．

巻二

正比例．転比例．合率比例．按分逓折比例．逓加逓減比例．超位加減比例．和較比例．乗方．乗方表．開平方．開立方．開三乗方．開方総法凡



即可由此以求 v z 之同數．惟此種題．已于論二次各式時曾言之．九卷末款第八題是也．故可依同法入之．即可得

$$v^3=-\frac{1}{2}r+\sqrt{\frac{1}{27}q^3+\frac{1}{4}r^2}.$$

$$z^3=-\frac{1}{2}r-\sqrt{\frac{1}{27}q^3+\frac{1}{4}r^2}.$$

故得

$$v=\sqrt[3]{-\frac{1}{2}r+\sqrt{\frac{1}{27}q^3+\frac{1}{4}r^2}}.$$

$$z=\sqrt[3]{-\frac{1}{2}r-\sqrt{\frac{1}{27}q^3+\frac{1}{4}r^2}}.$$

因

$$y=v+z.$$

故得

$$y=\sqrt[3]{-\frac{1}{2}r+\sqrt{\frac{1}{27}q^3+\frac{1}{4}r^2}}+\sqrt[3]{-\frac{1}{2}r-\sqrt{\frac{1}{27}q^3+\frac{1}{4}r^2}}.$$

則此式即爲 y 之一箇同數．因其 q r 皆爲已知之數．所以三次之式．至此已可爲解矣．

代数術(1873)の日本版(明治8)

華里司輯，伝蘭雅口訳，華蘅芳筆述〔神保長致訓点〕

中国版では—当時の中国数学書と同様に—ヨーロッパ風の数式を用いていない．たとえば中央最初の式は

$$亥^{三}=\top\frac{二}{一}未\perp\sqrt{\frac{二七}{一}午^{三}\perp\frac{四}{一}未^{二}}$$

例．廉法表．倍廉法表．開諸乗方捷法．諸乗方代開法．開諸乗方又捷法．対数．有真数検表求対数法．有仮数検表求真数法．対数代乗法．対数代除法．対数正比例．対数連比例．対数代乗方法．対数代開方法．造対数法之一．造対数法之二．造対数法之三．附，対数表．

この書の内容，その排列，その叙述の形式を，従来の和算書(第67-68節)と比較し，さらに明治初年の算術書(第76節)と比較するがよい．私は日本数学教育史上における，この書の位地に対して，再吟味の必要を認めるものである．

この書は，簡単ではあるが，よく纏まった相当の算術書であった．そこには中国，イギリス，フランスの度量衡を載せているが，インド数字も計算記号も用いなかったことを，注意しておく．

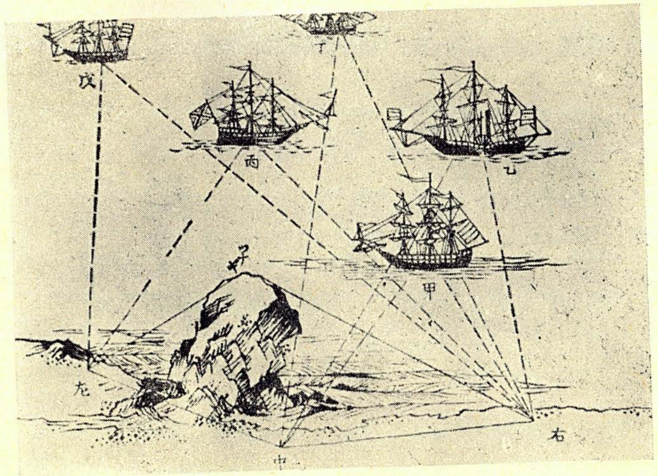
ウィリーのほかにも，その頃から中国において，数学，自然科学の普及に参加したイギリスの学者もあり，また彼らの口訳から筆記された“微積溯源”や“代数術”などは，明治に入って，日本の数学にも影響をおよぼしたのであった．

72.　嘉永6年(1853)ペルリの来航を先頭としての‘黒船’は，封建鎖国の日本を驚かした．いまや‘黒船’は，和算家中のある人々をも動かすに至った．われわれは武装せる応用数学書の出顕を見出すのであった．

たとえば

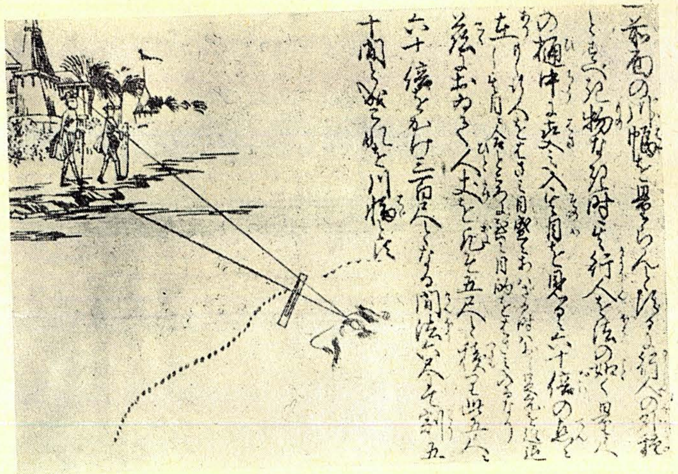
福田理軒総理，花井健吉編：測量集成〔安政3〕(1856)

は，‘防禦砲熕の用に供し，功を弾指の間にうることを専務’として，著わされたものであった．そこには高島秋帆の序文を載せたのみでなく，福田理軒自らが



測量集成(1856)より．

この図はつぎの問題に附してある．‘海面に泊する所数艘の異船あり．其遠近及び各相距を得る術を問．’


測量集成(安政 3)の１頁

‘方今洋艦近海に出没し，其の情測るべからず’

と述べ，

‘嘉永六丑六月相州浦賀へ入津せし亜美理加船四艘の内フレカット二艘，又同年七月西肥長崎へ入津せし魯西亜船フレカット及びコルフェット’

等について，船の広狭，檣の長短，人員数，砲門数，その他の構造の説明を附してある．

かくて日本における西洋数学——洋算——の正式なる教授は，航海術や海軍の方面から，始まったのである．国防の問題が同時に西洋数学の‘夜明け前’であった．

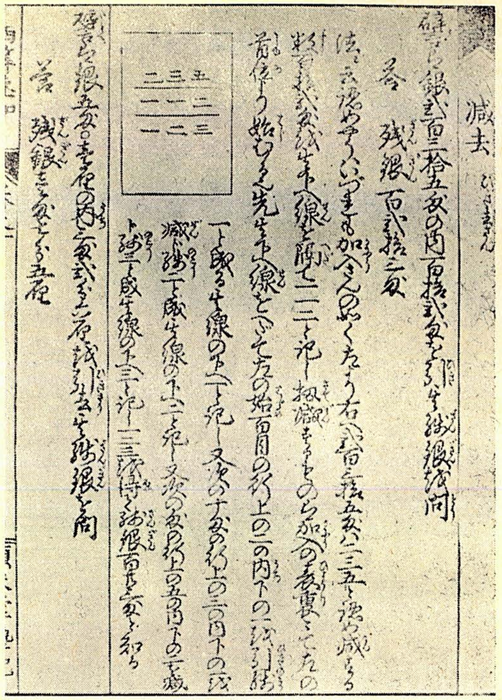
すなわち安政２年(1855)に，オランダから贈られた汽船の運用伝習所を長崎におき，勝麟太郎塚本明毅らを伝習御用に命じた時に，和算家長谷川弘の門人で，天文方手附の小野友五郎が，とくに幕命によって，オランダ人から洋算を学ぶことになった．そしてその汽船が，安政４年(1857)江戸湾に入ると間もなく，築地に海軍教授所をおき，洋算は航海術と共に教授されるに至ったのである．当時小野と共に，和算の深い造詣をもって，洋算を学んだものに柳楢悦——後の海軍少将——などがあった．

福田理軒：西算速知(安政 4)の扉

さらに文久２年(1862)オランダに軍艦製造を依嘱した時には，榎本武揚，赤松則良らを彼国に派遣して，航海術を学ばせた．この年に陸軍奉行を置いて，陸軍はすべてフランスの軍制によらせることになった．文久３年(1863)には，近藤真琴——海軍操練所翻訳方——が攻玉塾を立てて，蘭学，洋算および航海術を教授し始めたのである．

この際に当って，洋算を系統的に説明せる二種の入門書が，早くも安政４年(1857)に，ほとんど同時に出版されたのであった．

私はまずその一つなる



西算速知(1857)の１頁

福田理軒：西算速知

から始めよう．福田理軒(1814-1889)は有名な和算家で，大阪に数学塾順天堂を起した人であった．

“西算速知”は，

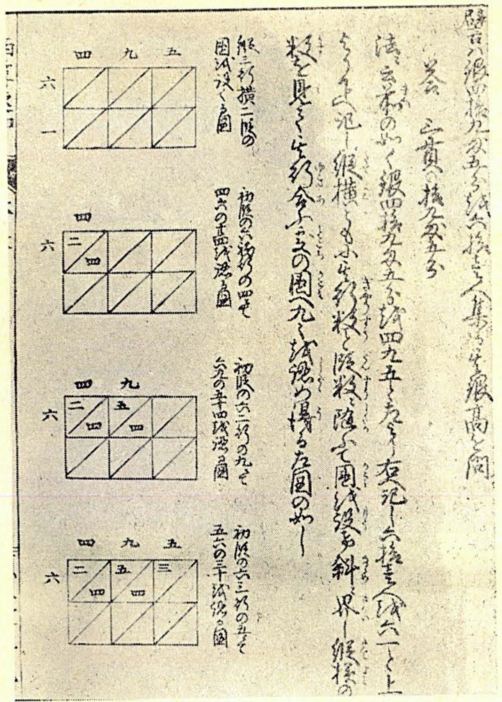
巻之上

加入．減去．九九製術諺解．九九之表．乗法．

巻之下

除法．用籌之弁．乗除雑法．

を内容とする，程度のはなはだ低い算術書であった．それは整数の四則とその簡単な応用とに止まっているのみでなく，そこにはインド数字がまったく書か



西算速知(安政４)の１頁

これは掛算であるが，現今普通の方法ではなく，ネピーア・ロッドによる方法と見なすべきものである．すなわちいわゆる‘格子掛算’である．

れていない．また普通の計算記号も見出されない．そして問題の性質は全然古い和算の型を脱しえなかった．

最後に，この書における乗法と除法とは，ネピーア・ロッドすなわち籌算から脱化したものであって，今日われわれが使用する普通の計算法とは，やや趣を異にしている．

遠藤利貞が

‘西算速知は筆算の加減乗除法を記述したるものなれども，西洋の算法に似ず．シナにて所謂“写算鋪地錦”に類するものにして，名実相適はざるもの

の如し(1)

と評せるは，じつに適切な批判であったと思われる．それは真の洋算でなく，じつは‘半洋算’であった．

さてこの書はなんのために書かれたのか？ 筆記者の凡例には，‘当今国家武威を震耀し大艦を造り巨砲を製し防禦の実を専務とする時に於ては，数理に熟せざれば其功を得べからず．……筆算は弾珠或は運籌等々によらず，紙上に書記して其数を求る術にして，……時日を費さず一日にして会得し，一筆半揩を以て自在に用便する法なれば，……行路の間，航海の上，軍陣の前，或は馬上輿中にありても，器具を用ひず胸中に其要を得ること，他術の及ぶ所にあらず’と述べられてゐる．

73. 大阪における“西算速知”の出版と同じ年に，江戸では

柳河春三：洋算用法．初編〔安政4〕(1857)

が刊行された．柳河春三(1832-1870)は，洋学者中の奇才であり，多面多彩なる先駆者であった．“洋算用法”のごときは，彼が青年時代を記念する，先駆的事業のただ一つに過ぎないのである．

この書はオランダ系統の，純然たる洋算書であった．それは記号においても，説明においても，ほとんどまったく現代的であった．

初編目次

総括．数字の符号．九九合数表．広九九表．相加法．相減法．因乗法．帰除法．三率比例法並に雑題七十則．

附録．加減乗除比例互用率表

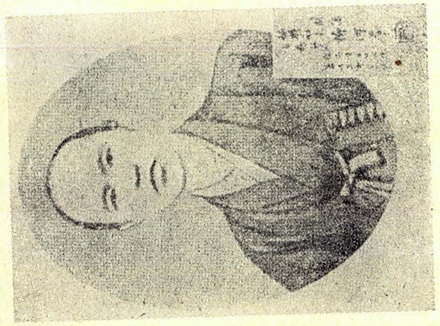
ここには整数，小数の四則と比例とが収められてある．

柳河春三は何の目的をもって，この書をわ著したか？ それは彼の自序によって，自ら明かにされるであろう．されば，彼は，下のような多くの問題を，採用するに躊躇しなかった．

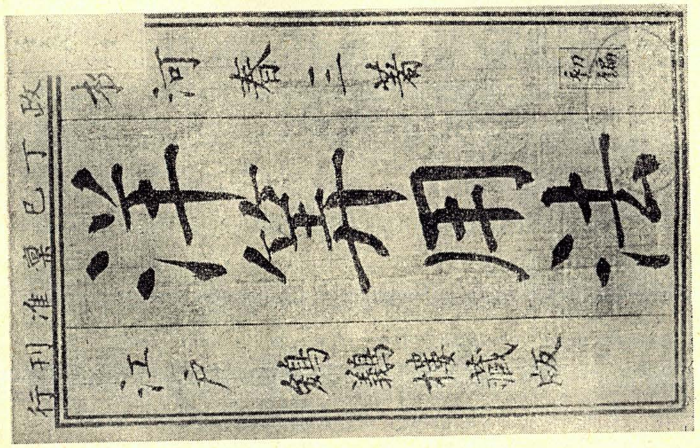
(1) 遠藤利貞遺著：増修日本数学史，651頁．

エーン マール エーン、イス、エーン
一 倍 ノ 一 ハ 是 一
テエー マール テエー、イス、ヒール
二 倍 ノ 二 ハ 是 四
テエー マール デリー、イス、セス
二 倍 ノ 三 ハ 是 六
………　………

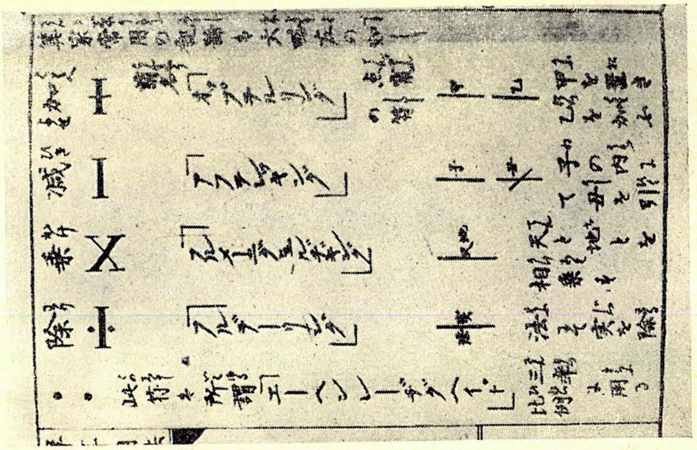
九々の読み方
柳河春三：洋算用法による

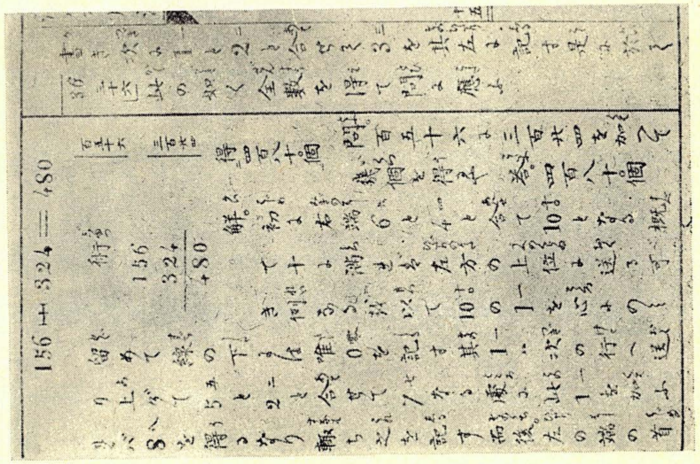


柳河春三
Shunsar Yanagawa

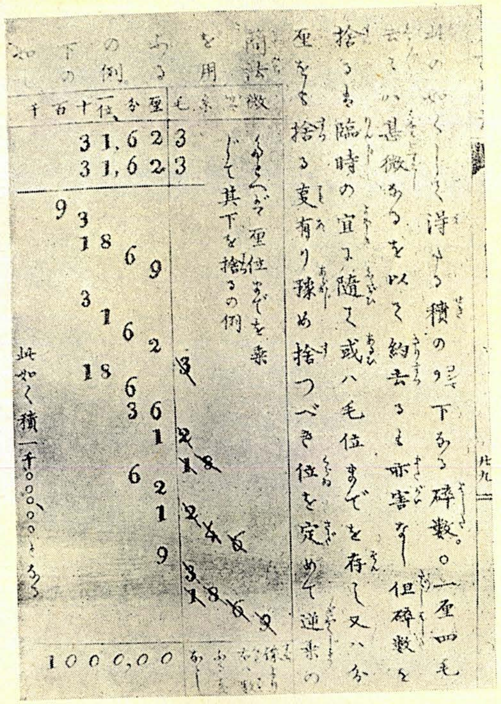


洋算用法(安政4)の扉





柳河春三：洋算用法(安政4)の2頁



簡略掛算
洋算用法(1857)の1頁

唯我神州、俗美性慧、冠于万邦、而我技巧不譲西人者、算術其最也、然則洋算不足学与、曰、否、彼亦有所長、我何以廃諸、如航海測地之法、非彼之尤長者乎、而悉濫觴于算法矣、夫我之於地理、東不弁東、北不知北、………故今之時務、以習其術発其蒙、為急之尤急者………

洋算用法の序の一節

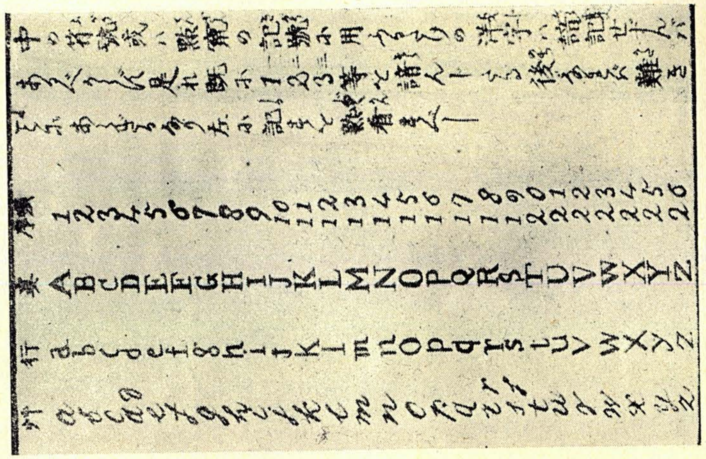
‘老鎗の兵士三万八千人に砲七十六位を具ふ．兵千人毎に砲幾位にあたるやと問.’

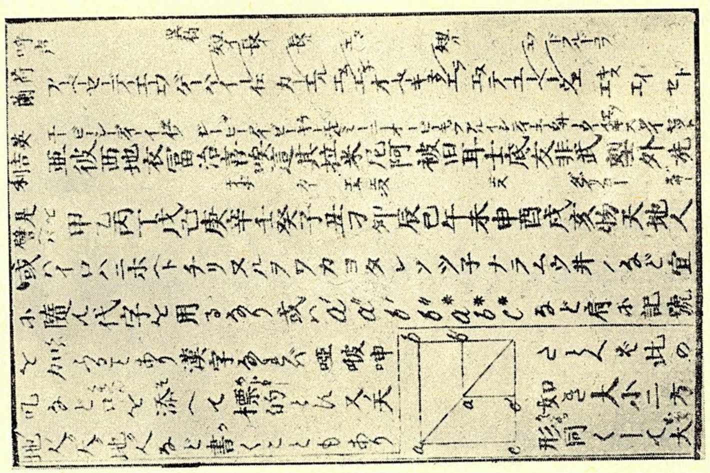
‘黄旂の大軍艦リーニー一艘に砲八十位，兵二千人を載せフレガツト船は砲三十六位，兵六百人を備ふとして，リーニー五艘，フレガツト十艘の砲兵を問.’

‘硝石一貫匁，硫黄百匁炭百五十匁にて製したる火薬あり．此火薬十匁の内に含める硝石と木炭の量を問.’

洋学者たる著者は，問題においても和算からの飛躍を示した．

‘証例も旧来の算書に雷同せず，聊か洋学の士に便せん’





洋算用法，第二編の２頁

とした彼は，

$$a : b = c : x ?$$

アを一率，べを二率，セを三率として，四率エキスを問ふなり

として，洋字を使用すると同時に，

‘フランク銭．我二匁三分の通用とす．十二フランクの銀を問．

フランクはフランス国の銀銭．’

‘英吉利（エゲレス）人阿片百斤を，唐山（から）に持来りて，茶三千斤に交易す．二百五十五斤の阿片にあたる茶を問．’

‘ハーレンヘイトの十度はセルシュスの五度五五にあたる．セルシュスの十度を問．’

のごとき，海外の貨幣や度量衡の問題を，得意気にとり扱ったのであった．

われわれは，かくのごとく，“西算速知”と“洋算用法”との間に，異常の相違あるを認める．しかもその一方は，熟達せる和算家によって，他方は白面の非専門的・洋学青年によって書かれたのであった！　福田理軒の門人花井静は[1]，後に

‘曩に家大人西算速知の著あり．其書たるや数字に於ても皆国字を以て筆書す．是即ち筆算の技を皇邦の術に化し知しめんことを欲すればなり．且つ今を距ること二十年前に在て，未だ洋籍の禁ありて，専らに洋字を用ゆるを得ざればなり．’

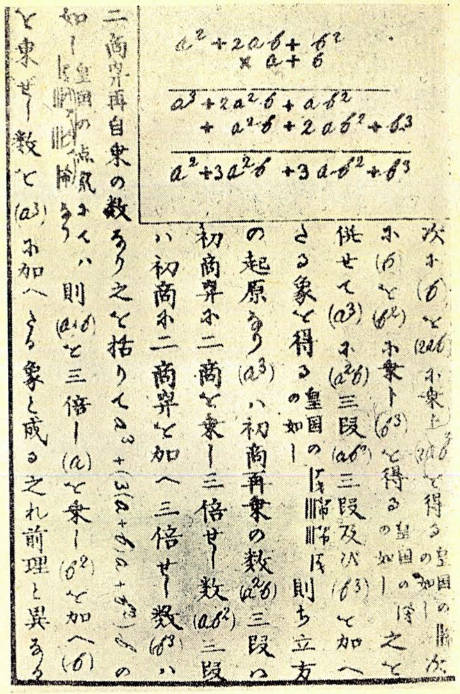
と述べているが，この弁明こそ，却って柳河春三の先駆的意義を一層明かにするものと思う．

洋算用法　二編

は柳河春三閲，鷲尾卓意著として，文久２年(1862)に序文が書かれている[2]．その目次は，

(1)　花井静：筆算通書．巻之一(明治4)の凡例より．

(2)　私が見るをえた数部のものは，いずれもみな明治３年版であった．私はこの第二編は明かに柳河の著述ではないと信ずる．



$$\begin{array}{r} a^2+2ab+b^2 \\ \times\ a+b \\ \hline a^3+2a^2b+ab^2 \\ +\ a^2b+2ab^2+b^3 \\ \hline a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 \end{array}$$

洋算用法，第２編の１頁

総説.

比例術の余義，並に勾股弦の解．附，比例雑題七則.

命分法即ち奇零砕数名義の解．奇零砕数の加減乗除即ち通分法の例二十二則．相当最小数を求る法即ち約分法.

開乗方法即ち方根を求る術の総説．開平術の例．立方起源の論.

となって，比例の続き，分数の四則，開平開立を収めている.

74.　いまや幕府も動かざるをえなかった．安政２年(1855)には，天文方蕃所和解御用の局を独立させて，洋学所を建てることになった．そしてこの洋学所は，いくたびかの変遷の後に，文久３年(1863)に至って開成所となり，新たに数学局が設けられた．神田孝平は教授方を命じられたのである.

神田孝平
Kôhei Kanda
東京数学会社最初の社長(明治10)

神田孝平(1830-1898)は洋学者の１人であり，数学者といわんよりはむしろ政治，法律，経済方面を長所とし，明治４年には兵庫県令となり，後に元老院議官となって，男爵に列した人である．彼が開成所における教授は，主として算術と代数であり，幾何は教えられなかったようである．その当時，代数はまだ点竄と呼ばれていたのであった.

後に神田孝平は

数学教授本

巻一　神田孝平編(明治３) 整数四則.

巻二　神田乃武編(明治３) 度量衡．諸等数.

巻三　河原九万編(明治４) 整数の性質．分数．小数．循環小数.

巻四　児玉俊三編(明治４) 比例．連鎖法.

を出版したが，それはたんに平凡なる算術教科書であったのみならず，その当時の他の算術書――たとえば塚本明毅のもの――に比して，却って遜色があると，私には思われるものであった.

慶応３年(1867)開成所は外国奉行の所管に移され，神田孝平，柳河春三を頭取としたが，翌年閉校され，明治２年(1869)には大学南校として復活した．この時から外国人を雇って，教授を担当させることになったのである.

一方において長崎では，外国人について数学を学ぶものもあった．たとえば文久３年(1863)に長崎洋学所には，数学が加えられている.

かくてわれわれは三上義夫と共に，‘西洋の数学は，我国の数学者が自発的に其優秀を認めて，之を採用せんとしたよりも，航海術，機械学，戦術等を学ぶの必要上から，彼れの数学にも通ずるの必要があつて，之を修めるやうになつ

長崎の英語学校致遠館
慶応3年(1867)頃のもの

たのが，当時の実情であり，純数学者は依然として，和算の研究を進めてゐたのである’ことを，認めるものである．

明治時代に入るにおよんで，諸侯の藩校の中には，洋算を採用するものが顕われてきた．たとえば畿内，郡山の藩校における数学課程表は，下のごとくであった．

	初級	中級	上級
外塾生		九々割声掛声	九々．加減
小学生	数字．加減雑題	乗除雑題．定法	四則応用
中学生	数性．奇零．積分初等	比例．開方．連数雑題	代数術初等

この表中，奇零とは分数のこと，積分とは小数のこと

明治初年日本における最高の数学教授は，静岡兵学校において行われた．それは徳川家によって，明治元年(1868)12月に開設され，明治4年11月陸軍省の直轄に帰した学校である．その課程表によれば，資業生(すなわち予科生)への数学は，下のごとくであった．

	1 年	2 年	3 年
点竄	開平開立迄	2次方程式まで	連数．対数の理
幾何	平面式	八線．正斜三角	立体

ほかに実地測量．プロゼクシオンの学が課せられた．

そして砲兵および築造将校の本業生には，つぎのごとき課程が立てられたのであった．

1 年	2 年	3 年
高等点竄 高等幾何	微分積分	静学．動学．流体静学 (築造科にはほかに流体力学)

この兵学校は数学教授に，赤松則良(後の海軍中将)と塚本明毅(後の陸軍兵学大教授)のごとき，有力なる学者を有していた．それは——少なくとも当時の日本にあっては——フランスのエコールポリテクニクを聯想せしめるものであった．

静岡小学校は明治3年に開設された．それは‘十八歳以下之者は小学生と相唱’える小学校であったが，そこではつぎの数学課程が置かれた．

初級　数字．加減乗除．

一級　度量．権衡．諸等加減乗除．分数全部．

二級　比例式全部．

三級　開平開立．雑題．復習．算盤用法．

課外　級数．対数表用法など．

しかしかような進歩的藩校は，事実あまりに多くはなかったのである．また藩校の中にはいわゆる‘洋学’を採入れたものも，明治3年前後から多くなったが(第257頁参照)，洋学の中に天文学，測量，物理，化学などは含まれても，数学は多くの場合含まれていなかったのであろう．もし数学が含まれたとして

も，それは度学——幾何学の一部——に止まったのであろう．安政6年(1859)山口藩の博習堂制定‘西洋学科目’の中には，度学について，

‘天度の経緯を受け，地面の遠近を測り，物の数量尺度を積算して，長短方円を定むべし’

と述べている．

明治5年頃までの洋算書

75.　かくて維新革命の時代から，西洋数学は急速に普及され始めた．われわれはしばらくここに足を止めて，明治5年学制頒布を見るに至る前後までの洋算書について，考察を加えることにする．

当時，洋算の紹介者として立った人々は，少数の西洋人を除けば，まず海陸軍の関係者と洋学者であった．しかも一面において，われわれは和算家の存在を忘れてはならないのである．和算家の中には，洋算に対して反抗的態度を採った人々もあったが，しかし彼らの中にはまた，和算を棄てて洋算に走ったものもあり，あるいは洋算をも兼修してその教授に当るものもあったのである．

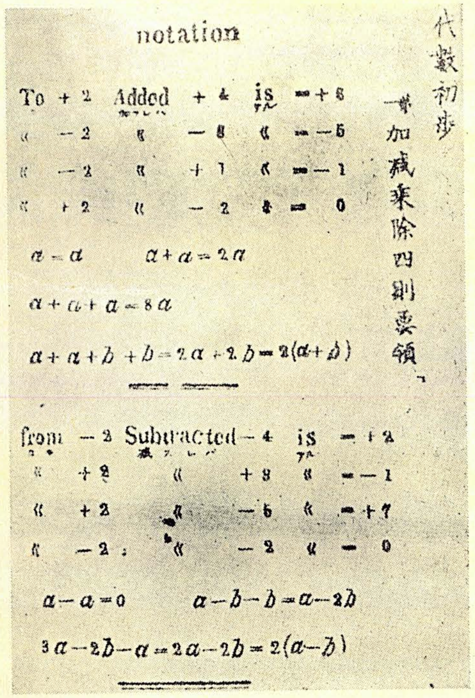
和算家から洋算家への転換——それは，少なくともその当時においては，科学としての和算と洋算との優劣によって決定されたのではなく，むしろ時代の激流によって規定されたのであった．

花井静編輯：筆算通書(明治4)

に与えたる，福田理軒の序文を見よ．

‘童子問テ曰ク，皇算洋算何レカ優リ何レカ劣レルヤ．曰ク算ハコレ自然ニ生ズ．物アレバ必ズ象アリ．象アレバ必ズ数アリ．数ハ必ズ理ニ原キテ以テ其術ヲ生ズ．故ニ其理万邦ミナ同ク，何ゾ優劣アラン．畢竟優劣ヲ云フ者ハ，其学ノ生熟ヨリシテ論ヲ成スノミ．

又問テ曰ク，其学ハ何レカ捷敏ナル，又何レカ学ビ可ナルヤ．曰ク捷速ハ学者ノ任ニ在テ，ソノ巧不巧ニヨルベシ．何ゾ術ニ関カランヤ．又其学



代数初歩

一章 加減乗除四則要領

notation

To $+2$ Added $+4$ is $=+6$

〃 -2 〃 -3 〃 $=-5$

〃 -2 〃 $+1$ 〃 $=-1$

〃 $+2$ 〃 -2 〃 $=0$

$a=a$　　$a+a=2a$

$a+a+a=3a$

$a+a+b+b=2a+2b=2(a+b)$

from -2 Subtracted -4 is $=+2$

〃 $+2$ 〃 $+3$ 〃 $=-1$

〃 $+2$ 〃 -5 〃 $=+7$

〃 -2 〃 -2 〃 $=0$

$a-a=0$　　$a-b-b=a-2b$

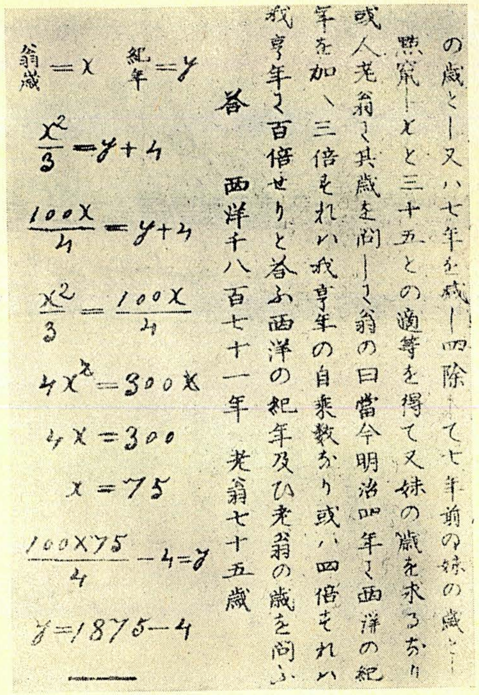
$3a-2b-a=2a-2b=2(a-b)$

筆算通書入門．巻三(明治8)の1頁

ニ於ルヤ，何ゾ可不可アラン．……然レドモ其器技ノ得失ヲ論ゼバ異ナルベシ．皇邦ノ学ニ在テハ，珠算必ズ捷敏ナラン．又洋書ヲ読ミ其学ヲ修スルノ人ニ在テハ，筆算ニ若ハナシ．如何トナレバ，其旨趣ヲ解シ其理義ヲ明カニシ其学ヲ講究スルノ便ヲ要トスレバナリ．夫数ハ固ヨリ治国済世ノ要務ナリ．汝苟クモ志アラバ区々ヲ論ゼズ，宇宙ヲ点竄シ国家ヲ補充スルノ大成ヲ期スベシ．

童子唯々シテ退ク．’

さてこの時代における洋算書の特色は，外国の数学書を抜萃し，これを適宜に——説明の面倒な理論などをはぶき，問題を主として簡単に要領よく——組



の歳と一又ハ七年を减し四除して七年前の妹の歳と一
然窮し又と三十五との適等を得て又妹の歳を求るなり
或人老翁ゝ其歳を問しゝ翁の曰當今明治四年ゝ西洋の紀
年を加へ三倍をれハ我亨年の自乗数なり或ハ四倍をれハ
我亨年ゝ百倍せりと答ふ西洋の紀年及ひ老翁の歳を問ふ

答

西洋千八百七十一年　老翁七十五歳

翁歳 $= x$　紀年 $= y$

$$\frac{x^2}{3} = y+4$$

$$\frac{100x}{4} = y+4$$

$$\frac{x^2}{3} = \frac{100x}{4}$$

$$4x^2 = 300x$$

$$4x = 300$$

$$x = 75$$

$$\frac{100 \times 75}{4} - 4 = y$$

$$y = 1875 - 4$$

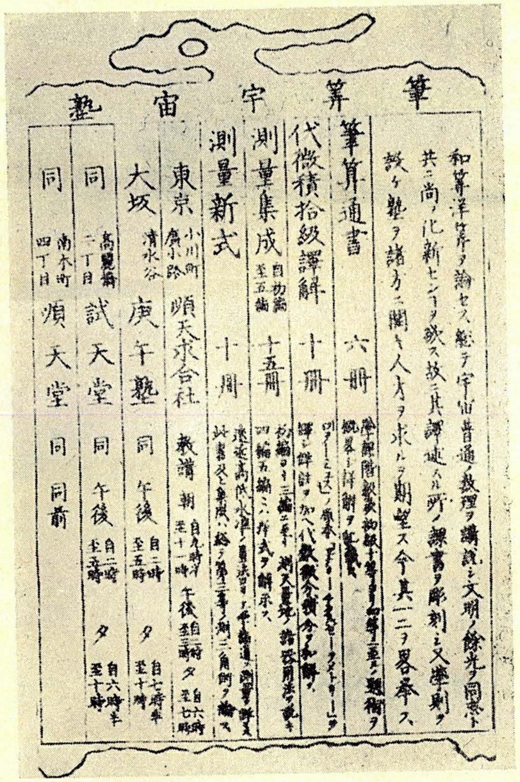
筆算通書(明治4)の1頁

合せて編輯した点にあった．忠実なる翻訳などは，まだ顕われなかった．原本も，いまやオランダから，イギリスやアメリカなどへと，推移してきたのである．

この間においても，われわれはなお和算の永い伝統の残燼が，容易に消ええなかったことを見出す．系統的理論の欠乏と問題の偏重とは，その表象の一つに過ぎないのである．最後にわれわれは，漢訳を通じて輸入されたイギリス数学の影響(第71節)を忘れてはならない――それはとくに，術語の決定において，また叙述の方法と形式の採用において．

さてこの時期における，初等数学の百科全書的代表として，私は

花井静：筆算通書〔明治4〕(1871)



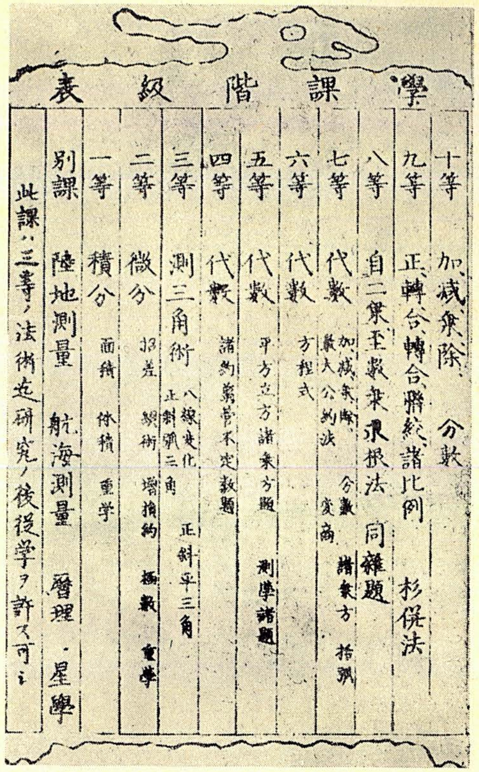
福田の塾の広告

および便利上――出版年月は遅れるが――それに附随せる

花井静：筆算通書入門〔明治6-9〕(1873-76)〔第7-8編は福田治軒の著〕

を挙げよう．

これらは，順天求合社――福田理軒，福田治軒の塾――の教科書として編輯されたものであり，主として算術，代数に関する著述であったが，その中には，ことに“入門”においては，一種の幾何学を説いている．また三角法，測量から，解析幾何のようなものまで，ところどころに散在して，


學課階級表

十等	加、減、乗、除、　分數
九等	正、轉合、轉合、聯絡、諸比例　杉併法
八等	自二乗至數乗求根法　同雜題
七等	代數　加、減、乗、除、最大公約法　分數　變商　諸乗方　指数
六等	代數　方程式
五等	代數　平方立方諸乗方題　測學諸題
四等	代數　諸約叢帯不定數題
三等	測三角術　八線變化　正斜弧三角　正斜平三角
二等	微分　招差　級術　增損約　極數　重學
一等	積分　面積　体積　重学
別課	陸地測量　航海測量　暦理・星學

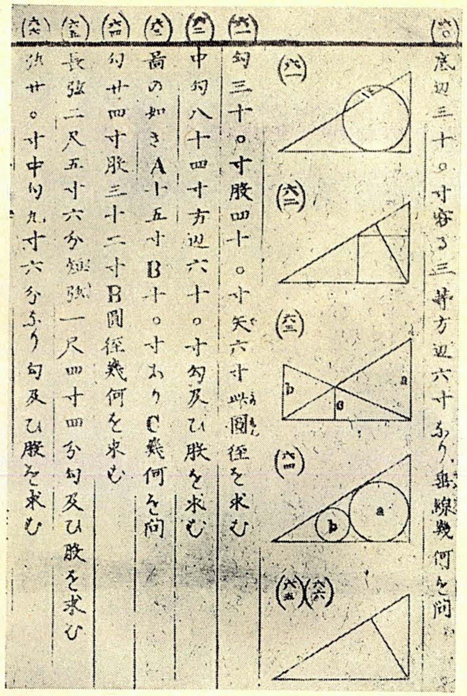
此課ハ三等ノ法術迄研究ノ後從学ヲ許ス可シ

福田の塾の課程

書かれている.

福田塾をおおうものは，半和・半洋の空気であった．そこには洋装せる和算があった．たとえば正数，負数の計算に関する基本法則の説明のごときは，和算における説明以上に，一歩も出でなかったと，いえよう．過渡期における数学書の代表作としてのこの書と和算書との比較は，興味ある問題であろう．

とくに注意すべきは，証明幾何学に対する和算家の態度であった．彼らの間にも従来，幾何学はあったが，それは図形の度量的・測定的関係の研究を主と


筆算通書入門．巻三(明治8)の1頁

するものであり，公理から出発して論理系統を逐うものでなかった．したがって彼らにとっては，証明幾何学の意味を理解することがすでに困難であった．それはひとり和算家にとってのみならず，当時の新人に対しても，また同様であったであろう．

それゆえに，伝統を持たざる，しかも極めて抽象的・論理的なる証明幾何学が，西洋の算術および代数に比して，輸入の後れたことも，また当然であった．事実，われわれは明治4年までに，証明幾何学に関する，相当なる邦書の出版を，見出しえなかったのである．

“筆算通書”においても，度学的なる多くの問題が見出さるるに反し，そこには全然理論幾何学を欠いていた．また“入門”の第7，第8の両巻は，福

田治軒の幾何にあてられたが，それはつぎの章からなっている．

総説．ここで図形の定義が与えられた．

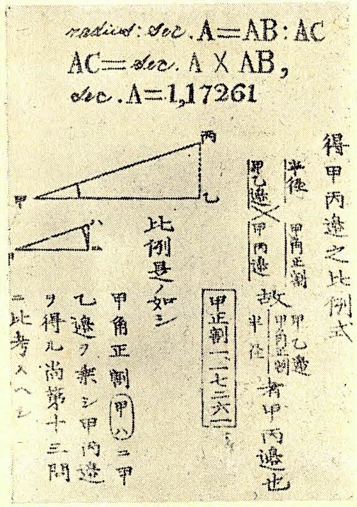
罫画．これは作図題あるいは用器画である．

指形．これは図の上から，‘形を指して’考えて，たとえば比例問題などに帰着させて，命題を‘証明’するのであるが，そこには論理的・系統的記述を欠いている．現代のわれわれにとっては，この‘指形’なる1章が，いかなる意味をもつかを知るに，苦しむ程である．

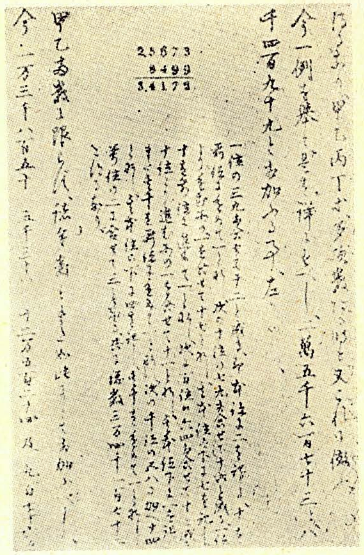
代数．ここでは命題が代数計算によって証明される．

抛物線．楕円．双曲線．

この書には公理もなく，さればとて開発的方法をも採っていない．すべては論理の飛躍を見せた直観(？)によって，とり扱われている．——否．一言でい



佐藤政養著：三角惑問
(明治5．序文明治1)の1頁



塚本明毅：筆算訓蒙
(明治2)の1頁

えば，和算的なのだ．

明治5年に解析幾何を訳しえた福田治軒は，4年後にも，証明幾何学の意味を理解しうるように，説明しえなかったのである！

76.　つぎにわれわれは

塚本明毅：筆算訓蒙〔明治2〕(1869)

に移ろう．著者は当時静岡兵学校の教師であり，明治5年には陸軍兵学大教授となった，有力の人であった．この書は算術を，系統的に，しかも近代的なる教科書の形式において提供した，恐らく日本最初の著述であろう．

巻一

数目．命位．各種数名．加法．減法．乗法．除法．諸等化法(通法，命法)．諸等加法．諸等減法．諸等乗法．諸等除法．

巻二

分数．命分．求等数法．通分．約分．加分．減分．乗分．除分．

小数．分数化小数法．小数加法．小数減法．小数乗法．小数除法．

巻三

比例式総論(要訣六則)．正比例．転比例．合率比例．連鎖約法．〔巻四は未見なるゆえ省く.〕

この書は，一面において，和算からまったく脱出しえたと同時に，他面においては，たんなる西洋からの直訳的でないところの，日本的なる風格を維持している．これに加うるに，われわれは本書に至って，一題目毎に，つぎのような順序に循環する排列法に接するのである．

(1)．題目の一般的説述．　(2)．例題によつての方法の詳説．

(3)．計算上の練習問題．　(4)．文章で述べられた応用問題．

じつに現代にありては余りに普通なるこの排列法も，日本においては，この書をもって嚆矢とするかとも思われる．そしてもし卑見が許されるなら，著者は，この書の内容と上述の排列とを，ウィリー(偉烈)の“数学啓蒙”(第71節)

に負うところ多かったと，私には考えられるのである．

いずれにしても，“筆算訓蒙”は数学教育上の傑作であった．人もし明治維新を記念すべき名教科書を求めるなら，私はまず第一にこの書を推したいと思う．

教科書風ではなく，詳細な講義風の算術書に，

橋爪貫一：洋算独学．同附録．〔明治 4-5〕(1871-72)

があった．雑学的なる洋学者の著述ではあったが，この中には対数の用法に至るまで詳述され，1 より 10000 までの７桁の対数表が添えられている．専門の数学者ならざる洋学者の著述は，その説明委細にわたり，初学者に喜ばれたと同時に，十分に事実を説明しえない和算家を反省させる力があったであろう．

最後に，系統的に作られた，問題集または解義集に移ろう．

吉田庸徳：洋算早学〔明治 5〕(1872)

は，洋学者の著にかかる簡単な，解義附きの算術問題集であった

佐々木綱親：洋算例題〔明治 4〕(1871)

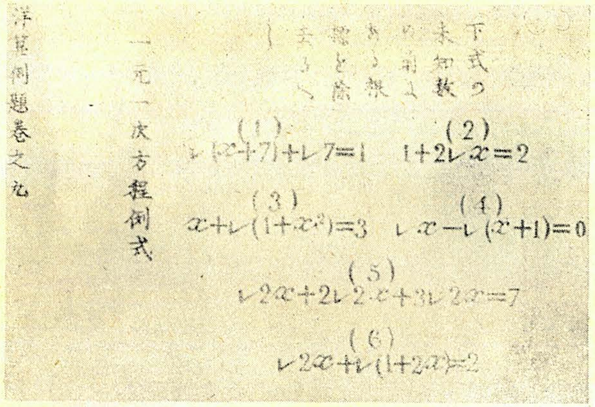
は，陸軍兵学の教官――幾何小学（明治 4）の訳者，度学問題（明治 5）の著者――の編輯するところで，陸軍兵学寮の出版にかかり，算術および代数の問題集であった．いま代数の部分の内容を示せば，

加減．乗法．除法．求冪．求商（開方のこと）．求等数．求相当最小数．約分．分数加減乗．分数除法．求分数冪．求分数商．根数加減．根数乗法．根数除法．求根数冪．求根数商．分指数．負指数．一元一次方程．二元一次方程．一元一次方程問題．一次方程雑問．一次方程不定問題．一元二次方程．一元二次方程問題．

この書は数版を重ね，さらに

福田半：洋算例題続篇〔明治 8〕(1875)

の出版を見る．陸軍大尉福田半はすなわち福田治軒その人であったが，ここに



佐々木綱親：洋算例題（明治 4）の１頁

関　口　開
Hiraku Sekiguchi

は高等代数――方程式論にもわたり，‘式中実元虚元の数を求むスチュルン氏発明法’をも含んでいる――から重学弾道におよんだのである．

最後に，われわれは地方的数学教育の大なる代表者，金沢の関口開（1842-1884）について語ろう．彼は和算から洋算に転じた１人であり，独学で原書を読みつつ，子弟を教え，チャールス・ハットンを訳して

数学稽古本〔写本，明治 3〕(1870)

を，チェンバースを基礎として

数学問題集〔明治 4〕(1871)

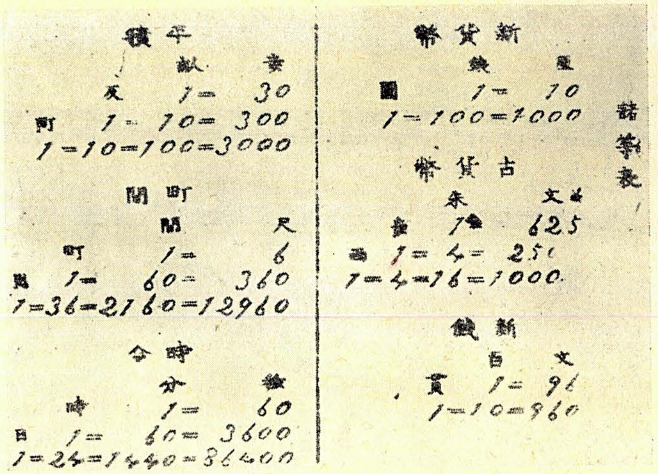
を著わし，さらに後者を改訂して

新撰数学〔明治 6〕(1873)

を出版した．

彼の代数は，アメリカのデヴィースらの抜萃書

点竄問題集〔明治 5〕(1872)


諸等表

平積
畝　歩
反　1=　30
町　1=　10=　300
1=10=100=3000

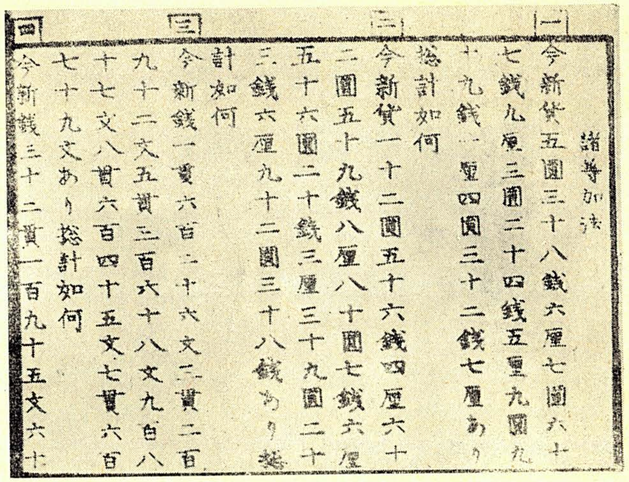
町間
間　尺
町　1=　6
里　1=　60=　360
1=36=2160=12960

時分
分　秒
時　1=　60
日　1=　60=　3600
1=24=1440=86400

新貨幣
錢　厘
圓　1=　10
1=100=1000

古貨幣
朱　文
金　1=　625
両　1=　4=　250
1=4=16=1000

新錢
百　文
貫　1=　96
1=10=960


諸等加法

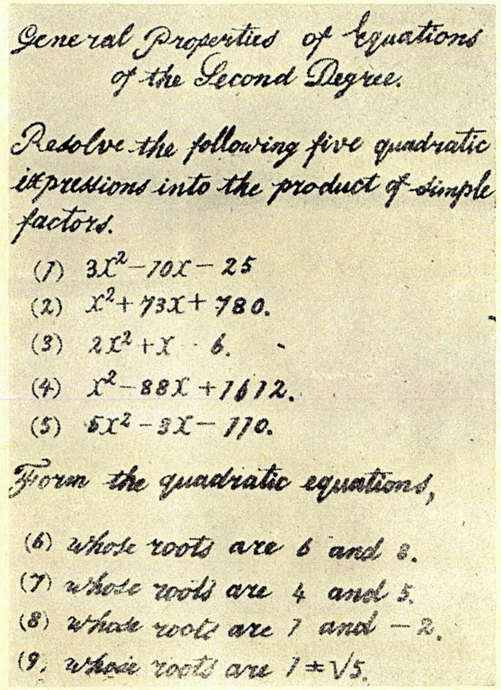
一　今新貨五圓三十八錢六厘七圓六十七錢九厘三圓二十四錢五厘九圓九十九錢一厘四圓三十二錢七厘あり總計如何

二　今新貨一十二圓五十六錢四厘六十二圓五十九錢八厘八十圓七錢六厘五十六圓二十錢三厘三十九圓二十三錢六厘九十二圓三十八錢あり總計如何

三　今新錢一貫六百二十六文二貫二百九十二文五貫三百六十八文九百八十七文八貫六百四十五文七貫六百七十九文あり總計如何

四　今新錢三十二貫一百九十五文六十

関口開：新撰数学(明治6)の2頁


General Properties of Equations of the Second Degree.

Resolve the following five quadratic expressions into the product of simple factors.

(1) $3x^2-10x-25$
(2) $x^2+73x+780.$
(3) $2x^2+x-6.$
(4) $x^2-88x+1612.$
(5) $6x^2-3x-110.$

Form the quadratic equations,

(6) whose roots are 6 and 8.
(7) whose roots are 4 and 5.
(8) whose roots are 1 and -2.
(9) whose roots are $1\pm\sqrt{5}$.

関口開：点竄問題集(明治5)の1頁
Sekiguchi: Algebraic problems (1872).
Selected from Ch. Davies', Todhunter's etc.

であり，彼の幾何は，デヴィースの訳

幾何初学〔明治7〕(1874)

であった．さらに彼の訳が，稿本として転々手写されたものに，トドハンターのユークリッド(明治9-13)，代数(明治10)，平三角術(明治8-12)，微分術(明治7以降)，積分術(明治9-11)等々があった．

門人加藤和平の談に言う．

‘予が関口先生へ入門したのは，明治3年12月で，其頃は王政維新藩政大改革の時節で，金沢藩も従前の学科を改革して，所々に小学校を設け，学科を読書，習字，洋算の三部に分け，各部専門教師が教授したのであつ

た．……予が材木町小学校教員に任命されたのは明治4年3月で，其頃は毎月一回，洋算教師一同，各家順廻りに集会して，教授方法等に付打合せをなしたるものです．此の連中は関口開先生に，……其頃はまだ洋算の翻訳書が何地にも無いので，教授用書は先生がポツポツ訳して出すのです．之れが一冊出ると，引張り合ひで謄写するので，中には明日教授に入用だなどと言ふ手合もある位だから，先生も学校より帰家されると，門弟が続々押寄て来る，又翻訳の方も急がねば，教科書に間へると言ふ始末である．当時洋算教師は翻訳書の無いので，随分苦心しました．其内に“数学問題集”が出版になりましたので，教科書謄写の手数は省けましたが，此の本は洋書直訳で，問題の度量衡や貨幣は英国の通用で，我国日常に適用せぬと云ふので，“新撰数学”を自分等が編輯したのです．之れで先づ普通教科書に差間はなくなりました．此等の情況は明治三年より同五，六年迄の事です.’

関口開の“新撰数学”は，‘此書一たび世に出づるや，全国靡然として，之を用ひざるなきに至’り，約22万部を刊行したといわれている．最後の版は第6版(明治19)であった．

第6章　日本における数学教育の建設時代

——明治5年より明治35年に至る——

教育の強制的統一

77.　明治維新は，政治革命であると同時に，社会変革であった．

慶応3年(1867)12月‘王政復古’の宣言から，明治1年(1868)の‘五条の御誓文’を経て，明治4年(1871)の廃藩置県となった．封建的身分制度の撤廃を要求する‘四民平等’のスローガンは，明治5年までの間に，一応は遂行されることとなった．旧封建的生産関係の代りに，資本家的生産関係の支配的展開は，ブルジョア革命への第一歩は，明治4年頃から践み出されたのである．

明治維新の当時において，近く将来すべき文化の意義・性質を，もっともよく理解し，一代の教育的指導者として，もっとも輝ける星は，福沢諭吉(1835-1901)であった．彼の“西洋事情”(慶応2)は，ひとり民衆の啓蒙上異常なる任務をなしとげたのみでなく，それは明治政府のためにも，好箇の参考書となった．彼の“学問のすすめ”(明治4年以降)は，民衆の間に実理的自由主義を鼓吹し，官僚的専制と戦って，ブルジョア・デモクラシーへの大なる先駆を作った．

福　沢　諭　吉
Yukichi Fukuzawa

維新戦争の最中に，‘日本国中，教場で読書を継続しているのは，たゞ一所の慶応義塾あるのみであつた.’そして‘此慶応義塾は，日本の洋学の為めには，……，世の中に如何なる騒動があつても，変乱があつても，

人は生れながらにして貴賤貧富の別なし、唯学問を勤て物事をよく知る者は貴人となり富人となり、無学なる者は貧人となり下人となるなり、学問とは唯むづかしき字を知り解し難き古文を読み和歌を楽み詩を作るなど、世上に実のなき文学を云ふにあらず、これ等の文学も自から人の心を悦ばしめ、随分調法なるものなれども、古来世間の儒者和学者などの申すやう、さまであがめ貴むべきものにあらず、古来漢学者に世帯持の上手なる者も少く、和歌をよくして商売に巧者なる町人も稀なり、これがため心ある町人百姓は、其子の学問に出精するを見て、やがて身代を持崩すならんとて、親心に心配する者あり、無理ならぬことなり、畢竟其学問の実に遠くして、日用の間に合はぬ証拠なり、されば今斯る実なき学問は先づ次にし、専ら勤むべきは、人間普通日常に近き実学なり、譬へば、いろは四十七文字を習ひ、手紙の文言帳合の仕方算盤の稽古天秤の取扱等を心得、尚又進で学ぶべき箇条は甚多し、……是等の学問をするに、何れも西洋の翻訳書を取調べ、大抵の事は日本の仮名にて用を便じ、或は年少にして文才ある者へは横文字をも読ませ、一科一学も実事を押へ、其事に就き其物に従ひ、近く物事の道理を求て、今日の用を達すべきなり、右は人間普通の実学にて、人たる者は貴賤上下の区別なく、皆悉くたしなむべき心得なれば、此心得あつて後に、士農工商各其分を尽し、銘々の家業を営み、身も独立し、家も独立し、天下国家も独立すべきなり、

福沢諭吉：学問のすすめ(明治 4)の一節

未だかつて洋学の命脈を断やしたことはないぞよ．慶応義塾は一日も休業したことはない．此塾のあらん限り，大日本は世界の文明国である’と，門下生を激励した彼であった．

大　木　喬　任
Takatô Ôki

彼にあっては，洋学とは‘実学’の同義語であった．——そして‘実学’の研究こそ，少なくとも明治前半期における日本教育のモットーであったのである．

さて明治政府が，明治 4 年文部省を設けて，教育の開発を企てた頃，日本は先進諸外国の強い，——しかしながら彼らの相互牽制によって，幾分均衡的な——影響のもとに置かれていた．かくて結局，海軍はイギリスから，陸軍はフランスから，医学はドイツから，そして教授法はアメリカから，学ぶことになったのである．

明治 5 年(1872)，文部卿大木喬任の決断によって，学制が頒布された．それはフランスの学制を基礎としたところの，極端なる劃一的統制であった．

‘全国を 8 大学区，256 中学区，53760 小学区に分ち，一小学区は人口約六百を目標とし，一中学区は人口約十三万を標準として，地方当局者をして之を区分せしめ，学区取締を置き，区内の人民六歳以上のものは総て小学校に入るものとし，学に就かざるものは，其の理由を学区取締に申出づること．……’(明治 6 年に 7 大学区に改めたから，全国に 7 大学を設けて，これを本部とし，その各大学区を 32 中学区に分け，さらに各中学区を 210 小学区に分けることになったのである．)

かくてアメリカ人スコットは，明治 5 年師範学校に招かれて，教授の方法を

……人々自ら其身を立て其産を治め其業を昌にして以て其生を遂るゆえんのものは他なし身を修め智を開き才芸を長ずるによるなり……されば学問は身を立るの財本ともいふべきものにして人たるもの誰か学ばずして可ならんや夫の道路に迷ひ飢餓に陥り家を破り身を喪ふの徒の如きは畢竟不学よりしてかゝる過ちを生ずるなり従来学校の設ありてより年を歴ること久しといへども或は其道を得ざるよりして人其方向を誤り学問は士人以上の事とし農工商及び婦女子に至つては之を度外に於き学問の何物たるを弁ぜず又士人以上の稀に学ぶものも動もすれば国家の為にすと唱へ身を立るの基たるを知ずして或は詞章記誦の末に趨り空理虚談の途に陥り其論高尚に似たりといへども之を身に行ひ事に施すこと能ざるもの少からず……之に依て今般文部省に於て学制を定め追々教則をも改正し布告に及ぶべきにつき自今以後一般の人民華士族農工商及婦女子必ず邑に不学の戸なく家に不学の人なからしめん事を期す高上の学に至つては其の人の材能に任かすといへども幼童の子弟は男女の別なく小学以下に従事せしめざるものは其父兄の越度たるべき事……

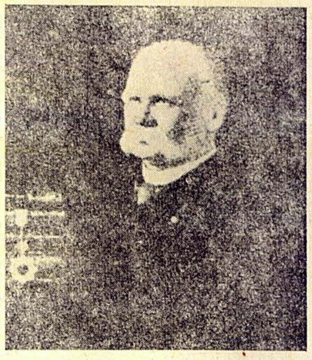
……

右之通被　仰出候条地方官に於て辺隅小民に至る迄不洩様便宜解訳を加へ精細申諭文部省規則に随ひ学問普及致候様方法を設可施行事

明治五年壬申七月　　太　政　官

学制頒布付被仰出書(明治 5)の抜萃

伝え，英語と算術とを教えることとなった．またダヴィッド・マーレー(1830-1905)は明治6年アメリカより聘されて，文部省学監となり，明治11年末まで日本に止まった．



David Murray

マーレーは，日本にくる前に，オーバニー・アカデミーの校長として，6年間在職し，1863年にラトガース・カレージの教授に転じて，数学を教えていた．いまや学監として日本にきたり，熱意ある努力を続けたのであった．

かくしてアメリカの数学が，日本数学教育の上に，独占的位置を獲得するの時が，到来したのである．

78.　明治5年の学制によって，**小学校**の教科はつぎのごとく定められた．

下等小学教科(6歳-9歳)

綴字，習字，単語，会話，読本，修身，書牘，文法，算術，養生法，地理大意，体操，唱歌(当分之を欠く)

上等小学教科(10歳-13歳)

下等小学の教科の外に，次の教科を加へる．

史学大意．幾何学罫画大意．博物学大意．化学大意．

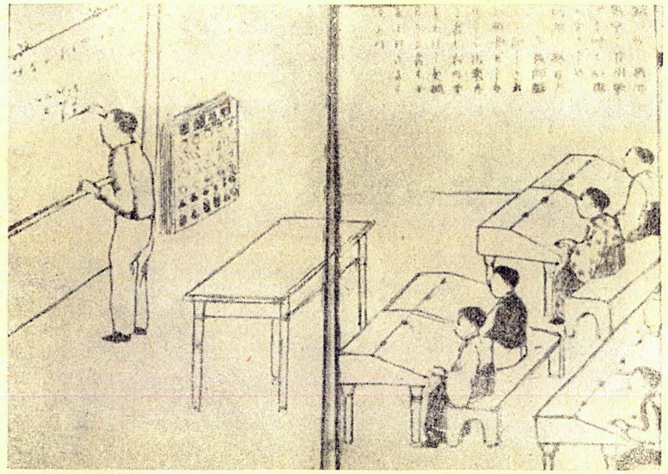
以上の教科の順序を践まない小学校は，変則小学と命名された．

いま教則の中から，数学の部分を抜萃しよう．

下等小学(八級，毎級六ケ月)

第八級　洋法算術(1週6時間)

"筆算訓蒙"，"洋算早学"等を以て，西洋数字，数位より加減算，九々の声に至るまでを，一々盤上に記して之を授け，生徒をして紙上に写し取らしむ，但加減の算法に於ては，先づ其法を授け，而して只其題のみを盤上に出し，筆算と暗算とを隔日練習せしむ．暗算とは胸算用にて，紙



師範学校：小学教授法　(明治6)より

筆を用ひず，生徒一人づつをして盤上の題に答へしむるなり．前日の分は総て盤上に記して生徒をして一同誦せしむ．

第七級　算術(1週6時間)

乗除を授くること前級の法の如し．尤隔日筆算と暗算とを伝ふ．

第六級　算術(1週6時間)

乗除の算を授く．

第五級　算術(1週6時間)

四則応用を学ばしむ．尤筆算暗算隔日たり．

第四級　算術(1週6時間)

諸等加減乗除法を授く．

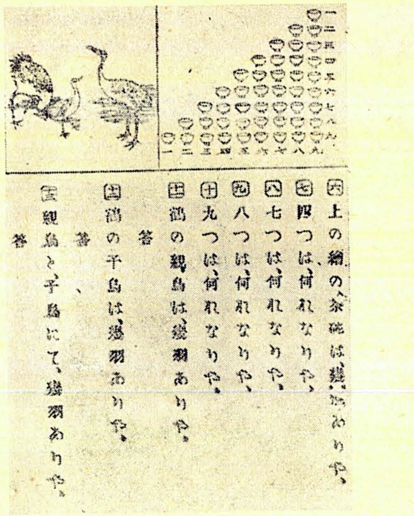
第三級　算術(1週6時間)

分数算を授く．

第二級　算術(1週6時間)

分数算を授く．

第一級　算術(1週6時間)



文部省：小学算術書　　(明治6)より.(第48節参照)

このColburn流の算術書を見よ．じつに日本における小学校の算術は，Pestalozzi系統のものによって，開始せられたのである．

分数並比例算を授く．

上等小学(八級，毎級六ケ月)

第八級　(1週6)

算術．比例算を授く．

第七級　(1週6)

算術．差分算を授く．

第六級　(1週6)

算術．差分算を授く．

第五級

算術(1週6)．差分算を授く．

幾何(1週4)．『測地略，幾何学の部』[(1)]を用て，正形の類を授くる法は，

(2)　瓜生寅編：測地略(文部省発行，明治5)の巻の一は，幾何概念に少しばかりの証明幾何を加味したものと，幾何画法とをとり扱っている．

算術の如し．

第四級

算術(6)．差分算を授く．

幾何(4)．諸線，角度，三角形の類を授く．

第三級

算術(6)．累乗，開法大略を授く．

幾何(4)．円形，多角平面形の類を授く．

第二級

算術(6)．利息算を授く．

幾何(4)．諸形比較等を授く．

第一級

算術(6)．連級及対数用法を授く．

幾何(6)．実用法を授く．

遠藤利貞は，当時の小学校における数学教授を評して，‘数学は平算全体を以て之に充て，一切珠盤を廃す．乃ち西洋の算術書に就き，僅に翻訳且つ纂集して，之に課するに過ぎず．……“数学啓蒙”は参考書中最も大なるものゝ如し’と述べてゐる．

翌明治6年には，課業書不足の際は，つぎの書を教科書に採用してかなりと令達された．

師範学校：加算九々図．乗算九々図．羅馬数字図．形体線度図．小学算術書．吉田庸徳：西洋度量早見．岸俊雄：西洋算法比例法．橋爪貫一：洋算独学．

アメリカ人スコットを指導者とせる師範学校――東京高等師範学校の前身――が編輯して，アメリカ人ダヴィッド・マーレーを学監とせる文部省の発行にかかわった，“小学算術書”の類が，一切当時のアメリカ数学教育の直訳・翻案であったことは，毫も疑うべくもなかった．

われわれはじつに“小学算術書”において，“形体線度図”において，コールバーンの再現を見出すのである．——換言すれば，幾分アメリカ化せるペスタロッチの直観主義の再現を見るのである．(第48節参照)．

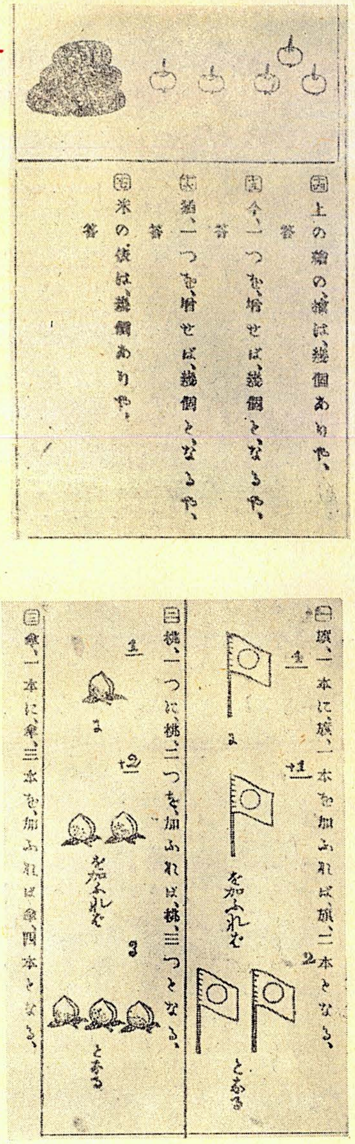
強制的統一主義のもとに施行された，この‘教則’は——それが異常なる進歩主義のものであったけれど——否，異常なる進歩主義のものであったがゆえに，日本の実情に比して，余りにも大なる飛躍であった．そこには実情の無視と，数学の過重視があった．それゆえにこそ，翌明治6年には，早くも，‘教則’を改正せねばならなかったのである．

改正教則によって，

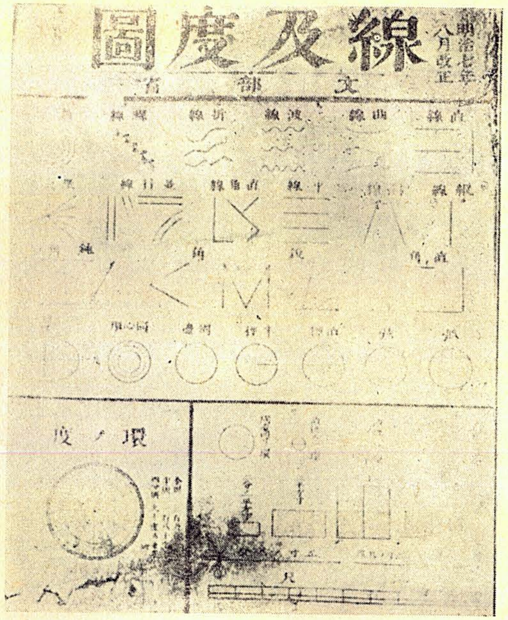
第一．全学級を通じて，算術および幾何のおのおのについて，教授時数は毎週2時間ずつ減少された．

第二．算術は筆算と珠算の併用となった．じつに文部省は，‘教則中，算術は洋法算術とあれども，和算をも課する意義にして，数学書等を以て教授すべき’旨を達したのである．

われわれは曩に，金沢における関口開門下の談によって，当時の状態の一端に触れ



前々頁の図の続



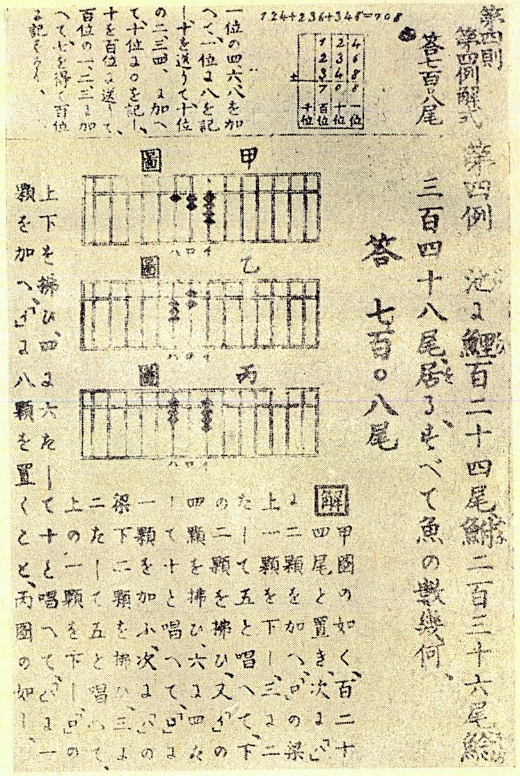
文部省：線及度図

た．いま重ねて遠藤利貞をして語らしめよ．

‘先に学令珠算を廃せり．然れども当時小学教員甚だ少し．唯少きのみならず，教員もまた洋算を知らざるもの多し．是を以て偏陬の地に至りては，一も筆算を用ふる所なし．令出でて而して行ふ能はず．畢竟これ学令実地に適せざるが故なり．本年五月更に学令を廃し，筆算珠算を併用せしむ.’

和算家の出身たる遠藤利貞(1843?-1915)こそ，珠算教授改造の第一歩を践んだ人であった．明治8年東京師範学校の教師であった彼は，‘其の順序を英米の算術書に資り，其の術及び術語に至りては，皆日本先哲の遺法に拠り’て，教科書を編成したが，それは

遠藤利貞：算顆術授業書(明治11．東京師範学校蔵版)


第四例　池ニ鯉百二十四尾鮒二百三十六尾鰶三百四十八尾居るをすべて魚の数幾何
答　七百〇八尾

北条亮編：普通珠算書　（明治 20）の１頁

であった．

後には珠算書も追々改正を加えられ，和算臭をとり去って，近代化するに至ったのである．

79.　**中学校**は，明治５年の学制によって始めて規定されたものである．それは‘小学を終りたる生徒に，普通の学科を教授するところ’であった．

下等中学科(14-16 歳)

国語，数学，習字，地学，史学，外国語，理学，画学，古言学，幾何学，記簿法，博物，化学，修身，測量，奏楽(当分欠く)．

上等中学科(17-19 歳)

国語，数学，習字，外国語，理学，罫画，古言学，幾何，代数，記簿法，化学，修身，測量，経済学，重学，動植地質鉱山学．

そこには外国教師によって教授される中学校も設けられた．じつに当時における良師と教科書の欠乏とは，むしろ外国語によって，中学程度の学科を学ぶ方が，便利な程であったのである．

つぎに数学の要目を掲げよう．

下等中学科(三個年)

六級

算術(6)．最大等数より分数まで．

五級

算術(6)．小数より比例まで．

四級

算術(6)．開平，開立，求積．

三級

算術(4)．商業算，利息算．　幾何(2)．幾何用字解．

代数(2)．名義，記号．

二級

算術(2)．利息算．　幾何(2)．円．　代数(2)．加減乗除．

一級

算術(2)．対数用法．　幾何(2)．円内多辺形法．

代数(2)．最大等数約分迄．

上級中学科(三個年)

六級

幾何(4)．平面及立体．　代数(4)．一元一次方程式．

五級

幾何(4). 三角法.　代数(4). 多元一次方程式.

四級

幾何(4). 求積曲面.　代数(4). 累乗及開方.

三級

幾何(3). 体求法.　代数(3). 二次方程式.

二級

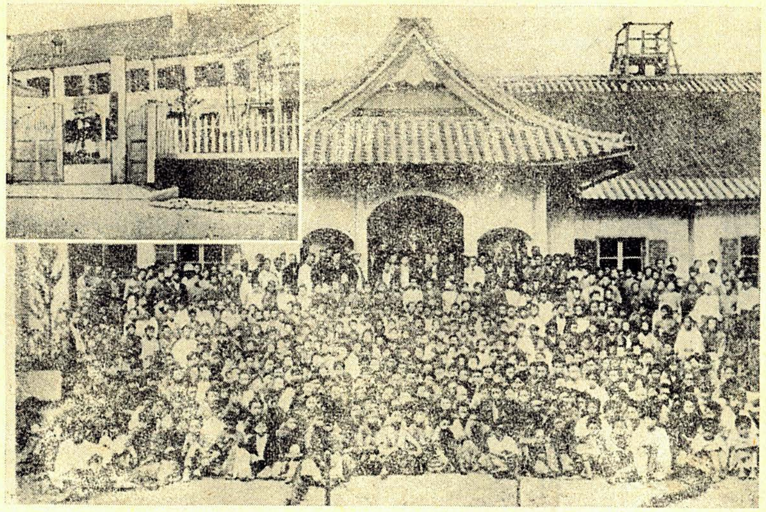
幾何(2). 体求法の続.　代数(2). 比例及級数.

測量大意(2).　重学大意(2).

一級

幾何(2)温習. 代数(2)温習. 測量大意(2). 重学大意(2).

これはしかしながら，多くの場合においては，空文としての教則に過ぎなかった．当時の大多数の中学校は，'変則中学校'か，しからざれば文字通りの'外国語学校'たるに止まった．ダヴィッド・マーレーは明治7年の報告書の中で，中学校の建設を促し[1],――当時は京都にさえ中学校がなかったのである――中



東京開成学校

等教員の養成を説き，さらに

'日本語を以て教育の地歩を進めんには，従来発行の教科書よりも，更に一層高等の書籍なかるべからず．且地理，代数，幾何，博物等み，新板を起さざるべからず．之れをなすにも亦，特に翻訳するのみならず，最好の洋書を変更して以て編成せざるべからず'

と述べている．

当時にあっては，**大学**さえ貧弱極まるものであった．大学南校は，明治5年に第一大学区第一番中学となり，明治6年に再び大学南校となり，明治7年に東京開成学校となった．東京医学校と合併して，東京大学となったのは，明治10年のことである．明治5年頃には，数学の専門的智識ある外人教師もほとんどいなかった．大学がとに角，やや専門的なる数学を教授するようになったのは，明治7年以後東京開成学校時代の，物理学専門科に始まる．

東京開成学校の数学課程

普通科(三個年)

第一年. 第一期. 代数，幾何. 第二期. 代数，幾何.

第二年. 第一期. 代数，幾何. 第二期. 幾何.

第三年. 第一期. 三角法及応用. 第二期. 円錐曲線法，代数幾何(解析幾何のこと).

物理学専門科(三個年)

第一年. 代数追補. 平面代数幾何. 立体代数幾何. 画法幾何.

第二年. 高等代数. 微分.

第三年. (数学は教えなかった).

この物理学専門科は，フランス人によって教授されたが，明治10年東京大学となるにおよんで，英語を中心とする'数学物理星学科'となり，ようやく専門的に傾いてきたのであった．

(1) 第82節の初めの統計を見よ．

翻訳時代の第１期

80.　さて外国語による中学校においてはいかなる数学教科書が使用されたのか？ 遠藤利貞にしたがえば，明治５年頃には

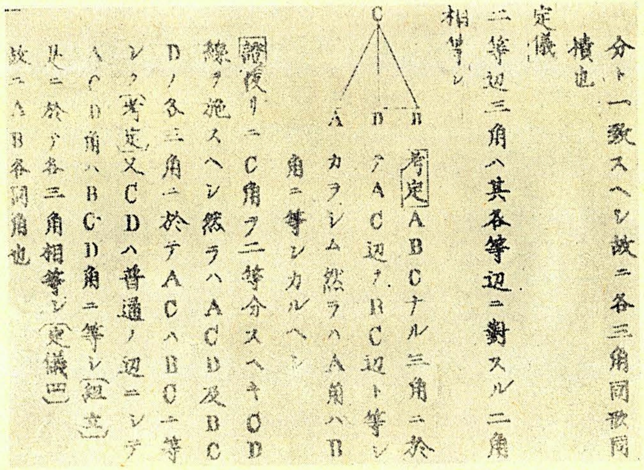
‘英語．ダービス氏幾何学．　　同氏代数学書．

仏語．ルジャンドル氏幾何学書．ソンネ氏代数学書．

独語．ウィーガンド氏幾何学書．リュープセン氏数学書．

等，毎級運用せり[1]’

といわれている．しかし実際の事実としては，当時もっとも広く行われた外国語は，英語であること，および初等，中等ならびに師範教育は，アメリカ人を最高の指導者としたことを，忘れてはならないのである．



分ト一致スヘシ故ニ各三角同形同積也

定儀

二等辺三角ハ其各等辺ニ對スル二角相等シ

考定 ABCナル三角ニ於テACヲBC辺ト等シカラシム然ラハA角ハB角ニ等シカルヘシ

證擬リニC角ヲ二等分スヘキCD線ヲ施スヘシ然ラハACD及BCDノ各三角ニ於テACハBCニ等シク(考定)又CDハ普通ノ辺ニシテACD角ハBCD角ニ等シ(經立)是ニ於テ各三角相等シ(定儀四)故ニAB各同角也

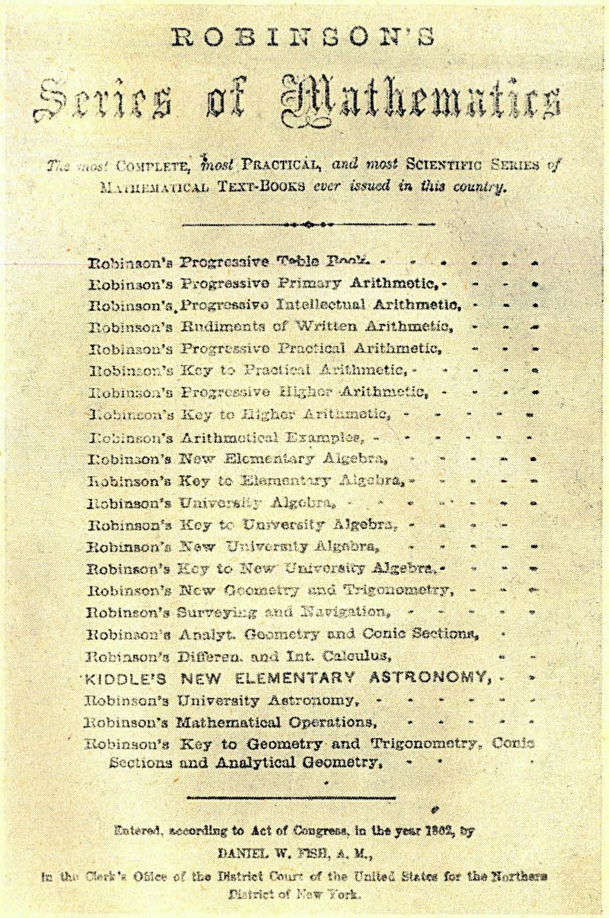
一

関口開訳：幾何初学(明治７)の１頁
Charles Davies: Geometry. Japanese trans. by Sekiguchi (1874).

（1）この中の四つについては，すでにわれわれの述べたところであった．ここには他の二書の原名を掲げておく

H. Sonnet: Algèbre élémentaire (2版，1854).

A. Wiegand: Lehrbuch der Planimetrie (1842. 8版，1871).



ROBINSON'S

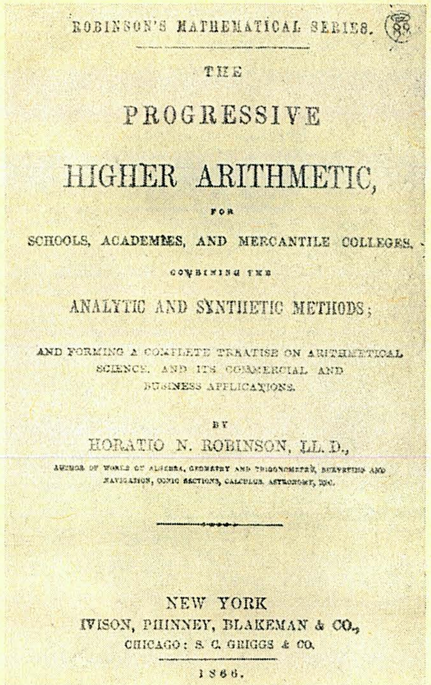
Series of Mathematics

The most COMPLETE, *most* PRACTICAL, *and most* SCIENTIFIC SERIES *of* MATHEMATICAL TEXT-BOOKS *ever issued in this country.*

Robinson's Progressive Table Book.
Robinson's Progressive Primary Arithmetic,
Robinson's Progressive Intellectual Arithmetic,
Robinson's Rudiments of Written Arithmetic,
Robinson's Progressive Practical Arithmetic,
Robinson's Key to Practical Arithmetic,
Robinson's Progressive Higher Arithmetic,
Robinson's Key to Higher Arithmetic,
Robinson's Arithmetical Examples,
Robinson's New Elementary Algebra,
Robinson's Key to Elementary Algebra,
Robinson's University Algebra,
Robinson's Key to University Algebra,
Robinson's New University Algebra,
Robinson's Key to New University Algebra,
Robinson's New Geometry and Trigonometry,
Robinson's Surveying and Navigation,
Robinson's Analyt. Geometry and Conic Sections,
Robinson's Differen. and Int. Calculus,
KIDDLE'S NEW ELEMENTARY ASTRONOMY,
Robinson's University Astronomy,
Robinson's Mathematical Operations,
Robinson's Key to Geometry and Trigonometry, Conic Sections and Analytical Geometry,

Entered, according to Act of Congress, in the year 1862, by
DANIEL W. FISH, A. M.,
in the Clerk's Office of the District Court of the United States for the Northern District of New York.

Robinson's Series of Mathematics


ROBINSON'S MATHEMATICAL SERIES.

THE

PROGRESSIVE

HIGHER ARITHMETIC,

FOR

SCHOOLS, ACADEMIES, AND MERCANTILE COLLEGES,

COMBINING THE

ANALYTIC AND SYNTHETIC METHODS;

AND FORMING A COMPLETE TREATISE ON ARITHMETICAL SCIENCE, AND ITS COMMERCIAL AND BUSINESS APPLICATIONS.

BY

HORATIO N. ROBINSON, LL. D.,

AUTHOR OF WORKS ON ALGEBRA, GEOMETRY AND TRIGONOMETRY, SURVEYING AND NAVIGATION, CONIC SECTIONS, CALCULUS, ASTRONOMY, ETC.

NEW YORK

IVISON, PHINNEY, BLAKEMAN & CO.,

CHICAGO: S. C. GRIGGS & CO.

1866.

Robinson: Higher arithmetic.

かくて明治6年師範学校‘余科’課程には

初等一級　算術(大ロビンソン)

初等二級　代数(ロビンソンエレメンタリー), 幾何(マークス).

上等一級　代数.

上等二級　算術復習. 幾何, 三角法, 測量.

とある. そして‘書目は程度を示すための, 仮の標準に過ぎない’と注意されているが, その標準はみなアメリカ書であった.

私はこの問題を一層明確にするために, 私が実物についての調査の結果を, ここに掲げよう[1].

(1) 目録その他によって書名は判明していても, 英国コレンソの代数等実物を見えなかったものは採用しない. また原著者の不明な訳書は省くことにした.

明治4-13年間に出版の翻訳初等数学書

アメリカ

デヴィース

関口　開: 点竄問題集(明治5). 〔ロビンソン及び英のトドハンター, ハットンを含む〕

中村六三郎: 小学幾何用法(明治6).

関口　開: 幾何初学(明治7).

山田　正一: 小学筆算教授本(明治8).

水野　行敏: 西算新書(明治8).

ロビンソン

柴田　清亮: 幾何学(明治6, 11-12).

杉原　正市: 小学幾何のちか径(明治7). 〔英の百科全書を含む〕

神津道太郎: 筆算摘要(明治8).

栗野　忠雄: 新数学全書(明治9).

石川　彝: 代数学(明治10).

堀田　維祺: 幾何学(明治10).

ブラッドボリー

宮川　保全: 幾何新論(明治9).

クラーク

山本正室, 川北朝鄰: 幾何学原礎(明治6-11).

パーキンス

田中, 大屋, 中宮: 六線表(明治7).

デヴィース及びロビンソン

中条　澄清: 比例新法(明治7). 〔英のチヤンバースを含む〕

イギリス

チヤンバース

関口　開: 数学問題集(明治4).

トドハンター

関口　開: 代数学(明治10. 第1冊のみ刊行)

ジーンス

中川将行, 吉田泰正: 三角法(明治8).

外に英書の支那訳からの翻刻, 訓点附の版などがある. (第71節参照)

フランス

ヴィーエヤール及びクレツトマン

神保　長致: 算学講本(明治9-13)

以上の外

中条澄清訳: 算学教授書(明治9-10)

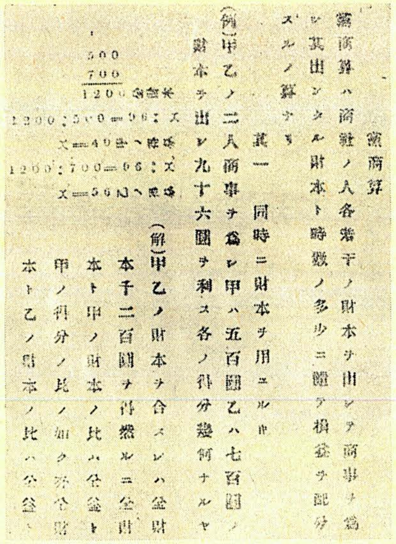
の如き, 種々の外国書からの寄せ集めの如きがあり, また

山本信実: 代数学(明治9-10. 文部省発行)

等の如きも, 訳書かと思はれる.

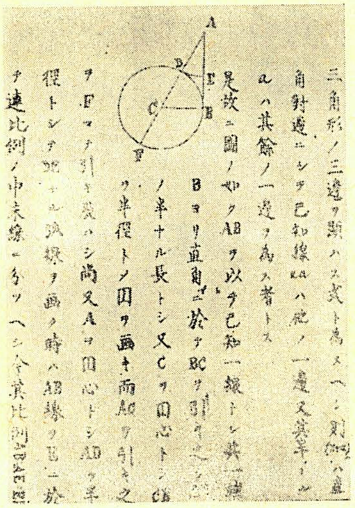
それは翻訳の時代であった. この時代において, 翻訳・翻案以外の西洋数学を, 日本書に求むることは, 事実, 不可能であったであろう. 明治10年に菊池大麓がイギリスから帰られるまで, 優秀なる西洋数学の専門家を, 日本人に求め難かったのである.

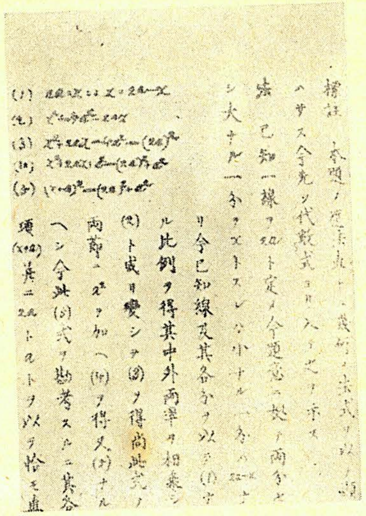
明治10年東京数学会社——いまの日本数学物理学会〔1945年に日本物理学



栗野忠雄訳: 新数学全書(明治9).
Robinson: Arithmetic. Japanese trans. by Kurino(1876).

岡本則録
Noribumi Okamoto
明治11年東京数学会社の社長の1人となる. 当時の活動家は, 柳楢悦, 岡本則録, 赤松則良, 大村一秀, 中川将行, 荒川重平, 山本信実, 菊池大麓等々であった.





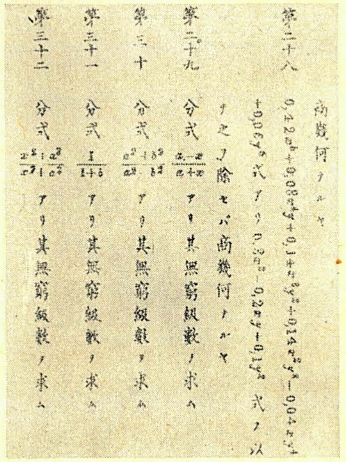
堀田維祺訳: 幾何学(明治10).
Robinson: Geometry. Japanese trans. by Hotta(1877)

会と日本数学会にわかれる〕の前身——が設けられ, 明治13年頃から術語も統一に向うように進んできたが, その前後に至るまでには, ひとり洋算家のみならず, 和算家にして兼ねて洋算を学んだ人々, たとえば川北朝鄰, 岡本則録などの貢献をも, 忘れてはならないと思う.

ことに岡本則録(1847?-1931)は優れたる教師であった. 彼が大阪師範学校に在りし日に(明治7年), 彼はダヴィッド・マーレーをして, '数学教員は岡本氏にして, 同氏は非常に数学の才あるものなり. 予同氏と接対すること数回に及ぶ. 之に因て同氏の, 数学の精微を極めたる, 勤勉聡明の教師たることを知れり' と, 文部省に報告させている. 明治10年頃, 彼は中等教師の指導者であった.

81. 以上の訳書のほかに, 外国語を主とする中学校においては, 原書によって教授された. (数学の原書が, 全国の中学校からまったく姿を潜めるようになったのは, 明治30年頃からであろう).

明治九年三月
代數學
文部省



山本信実: 代数学(明治9-10)
この問題中の無限級数は, 除法をつづけて, 器械的に作るのである. したがってこの問題は多項式の四則に属している. それには級数に関する説明さえもほとんどないのである.

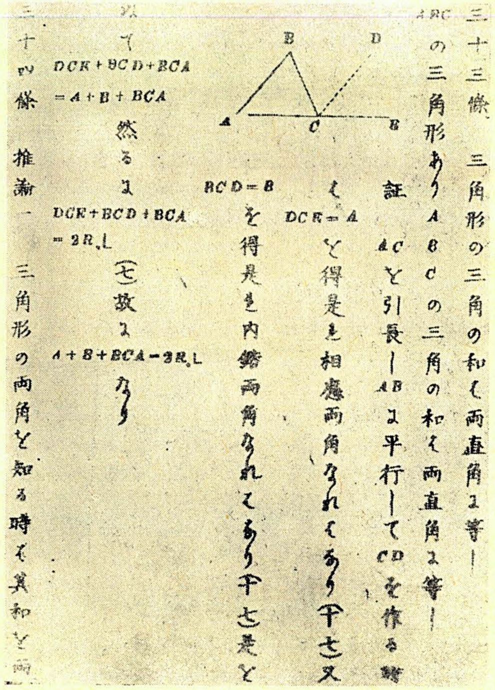
かくて明治13年前後までは，英米の数学，とくにアメリカ数学の全盛時代であった．まずデヴィースが，間もなくロビンソンが，日本の中等学校数学を支配することとなった．

たとえばわれわれは，東京師範学校‘中等師範学科’の教科書(明治10年7月)が，

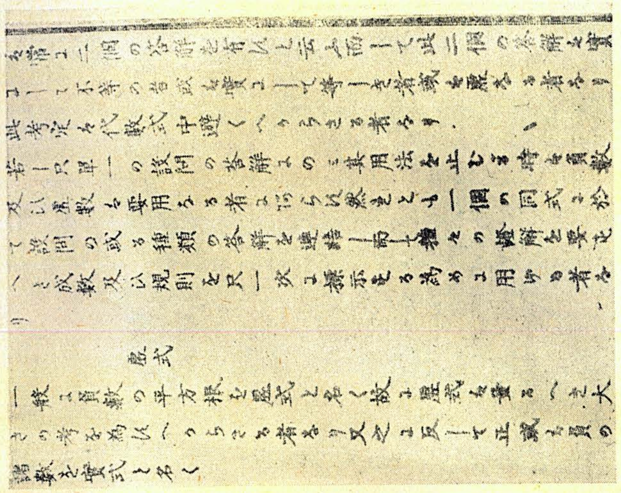
ロビンソン算術書，ロビンソン代数書，

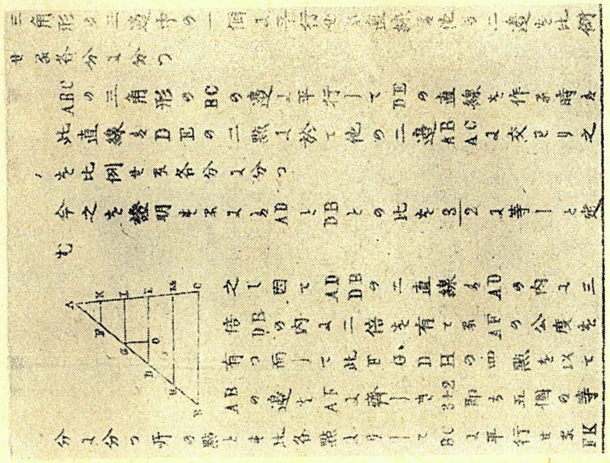
ロビンソン幾何書，ロビンソン三角法

によって，占領されたことを見出す．教科書は英語の原書によったのであり，それは田中矢徳の教諭時代であった．


三十三條　三角形の三角の和ハ両直角ニ等シ
ABC の三角形ありABCの三角の和ハ両直角ニ等シ
証　ACを引長シABニ平行シテCDを作る時ハ
DCE=A と得是ヲ相應両角なれはなり(十七)又
BCD=B を得是ヲ内錯両角なれはなり(十七)是ヲ
DCE+BCD+BCA=A+B+BCA
然るニ
DCE+BCD+BCA=2R.L
(七) 故ニ
A+B+BCA=2R.L
なり
三十四條　推論一　三角形の両角を知る時ハ其和を

宮川保全訳：幾何新論(明治9).
Japanese trans(1876)of an American geometrical work.





陸軍士官学校：算学講本(明治9-13)
Cours de mathématiques à l’usage de l’École Militaire du Japon(1876-80).
Trad. japonaise par Jinbo.

明治 10 年前後におよんでは，翻訳も漸次進歩して，相当に真摯なる良訳も現われてきた．かくてわれわれは，第 64 節から，つぎの結論に到達する．

明治 10 年(1877)前後において，日本の中等学校数学はアメリカ，とくにロビンソンによって支配された．したがって，算術はいわゆるイギリス流のものであり，代数も大体においてはイギリス流であった．これに反して，幾何はフランス流であったのである．

じつに私の調査しえた限りにおいて，この時代の幾何学教科書中，代数式を用いざるもの，またユークリッドの比例論を採用したもののごときは，まったく絶無であったと，言うてよい．さらに私は，当時純粋にフランス的なる，陸軍士官学校の教程“算学講本”(前掲)が，行われていたことに注意したい．

> これは算術，代数，平面幾何，立体幾何，三角法および画法幾何を収めたところの，簡潔なる，しかしながら優秀なる——文部省発行の山本信実“代数学”などとは，数段の差ある——良教科書であったのである．

ロビンソン流行の最高頂は明治 10 年であった．この年にイギリスから帰られた菊池大麓は，ロビンソンの代りに，トドハンターを推薦した．翌 11 年には文部省学監ダヴィッド・マーレーの帰米となった．やがて中学校の改造が始まったのである．

翻訳時代の第 2 期

82.　西南戦争の結果は，士族の子弟をして教育・学術へと向わしめるに力があった．しかも民権運動の勃興は，地方における圧制的なる教育制度——それは多額の教育費を要するところの——を許さなかった．ついに明治 12 年には，明治 5 年の劃一的学制が廃されて，新たなる教育令が制定された．それは男女によって教育を別にするの方針をとり，中学校は男子の教育にあてられた．同時に変則的の学校からは，中学校の名をとり去り，学校を整理すると共に，その内容を規定し統一したのであった．

	明治 6	明治 11	明治 13	明治 18
公立中学校数	3	107	137	104
私立中学校数	7	677	50	2

ここに明治 15 年(1882)制定の教則を掲げておく．

初等中学科

第一年前期

算術(5)　加減乗除，分数，小数．

第一年後期

算術(5)　諸比例，百分算，開平．

第二年前期

算術(2)　開立，級数，求積．　代数(2)　整数四術．

第二年後期

代数(2)　分数四術．　幾何(2)　平面幾何．

第三年前期

代数(2)　方程式．　幾何(2)　平面幾何．

第三年後期

代数(2)　方程式．　幾何(3)　平面幾何．

第四年前期

代数(2)　順列，錯列，級数．　幾何(2)　立体幾何．

第四年後期

幾何(2)　立体幾何．常用曲線．

高等中学科

第一年前期

三角法(2)　八線変化，対数用法．

第一年後期

三角法(2)　対数用法，三角実算．

（第二年に於ては数学科を欠く）．

この頃から数学書の洋装が始まると同時に，内容においても一転期をきたした．

そこにはまず近藤真琴の攻玉社を中心とせる，田中矢徳，等々の教科書の出顕があった．たとえば

田中矢徳編：算術教科書（明治15）

は，ロビンソン，チャンバース，トドハンター等に基づいて，編輯されたものであり，

田中矢徳編：代数教科書（明治15）

は，ロビンソンを訳しながら，トドハンター等を用いて補修したものであった．

しかしながら，明治15年の頃には，日本の経済的，社会的組織制度が，先進諸外国のそれを十分に受入れるまでに，進んでいなかった．それは算術上の応用的事項に直接に反映して算術の進展を阻害するを免れえなかったのである．

算術，代数がロビンソンを主とせるに反して，

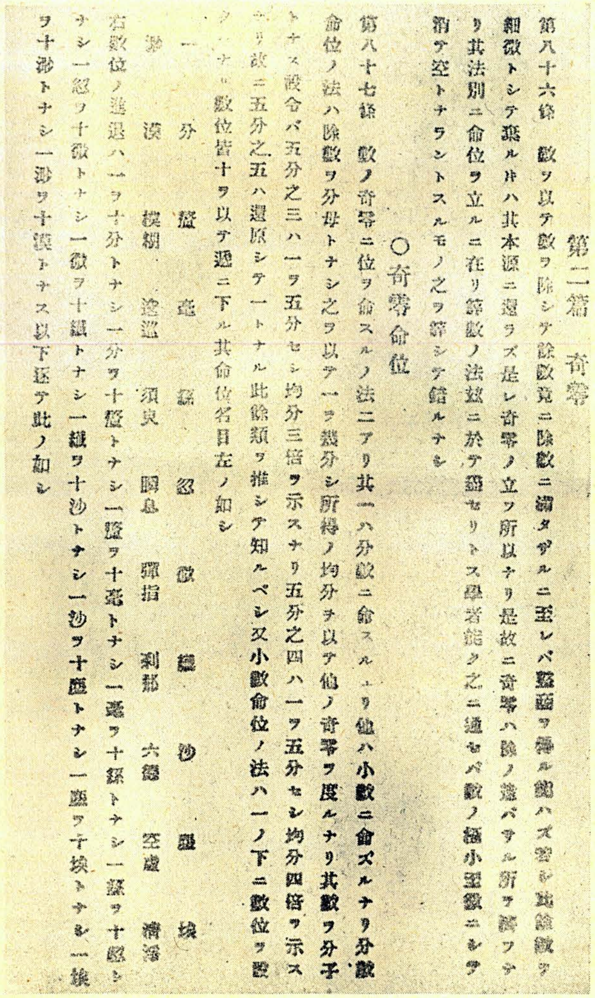
田中矢徳編：幾何教科書（明治15）

は，その趣きを異にする．まず平面においては，トドハンターの“ユークリッド”が，その原本となっている．しかしながら編者は，ユークリッドの方法にしたがいながらも，ウイルソンの流を汲んで，式を使用している．ただ代数計算によって，証明はしなかった．

つぎに，立体に至ってわれわれは，編者がトドハンター，ウイルソンおよびショヴネーを基礎としていることを，見出すのである．

攻玉社に対して，川北朝鄰の数理書院は，上野清，長沢亀之助らの手によって，トドハンターの忠実なる翻訳を企てたのであった．たとえば

上野清訳：軸式円錐曲線法（明治14）．


第二篇　奇零

第八十六條　數ヲ以テ數ヲ除シテ餘數竟ニ除數ニ滿タザルニ至レバ盡除ヲ得ル能ハズ常ニ此餘數ヲ細微トシテ棄ルドハ其本源ニ還ラズ是レ奇零ノ立ツ所以ナリ是故ニ奇零ハ除ノ盡バザル所ヲ補フテリ其法別ニ命位ヲ立ルニ在リ餘數ノ法茲ニ於テ盡セリトス學者能ク之ニ通セバ數ノ極小至微ニ至ルマテ消テ空トナラントスルモノ之ヲ辨シテ錯ルナシ

○奇零命位

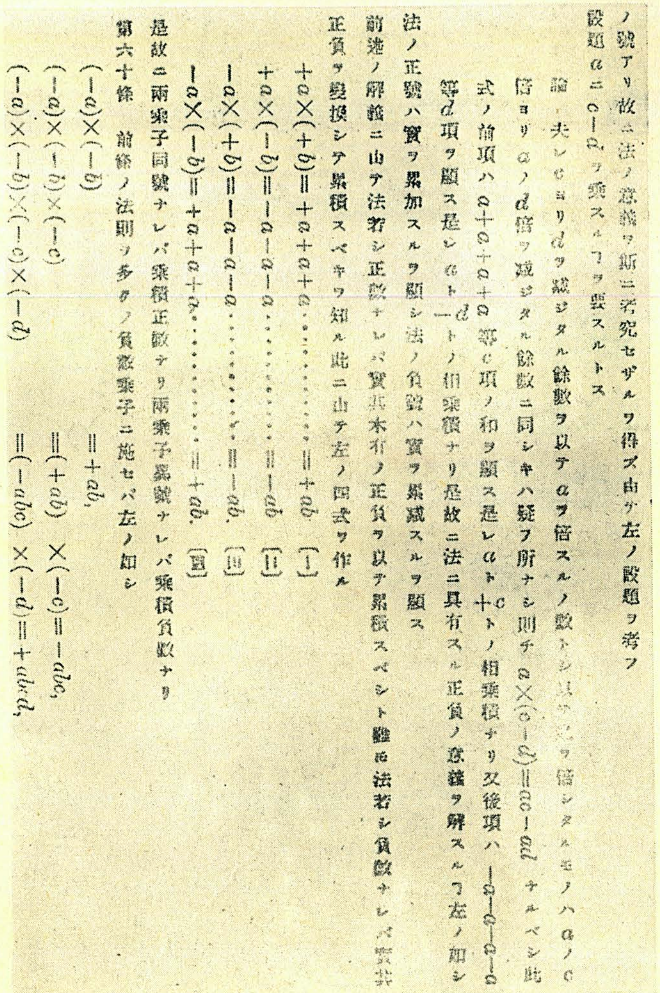
第八十七條　數ノ奇零ニ位ヲ命スルノ法二アリ其一ハ分數ニ命スルニヨリ他ハ小數ニ命ズルナリ分數命位ノ法ハ除數ヲ分母トナシ之ヲ以テ一ヲ幾分シ所得ノ均分ヲ以テ他ノ奇零ヲ度ルナリ其數ヲ分子トナス假令バ五分之三ハ一ヲ五分セシ均分三倍ヲ示スナリ五分之四ハ一ヲ五分セシ均分四倍ヲ示スナリ故ニ五分之五ハ還原シテ一トナル此餘類ヲ推シテ知ルベシ又小數命位ノ法ハ一ノ下ニ數位ヲ設ケテ數位皆十ヲ以テ遞ニ下ル其命位名目左ノ如シ

一　分　釐　毫　絲　忽　微　纖　沙　塵　埃

渺　漠　模糊　逡巡　須臾　瞬息　彈指　剎那　六德　空虛　清淨

右數位ノ進退ハ一ヲ十分トナシ一分ヲ十釐トナシ一釐ヲ十毫トナシ一毫ヲ十絲トナシ一絲ヲ十忽トナシ一忽ヲ十微トナシ一微ヲ十纖トナシ一纖ヲ十沙トナシ一沙ヲ十塵トナシ一塵ヲ十埃トナシ一埃ヲ十渺トナシ一渺ヲ十漠トナス以下逐テ此ノ如シ

田中矢徳：算術教科書


ノ號アリ故ニ法ノ意義ヲ斷ニ考究セザルヲ得ズ由テ左ノ設題ヲ考フ

設題 a ニ $c-d$ ヲ乗スルコトヲ要スルトス

論 夫レ c ヨリ d ヲ減ジタル餘數ヲ以テ a ヲ倍スルノ數トシ其ヲ之ヲ倍シタルモノハ a ノ c 倍ヨリ a ノ d 倍ヲ減ジタル餘數ニ同シキハ疑フ所ナシ則チ $a\times(c-d)=ac-ad$ ナルベシ此式ノ前項ハ $a+a+a+a$ 等 c 項ノ和ヲ顯ス是レ a ト $+c$ トノ相乗積ナリ又後項ハ $-a-a-a-a$ 等 d 項ヲ顯ス是レ a ト $-d$ トノ相乗積ナリ是故ニ法ニ具有スル正負ノ意義ヲ解スルコ左ノ如シ

法ノ正號ハ實ヲ累加スルヲ顯シ法ノ負號ハ實ヲ累減スルヲ顯ス

前述ノ解義ニ由テ法若シ正數ナレバ實其本有ノ正負ヲ以テ累積スベシト雖モ法若シ負數ナレバ實其正負ヲ變換シテ累積スベキヲ知ル此ニ由テ左ノ四式ヲ作ル

$+a\times(+b)=+a+a+a\cdots\cdots=+ab$　〔一〕

$+a\times(-b)=-a-a-a\cdots\cdots=-ab$　〔二〕

$-a\times(+b)=-a-a-a\cdots\cdots=-ab.$　〔三〕

$-a\times(-b)=+a+a+a\cdots\cdots=+ab.$　〔四〕

是故ニ兩乗子同號ナレバ乗積正數ナリ兩乗子異號ナレバ乗積負數ナリ

第六十條　前條ノ法則ヲ多クノ負數乗子ニ施セバ左ノ如シ

$(-a)\times(-b)=+ab,$

$(-a)\times(-b)\times(-c)=(+ab)\times(-c)=-abc,$

$(-a)\times(-b)\times(-c)\times(-d)=(-abc)\times(-d)=+abcd,$

田中矢徳：代数教科書

長沢亀之助訳：微分学(明治 14)．代数学(明治 16．大の方である)．平面三角法(明治 16．大の方)．宥克立(明治 17)．等々．(第 191 頁参照)．

トドハンターは，原書としてはすでに明治 10 年頃から，外国語による中学校において採用されており，また関口開の書によってその一部分は伝えられていたが，その一般的普及は長沢亀之助らに負うべきである．しかしユークリッドに対しては，すでに

曾禰達蔵：突氏幾何学(明治 16)

があった．

長沢はユークリッドの翻訳に際して，随分苦心されたらしいが，その結果は他の訳書に比して却って見劣りがする．彼の努力は余りにもこの訳を窮屈な，堅いものに仕上げたのであったが，それは一面において，ユークリッドの意義が，いかに当時の人々に対して難解であったかを語って余りあると思う．

83.　さて明治 15–18 年頃において，原書としてもっとも多く採用された教科書は，

代数　トドハンター

幾何　ウイルソン．ライト

三角法　トドハンター

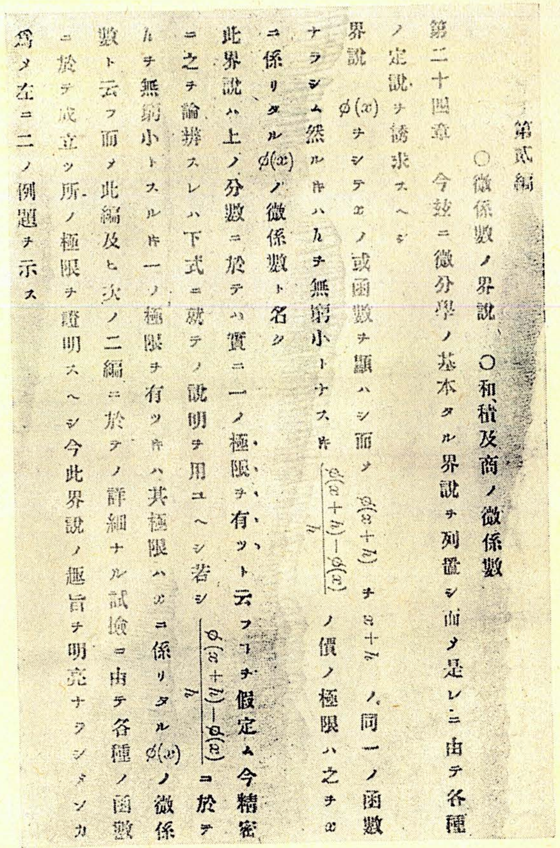
等であった．実際の事実として，トドハンターの"ユークリッド"が，広く採用された形跡は，少ないのである．

しからば邦文の標準的教科書は何であったか？

明治 19 年に，文部省が各府県の師範学校の改造を企てた際に，教科書目を選んで，各府県に訓令したことがある．その数学書目はつぎのごとくであった．

田中矢徳編：算術教科書〔ロビンソン等による〕．

森島修太郎訳：商業算術書 1-2．〔ブライアントおよびストラットンの共著〕．



第貳編

○微係數ノ界說、○和、積及商ノ微係數

第二十四章　今玆ニ微分學ノ基本タル界說ヲ列記シ而メ是レニ由テ各種ノ定說ヲ誘求スヘシ

界說　$\phi(x)$ヲシテxノ或函數ヲ顯ハシ而メ$\phi(x+h)$ヲ$x+h$ノ同一ノ函數ナラシム然ルトキハhヲ無窮小トナストキ$\dfrac{\phi(x+h)-\phi(x)}{h}$ノ價ノ極限ハ之ヲ$x$ニ係リタル$\phi(x)$ノ微係數ト名ク

此界說ハ上ノ分數ニ於テハ實ニ一ノ極限ヲ有ツト云フヿヲ假定ス今精密ニ之ヲ論辨スレハ下式ニ就テノ說明ヲ用ユヘシ若シ$\dfrac{\phi(x+h)-\phi(x)}{h}$ニ於テ$h$ヲ無窮小トスルトキ一ノ極限ヲ有ツトキハ其極限ハ$x$ニ係リタル$\phi(x)$ノ微係數ト云フ而メ此編及ヒ次ノ二編ニ於テノ詳細ナル試驗ニ由テ各種ノ函數ニ於テ成立ツ所ノ極限ヲ證明スヘシ今此界說ノ趣旨ヲ明亮ナラシメンカ爲メ左ニ二ノ例題ヲ示ス

長沢亀之助訳：微分学(明治14).
Todhunter: Differential Calculus. Japanese trans. by Nagasawa (1881).

神津道太郎訳：筆算摘要〔ロビンソン〕.

駒野政和著：新撰珠算精法.

遠藤利貞編：算顆術教科書.

福田理軒述：明治小学塵劫記[1].

田中矢徳編：代数教科書〔ロビンソンを主とす〕.

石川彝訳：代数学 1-4.〔ロビンソン〕.

田中矢徳編：幾何教科書　上.〔式を用いたユークリッド〕.

宮川保全訳：幾何新論〔ブラッドボリー〕.

中条澄清訳：幾何学教授書 1-7.〔ブルックス〕[2].

つぎに当時中学校の模範たる官立大阪中学校——それは“明治学制沿革史”の著者をして，‘此時に方りて中学校の整備せるものを官立大阪中学校とす．同校は明治元年の設立にして舎密局と称せしが，同五年八月第四大学区第一番中学と改称し，後開明学校，大阪外国語学校，大阪英語学校などと改称し，同十二年に大阪専門学校となり，同十三年大阪中学校と改称せるものにして，真に中学校の模範とするに足るべし’と，評せしめた中学校における，明治18年度の教科書は，つぎのごとくであった．

神津道太郎訳：筆算摘要〔ロビンソン〕.

石川彝訳：代数学 1-6〔ロビンソン〕.

山本，川北訳：幾何学原礎 1-6〔クラーク〕.

赤木周行訳：常用曲線法〔アミオ及びルーシエ，コンブルス〕.

97

(1)　当時の珠算書には，和算の伝統を継いだもの(たとえば上掲の福田，明治 11)と，近代的な説明法によったもの(たとえば中条，珠算教科書，明治 16)があった．

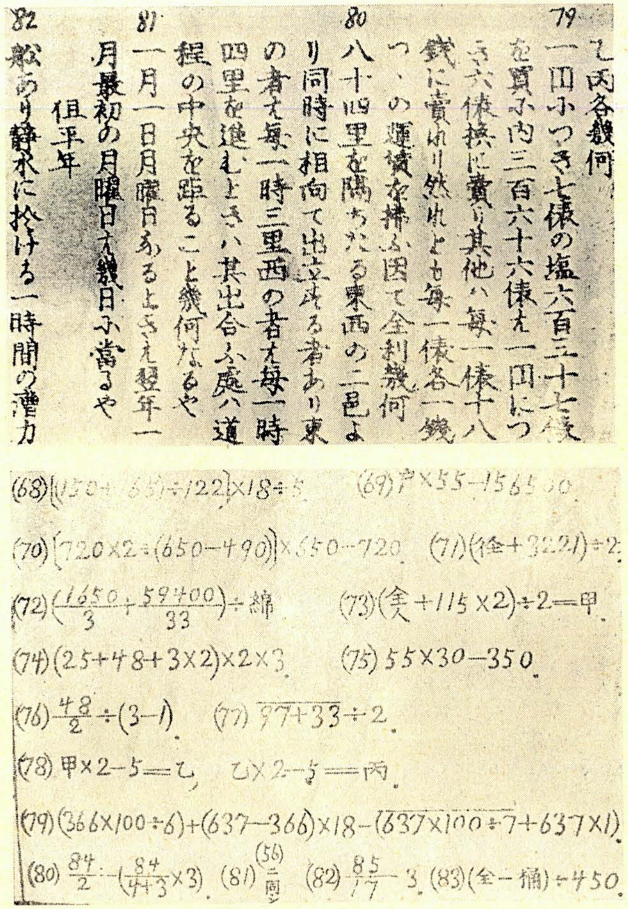
(2)　中条澄清は岡本則録の指導を受けた人で，とくに数学教授法の優れた研究者であった．たとえば彼の著“初等小学筆算教授書”(明治 16-18)のごときは，価値ある書であった．その附録において彼は教授の方法を示している．彼は実物の計え方から始め，直観的教授と同時に，‘一個の増加を以て 10, 11, 12 等順次に解説する所以は，数は一個の逓加より成れるに基く．故に必ず此旨意を以て解説すべしと雖，進歩せる生徒に向ては彼れ此れ酌量を加ふべきは勿論なり’と述べている．

(3)　宮川保全訳の幾何は，上述のごとくアメリカ物であり，代数は“代数新論”(フィックリンの訳)で，これもアメリカ物であった．

宮川保全訳：三角新論〔ブラッドボリー〕[3]

かような考察から，われわれはいうことができる．明治10年代においては，まだアメリカ数学の支配力が大きかった．その当時における，トドハンターやウィルソンの影響を，過大視してはならない．ことにユークリッドのごときは，存在権を確立しえたに止まり，決して広く採用されたのではなかった’と．

算術においていわゆる三千題流の弊害を生じたのもまた明治15年頃からで



乙丙各幾何

79 一円につき七俵の塩六百三十七俵を買ふ内三百六十六俵ハ一円につき六俵換に賣り其他ハ毎一俵十八銭に賣れり然れとも毎一俵各一銭つゝの運賃を拂ふ因て全利幾何

80 八十四里を隔ちたる東西の二邑より同時に相向て出立する者あり東の者ハ毎一時三里西の者ハ毎一時四里を進むときハ其出合ふ處ハ道程の中央を距ること幾何なるや

81 一月一日月曜日なるときハ翌年一月最初の月曜日ハ幾日に當るや 但平年

82 船あり靜水に於ける一時間の漕力

(68) [(150+65)÷122]×18÷5.　(69) 戸×55−156500.

(70) [720×2÷(650−490)]×550−720.　(71) (全+3221)÷2.

(72) $\left(\frac{1650}{3}+\frac{59400}{33}\right)$÷綿　(73) (全人+115×2)÷2＝甲.

(74) (25+48+3×2)×2×3.　(75) 55×30−350.

(76) $\frac{48}{2}$÷(3−1).　(77) $\overline{97+33}$÷2.

(78) 甲×2−5＝乙，乙×2−5＝丙.

(79) (366×100÷6)+(637−366)×18−$\overline{(637×100÷7+637×1)}$.

(80) $\frac{84}{2}$−$\left(\frac{84}{4+3}\times 3\right)$.　(81) (56)÷7　(82) $\frac{85}{17}$−3.　(83) (全−桶)÷450.

尾関正求：数学三千題(明治12)とその解式

あった．

西南戦争の後，ようやく日本の産業は進展しきたると同時に，中産階級の子弟らは，またとくに商工業に転業しえざりし士族の子弟らは，学問によって身を立てんとするものが，多くなってきた．しかも一方においては，中学校の数は激減され，入学試験は競争的とならざるをえなかった．

皮肉にも，それはペスタロッチ主義の輸入時代であった[1]．算術科の競争試験は，たんなる問題の不注意なる蒐集書たる

尾関正求：数学三千題(明治12)

およびその類書の出題によって，一層油を注がれた．算術問題の解法におけ る，解析的説明は疎んぜられて，‘ただ問題を解くこと益々多きを貴び，その問題の意味などには無頓着で，答さえ合えばそれでよい’——とは，当時の風潮であった．

いま試みに

尾関正求：実用数学新三千題，巻之六(明治20)

の中から，一，二の問題を抜いて見よう．

‘瓜の価は小なるときは高く，大いに成れば漸次下落すべし．今最初一個の価一銭にして，若干日の後其形二倍となりしとき，一個の価四厘なり．然るときは一倍三分の二なるときの価如何.’

‘三人の工匠あり．其日給甲一円，乙六十銭，丙二十銭なり．然るに故ありて各其価を減じ，甲は七十銭，丙は十八銭とす．然るときは乙幾何.’

‘午前五時の後，分針時針直角をなせし時，日出なりと云ふ．日没の時幾何.’

(1)　われわれは若林虎三郎，白井毅編纂“改正教授術”(明治16-17)において，算術および幾何教授についての直観主義の力説と，興味ある方法とに接したのであった．

教科書の飛躍的進展

84. 維新革命以来20年近くもなった時，政治上および社会上の諸変革は，ようやく一応完了するようになった．財政上の整理統一が進行し，金融および運輸の機関が発達普及を見るの時がきた．ここにおいて明治19年の紙幣整理を機会に，綿糸紡績業を中心として，新たなる産業は急激に生長を始め，生産様式は根本的に変革され出したのであった．

かくのごとき産業革命開始の時期は，また同時に，文部大臣森有礼が教育改造のために，努力する時であった．高等師範学校は設立され，師範教育は改造され，中学校は整理された．中学教員は免許状を有し，中等教科書は検定を要することとなった．中等教育は，その内容において，大なる進歩改善を見るの日が到達したのであった．

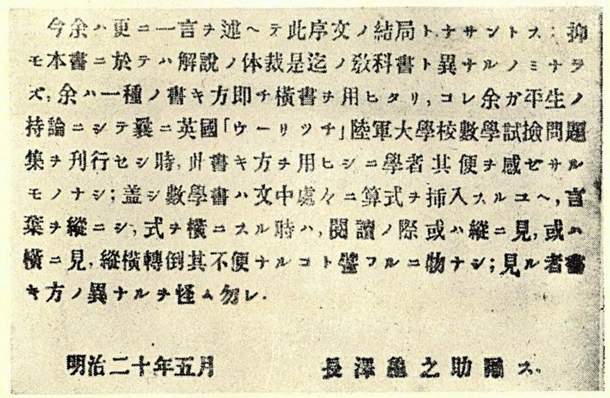
森有礼
Arinori Mori

かくて明治19年(1886)の中学校令によって，中学校は尋常中学校と高等中学校とに分たれた．ここに至ってわれわれは，考察を尋常中学校に限定しうることになったのである．

尋常中学校課程(数学)

学年	一年	二年	三年	四年	五年
一週時間数	4	4	4	4	3
課目	算術 幾何初歩	算術の復習 代数 幾何	代数 幾何	代数 幾何	代数 三角法

長沢亀之助
Kamenosuke Nagasawa


今余ハ更ニ一言ヲ述ヘテ此序文ノ結局トナサントス：抑モ本書ニ於テハ解説ノ体裁是迄ノ教科書ト異ナルノミナラズ；余ハ一種ノ書キ方即チ横書ヲ用ヒタリ，コレ余ガ平生ノ持論ニシテ曩ニ英國「ウーリッチ」陸軍大學校數學試撿問題集ヲ刊行セシ時，此書キ方ヲ用ヒシニ學者其便ヲ感ゼサルモノナシ；蓋シ數學書ハ文中處々ニ算式ヲ挿入スルコヘ，言葉ヲ縱ニシ，式ヲ横ニスル時ハ，閲讀ノ際或ハ縱ニ見，或ハ横ニ見，縱横轉倒其不便ナルコト譬フルニ物ナシ；見ル者書キ方ノ異ナルヲ怪ム勿レ．

明治二十年五月　　長澤龜之助識ス．

長沢，宮田：スミス代数学(明治20年7月出版)の序文

数学科程度

算術　比例及利息算．諸則の理由．

代数　积義．整数四則．分数．一次方程式．

自乗．開平開立．指数．根数．二次方程式．

準二次方程式．比例．差等級数．等比級数．調和級数．順列．組合．二項法．対数．

幾何　定義．公理．直線．直線形．円．面積．平面．立体角．角錐．角壔．球．円錐．円壔．

三角法　角度．三角法比．対数表用法．三角形．距離等の測法．球面三角法．

森有礼の教育改造は，また異常の飛躍を，中学校数学教科書の上に，もたらしたのであった．

そしてその飛躍は，外貌的には，‘横書き’数学書の形となって出顕したのであった．横書きの先鞭者[1]——少なくとも一般的に普及を見た数学書における——は，長沢亀之助(1860-1927)であった．明治20年(1887)7月出版の

長沢亀之助，宮田耀之助同訳：チャーレス・スミス氏代数学

は，横書きであり，しかも非常の流行書であった．つぎには

中条澄清訳：ホール・ナイト氏初等代数学．第一巻(明治20年，12月出版)

があった．

三上義夫にしたがえば，‘是より先き岡本則録は，文部省で数学教科書を横書きで刊行することを建議したが[2]，次官の地位にあつた神田孝平が，個人の仕事なら兎に角，官版としては面白くないと言ふので，許さなかつたと言ふことである．長沢及び中条に尋ぎて，菊池大麓は文部省から初等幾何学教科書を横書きで出版することになり，これから数学書の横書きが流行するに至つた．……’

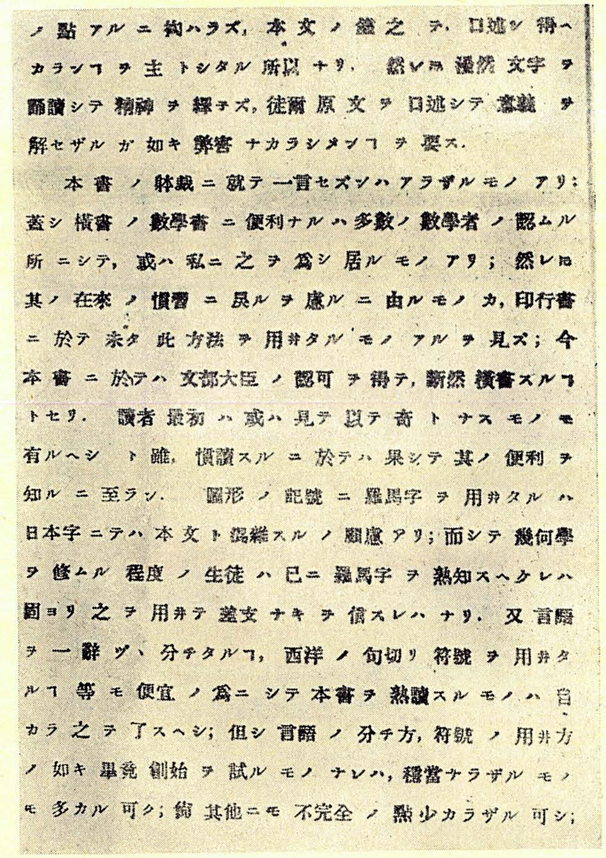
‘この数学書を横書きにする様になつたと言ふのは，それ自身余り重大な件と言ふでもなからうが，併し其始めて行はれた明治18年から20年の頃は，我国

（1）　数学書の横書きは，——中川は訳語統一論の先駆者である——

荒川重平，中川将行訳：幾何問題(明治8)解(明治12)

が最初であろう．これはイギリスのポッツ“ユークリッド”の問題とその解とを分けて2冊にしたもので，その解の方が横書きであった．これにつぐ単行書(雑誌は別として)は，長沢“ウーリッチ陸軍大学試験問題集”(明治19年7月)であろう．

（2）　明治15年頃であろうか．

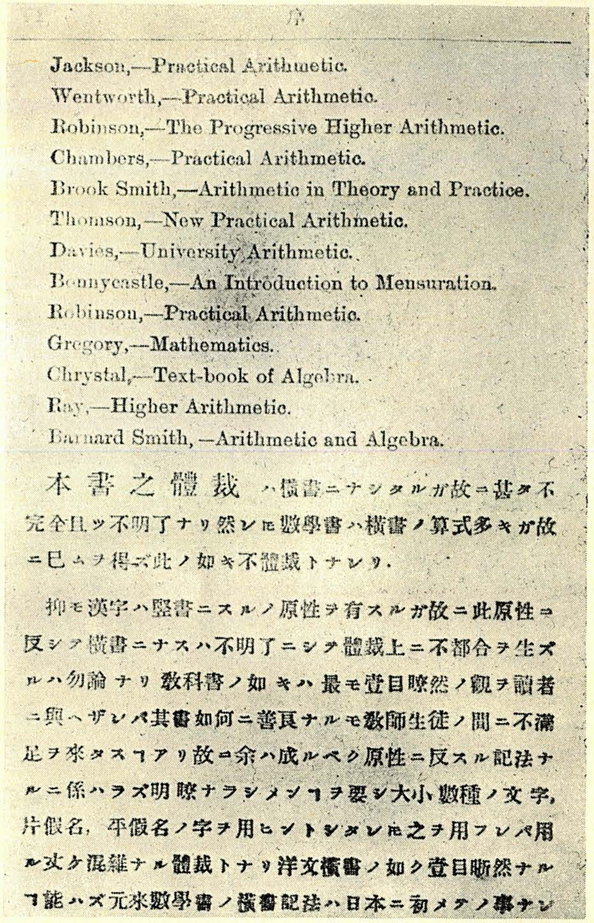

ノ點アルニ拘ハラズ，本文ノ儘之ヲ，口述シ得ヘカランヿヲ主トシタル所以ナリ．然レ𪜈漫然文字ヲ默讀シテ精神ヲ繹ネズ，徒爾原文ヲ口述シテ意義ヲ解セザルガ如キ弊害ナカラシメンヿヲ要ス．

本書ノ體裁ニ就テ一言セズンハアラザルモノアリ：蓋シ横書ノ數學書ニ便利ナルハ多數ノ數學者ノ認ムル所ニシテ，或ハ私ニ之ヲ爲シ居ルモノアリ；然レ𪜈其ノ在來ノ慣習ニ戻ルヲ慮ルニ由ルモノカ，印行書ニ於テ未タ此方法ヲ用ヰタルモノアルヲ見ズ；今本書ニ於テハ文部大臣ノ認可ヲ得テ，斷然横書スルヿトセリ．讀者最初ハ或ハ見テ以テ奇トナスモノモ有ルヘシト雖，慣讀スルニ於テハ果シテ其ノ便利ヲ知ルニ至ラン．圖形ノ記號ニ羅馬字ヲ用ヰタルハ日本字ニテハ本文ト錯雜スルノ顧慮アリ；而シテ幾何學ヲ修ムル程度ノ生徒ハ已ニ羅馬字ヲ熟知スヘケレハ固ヨリ之ヲ用ヰテ差支ナキヲ信スレハナリ．又言辭ヲ一辭ヅヽ分チタルヿ，西洋ノ句切リ符號ヲ用ヰタルヿ等モ便宜ノ爲ニシテ本書ヲ熟讀スルモノハ自カラ之ヲ了スヘシ；但シ言辭ノ分チ方，符號ノ用ヰ方ノ如キ畢竟創始ヲ試ルモノナレハ，穩當ナラザルモノモ多カル可ク；尙其他ニモ不完全ノ點少カラザル可シ；

菊池大麓：初等幾何学教科書
(明治21年9月出版)の序

の数学界に取つては，重大なる一転機の時代であつて，其時代の現象として，重視すべき必要があらうと思はれる．’

‘我国の諸学校から西洋人の影を潜めて，日本人だけで数学の教授が出来るやうになる．明治10年頃には，まだ和算家も可なり勢力があつたが，30年頃になるとずつと衰へてゐる．……又此等の情況と相待つて，数学教科書の良好なものが，続々現はれることになる．要するに我国に於ける西洋風の数学は，此



序

Jackson,—Practical Arithmetic.
Wentworth,—Practical Arithmetic.
Robinson,—The Progressive Higher Arithmetic.
Chambers,—Practical Arithmetic.
Brook Smith,—Arithmetic in Theory and Practice.
Thomson,—New Practical Arithmetic.
Davies,—University Arithmetic.
Bonnycastle,—An Introduction to Mensuration.
Robinson,—Practical Arithmetic.
Gregory,—Mathematics.
Chrystal,—Text-book of Algebra.
Ray,—Higher Arithmetic.
Barnard Smith,—Arithmetic and Algebra.

本書之體裁ハ横書ニナシタルガ故ニ甚タ不完全且ツ不明了ナリ然レモ數學書ハ横書ノ算式多キガ故ニ已ムヲ得ズ此ノ如キ不體裁トナレリ.

抑モ漢字ハ竪書ニスルノ原性ヲ有スルガ故ニ此原性ニ反シテ横書ニナスハ不明了ニシテ體裁上ニ不都合ヲ生ズルハ勿論ナリ教科書ノ如キハ最モ瞭目瞭然ノ観ヲ讀者ニ與ヘザレバ其書如何ニ善良ナルモ教師生徒ノ間ニ不滿足ヲ來タスヿアリ故ニ余ハ成ルベク原性ニ反スル記法ナルニ係ハラズ明瞭ナラシメンヿヲ要シ大小數種ノ文字，片假名，平假名ノ字ヲ用ヒントシタレモ之ヲ用フレバ用ル丈ケ混雜ナル體裁トナリ洋文横書ノ如ク瞭目斷然ナルヿ能ハズ元來數學書ノ横書記法ハ日本ニ初メテノ事ナレ

上野清: 近世算術(明治21年11月出版)の序

頃から整頓されたのである. 従て其後有力家が多く輩出して進歩の著しいもののあつたのは, 当然である. 横書きの始まつたと言ふのは, 此の一大転機の目標として発現した一現象であつたと見ても宜からう.'

しかもその当時はいわゆる欧化主義の時代であつた. '明治十八, 九年頃になると, 世の中は所謂鹿鳴館の舞踏時代で, 本校——女子師範, すなわ

ちいまの女子高等師範学校の前身である——の生徒も洋装して課業に就く事となり, 学校では舞踊を稽古した[1]' 時代であった.

'横書き'はもちろん便利上からのものであったが[2], しかしそれはあたかも欧化主義の表章であり, 産業革命の暗示であり, 数学そのものの進展への前徴であるかのように, その出顕を見たのであった!

85. かくて日本は, 第一次の産業革命と同時に, 数学教育の飛躍を見る. 私はまず**算術**から始めよう.

帝国大学星学教授寺尾寿(1855-1923)の

寺尾寿編纂: 中等教育算術教科書. 上巻(明治21. 20版, 明治25). 下巻(明治21. 13版, 明治24)

は, セレー, ブリオー等を参考とせる, フランス直系の理論的算術書であった(第57節). それは論理的に構成せられ, 定義, 定理として進んだ. 'ある数が5の倍数なるために必要にしてかつ十分なる要件は, この数の右の端の数字が5あるいは0なることなり'——こう言う調子であった. もし私の調査にして過なしとするなら, この書はその厳密さにおいて, セレーの算術書に優るとも言いうる.

寺 尾 寿
Hisashi Terao

そこには完全なる学術書の性質が, 具備されていた. それは, たといメレー, カントル, デデキンド等の無理数論を欠くとは言え, しかしながら当時にあっては, これを世界的に考えても, 有力なる算術書の一たるを失わなかったであろう. じつに日本の数学界にあっては, この書は算術の帝王であった.

(1) 国民教育奨励会: 教育五十年史の中,「明治初年の女子教育」(中川謙二郎).
(2) 松岡文太郎の数理学館発行『数学雑誌』(明治23)の中に, 社説として'横書は, 数学の進歩に関係せざれば, 之を採用せず' なる記述を見る.

この書は元来東京物理学校の教科書として，著わされたものである．東京物理学校は，もと東京大学物理学専門科(第79節を見よ)出身中の一団の人々によって，明治14年に創立された，フランス系の——少なくとも明治30年前後までは——専門の学校であった．

しかるに寺尾寿は数歩を進めた．彼はこの書によって，中等教育における三千題流の弊を一掃せんと試みたのであった．そして事実，この書はじつに一代を風靡したのである．それは専門教育を超えて，‘進んで普通教育領を蚕食し，その勢の猖獗なるに当っては，遂に小学教育内にまで闖入するに至れり’とは，藤沢利喜太郎の見たところであった．

しかしながら，算術を三千題流の弊から救い上げて，これを正当の位置に導くことは，いわゆる理論算術からはこなかった．いまやわれわれは，いわゆる‘理論’の洪水を見るのである．

続いて顕われた

野口保興編纂：理論応用算数学(明治24．8版，明治26.)

は，‘文部省検定済’になっているが，つぎのような問題を数多く載せている．

7にて整除し得べからざる数の立方冪は，7の倍数に1を加へたるものか，若しくは1を減じたるものに等し．

或数の凡ての約数中に於て，本数の平方根より大なるものの数と小なるものの数とは相等し．

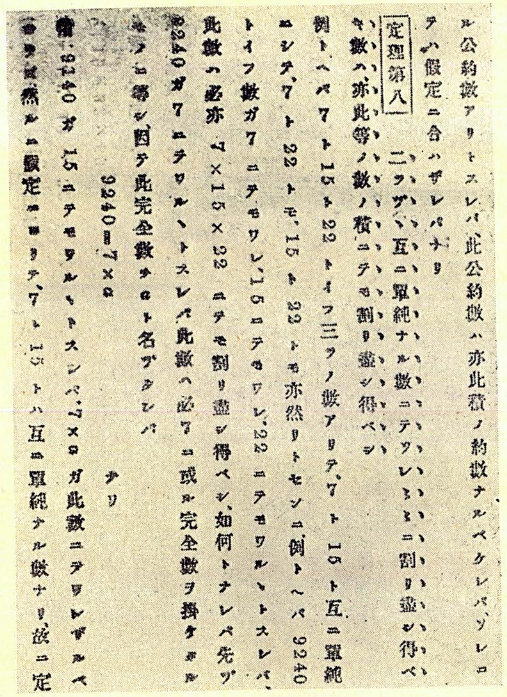
nを以て奇数とすれば，n^5-nは48にて整除し得べし．

二数互に素数をなすときは，其の平方冪の和及び差は互に素数をなすや否や．

また

上野清編纂：普通教育近世算術(明治21-22．11版，明治24)

は，むしろ英米流の教科書でありながらも，はなはだ理論的なる記載が多かっ


ル公約數アリトスレバ此公約數ハ亦此積ノ約數ナルベケレバ、ソレニテハ假定ニ合ハザレバナリ

定理第八　二ツ以上ノ互ニ單純ナル數ニテ割リ盡シ得ベキ數ハ亦此等ノ數ノ積ニテモ割リ盡シ得ベシ

例トヘバ7ト15ト22トイフ三ツノ數アリテ、7ト15ト互ニ單純ニシテ、7ト22トモ、15ト22トモ亦然リトセンニ例トヘバ9240トイフ數ガ7ニテモワレ、15ニテモワレ、22ニテモワルヽトスレバ、此數ハ必ズ7×15×22ニテモ割リ盡シ得ベシ、如何トナレバ先ヅ9240ガ7ニテワルヽトスレバ此數ハ必ズ7ニ或ル完全數ヲ掛ケタルモノニ等シ因テ此完全數ヲaト名ヅクレバ

9240＝7×a　ナリ

前ニ9240ガ15ニテモワルヽトスレバ7×aガ此數ニテワレザルベカラズ然ルニ假定ニヨリテ、7ト15トハ互ニ單純ナル數ナリ、故ニ定

寺尾：算術教科書(明治21)の1頁

た．‘理論は川の源流なり，応用は川の流道なり．故に源流なる理論を推究したる後ち，流道の堤防なる応用を確実にせざるべからず’と，編者は述べている．

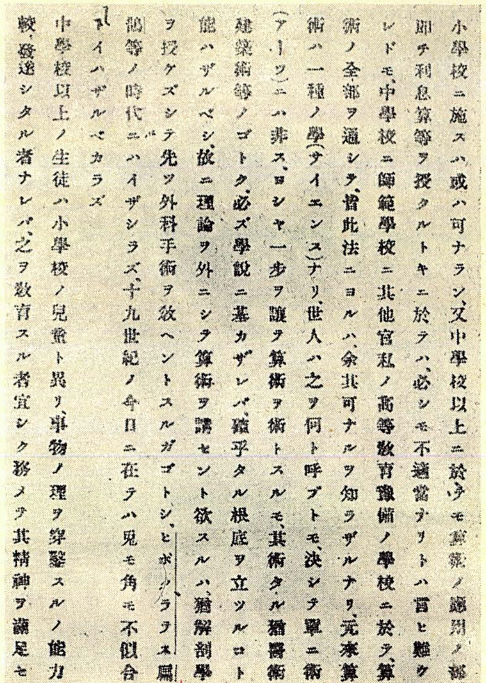
いわゆる理論算術の影響を明らかにするために，各種の試験における算術問題の二,三を観察して見る．

第三高等中学校予科第三級入学試験(明治24年8月)．

已約分数の分母は，必ず2及び5の因子より成るにあらざれば有限小数になる能はずといふ．之を証せよ．

高等師範学校入学試験(明治24年1月)

分数の分母に整数を乗ずるは，其分数を此整数にて除するに等しく，分数の分子に整数を乗ずるは，其分数に此整数を乗ずるに等し．其証如


小學校ニ施スハ或ハ可ナラン、又中學校以上ニ於テモ算術ノ區別ノ術
即チ利息算等ヲ授クルトキニ於テハ、必シモ不適當ナリトハ言ヒ難ク
レドモ、中學校ニ師範學校ニ其他官私ノ高等教育豫備ノ學校ニ於テ、算
術ノ全部ヲ通シテ、皆此法ニヨルハ、余其可ナルヲ知ラザルナリ、元來算
術ハ一種ノ學(サイエンス)ナリ、世人ハ之ヲ何ト呼ブトモ、決シテ單ニ術
(アート)ニハ非ス、ヨシヤ一歩ヲ讓ヲ算術ヲ術トスルモ、其術タル猶醫術
建築術等ノゴトク、必ズ學說ニ基カザレバ、確乎タル根底ヲ立ツルコト
能ハザルベシ、故ニ理論ヲ外ニシテ算術ヲ講セント欲スルハ、猶解剖學
ヲ授ケズシテ先ツ外科手術ヲ效ヘントスルガゴトシ、ヒポクラテス扁
鵲等ノ時代ニハイザシラズ、十九世紀ノ今日ニ在テハ兎モ角モ不似合
トイハザルベカラズ
中學校以上ノ生徒ハ小學校ノ兒童ト異リ、事物ノ理ヲ穿鑿スルノ能力
較、發達シタル者ナレバ、之ヲ教育スル者宜シク務メテ其精神ヲ滿足セ

寺尾：算術教科書の緒言

この頁はつぎの文章から続いたものである．

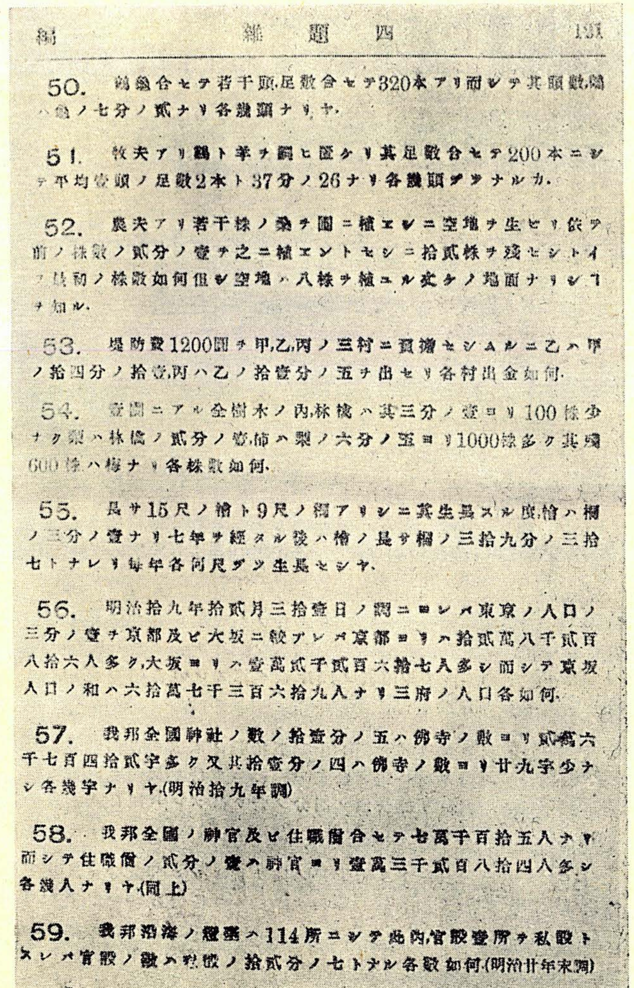
余熟ラ現今我ガ邦中等教育ヲ担任スルノ学校ニ於テ算術ヲ教授スルノ方法ヲ察スルニ率ネ皆理論ヲ度外ニ措キ，単ニ問題ヲ解クコトノミヲ事トスルガ如シ．従テ所謂算術教科書トイフモノモ多クハ唯問題集タルニ過ギズ．問題ハ固ヨリ甚ダ重要ノモノナリ．然レドモ絶エテ定義ヲモ授ケズ定理ヲモ証明セズ，唯問題ノミニヨリテ算術ヲ教ヘントスルハ，授業法ノ宜シキヲ得タルモノニ非ズ．此法ヤ之ヲ〔以下上掲の頁につづく〕

何．

小数を已約分数に化せよ．又循環小数($\dot{0}.37\dot{5}28$ の如き複雑のもの)を已約分数に化せ．

広島小学校教員検定試験(明治24年5月)

二数に於ける相加平均数は恒に其相乗平均数より大なり．其証如何．


編　雜題四　131

50. 鷄龜合セテ若干頭,足數合セテ320本アリ而シテ其頭數鷄ハ龜ノ七分ノ貳ナリ各幾頭ナリヤ.

51. 牧夫アリ鷄ト羊ヲ飼ヒ置クリ其足數合セテ200本ニシテ平均壹頭ノ足數2本ト37分ノ26ナリ各幾頭ヅツナルカ.

52. 農夫アリ若干株ノ桑ヲ園ニ植エシニ空地ヲ生セリ依テ前ノ株數ノ貳分ノ壹ヲ之ニ植エントセシニ拾貳株ヲ殘セシトイフ其初ノ株數如何但シ空地ハ八株ヲ植ユル丈ケノ地面ナリシコトヲ知ル.

53. 堤防費1200圓ヲ甲,乙,丙ノ三村ニ負擔セシムルニ乙ハ甲ノ拾四分ノ拾壹,丙ハ乙ノ拾壹分ノ五ヲ出セリ各村出金如何.

54. 壹園ニアル全樹木ノ内,林檎ハ其三分ノ壹ヨリ100株少ナク梨ハ林檎ノ貳分ノ壹,柿ハ梨ノ六分ノ五ヨリ1000株多ク其殘600株ハ梅ナリ各株數如何.

55. 長サ15尺ノ檜ト9尺ノ桐アリシニ其生長スル度,檜ハ桐ノ三分ノ壹ナリ七年ヲ經タル後ハ檜ノ長サ桐ノ三拾九分ノ三拾七トナレリ每年各何尺ヅツ生長セシヤ.

56. 明治拾九年拾貳月三拾壹日ノ調ニヨレバ東京ノ人口ノ三分ノ壹ヲ京都及ビ大坂ニ較ブレバ京都ヨリハ拾貳萬八千貳百八拾六人多ク,大坂ヨリハ壹萬貳千貳百六拾七人多シ而シテ京坂人口ノ和ハ六拾萬七千三百六拾九人ナリ三府ノ人口各如何.

57. 我邦全國神社ノ數ノ拾壹分ノ五ハ佛寺ノ數ヨリ貳萬六千七百四拾貳宇多ク又其拾壹分ノ四ハ佛寺ノ數ヨリ廿九宇少ナシ各幾宇ナリヤ.(明治拾九年調)

58. 我邦全國ノ神官及ビ住職僧合セテ七萬千百拾五人ナリ而シテ住職僧ノ貳分ノ壹ハ神官ヨリ壹萬三千貳百八拾四人多シ各幾人ナリヤ.(同上)

59. 我邦沿海ノ燈臺ハ114所ニシテ此內,官設壹所ヲ私設トスレバ官設ノ數ハ私設ノ拾貳分ノ七トナル各數如何.(明治廿年末調)

上野清：近世算術の1頁

異分母分数の加法を挙げて其原理を述べよ．

不全平方数の平方根は恒に不尽小数をなすと云ふ．其理如何．

私は故意とかような問題を探し廻ったのではない．かような問題の提出が，当時の趨勢であったのである．

代数においては，ロビンソンがようやくその最盛時を過ぎ，トドハンターが擡頭し始めたとき，早くもチャールス・スミスの小代数および大代数が流行し始めた．

それは種々の人々——長沢，上野，藤沢，佐久間文太郎，等々——によって訳されたが，その中もっとも広く行われたものは，

長沢亀之助，宮田耀之助同訳：チャーレス・スミス代数学(明治 20．22 版，大正 2)

であった．(第 199 頁)．それは内容はとに角，訳文は相当に良くできていた．これを僅々数年以前における長沢その人の訳文に比すれば，異常な進歩というべきであった．

かくてチャールス・スミスは，トドハンターやホール・ナイトらと共に，イギリスの形式的・受験的代数をして，日本の地において，そのもっともよき植民地を見出さしめたのであった．

試みにその当時の入学試験問題を掲げて見る．

第一高等中学校(明治 24 年 7 月)

1.　次の諸式の連乗積中 x^5 並びに x^3 の係数を求む．

$7x^3+12x^2-5x-9,\ x^6-4x^4+18x^2-6,\ 9x^2-5x+1.$

2.　次の等式を証明せよ．

$(a^2+b^2)(x^2+y^2)-(ax+by)^2=(ay-bx)^2.$

3.　次の式を最簡なる形に化せよ．

Dairoku Kikuchi

$$\left\{\frac{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}}-\frac{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}}{\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}}\right\}\div\left\{\frac{8}{\left(\frac{x+y}{x-y}+\frac{x-y}{x+y}\right)\left(\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}-2\right)}\right\}$$

4.　次の二式公約数を有するならば $p+q+2=0$ なることを証明せよ．

$x^3+px^2+qx+1,\ x^3+qx^2+px+1.$

5.　次の方程式を解け．

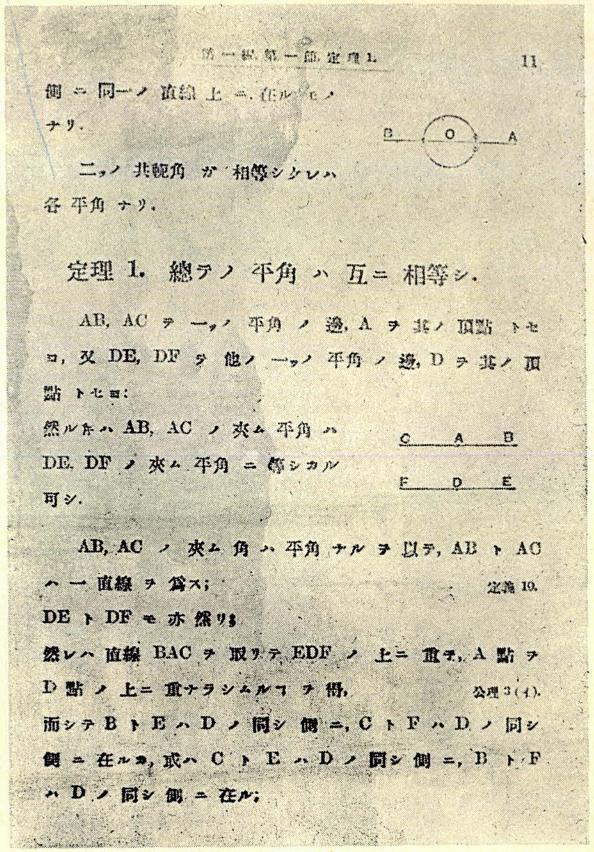
$(x+3)(y+5)=(x-1)(y+2),\ 8x+5=9y+2.$

6.　金子 111 円を甲乙丙三人に分配するに，甲の所得の 3 分の 1 は乙の 4 分の 1 よりは 4 円多く，丙の 5 分の 1 よりは 5 円多しと云ふ．甲乙丙の所得各幾何．

86.　**幾何**においては，有力なる大学教授菊池大麓(1855-1917)の苦心の作

菊池大麓編纂：初等幾何学教科書．平面部(明治 21-22．10 版，明治 31)．立体部(明治 22)

が顕われた．この書は，イギリス'幾何学教授改良協会'の"要目"(1874)を参考


第一編 第一節 定理 1. 11

側ニ同一ノ直線上ニ在ルモノナリ.

二ツノ共軛角ガ相等シケレハ各平角ナリ.

定理 1. 總テノ平角ハ互ニ相等シ.

AB, AC ヲ一ツノ平角ノ邊, A ヲ其ノ頂點トセヨ, 又 DE, DF ヲ他ノ一ツノ平角ノ邊, D ヲ其ノ頂點トセヨ:

然ルトキハ AB, AC ノ夾ム平角ハ DE, DF ノ夾ム平角ニ等シカルヘシ.

AB, AC ノ夾ム角ハ平角ナルヲ以テ, AB ト AC ハ一直線ヲ爲ス; 定義 10.

DE ト DF モ亦然リ;

然レハ直線 BAC ヲ取リテ EDF ノ上ニ重ネ, A 點ヲ D 點ノ上ニ重ナラシムルコトヲ得, 公理 3 (イ).

而シテ B ト E ハ D ノ同シ側ニ, C ト F ハ D ノ同シ側ニ在ルカ, 或ハ C ト E ハ D ノ同シ側ニ, B ト F ハ D ノ同シ側ニ在ル;

菊池：幾何学教科書の１頁

して著されたものであり，したがっていわゆる‘アッソシエーション’の幾何学，すなわち

A. I. G. T.: Elements of plane geometry

と類似している．(第 51 節参照)．

もしその相違の重要なる点を挙げるなら，

（1） アッソシエーションでは，作図題を最初から入れた．とくに幾何学的概念に親しませるために，作図を幾何よりも早く，または同時に始めよとの注意さえも与えられていたのであった．しかるに菊池大麓は，論理的取扱いを重んずる結果，作図を円の初等性質の後に廻したのである．

（2） アッソシエーションでは，ユークリッドの一般的比例論を後廻しにして，まず可約量の場合のみを初めにとり扱う方針であった．しかるに菊池は，ユークリッド流の一般的比例論を，——ド・モルガンとほとんど同様の方法によって——最初から，とり入れたのである．

かくてこの書は，イギリスにおける伝統的ユークリッドの正系児として，——‘アッソシエーション’よりも，より論理的に，より厳密なる形式をとりつつ——生れ出たのであった．しかも当時の日本の状態のもとにおいて，著者はたんに訳語のみならず，‘言葉遣い’に至るまでも，苦心せねばならなかった．

もちろんこの書は学術的意義において，イギリス的保守主義の上に立っている．そこにはイタリーにおけるがごとき，ユークリッドの近代的改造は見られなかった．しかしながら，この書はその厳密の度において，その洗錬の度において，‘アッソシエーション’に優るところの，当時における世界有数の初等幾何書たるを失わない．

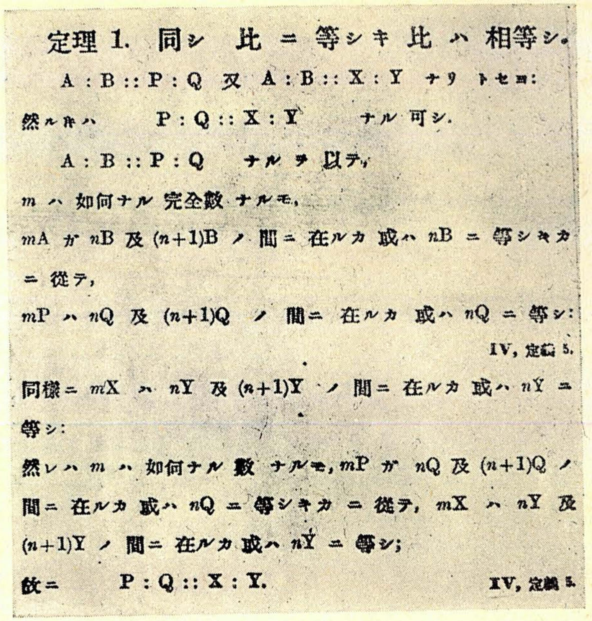
思えば，ルジャンドル型のアメリカ幾何学，あるいは折衷的なるウイルソン等の流行の時代において，いまやかくのごときユークリッドの正系が，当時日本数学の最高権威者の筆によって書かれ，文部省によって出版された．——私はイタリーにおけるクレモナの仕事を回想せざるをえないものである(第 60 節)．

菊池は，さらにこの書の精神を

幾何学講義．第一巻(明治 30)．第二巻(明治 39)

において説明するの労を厭わなかった．彼は

‘幾何学と代数学とは別学科にして，幾何学には自から幾何学の方法あり．濫に代数学の方法を用ゐる可からざるなり’



定理 1. 同シ 比 ニ 等シキ 比 ハ 相等シ.

$A:B::P:Q$ 及 $A:B::X:Y$ ナリ トセヨ:

然ルトキハ $P:Q::X:Y$ ナル 可シ.

$A:B::P:Q$ ナルヲ 以テ,

m ハ 如何ナル 完全數 ナルモ,

mA ガ nB 及 $(n+1)B$ ノ 間ニ 在ルカ 或ハ nB ニ 等シキカ ニ 従テ,

mP ハ nQ 及 $(n+1)Q$ ノ 間ニ 在ルカ 或ハ nQ ニ 等シ: IV, 定義 5.

同様ニ mX ハ nY 及 $(n+1)Y$ ノ 間ニ 在ルカ 或ハ nY ニ 等シ:

然レハ m ハ 如何ナル 數 ナルモ, mP ガ nQ 及 $(n+1)Q$ ノ 間ニ 在ルカ 或ハ nQ ニ 等シキカ ニ 従テ, mX ハ nY 及 $(n+1)Y$ ノ 間ニ 在ルカ 或ハ nY ニ 等シ;

故ニ $P:Q::X:Y$. IV, 定義 5.

菊池: 幾何学教科書の1頁

と述べた. また比および比例の理論の困難を語っては,

‘之を避けんとして, ゴマカシ的方法を用ゐるは, 教育上甚だ宜しからず. 凡て初歩の学科を授くるに当て, 困難なる条項を説くに, 尤もらしく而も其実推理上大欠点ある論法を用ゐる程, 不良なることなし. 欧米の教科書にも随分此例なきにあらず. 之を酷評せば初学者の知識の足らざるに乗じて, 之を詐騙するものと云ふべし. 教育上の害悪之より甚だしきものあらんや’

と叫んでいる.

この書は, 広くかつ強き, 刺激と影響とを与えたのみならず, 多くの中等学校の採用するところとなったのである. しかしながら, われわれはこの書の勢力を過重視してはならない. なぜなら, その前後から, この書の精神とは甚だ異るところの諸種の幾何学書が, 相当に行われていたのだから. たとえば

真野肇訳: ウイルソン平面幾何学(明治 20).

真田兵義訳: ショヴネー幾何教科書(明治 24).

長沢亀之助訳: ウェントウォース新撰平面幾何学(明治 28).

樺正董訳: ルーシェ, コンブルース普通平面幾何学教科書(明治 29).

上野清, 白井義督共訳: アミオ幾何学(明治 30)

等々.

そこにはまた批判の声も上がっていたのである. たとえば

長沢亀之助編纂: 中等教育幾何学教科書(明治 29)

の序において, われわれは読みうる.

‘定理の証明を, 徹頭徹尾文章にて記するは, 英書中ユークリッド派の流れに拘泥するの一弊たり. 実に冗長にして益なし. ……余は怪む, アッソシエーションの幾何学書が, 尚一歩を進めて, 証明の書き方を記号的にせざりしことを. ……アッソシエーション流の比例の理論は, 困難にして初学に通暁し易からざるは, 実地教育家の唱導する所なり. 依て余は比を無名数と見て論ずる方法に頼れり.’

三角法においては, トドハンターのほかに,

菊池大麓, 沢田吾一編纂: 初等平面三角法教科書(明治 26)

およびケージーの訳, たとえば

長沢亀之助訳: 初等平三角法(明治 21)

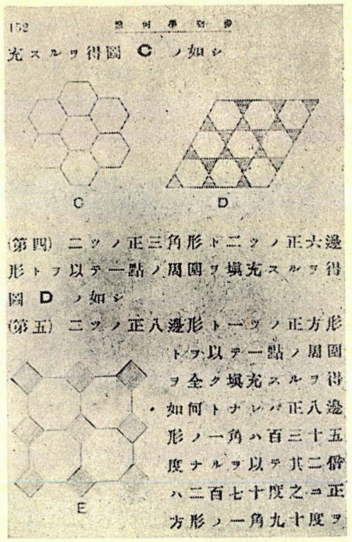
東野十治郎訳: 初等平面三角法教科書(明治 25)

等が行われた.

87. この頃から現代的な一, 二の新思想が, 数学教育の上に, 芽生えてきたのであった.

I. 幾何学初歩

当時の中学校教授要目によれば, 1学年では毎週1時間ずつ ‘幾何学初歩’ なるものが教えられていた. その教科書には, フランスのポールベールの訳, す


152

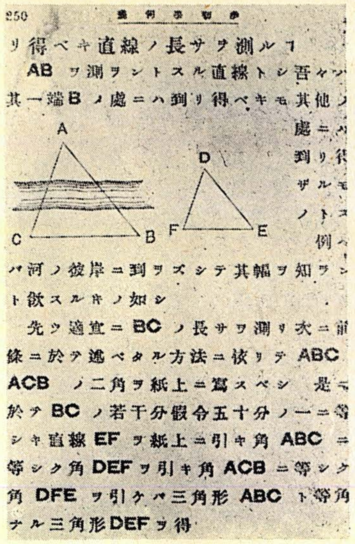
充スルヲ得圖 C ノ如シ

C D

(第四) 二ツノ正三角形ト二ツノ正六邊形トヲ以テ一點ノ周圍ヲ塡充スルヲ得圖 D ノ如シ

(第五) 二ツノ正八邊形ト一ツノ正方形トヲ以テ一點ノ周圍ヲ全ク塡充スルヲ得・如何トナレバ正八邊形ノ一角ハ百三十五度ナルヲ以テ其二倍ハ二百七十度之ニ正方形ノ一角九十度ヲ

E


250

リ得ベキ直線ノ長サヲ測ルコ

AB ヲ測ラントスル直線トシ吾々ハ其一端 B ノ處ニハ到リ得ベキモ其他ノ處ニハ到リ得ザルモノトス例ヘバ河ノ彼岸ニ到ラズシテ其幅ヲ知ラント欲スルトキノ如シ

先ヅ適宜ニ BC ノ長サヲ測リ次ニ前條ニ於テ述ベタル方法ニ依リテ ABC ACB ノ二角ヲ紙上ニ寫スベシ 是ニ於テ BC ノ若干分假令五十分ノ一ニ等シキ直線 EF ヲ紙上ニ引キ角 ABC ニ等シク角 DEF ヲ引キ角 ACB ニ等シク角 DFE ヲ引ケバ三角形 ABC ト等角ナル三角形 DEF ヲ得

高橋豊夫：幾何学初歩(明治 24)の 2 頁

なわち

数理社訳：実験幾何学初歩(明治 23)

——数理社は中条を中心とする——のほか，日本人の手になった

高橋豊夫編纂：幾何学初歩(明治 24)

——高橋は東京大学数学科第 1 回の卒業(明治 17)——があり，またイギリスの S. E. Warren：Primary geometry を基にせる.

長沢亀之助編纂：幾何学初歩教科書(明治 26)

等があった．これらはすべて，大体においては，平面図形と立体図形に親しましめ，簡単なる幾何学的概念を作るために，論理を強調せず，直観的・応用的要素を加味して作られたものであった.

‘其説く所極めて簡単平易を旨とし，且つ解し易からしめんが為め数字を用ゐたる問題，或は通俗の問題を諸所に掲載し，又幾何学応用の一章を編入し，之を学ぶの初学者をして，快楽の間知らず識らず幾何学の思想を得しむることを勉めたり’とは，高橋豊夫の序の一節であった.

しからば，‘尋常中学校課程中，幾何学初歩なる課目あり．抑該課目を加へたるの趣旨は何ぞや.’

菊池大麓は，上述せる高橋の書に与えた序文において，自ら問い，自らこれに答えている．‘夫れ代数学は，之に先立つ算術ありて，数又は加減乗除等の何ものなるや，生徒之を知る．故に生徒初めて代数学を学ぶに当ては，左まで困難ならず．然るに幾何学に於ては，其論法の大に異なるのみならず，其論ずる所の事物に付て，生徒の思想未だ明了ならず．之を授くること非常に困難なり．故に幾何学初歩なる課目を置き，生徒をして稍是等に関する思想を得せしむるは，授業上甚便宜なりとす．而して世間此趣旨を誤認する者有るは，甚嘆ず可きことなり.’

われわれはこの‘幾何学初歩’が，ついに葬り去られるの日を見るのである.

II. 函数概念

明治 10 年前後において，実用数学が，しかもジョン・ペリーその人の手によって，日本の地に移植されたことは，数学教育史上の一插話であろう．ペリーは明治 8-12 年(1875-79)の間，工部大学校の教師をした．彼はそこで方眼紙の使用を始めたのであった．彼自ら

‘1876 年までは，方眼紙は非常に高価なものであつた．それは重要な仕事をする幾人かの人々が使用するのみであつた．この年にエールトン教授と私とは，日本でこれを広く使用し始めた.’

と語っている.

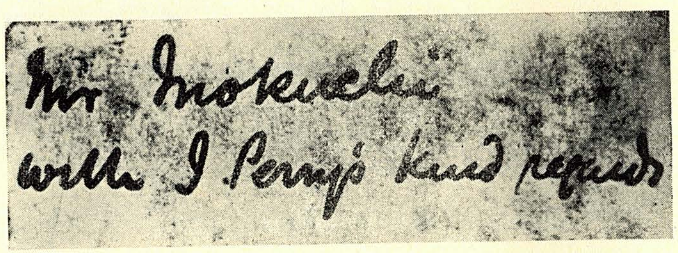
かくて工科方面の人々の中には，工科大学教授井口在屋(1856-1923)のごとき，ペリーの使徒もあった．たとえば

井口在屋：実用数学摘要(明治 35)

のごときは，さながらペリーの口吻である.

しかしながら，それは中等教育における数学とは，没交渉であった．グラフ

John Perry
日本にありし日(明治 8-12)の
撮影にかかるもの



ジョン・ペリーの筆蹟

とか，函数概念とかが，——たとい貧しき形においてなりとも——少なくとも中等教師の間に知られるようになったのは，フランスのボッスの代数の良訳が，出版されてからであろう．

千本福隆，桜井房記合訳：中等教育代数学(明治 22-24)．

そこには座標や函数概念が与えられていたが(第 227 頁)，それは微温的であ

り，ほとんどなんらの進展をも示さなかった．

またクリスタルの大代数が翻刻され，後には同じ人の小代数の訳

長沢亀之助訳：新著代数学(明治 34)

も顕われて，そこには方眼紙の使用をも見たが，人はこれを白眼視したと言いえよう．

新思想の芽は輸入されたが，しかしその育成のために，努力する熱意ある人々はいなかった．否．その当時における日本数学界は，これらの新思想に対して，正当なる価値判断を与えうるほどには，進歩していなかったのである．

数学教育の統一

88.　明治 19 年頃から開始された第 1 次の産業革命は，日清戦争を経て，益々日本の資本主義を発達させた．明治 19 年における制限的中学校令——中学校は一府県一校に限る——は撤廃されて，いまや急激なる中等教育の振興を見たのであった．

	明治 20	23	28	31	32	40
中学校数	48	55	94	169	188	285
生徒概数(単位 1 万人)	1	—	3	6	7	11

教科書または参考書の著者も，多く顕れてきた．菊池，上野，長沢，遠藤政之助，沢田吾一，竹貫登代太，松岡文太郎，樺正董，等々が．

そしていまやわれわれは藤沢利喜太郎——当時の大学教授であり菊池大麓が教育行政方面に転じてからは，日本数学界の独裁的権威であったとも言われる人物——について，語るの時がきたのである．

藤沢の数学教育上における仕事は，まず算術の改造から始まった．彼の主張は，

藤沢利喜太郎著述：算術条目及教授法(明治 28．2 版，明治 35)

によって，極めて明晰に表現されたのである．思うに，この書こそ，数学教育を，その正しい意味においてとり扱ったところの，日本最初の著述であろう．

藤沢利喜太郎
Rikitarô Fujisawa

そして彼の案は，具体化されて，

藤沢利喜太郎編纂：算術教科書(明治29．3版，明治40)．

同：算術小教科書(明治31．6版，明治40)

となった．また代数については，

同：初等代数学教科書(明治31．改訂2版，明治42)

が作られた．彼の数学教育全般に関する見解は，明治32年文部省夏期講習会の講義筆記たる

藤沢利喜太郎：数学教授法講義(明治33)

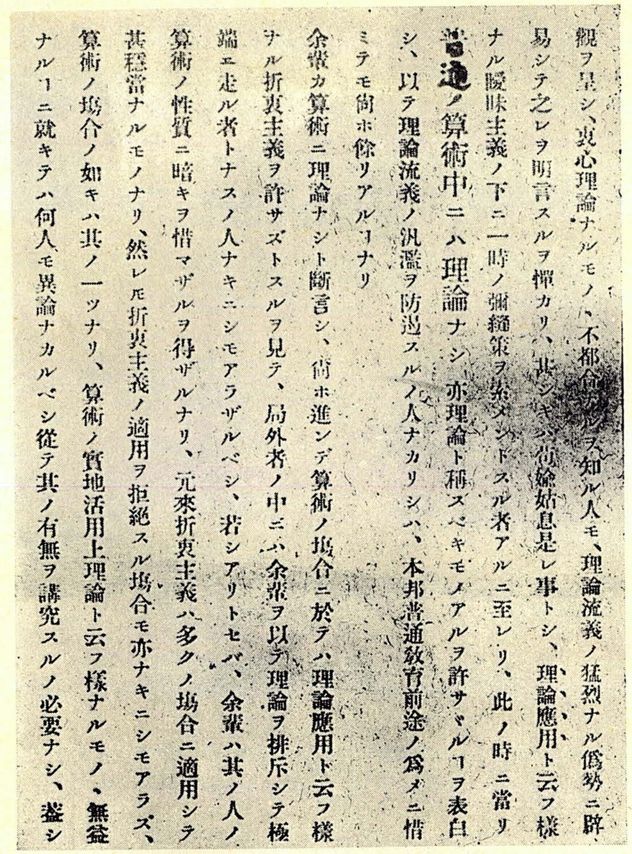
において，全面的に伺いえられるであろう．

I．算術に対する彼の意見

彼はまず，算術をもって純粋なる数学ではないと説いた．そして計算の熟練と実用的智識を与え，同時に緻密な思想を養成するために，いわゆる三千題流を斥けて，解析的説明を重んずると同時に，一方においてはいわゆる理論算術を，徹底的に排撃したのであった．

かくして彼が立案し具体化したところのものは，日本化せる英米流の算術であった．じつに彼の教育的興味と努力とは，彼の学殖識見と相待って，算術教育の上に，異常の成功をとげたのであった．この限りにおいて，彼は日本算術教育史上の大立物であったと言いうる．

(1) しかしながら，彼が計算の基礎を‘数え主義’に置いたとき，彼は余りに一面的に走り過ぎたのであった．思うに，数学の整数化的研究を続けていたク



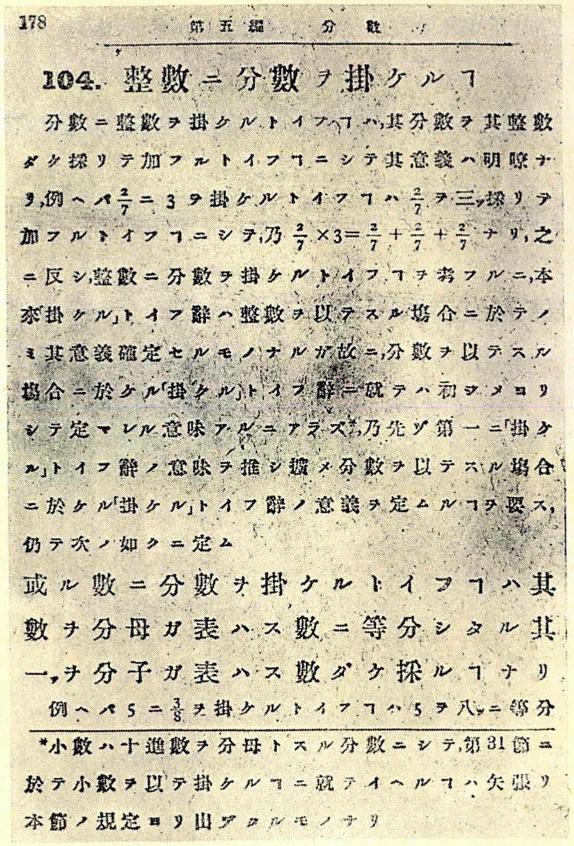
観ヲ呈シ、哀心理論ナルモノ、不都合ナルヲ知ル人モ、理論流義ノ猛烈ナル僞勢ニ辟、
易シテ之レヲ明言スルヲ憚カリ、甚シキハ苟偸姑息是レ事トシ、理論應用ト云フ様
ナル曖昧主義ノ下ニ一時ノ彌縫策ヲ求メントスル者アルニ至レリ、此ノ時ニ當リ
普通ノ算術中ニハ理論ナシ、亦理論ト稱スベキモノアルヲ許サヾルヿヲ表白
シ、以テ理論流義ノ汎濫ヲ防遏スルノ人ナカリシハ、本邦普通教育前途ノ爲メニ惜
ミテモ尚ホ餘リアルヿナリ
余輩カ算術ニ理論ナシト斷言シ、尚ホ進ンデ算術ノ場合ニ於テハ理論應用ト云フ様
ナル折衷主義ヲ許サズトスルヲ見テ、局外者ノ中ニハ、余輩ヲ以テ理論ヲ排斥シテ極
端ニ走ル者トナスノ人ナキニシモアラザルベシ、若シアリトセバ、余輩ハ其ノ人ノ
算術ノ性質ニ暗キヲ惜マザルヲ得ザルナリ、元來折衷主義ハ多クノ場合ニ適用シテ
甚穏當ナルモノナリ、然レ𪜈折衷主義ノ適用ヲ拒絶スル場合モ亦ナキニシモアラズ、
算術ノ場合ノ如キハ其ノ一ツナリ、算術ノ實地活用上理論ト云フ様ナルモノ、無益
ナルヿニ就キテハ何人モ異論ナカルベシ従テ其ノ有無ヲ講究スルノ必要ナシ、蓋シ

藤沢：算術条目及教授法の1頁

ロネッケルは，彼の師の1人であった．クニルリングおよびタンクの数え主義の唱導は，1884年であり，彼が留学から日本に帰ったのは，1887年(明治20)であった．

‘数え主義’を根拠とした彼は，直観主義を排撃した．彼の見たところでは，‘ペスタロッチの実物視主義が一大失敗を為’したのであった．同様に，彼は実験実測主義を排撃した．彼の‘講義’において，

‘英文にてはInternational educational seriesの第33巻に，The psy-


178　第五編　分數

104. 整數ニ分數ヲ掛ケルヿ

分數ニ整數ヲ掛ケルトイフヿハ,其分數ヲ其整數ダケ採リテ加フルトイフヿニシテ其意義ハ明瞭ナリ,例ヘバ$\frac{2}{7}$ニ3ヲ掛ケルトイフヿハ$\frac{2}{7}$ヲ三ツ採リテ加フルトイフヿニシテ,乃$\frac{2}{7}\times3=\frac{2}{7}+\frac{2}{7}+\frac{2}{7}$ナリ,之ニ反シ,整數ニ分數ヲ掛ケルトイフヿヲ考フルニ,本來「掛ケル」トイフ辭ハ整數ヲ以テスル場合ニ於テノミ其意義確定セルモノナルガ故ニ,分數ヲ以テスル場合ニ於ケル「掛ケル」トイフ辭ニ就テハ初メヨリシテ定マレル意味アルニアラズ,乃先ヅ第一ニ「掛ケル」トイフ辭ノ意味ヲ推シ擴メ分數ヲ以テスル場合ニ於ケル「掛ケル」トイフ辭ノ意義ヲ定ムルヿヲ要ス,仍テ次ノ如クニ定ム

或ル數ニ分數ヲ掛ケルトイフヿハ其數ヲ分母ガ表ハス數ニ等分シタル其一,ヲ分子ガ表ハス數ダケ採ルヿナリ.

例ヘバ5ニ$\frac{3}{8}$ヲ掛ケルトイフヿハ5ヲ八ツニ等分

*小數ハ十進數ヲ分母トスル分數ニシテ,第31節ニ於テ小數ヲ以テ掛ケルヿニ就テイヘルヿハ矢張リ本節ノ規定ヨリ出デタルモノナリ

藤沢：算術小教科書の1頁

chology of number and its application to the method of teaching arithmetic と題したる本があります．……

(註)．講習の当時予は此の書物を見ること能はざりし，唯其題名の恰好なるを以て之を聴講者に紹介せり．講習会結了後間もなく，余の手許に届きたる同書を一覧し，其算術教授法改良進歩近年の傾向とは全く背馳せる杜選の書物なることを発見せり……'

と批難せる上記の書こそ，アメリカにおける算術教授改造への一動機をなし

た，デュウイ，マクレランの共著(1895)であったのである(第65節参照)[1].

(2) さらに彼は算術から，幾何学的，代数的考察を放逐せんとした.

算術の'雑題を解くに，種々の図を用ゐらるる人もありますが，これは良くないことと思ひます．……一体問題を解くには思考力を要するものですが，これはなるべく外物の助けをからずにやる様にしなければなりません．……'算術の開平のところで，

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

となることを'説明するために，図を書いてやる人があります．……然し斯様な図は断然省いた方がよいです．……之は幾何学的の考を要し，且直線を以て数を表はし，面積を以て其積を表はすとして考へるので，幼少の生徒には解り悪いものです．つまり之は図を以て生徒を誤魔化し去るといふ嫌ひがありますから，断然図で説明することは廃したいと思ひます.'

また曰く

算術の中で'一次方程式に似たことをやらせるものがあります．例へば

$$(3\times\triangle+7)\div5=5$$

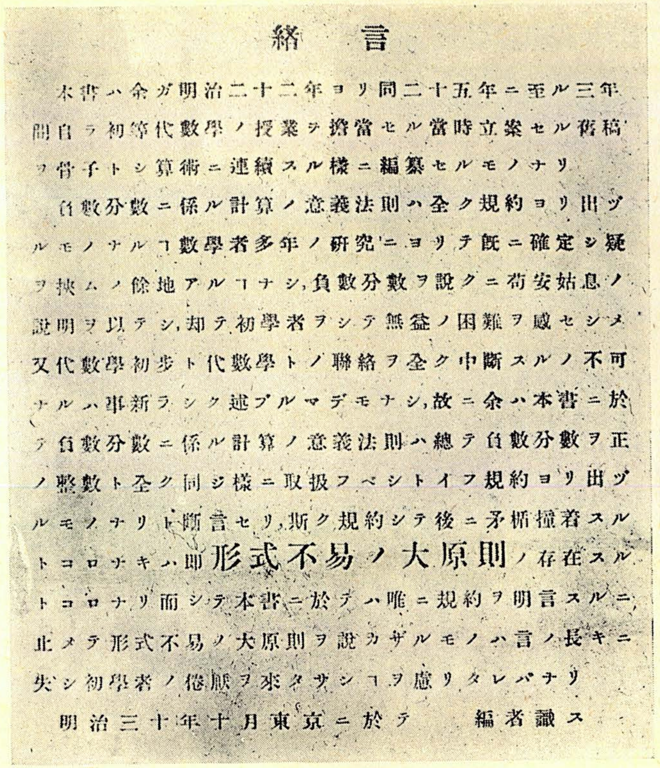
の式に於て，△の値を求むと云ふ様なことです．これは……一つの方程式であります．これを初歩の生徒に課することは，断然廃さなければなりませぬ.'

II. 代数に対する彼の意見

藤沢利喜太郎の代数教科書は，また一代の名教科書であった．彼は代数を数

(1) 後に東京高等師範学校の佐々木吉三郎は，クニルリングの書の解説として，
数え主義算術教授法真髄(明治 38-39)
を著わしたが，その序文の一節をこれに抜萃する．読者はとくに終りの方に注意せられたいと思う．

'思ふに，我が国に，数へ主義を紹介せられたるは，余等の記憶する所によれば，東京高等師範学校教授波多野貞之助先生が，算術教授法を，学生に授けられたるを，最も早しとすべく，他方に於て，文部省開設の夏期講習会に於て，東京帝国大学教授理学博士藤沢利喜太郎先生が，此の主義を紹介せられたるが如きも，大に普及を助けたるものなるべしと信ず．両先生は，数へ主義を，我が国に紹介し鼓吹せられたる人々にして，実に，我が国の数へ主義の恩師なり．……友人富永岩太郎君"数の心理及び算術教授法"を著はし，主として，"米国教育叢書第三十三巻，同名の書"によつて，解説し，"一名，数へ主義の原理"として，世に公けにせられたり……'



緒　言

本書ハ余ガ明治二十二年ヨリ同二十五年ニ至ル三年間自ラ初等代數學ノ授業ヲ擔當セル當時立案セル舊稿ヲ骨子トシ算術ニ連續スル樣ニ編纂セルモノナリ

負數分數ニ係ル計算ノ意義法則ハ全ク規約ヨリ出ヅルモノナルヿ數學者多年ノ研究ニヨリテ既ニ確定シ疑ヲ挾ムノ餘地アルヿナシ,負數分數ヲ說クニ苟安姑息ノ說明ヲ以テシ,却テ初學者ヲシテ無益ノ困難ヲ感セシメ又代數學初步ト代數學トノ聯絡ヲ全ク中斷スルノ不可ナルハ事新ラシク述ブルマデモナシ,故ニ余ハ本書ニ於テ負數分數ニ係ル計算ノ意義法則ハ總テ負數分數ヲ正ノ整數ト全ク同ジ樣ニ取扱フベシトイフ規約ヨリ出ヅルモノナリト斷言セリ,斯ク規約シテ後ニ矛楯撞着スルトコロナキハ即**形式不易ノ大原則**ノ存在スルトコロナリ而シテ本書ニ於テハ唯ニ規約ヲ明言スルニ止メテ形式不易ノ大原則ヲ說カザルモノハ言ノ長キニ失シ初學者ノ倦厭ヲ來タサシヿヲ慮リタレバナリ

明治三十年十月東京ニ於テ　　編者識ス

藤沢：初等代数学教科書の緒言

育的にした．彼は文字の意義用法を十分に理解させた後に，初めて負数をとり入れた．彼は‘整然たる，終始一貫したる精神ある’トドハンターを称賛して，チャールス・スミスを排斥した．日本の代数教育は彼に負うところ極めて大なるものがある．

しかしながら，彼はピーコック，ド・モルガンあるいはハンケルの使徒として，形式不易の原則を高調し，負数分数に係わる計算法則をすべて‘規約’と見なしたとき，そこには発生的心理的要素が忘れられた．それは代数を形式化し，固定化した．さればこそ彼は函数概念の導入を排撃したのであった．

‘初等代数に於てでさへ，“比例する”といふことは，論じませぬ．……此中にバリエーションと云ふものが入つてゐます．此はたとひ中学校程度のみならず，もつと高い程度の代数にも入れない様に致したいと思ひます．現に高等学校の数学教師の中にはバリエーションは肝要なりと云ふ人もありますが，それは物理学に携はる人の云ふことで，そんなことは取るに足らぬ説であります．’

函数概念などは，物理方面への応用等と相待って，彼の一掃するところであった．グラフなどは，もちろん完全に，黙殺されたのである．

III．幾何に対する彼の意見．

藤沢利喜太郎は，幾何学に三つの流派ありとして，

ユークリッド流またはイギリス流．フランス流(ルーシェ，コンブルスを代表とするもの)．ドイツ最新流(ヘンリッチ，トロイトラインを代表とするもの)

を挙げた．そして‘わが国に適する幾何学の流派’は，ユークリッド流でなければならぬ．‘日本の人は残らず菊池さんの幾何の流に従ふものとして’，幾何教授が考察されたのであった．恐らく彼にとっては，算術は理論的であってはならないのであり，また初等代数では，‘比例する’ということを論じないのである．したがって‘それにつけても，幾何学の比例の所を，是非とも厳密にやりたいと思ひます．’じつに彼に向っては，

‘幾何学に於ては，……，秋毫だも苟安を許さず，徹頭徹尾厳密なる論理法に拠らざるべからざるなり．されば幾何学に於ては，極めて明らかなる事柄も，之を証明する道行を索むる為めに，非常に苦心することあるは，決して珍らしからず．測量等に幾何学を実地応用することは暫く措きて論ぜず，幾何学が普通教育の一大目的たる精神的鍛錬上功能あるは実に焉にありて存す’

るのであった．

それゆえに，刃は当時の‘幾何学初歩’に対して，向けられた．

‘昔は幾何学初歩と云ふ様な曖昧なものはなかつたのですが，其後幾何学の教授法は困難である．何とか之に入り易くする法はあるまいかと言ふことから，フランスのポールベールが尽力して，幾何学初歩と云ふものをやつたのです．其時分には我国の状況は将に定まらんとし，外国の真似を仕様と云ふ時代でありましたから，これも亦我国へ入つたのです．思ふにこれの一番蔓つた国は日でありませう．’[1]

‘能く幾何学初歩にて成功したと云ひますが，それは誤つて成功したのでせう．……幾何学初歩はまだ一定して居ませぬから，何でもよからう．幾何の本当のことをやらぬものならば，極端に云ふと，其時間にて歴史などをやつても善い位です．或は幾何の定理を無暗に読ませても何うかと思ひますが[2]，何れもこれ等は窮策です．然るに外には仕方がありませぬ．……故に今度の細目[3]には，“幾何学初歩は全く之を廃し”と云つてあります．此全くと云ふ言葉には，随分意味のあることであります．’

幾何学初歩を葬り去った彼は進んで言う．

‘中学校では第三年級より幾何を教授し，第二年級などでは，決して之を教授しないと云ふ様に致したい．’

89. 菊池および藤沢らの数学教育論は，‘日本’数学教育の統一を目標として，進んだのであった．じつに明治維新の国民的統一によって，覚醒の端緒をえたる国民的自覚は，日清戦争を経て，完全なる国民的統一意識にまで発展したのであった．かくて明治30年前後から，教育問題が国民的課題となってきた．そして明治32年に**中学校**は，その拡張と共に，内容の改善を期することになった．35年には教授要目が公布されたのである．

いまこれを数学科について見るに，まずそれは各分科別に，微細な点にわた

(1) 読者はここに，1882年(明治15)のドイツの学制改革，およびそれ以前のオーストリーにおける，直観幾何について，回想せられたい．(第54-55節参照)．
(2) 読者はここに至って，本書第25頁および第58頁を再読せられたい．
(3) すぐつぎの第89節を見よ．

る細目が排列されている．幾何学初歩は全廃され，幾何は3学年に至って初めて教授される．——この分科主義的・論理主義的・教授細目こそ，じつに，厳密なる意味においての，日本数学教育統制の最初のものとして，出顕したのであった！

明治35年実施中学校教授要目

第一　算術

第一学年　毎週四時

緒論(命数法，記数法，小数)．整数及び小数(加減乗除)．諸等数(時間，メートル法度量衡，尺貫法度量衡，本邦貨幣，外国度量衡及貨幣．諸等通法及命法，諸等数の加減乗除，英国度量衡及貨幣，其の他十進法に依らざる複雑なる諸等数は分数の中或は分数の後に於て便宜之を授くることを得)．整数の性質(可約性，素数，約数，最大公約数，最小公倍数)．分数(分数の主要なる性質，約分，通分，分数を小数に化すること，分数の加減乗除)．比及比例(比，比例)．

第二学年　毎週二時

比及比例の続き(連鎖法，比例配分，混合)．割合(総説，歩合算，利息算，其他割合に関聯する日用諸算)．冪及根(自乗冪及平方根，三乗冪及立方根，求積)．

第二　代数

第二学年　毎週二時

緒論(記号の定義，代数式，結合の法則，定義の拡張，負数)．整式(加減乗除)．方程式(一元一次方程式)．

第三学年　毎週二時

方程式の続き(多元一次の聯立方程式)．整式の続き(分配に関する公式，因数，最大公約数，最小公倍数)．分数式(分数の基本性質，約分，通分，分数の加減乗除)．方程式の続き(一次式に帰せしむることを得

べき一元方程式，二次式に帰せしむることを得べき一元方程式，二次方程式を含みたる聯立方程式，方程式の解法に関する釈義）．

第四学年　毎週二時

無理式（指数定義の拡張，無理数，無理数に近似する有理数）．比及比例（不名数の場合，量の場合，不尽数）．級数（等差級数，等比級数）．順列及組合．二項式定理（正整数なる指数の場合）．対数（対数の基本性質，対数表）．

第三　幾何

第三学年　毎週二時

緒論．直線（角，平行線，三角形，平行四辺形）．円（円の基本性質，中心に於ける角，弦，弓形に於ける角，切線，二つの円，軌跡）．

第四学年　毎週二時

円の続き（内接形及外接形）．面積（直線形，面積の等同）．比例（等しき比の定義，此定義より派出せる一般の定理）．比例の応用（比例線，相似形）．

第五学年　毎週二時

比例の応用の続き（面積，軌跡）．平面（直線及平面，立体角）．多面体（角壔，角錐，正多面体）．曲面体（球，円壔，円錐）．

第四　三角法

第五学年　毎週二時

角の測り方（六十分法）．円函数（鋭角の円函数，円函数相互の関係，余角の円函数，特別なる角の円函数，真数表）．直角三角形の解法．円函数の続き（円函数の一般の定義，円函数相互の関係，円函数の符号及大さの変化，負角の円函数，補角の円函数）．角の和に対する公式（二つの角の和及差の円函数，倍角及分角の円函数，円函数の積に対する公式，円函数の和及差に対する公式）．三角形の辺と角の円函数との関係．対数表の用法．三角形の解法．高さ距離等の測法及之に関する実習．

さていかなる根拠によって，この要目は作製されたのか？　そこには何らの理由も挙げられてはいないが，しかしこの要目にもっとも近い当時の教科書を探し求めて，私はつぎのものを見出しえたのである．

算術：藤沢．　代数：藤沢．　幾何：菊池．

三角法：ケージー，トドハンター，菊池・沢田．

この要目には，さらに‘教授上の注意’が附いている．それはあたかも菊池および藤沢の口吻，その儘であった．一例として‘注意七’を引こう．

‘幾何を授くるには論理の厳格を重んずべし．例へば比例論を授くる場合の如き，濫に簡易に就かんとする為，之を省略し若くは之を曖昧に附し去る弊に陥らざらんことを要す．但し生徒学力の態度に依り，一時之を仮定して後廻しとなすは妨なし．’

かくて日本の中学校における数学教育は，ここに統一されたのであった．そして各府県における小学校教科書審査会において，‘教育史上じつに塗抹すべからざる大汚点’を顕出したために国定教科書の出版に決したのも，またこの注意すべき明治35年であった．

明治35年は1902年に当る．それは欧米諸国においては，数学教育の改造運動が，すでにその鋒火を上げた時機であった．イギリスにおけるペリーの劃期的講演は，1901年に行われた．フランスにおける中等教育の近代的改造は，1902年に行われた．アメリカにおける有名なるムーアの講演は，1902年に行われた．すでに動きつつあったドイツの，数学教育における根本的改造は，眼前に迫りつつあったのである．

しかもこの時機において最初の統一を見た日本の数学教育は，文部大臣菊池大麓のもとに，大学教授藤沢利喜太郎らの所説にしたがって，欧米の改造運動とは，余りにもその方向を逆にしたものであった．その精神は真摯であり，そ

の方法は着実ではあったが，しかしその方向は世界の大勢に逆行せるものであった．菊池，藤沢の根本思想こそ，ジョン・ペリーが徹底的に打破せんとしたところの，旧きイギリスの伝統的型式ではなかったか？

明治35年，日英同盟の成った日は，また同時に日本の数学教育が，イギリスの伝統的数学教育と堅く握手するの日であった．