

氏名（本籍）	おさ だ とも 長 田 朋（神奈川県）
学位の種類	博士（理学）
学位記番号	甲第1205号
学位授与の日付	2020年3月17日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
学位論文題目	<b>Quantum dynamics on complex quantum networks and its simulation using periodically driven systems</b> (複雑量子ネットワークにおける量子ダイナミクスと周期駆動系によるシミュレーション)

論文審査委員 (主査) 教授 二国 徹郎  
教授 徳永 英司 嘱託教授 蔡 兆申  
准教授 佐中 薫 教授 渡邊 昇  
国立情報学研究所 教授 根本 香絵

## 論文内容の要旨

本論文は、一般の閉じた離散量子系のうち、準位間の複雑な遷移を含むような系を複雑量子ネットワークと定義し、その上での量子ダイナミクスの解析およびその量子ダイナミクスを周期駆動下にある量子系を利用して実験的にシミュレートする方法について理論的に研究し、まとめたものである。まず、量子計算科学の観点から、複雑量子ネットワークが量子探索アルゴリズムを実装する系として有用であるかを解析した。具体的には、強束縛近似ハミルトニアンを使った量子探索アルゴリズムについて解析し、ハミルトニアンが持つ構造的な特徴と量子探索アルゴリズムの時間発展の相関を調べた。また、複雑な構造を持つ強束縛近似ハミルトニアンのもとでの時間発展を実験的に再現する方法として、光導波路を用いた方法と、量子スピンの多体系を用いた方法を提案した。特に、時間周期的にパラメータが変化するハミルトニアンの一周期分の実効ハミルトニアンの中に、複雑な構造を持つ強束縛近似ハミルトニアンが現れることを示した。以下に本論文の各章の概要を述べる。

序章では、研究の背景とその中での本論文の意義について述べる。近年の量子制御技術の発展によって、単一の原子・イオンや超伝導量子ビットなどの人工原子を高精度で制御し、さらにそれらを相互作用させて量子多体系を作製することが可能になってきている。この

ような技術は量子コンピュータなどの実現に向けて必要不可欠であり、より高次元の量子多体系をいかに作製し高精度に制御するかが重要な課題となっている。一方で、高い量子制御技術と高次元の量子多体系を用いれば単純な周期格子構造を超えた、ランダム性や長距離相互作用を持つ量子系が実現可能であると考えられている。そのような系は「複雑量子ネットワーク」と呼ばれ、それを量子情報技術に応用する研究や、新規な物性を探求する研究が盛んに行われている。そのような背景のもとで、本論文は複雑量子ネットワークを重要な量子情報技術の一つである量子探索アルゴリズムに利用する方法について解析を行う。量子探索アルゴリズムとは、 $N$ 次元の離散量子系の上で 1 粒子を  $t = \sqrt{N}$  の時間だけ時間発展させ、特定の状態に収束させることでその状態を検出する量子アルゴリズムである。この解析によって、複雑量子ネットワークにおける量子ダイナミクスについての新たな知見が得られるか、複雑量子ネットワークに量子情報技術への応用面での利点があるかを議論する。さらに、本論文では複雑量子ネットワークにおけるダイナミクスを実験的に確認する方法についても提案する。周期駆動下にある光導波路系や量子スピン系を用いることで、現在の実験技術でも実装可能な条件で複雑量子ネットワークにおけるダイナミクスをシミュレートできることを示す。

第二章では、本論文の解析の基礎となる量子力学系の定式化とネットワーク理論についてまとめた。閉じた離散系を設定し、強束縛近似ハミルトニアンや量子スピン系のハミルトニアン、周期駆動系のハミルトニアンを解析する方法を述べた。また、ネットワーク理論およびグラフ理論を概説し、複雑ネットワークの一般的な解析方法と本論文における解析の関連を記述した。

第三章では、複雑量子ネットワークにおける量子探索アルゴリズムについての解析結果をまとめた。まず、具体的な系として 1 粒子が離散系をホップする強束縛近似ハミルトニアンを設定する。ただし、ハミルトニアンの行列要素が、ネットワーク理論におけるスモールワールド性を持つ場合と、スケールフリー性を持つ場合の 2 種類について設定した。ハミルトニアンが非近接の行列要素を多数含む場合がスモールワールド性に対応し、ハミルトニアン行列の各行の和がべき乗則の分布に従う場合がスケールフリー性に対応する。これらのハミルトニアンを用いて、シュレディンガー方程式を数値的に解く、固有状態の性質を調べるなどの解析を行い、量子探索アルゴリズムの時間発展とハミルトニアンの構造との相関を調べた。結果として、スモールワールド性を持つハミルトニアンでは、非近接の行列要素の数がある閾値を超えると、1 粒子が拡散・干渉する効率が高くなり、 $t = \sqrt{N}$  の時間で完了する高速な量子探索アルゴリズムが実現できることを示した。一方、スケールフリー性を持つハミルトニアンでは、量子探索アルゴリズムが完了する時間がネットワーク理論における近接中心性と呼ばれる量と強い相関を持つことを新たに示した。以上の結果から、スモールワールド性を持つ複雑量子ネットワークは量子探索アルゴリズムに特に有用であることがわかった。また、スケールフリー性を持つ複雑量子ネットワークを考えることで量子探索アルゴリズムの新たな性質を示すことができた。

第四章では、光導波路系と量子スピン系を用いて複雑量子ネットワークにおける量子ダイナミクスをシミュレートする方法を提案し、その理論的な解析結果を示した。1 つ目の系

として、複数の光導波路を近接場結合したデバイスに、単一光子または二光子状態を入射する状況を考えて。このとき、光導波路が伝搬方向に対して波打つような構造として作製することで、周期的に近接場結合強度が変化するように設計する。この系が時間周期性を持つ（周期駆動下にある）強束縛近似ハミルトニアンとして解析できることを利用し、Floquet理論を用いることで、その実効ハミルトニアンが複雑量子ネットワークとしてとらえられる非近接の行列要素を含むことを数値計算によって示した。さらに、実験的な実装の準備として、高効率な単一光子および二光子状態を生成する実験系について述べた。2つ目の系として、時間結晶相にある量子スピンの多体系におけるスピン状態のダイナミクスを考えた。ここでの時間結晶相とは、Ising 相互作用するスピン-1/2 系に、周期的に横磁場を掛けることで、多数のスピンが向きをそろえながら回転する非平衡の定常状態のことを指す。この系において横磁場を適切に調節した上で、Floquet 理論を用いて実効ハミルトニアンを導出すると、それがスケールフリー性を持つハミルトニアンになることを示した。以上の解析によって、周期駆動下にある量子系を用いることで複雑量子ネットワークにおける量子ダイナミクスが再現できることを示した。

第五章では、本論文の要約および結論をまとめた。本論文では、複雑量子ネットワークとして分類される量子系について説明し、それらの系における量子探索アルゴリズム、すなわち量子情報技術分野における応用を解析した。さらに、複雑量子ネットワークにおける量子ダイナミクスをシミュレートする方法を、周期駆動下にある光導波路系と量子スピン系を用いて具体的に提案し、理論的に解析した。

## 論文審査の結果の要旨

本論文では、標記 6 名の審査委員で構成する審査委員会を組織し、提出された学位論文について審査を行った。審査委員会では、学位申請者より学位論文の内容、あるいは前回審査における指摘事項に対する対応結果について説明し、その後、質疑応答を実施することで、博士論文として満たすべき条件や必要な修正点を確認する、という形式で進めた。

第 1 回審査では、申請者より学位論文の内容に関する約 60 分間の講演の後、論文内容を中心に約 60 分間の口頭試問を行なった。講演には、まず研究の背景と目的を述べた後、3つのパート 1, 2, 3に分けて研究内容を紹介し、結論を述べるという構成で行った。研究の背景ではまず本論文の主要課題である一般の閉じた離散量子系の中で、準位間の複雑な遷移を含むような複雑量子ネットワークにおける量子ダイナミクスの概要について述べ、その量子ダイナミクスを周期駆動下にある量子系を利用して実験的にシミュレーションする方法についての解説を行った。講演のパート 1 では、ハミルトニアンの行列要素が、ネットワーク理論におけるスモールワールド性を持つ場合を設定し、ハミルトニアンが非近接の行列要素を多数含む場合がスモールワールド性に対応して、シ

シュレディンガー方程式を数値的に解いて固有状態の性質を調べるなどの解析を行った。結果として、スモールワールド性を持つハミルトニアンでは、非近接の行列要素の非ゼロ項の数がある閾値を超えると、1粒子が拡散・干渉する効率が高くなり、 $t=\sqrt{N}$ の時間で完了する高速な量子探索アルゴリズムが実現できることを示した。

講演のパート2ではハミルトニアンの行列要素が、スケールフリー性を持つ場合について設定し、量子探索アルゴリズムの時間発展とハミルトニアンの構造との相関を調べた。結果として、スケールフリー性を持つハミルトニアンでは、量子探索アルゴリズムが完了する時間がネットワーク理論における近接中心性と呼ばれる量と強い相関を持つことを新たに示した。以上の結果からスケールフリー性を持つ複雑量子ネットワークを考えることで量子探索アルゴリズムの新たな性質を示すことができた。講演のパート3では光導波路系と量子スピン系を用いて複雑量子ネットワークにおける量子ダイナミクスをシミュレートする方法を提案し、その理論的な解析結果を示した。審査委員からは複雑量子ネットワークにおける量子ダイナミクスの基本概念に関することや、複雑量子ネットワークの実社会における応用などに関する様々な質問やコメント、また論文における修正箇所の指摘等があった。

第2回審査では、第1回審査における指摘結果に対する対応結果および論文の集積すべき箇所への質疑応答を行った。特に審査委員の一人である根本香絵氏より以下の指摘を受けた。まず論文の序論においての記述について、「線形空間を張る基底を有限次元にとっている」ことを、「線形空間が離散的であること」を混同していることを指摘されたため、この記述を「 $N$ 次元の基底で張られる連続的な線形空間を扱う」と修正した。また図の内容や図内で使用されている文字と本文との対応が不明瞭な部分、あるいは本文中で図が引用されていない箇所が複数あることが指摘されたため、該当する箇所について、図のキャプションに説明を追加する、あるいは本文中で図と明確に対応させた説明になるよう修正した。

第3回審査では、公聴会を兼ねて実施し、物理学専攻の学位論文公聴会において、申請者による学位論文の内容に関する25分間の講演の後10分間の質疑応答を行なった。その後、審査員6名を含む物理学専攻教員による審査会において約15分間の審査要旨の報告と審議を行った。

以上のように、本申請者は強束縛近似ハミルトニアンを使った量子探索アルゴリズムについて解析し、ハミルトニアンが持つ構造的な特徴と量子探索アルゴリズムの時間発展の相関を調べ、また複雑な構造を持つ強束縛近似ハミルトニアンを実験的に実現するために、光導波路を用いた方法と、時間結晶相にある量子スピンの多体系を用いた方法を提案した。特に、時間周期的にパラメータが変化するハミルトニアンの一周期分の実効ハミルトニアンの中に、複雑な構造を持つ強束縛近似ハミルトニアンが現れることを示した結果は高く評価される。本論文は、博士（理学）の学位論文として十分に価値あるものと認められる。