

現代心理學第十卷 教育心理學 I 拔刷

數  
學  
教  
育

小  
倉  
金  
之  
助

# 數學教育

小倉金之助

## はしがき

科學の振興といふことが、眞剣な國民的課題となつてゐる今日、最近文部省によつて數學科教授要目の劃期的刷新が行はれたことは、一般國民の關心に値することである。

ところで數學教育の問題は、その範圍極めて廣いのであるが、しかし科學としての「數學教育學」の成立は、將來に屬すると言はねばならない。それで本講に於ては、問題を極度に限定し、數學教育に關する所謂系統的敘述や、特殊的な實地教授法の解説などは、敢て避けんとしたところである。

私は何よりも先づ、現代の中等學校に於ける數學教育の情勢を、出来るだけ個人的私見を避けて描寫することに努めた。何が現代の重要問題であるか。それが理論的に、また實踐的に、如何に取扱はれてゐるか。この點を明確に把握し得たなら、廣い意味での數學教育に關する一般概念は、自らにして讀者諸君の理解するところとなるだらう。

なほ從來、數學教育に對して深い關心を持たれなかつた人々のために、ここに比較的に一般的な次の參考書を舉げておく方が便利かと思はれる。

阿部八代太郎 數學教授法 (共立社、高等數學講座)

佐藤良一郎 初等數學教育の根本的考察 (目黒書店)

佐藤良一郎 數學教育各論 (東洋圖書株式會社)

佐藤良一郎 數學教育概論——中等學校篇 (建文館、師範大學講座 數學教育)

鍋島信太郎 數學教授法 (目黒書店)

小倉金之助 數學教育の根本問題 (玉川學園出版部)

この中、概論としては第四が最も良く纏つてゐるし、最も多面的な百科全書的記述としては第五を推すべきであらう。

東京高師 附屬中學校 數學研究會譯編 最近世界各國に於ける數學教育の變動と趨勢 (目黒書店)

Young : Teaching of Mathematics.

Smith and Reeve : Teaching of Junior High School Mathematics.

Lietzmann : Methodik des mathematischen Unterrichts.

Klein : Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus.

Year books of the National Council of Teachers of Mathematics.

Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht.

## 一 數學教育の基本的課題

### (1) 實用的原則

數學教育の基本的課題は、數學教育の目標、材料及び方法を支配するところの三つの原則、即ち

(i) 實用的原則

(ii) 論理的原則

(iii) 心理的原則

の綜合統一の問題である。私は「數學教育のイロハ」とも稱すべき、この問題から始めよう。

數學科は何のために存在するか。その理由として、吾々は何よりも先づ數學の實用性を挙げねばならない。即ち數學の或る部分は、

(1) 日常生活に直接に必要なである。(例へば、賣買、賃銀、貯金、租税、保險、公債に關する諸計算から、宅地田畑の面積、塋箱の體積の概念、等々々を思ひ浮べるがよい。)そののみならず、數學は

(2) 物質支配と社會組織の一武器として、自然科學、産業技術、文化科學の理解・研究・進展のために必要

である。(例へば、農業、工業の技術方面から、天文學、航海術、物理學、化學、工學は勿論、生物學、統計法、心理學、經濟學、等々より軍事科學に至るまで、數學が現に如何なる役割を演じつつあるかは、ここに述べるまでもあるまいと思ふ。)

事實、若しも數學が日常生活に無關係であり、物質支配と社會組織に對して何等の力を持たないものであつたならば、教科としての數學は存在し得ないであらう。

それ故に、數學教授の材料・方法は、他の諸條件の許す限り、實用價值あるものが選擇され採用されねばならぬ。しかも、それは現實の問題に對して、出来るだけ容易に利用され實踐され得るやうに、教授指導されねばならない。

しからば最も實用性に富める數學的項目とは、果してどんなものか、その具體的研究が必要となつて来る。しかるに現今の状態では、十全の信頼性を持つところの、客觀的研究は、未だ仕遂げられてゐないと言つてよい。しかし吾々はかやうな客觀的研究の一例をここに示すことも、決して無意味ではあるまいと思ふ。

アメリカの全美數學規程委員會 (National Committee on Mathematical Requirements) は、二十年ばかり以前に、大學専門諸學校の物理的科學 (天文學、物理學、化學) と社會的科學 (史學、經濟學、社會學、政治學) の諸教授に對し、それ等の諸科學研究上の豫備知識としての數學事項の價值を問合せ、その回答を統計して發表したことがある。その結果を基にして、心理教育學者ソーンダイク (Thorndike) は、次の表を作りあげたのであつた。<sup>(1)</sup>

項	目	A	B	$\frac{A+B}{2}$	$\frac{2A+B}{3}$
簡単な公式—その意味と用ひ方		97	71	84	88
統計的事實のグラフ		79	73	79	79
比及び比例		90	65	78	82
負數—その意味と用ひ方		86	64	75	79
數值計算—近似値、有意義の數字		85	65	75	78
一次函數 $y=mx+b$		90	53	72	78
一元一次方程式に歸する問題		99	45	72	81
一元二次方程式に歸する問題		90	39	70	73
關係を表はす方法としてのグラフ		80	56	68	72
統計—その意味と初等概念		53	81	67	62
統計—度數分布と度數曲線		59	72	66	63
二元一次聯立方程式に歸する問題		89	38	64	72
數值計算—對數		84	41	63	70
數值計算—簡便法		60	57	59	59
問題を解く方法としてのグラフ		69	45	47	61
平面三角法 (普通の課程)		79	34	57	64
變數法		65	47	56	59
計算尺		63	46	55	57
數值計算—對數以外の表による		63	47	55	58
論證幾何學		82	28	55	64
統計—相關關係		36	69	53	47
二次函數 $y=ax^2+bx+c$		79	44	52	61
確率		44	55	50	47
二項定理		63	35	49	54
等差級數		50	46	48	49
等比級數		50	46	48	49
數值三角法		83	8	46	58
平面解析幾何の基本概念と方法		68	23	46	53
二元以上の聯立一次方程式		70	19	46	53
指數の理論		65	21	43	50
解析幾何—直線の系統的研究		65	21	43	50
解析幾何—圓の系統的研究		64	15	40	48
對數の理論		58	22	40	46
虛數—その意味と用ひ方		45	34	40	41
一次と二次の二元聯立方程式		65	9	37	46
解析幾何—圓錐曲線の系統的研究		54	12	33	40
實驗公式の作り方		50	16	33	39
二つとも二次の二元聯立方程式		53	6	30	37
極座標		49	6	28	35
公式以外の文字方程式		29	20	25	26
二次以上の高次方程式		42	3	23	15

(1) Thorndike: Psychology of algebra (1923), p. 53.

表の中で、 $A$ は物理的科學者が與へた平均の評點、 $B$ は社會的科學者が與へた平均の評點である。そしてこれ等二種の評點の平均として  $\frac{A+B}{2}$  の外に、物理的科學者の評點に二倍の重さを附した平均  $\frac{2A+B}{3}$  をも採つてゐる。即ちこの表は、大體に於て、自然科學及び文化科學を學ぶための準備としての價値の順序に従つて、數學の項目を排列したものである。

かやうな研究に對しては、先づ質問の方法について、回答の整理方法について、從つてその結果に對して、種種の意味、種々の角度からの批判の餘地があるであらう。(ここには唯一例として擧げたに過ぎない。)

また日常的な實用性についても、所謂客觀的研究の名の下に發表されたものがある。諸君はソーンダイク(前掲)の著作に於て、殊に

Schoring: A tentative list of objectives in the teaching of junior high school mathematics (1925)

に於て、數多くの實例に接し得るだらう。

## (2) 論理的原則

さればとて、只今述べた意味での實用的原則のみによつて、數學教育が完全に支配されるべきではない。數學には、その特殊的なる觀念方法があり、それによつて數學は系統ある體系に組織されてゐる。數學は單に數量や圖形などの諸性質を羅列したものでもなければ、單なる公式集でもない。それは推論によつて組立てられてゐる。

獨り數學の内容たる事實が價値あるばかりでなく、同時に、その方法が教育上の價値を有する。

何故なら、單に斷片的なる演釋・推論は、他の學科によつても、否、何等の學問的形態を具へない日常の談話によつても、與へ得られるだらう。しかし斷片的な論理ではなく、論理的に一つの體系を構成することの意味を、

——例へば中等程度の年少者に——、理解させる上に、數學ほど有效なるものは、恐らく他に比類を見出し得ないであらう。それは全く、簡單なる對象を取扱ふところの、數學の特殊性に懸つてゐるから。

私は今、數學の持つ獨自の觀念方法と、それによる數學の系統的構成に、人は教科としての數學の價値——論理的價値——を見出し得ることを述べた。もし單なる數學的事實や公式の羅列のみを與へて、この數學の方法・構造を理解させなかつたならば、數學は自然支配や社會組織に對して殆ど何等の武器ともならないどころか、時には却つて有害でさへもあるであらう。事實、日常生活に直接に必要な數學的諸問題と雖も、何等かの一貫せる論理なしには、單なる機械的・公式的計算のみによつて解決し得られる筈がないのである。人もし數學教育に於て、その論理性を全く無視するならば、それは數學教育を自殺に導くものである。

さればと言つて、論理的原則のみによつて、數學教育が支配されてはならない。後に詳述するやうに、近き過去に於ける數學教育の失敗は、それが過度の論理性のために犠牲にされた點にあつた。新興の數學教育論は、或る意味に於ては、その批判のために生れたのだとも言ひ得よう。

事實、數學の内部には、數學固有の發展の特殊なる法則が存在するのである。しかし他の一面に於て、數學は他の科學と同様に、常に生産力、技術、他の諸科學の狀態に依屬して、發展して來たことを忘れてはならない。

かやうな數學が持つところの二面は、緊密なる關聯のもとにある。有力なる數學教育者ナン (Nunn) をして語らしめよ。

「數學の眞理は、常に二つの面を持つてゐる。即ちその一面に於て、數學の眞理は、時空に横たはるところの實在の世界に向ひ、且つこれと接觸してゐる。そして他の一面に於ては、數學の眞理は（内部的に）互に向ひ合ひ、且つ互に關聯を保ち合つてゐるのだ。……數學の歴史は、この兩面に於ける斷ゆるところなき發展の物語である。……しかしこれ等二つの相異なる發展の流を、互に獨立した流であると見てはならない。それ等の各々は、未だ曾て、他から離れて存在したことはなかつた。多分今後と雖も、互に離れては存在しないだらう。この二つの流を、知的活動の全然異なる無關係の形態だと見るのは偏見であり、非歴史的であり、非哲學的である。かやうな見解は、それが數學教授上、無量の害毒を流したといふことによつて、特に排撃されなければならない。」

ここまで來て、ナンは數學教育の目的に移る。

「吾々が學校で數學を教へる目的は、生徒をして少くとも一つの初等的な方途に於て、數學の發展のこの二重の意義を體認し、悟得させるにある。眞に教育された人と思はれるには、物質的征服と社會的組織の武器としての數學の價值を教はつてゐなければならぬし、また數學的觀念の秩序ある體系の價值と意義とを、評價することが出來なければならないのである。」

### (3) 心理的 原則

しからば以上の二面だけで、數學教育は、基本的には決定されるであらうか。否、そこには重大なる第三の面

として、心理的 原則を加へねばならない。

數學の内容は生徒に對して眞實性に富み、興味の豊かなものでなければならぬ。大人の満足する論理は、必ずしも少年に取つて眞實性ある論理ではない。ポアンカレ (Poincaré) の言葉を聴くがよい。

「或る教室で、先生が生徒に書き取らせてゐる。

圓周とは一點よりその平面上に於て等距離にある點の軌跡をいふ。

おとなしい生徒達はこの文句を手帖に筆記し、いたづらな生徒達は、何か落書をしてゐる。しかし、實はどちらの生徒も、圓周とは何のことやら解つてはゐないのである。そこで先生が白墨を取つて黑板に圓周を書く。その瞬間にすべての生徒が、『あー、圓周とは丸のことか、解つた』と首肯づく。」

この生徒の立場に立つて考へ、生徒の心理的發展に順應してこそ、生徒は始めて眞實感の満足を感じるだらう。そしてこの眞實感を正常に且つ出來るだけ迅速に發達させるところこそ、教育の意味がある。數學思想發展の跡を回顧・反省しながら、生徒に吾々の祖先が履んだ道を、縮尺して今一度通らせるこそ、教育上最も自然の道であると言はれる理由は、實にここにある。

生徒自らが何等の眞實感の伴はない材料は、たとへ如何に價值——その論理性に於て、またその實用性に於て——高いものであつても、心理性に於て極めて價值の低いものと言はざるを得ない。「反動なくして受容なく、經驗なくして印象なし。」それは却つて生徒をして、數学科乃至數學教師に對して、反感を起させるばかりであらう。

さればとて吾々は、數學の論理性または實用性を放棄せよと主張するのではない。數學の教授にあつては、論理的なること、抽象的一般的なことは、數學の性質上全く、必然的なことであり、その缺如は數學教育を殆ど無價値に導くのである。しかし大人の意味する論理は必ずしも少年の論理ではないのである。實に生徒に取つて論理的な體系とは、彼等が直觀的に眞實性を認め得べき觀念から出發し、漸次、大人の論理に到達するやうに組立てられた體系を意味すべきである。この點に於て從來の數學教育は極めて不完全であつた。それなればこそ今日に於ても、數學教育の價値が、知識階級をも含めた一般人によつて、疑問視されるのである。

同様のことは、數學の實用性に對しても言ひ得る。生徒の経験を遙かに超越せる高級なる自然科學上の事實、また社會的・經濟的諸關聯に於て、大人の經驗・知識によつてこそ始めて認識し得る如き事項は、人間の實生活に於て、たとへその實用價値の高いものであつても、それを少年に強ひることは無意味に近い。

かくて吾々は數學教授の心理的研究の、一日も忽にすべからざる重要性に迫られる。しかもその信頼に値すると思はれる研究の如きは、二十年以前から漸く開始された許りであつて、今日に於ても未だ十分なる科學性を帯びてゐないのである。

最後に、吾々は「實用・論理・心理」三原則の統一問題に達する。この三原則は、對立すべきものにあらずして、綜合されねばならない。しからば、少くとも、その統一の鍵はこれを何處に求むべきであらうか。それは、何よりも先づ、生徒の生活・環境に於て、接觸し理解し得べき、實用價値あるものから、先づ出發することである。心理性と實用性こそ、論理性への途に進ましめる案内者であり、正に論理性への鍵である。再びナンに聞く

がよい。

「材料の選擇に當つて、吾々は數學の二方面——その實用方面と論理方面——を、二つ別々に用意せねばならぬであらうか。その疑問に對して、吾々は斷然、然らずと答へることが出来る。初等の課程に於て最も大切な理論上の疑問は、數學的觀念及び方法を實際上の目的に適用せんと試みるに際して、自然に湧いて来る疑問でなければならぬ。故に吾々は、……實際的價値が最も明瞭に顯れてゐるやうな題目を選擇しよう。それこそ正に豊富な理論を索める最善の手段であると確信するから。」

#### (4) 數學教育の社會的制約、十九世紀末までの數學教育

さて以上の三原則が統一調和され、それに従つて數學の内容が選擇され、教授の方法が具體的に實踐されてこそ、それは正しい數學教育の名に値するであらう。

しかしながら、現實に於ける數學教育は實踐である。それは一つの文化形態として、經濟的・社會的・政治的制約の下にあること、いふまでもない。實に歐米諸國にあつては、十九世紀以來、その後半に及んでも、數學教授内容の大部分は純粹數學的であつて、意識的に應用方面を排斥してゐた。しかもその純粹數學は、凡そギリシヤ以來十七世紀初葉までの數學の範圍内に止り、近代の科學的社會的生活とは、殆ど没交渉であつた。

かくて古い傳統の旗の下に、——そして現實に於ては、資格試験、入學試験準備のために——、現實を遊離せ

る抽象的な、生き生きした内容を持たない形式的な難問題の教授が、生徒の心理を無視して行はれた。それなればこそ、數學教育は、古い意味での形式陶冶説——傳統的なる心理的偶像——の武裝の下に擁護されねばならなかつたのである。

併しながら十九世紀の末葉に及んでは、一方に於て近代科學の急速なる發達と共に、各國に於ける産業の進展が、經濟的に、社會的に、思想的に、人々の生活狀態に重大なる變動を與へて來た。數學教育の意味そのものが變更されねばならぬ時代が迫つて來たのである。

## 二 第一次世界大戰前に於ける數學教育改造運動

### (1) 數學教育改造論の主張

やがて二十世紀の初頭に至つて、英のペリー (Perry)、米のムーア (E. H. Moore)、獨のクライン (Klein) 等の改造論が、力強く提唱された。彼等はすべて數學者乃至工學者で、進歩的な人々であつた。そしてこの運動の尖端を切つたものこそ、現實から出發して現實に即した數理的陶冶を力強く主張せんがために、先づ從來の非現實的な、高踏的な、形式主義的な、生ける屍の如き數學教育を極力排撃したところの、ペリーの啓蒙的講演 (1901) であつたのである。

しからばペリー、ムーア、クライン等を指導者とせる、數學教育改造運動の根本精神は、如何なる點にあつたのか。それは教材及び方法の近代化・心理化、數學全體としての有機的統一、數學に於ける理論と實踐の統一を實行することによつて、究極に於て、數學教育の基本的三原則の綜合統一を徹底せんとするにあつた。その正しい理解のために、吾々は先づ彼等自らの著作に就いて、直接に熟讀吟味すべきであらう。

Perry : Teaching of mathematics.

Moore : On the foundation of mathematics.

Klein : Vorträge über den mathematischen Unterricht an den höheren Schulen.

ここに念のために、手引として二・三の説明を加へておかう。

(i) 改造論は先づ、數學の實用的・應用的方面を重視する。しかしこれを以て、卑俗的な意味での、數學教育上の實用主義と見做すべきではない。事實、ムーアが述べてゐるやうに、今日の狀態に於ては、

「純粹數學と應用數學との區別が、初等數學の範圍に於てさへも存在するといふことは、悲しむべきことである。……數學教育に於ける根本的な問題は、純粹數學と應用數學との融合の問題である。」

かくて從來高等數學と呼ばれてゐたものでも、自然科學や工業などに必要な部分をば、平易化して採用することが主張される。かやうな要求は、一面に於て、事實上、從來の意味での數學の形式主義を輕視することになるが、併しそれは決して正しい意味での、數學に於ける形式の輕視ではないのである。なぜなら、内容と形式とは不離の關聯にある。數學にあつては、何等かの形式を離れた内容は考へられないのである。もし内容を離れた形

式があるとするれば、それは形式のための形式主義に墮したものである。クラインの言葉

「結局吾々の今日努力すべきことは、上に述べた兩極端——形式主義と實利主義——の孰れか一方のみを追求するのではなく、兩者の融合にある。」

とは、この意味に解釋すべきであらう。

(ii) しかし吾々はただ現實の生活が要求するところの數學を、單なる知識として教へるのではなく、それを現實の問題に利用し得るやうに、生きて働くやうに指導せねばならない。ここに至つて問題は理論と實踐の統一の問題となる。

さて理論と實踐との間に生き生きした關聯を持たせるためには、現實そのものから、實踐によつて學び取らせるを必要とする。實にペリー自らが言つたやうに、

「兒童は事物について推理する前に、先づそれを實行して獲得するやうにされなければならない。……もし兒童が測量し、計算し、且つ實驗によつてその結果を驗するならば、この仕事は彼の推理力を養成するものである。」そこに生徒は生き生きした創造の喜びを感じる。而も「研究者に興味を起させさへすれば、數學的研究は普通人にとつても、極めて價值あるものである。實用數學といふ名稱は、かやうな新研究法に對して與へられたのである。」

——ここにこそペリーの所謂「實用數學」の本質があつたのだ。實にペリーが敵としたところのものは、從來の「スコラ哲學的數學教育」、即ち教師は書物に書かれた既成數學を讀み、生徒はそれを記憶して、やつと數理を認識するやうな、死んだ學習方法であつた。これに對立して、自然及び社會現象の中から、觀察、實驗、實測、

推理によつて數學的法則を見出さんとするところに、彼の所謂「實用數學」の眞意義があつたのだ。

「實驗に伴へる常識的説明が即ち法則でなければならぬ。斷じて抽象的幾何學を教へること勿れ。」(ペリー)

とは、隨分誤解され易い標語ではあつたが、かやうな意味に解釋すべきものであらう。

かくて改造論が幾何學的直觀を尊重し、心理的原則を重視するのも當然と言はねばならない。

「在來の排列の仕方は、哲學者には論理的であるかも知れないけれども、普通の子供には全く非論理的である。……生徒が徹底的に實驗により、圖解により、實測により、或はその他出来るだけの方法で、彼がその論理を適用しようとすることの觀念に馴れ親しませることが、何よりも大切なことなのだ。」(ペリー)

(iii) 改造論は、從來の數學の分科的(孤立主義的)取扱に對して、その綜合的(融合主義的)取扱を主張する。

分科主義の理想——各分科がその分科独自の方法を以て、純粹な論理的展開を示さんとする——は、専門家に取つてこそ最も興味深いところであらうが、それ以外の人々には殆ど無意味なことである。日常起る諸問題の解決に、科學の研究に、武器としての數學を效果的にするためには、數學の全般的知識に互つて、有機的關聯を保たせ、融合せる統一とするがよい。

また綜合されてこそ、材料の必要輕重が正しく判斷され、學習が經濟的となる。かくしてこそ數學的知識が自由使用される機會も多くなり、更に生徒自らをして生きた數學體系を構成させるやうにもなるだらう。

しかしながら數學が綜合統一されるためには、そこに何等かの中心思想、統一の原則がなければならぬ。そ

れを何に求むべきか。  
 (iv) 改造論者特にクラインは、この統一の原則を函數概念に求めたのである。クライン彼自らをして語らしめよ。

「幾何學的形式に於ける函數概念は、要するに、數學教育の魂でなければならぬと、私は確信する。——Ich bin der Überzeugung, der Funktionsbegriff in geometrischer Form sollte überhaupt die Seele des mathematischen Schulunterrichts sein.」函數概念を中心として、その周圍に數學の全教材が、束縛されず自由に、集中されるときは、これまで多く逸せられたところの、十分計畫ある綜合が得られるだらう。」

「函數思想に習熟させた結果を利用し、各種の中學校に於ける數學教材の中に、微積分の初步を導入し、……近代の人間に取つて、何處にでも價值ありと見えるところの、一つの思想的教養を終結したい。」

以上の諸點を考察せる結果として、改造論の世界的中心人物たるクラインが自ら示したところの、ギムナジウム數學教授要目は、實に次頁の如くであつた。

## (2) 數學教育の國際的改造運動

しかし改造問題に對しては、多くの數學者の反對論が行はれ、殊に因襲に囚はれた教師の消極的反對は、到るところ根強く張られてはゐたが、進歩的な數學教師の努力によつて、ペリー、ムーア、クライン等の思想は、遂に國際的運動の指導精神となつた。それは實に——例へばフランスの文部省令(1902)が述べたやうに——中

學年	算 術 ・ 代 數	幾 何
Ⅵ	算 術	幾 何 入 門
Ⅴ	比例に至るまでの計算	實測及び作圖
Ⅳ	歩合及び日用諸算	
Ⅲ 下	代 數 文字計算、四則、一元一次方程式	平 面 幾 何 直線、角、三角形、平行四邊形
Ⅲ 上	幾何學的形式に於ける函數概念を中心思想として融合せる代數及び幾何 直角座標及び簡単な函數の曲線表示(方眼紙)。これ等の曲線について、その全經過、上り、下り、その面積等の吟味。 函數概念を精神として、次の事項をその關聯の下に教授すること。冪及び根、一次及び二次方程式、圓錐曲線初步、圓に關する計算、三角形の邊及び角の關係。 多く實際的な例によつて、それと關聯して更に空間的知識を練り、且つ數計算に熟達させること。	
Ⅱ 下		
Ⅱ 上	指數函數及び對數函數、それ等の應用。 二元二次方程式に關する事項(圓錐曲線に關する直觀的取扱)	三角函數とその應用 近世幾何に關する事項(函數概念の擴張としての幾何學的變形の概念)
Ⅰ 下	既に取扱つた函數に關する總括的考察。例によつて微積分の概念を與へること。 組合に關する事項。	立體幾何及び射影に關する重要事項 球面三角法に關する事項。數學的地理(地圖作製法を含む)
Ⅰ 上	解析幾何學的に及び綜合幾何學的に圓錐曲線を取扱ふこと。天文學初步への應用。 學校數學全教材の復習。特に曲線を用ひて或は計算によつて解かせるやうな、やや大きい應用的問題。 精細な注意を拂つての數學全系統の回顧。この際、時には多少哲學的または歴史的解釋を與へること。	

等教育そのものが、「近代の社會狀態と經濟生活を條件として」改造されねばならなかつたからである。

その運動の過程に於て、特に注目すべきは、イギリスにあつては、一九〇二年に於ける英國科學協會の決議と、數學協會の活動であり、フランスでは國策による中等教育の改造（1902）、ドイツでは、メランの協議會で協定された教授要目（1905）であり、更に世界的には、「國際數學教科調查會」の設立（1908）等であらう。

實にこの改造運動に於て注意すべきは、國々の事情によつて多少その色彩を異にしながらも、その基調に於ては全く一致したものである。現にイタリーの如き、ロシアの如き決してその例外ではなかつた。

しかし改造運動は進展しつつあつたが、現實の問題としては、ペリー、ムーア、クラインの如き指導者が示した理想通りには、容易に進み得なかつた。それは固より數學教育に於ても、過去の遺産を基本として、それに改造を加へるより外に道はないのではあるが、それにしても特殊の教師と特殊の學校とを除けば、一般的には、傳統から離れた新組織の構成の如きは困難であつた。特に幾何學——ペリーやクラインによつて、あの位に批判されたユークリッド——の處理について、人は悩まされた。代數と幾何との融合も、現實の課題としては困難と見做されて來た。數學教育の理論に於ても實際に於ても、未解決の問題は數多く横はつてゐた。吾々は今一步前進せねばならなかつた。丁度その際に第一次世界大戰が始つたのである。

### 三 第一次大戰後に於ける數學教育

第一次世界大戰による政治的・社會的・經濟的激動は、ソヴェートの出現、「國家主義」の強化、畫一教育の打破、勞作教育の現實化、等々を導き、それは數學教育の上にも、直接間接に大なる影響を及ぼして來た。

#### (1) アメリカ合衆國

アメリカは比較的順調に、數學教育の進展を示した國の典型である。

アメリカの教育制度は單一に統一されてゐるのでないから、ここには最も權威的な全美數學規程委員會の報告「中等教育に於ける數學の改造」（1923）に就いて述べることにしよう。（これは鍋島信太郎編、數學教育の進歩（目黒書店）の中に譯載されてゐる。）

この報告は數學教育の目標として、次の如く宣言する。

「數學を教へる第一の目的は、吾々の周圍に對する洞察と支配、種々の方面に於ける文化的進歩の評価、個人生活上にこれ等の力を効果あらしめる思考及び行動の習慣を養ふ上に缺くべからざる數量及び空間の關係を、分析し理解する能力を發達させることではない。」

この目標に達するためには、先づ如何なる基本的原則を必要とするか。それは次の如くに答へられる。

「上にあげた能力の養成に、直接の助けにならないやうな總ての項目、方法及び練習は、課程の中から除去すべきである。

……單なる計算の容易さ又は技巧を得ることなどよりも、寧ろ具體的な問題の解法によつて、觀念、方法及び原理を、生かして把握する能力を發達させる方面に、全課程を通じて不斷の力點が置かれなければならない。」

この原則から、

「代數に於ては、その言葉を理解し、これを巧に利用し、問題を分析してこれを數學的に表はし、更にその結果を解釋することを以て、教授の主眼とせねばならぬ。決して計算の技巧を目的とすべきではない。……」

「幾何に於ては、形式的な證明問題よりも先きに、相當の直觀的・經驗的、または作圖的・構成的性質を持つた非形式的問題を取扱ふべきである。かやうな作業は、それ自身に於て大なる價值を有するのみではない。またそれに依つて證明の基礎をなすところの幾何學的觀念、形狀及び關係に就いて、親しみを養はせる必要があるからである。」

それは進んで數學課程の統一問題に入る。

「數學課程を統一するに最も適切な一つの大なる觀念は實に函數的關係の觀念である。變數間の從屬の觀念は、何人に取つても基本的重要性を有つものである。この課程の第一義的基本原理は、その間の關係を表現し確定する方法をも含めて、變數間の關係の概念たるべきである。教師はこの觀念を絶えず心裡に持たねばならぬ。そして生徒の進歩は、函數性の一般概念の形成へといふ究極の標的を目ざして、一步一步この概念を與へる線に沿うて、注意深く進められなければならない。」

#### 數學教育に對する論争

アメリカの數學教育が、他の諸國に比すれば、かやうに實用化、心理化の傾向に進んだ理由の一つとしては、一九一〇年代に於ける形式陶冶に關する論争の効果が、確かに擧げられねばならない。

「單なる心力陶冶のためには何事も書いてゐない。形式陶冶は、ただ本質的に價值のある内容を通じて得られる。」

とは、Thorndike: Arithmetic (1917) の序文の一節であつた。それほど進歩的傾向を辿りつつあるにも拘らず、

#### 全美數學規程委員會案教授要目

##### 下級中學校 (Junior high school) 三年間の教材

算術——算術の基本的計算。度量衡、貨幣。簡單な分數。四則計算を迅速に而も正確にする練習 (タイム・テスト)。簡單な速算法。百分率。線グラフ、棒グラフ、圓グラフ。家庭算術 (家計、儉約、出納記入、爲替)。社會算術 (財産と保險、租税)。銀行算術 (貯金、預金)。投資算術 (公債、株式など)。統計 (基礎概念、表、圖表、簡單な度數分布を示すグラフ)。

直觀幾何——物差と分度器で距離と角の直接測定、測定の近似的意義、有意義の數字。正方形、矩形、平行四邊形、三角形、梯形の面積、圓の周と面積、重要な立體の表面積と體積。以上の公式を作ること。以上の圖形に關する數値計算。縮圖による間接測定、方眼紙の使用、鑑賞の幾何 (自然、建築、製作品などに於ける幾何學的形態)。定規、コンパス、丁字定規、三角定規による簡單な作圖。二等邊三角形、一角三〇度の直角三角形、二等邊直角三角形などの形。對稱、三角形の角の和、ピタゴラスの關係。平面及び空間に於ける簡單な軌跡。相似形の概念。

代數——公式、その作り方、意味、用ひ方 (言葉を簡潔にするため、計算の簡便法として、一般的なる解として、一變數と他の變數との關係の形式として)。グラフ、その作り方と解釋 (統計その他の事實を表はすものとして、關係を表はすものとして、問題を解くものとして)。「グラフはそれ自身獨立せる題目でなく、終りまで表現と説明の道具として使用すべきものである」。正數と負數、その意味、圖示、基本的計算。方程式と問題の解法、一元一次方程式とその應用、公式及び問題に關聯して顯れた特段な二次方程式の簡單なもの。二元方程式と數值的具體例。相似の問題及び日常生活に起る問題としての比及び比例の種々の簡單な應用。變數法の觀念。代數計算の技術、基本計算、因數分解 (三つの場合、即ち一つの多項式の各項の共通因數、二つの平方の差、視察による簡單な二次三項式に止める)。簡單な分數。正整數の指數と根數の簡單なもの。驗算。

數値三角法——正弦、餘弦、正切の定義。函數としての初等的性質。

論證幾何——少數の命題について、證明とは如何なるものかを示すに止める。

上級中學校 (Senior high school) 三年間の教材

平面論證幾何——三角形の合同。角の二等分線、邊の垂直二等分線。圓の弧、角、弦。平行線とそれに關係ある角、平行四邊形。三角形及び多角形の角の和。圓の割線、切線、それに關係ある角。正多角形。相似三角形、相似形、面積。長さ及び面積の数値計算。「作圖、軌跡、面積などは、以上の中に含まれる。不可約量は形式的理論によらない。運動の觀念を重視する。」

形式的證明なしに、公理的に用ふべきものとして、十六個の命題を掲げてゐる。(例へば、すべての直角は相等しい。同じ直線に平行な二直線は互に平行である。矩形の面積は底と高さの積に等しい、等々)。また證明を要する基本的定理として三十一個、作圖として十七個を採用してゐる。その外に補助定理として三十二個を掲げる。(例へば、補助命題としては、平行四邊形の對邊は相等しい、對角は相等しい、對角線は互に他を二等分する。三角形の外角は相隣らない二つの内角の和に等しい。圓外の一から引いた二つの切線は相等しい、等々)。これ等の補助命題は、必要な場合に補ふもので、決して全部これを教へよとの意味ではない。

立體論證幾何——直線及び平面。二面角、三面角。角嚮、角錐、截頭角錐。極限の形式的理論によらない直圓嚮、直圓錐。球、球面三角形、球面幾何。相似形。「算術及び代數と相待つて、公式の数値計算を重んずる。」ここに基本定理として三十二個、補助定理として二十一個の命題が擧げられてゐる。

代數——一變數の簡單な函數(一次、二次、及び科學と日常生活に必要な公式から來る他の函數)。一元方程式(二次方程式の種々の解法。高次方程式のグラフによる解法)。二元及び三元方程式(一次方程式の代數的解法。二元一次方程式のグラフによる解法。一つの一次方程式と一つの二次方程式。積みの項を含まない二つの二次方程式、その代數的及びグラフによる解法)。負數、零及び分數の指數。根數。對數。等差級數、等比級數。正整指數の二項定理(負數、分數の指數の場合は、結果と應用とのみ)。

三角法——直角及び一般三角形の解法(對數を用ひる)。弧度法。三角函數のグラフと函數間の關係。恆等式と三角方程式の簡單なもの。簡單な測量と天文觀測。縮尺による製圖。計算尺。

初等統計法——基本觀念。度數分布。中心傾向の測定。

初等微積分——速度及び曲線の勾配を正確に表はすための微分係數。變化率及び極大極小の平易な問題。逆問題の簡單な場合(速度から距離を求める事、等々)。和の近似値、積分法。運動、面積、體積、壓力の簡單な場合。「方法は最小限度に止め、多項式を主として取扱ふことにし、解析幾何の形式的研究を省き、主としてグラフによつて物理と關聯させるがよい。」

専門の數學教師ならざる教育者特に社會教育學者の間には、今日でも數學教育の價值に對して疑問を持つ人々がある。例へばコロンビア大學の教育學教授スネッデン(Snedden)は、

「中學校の數學科は、誰にも共通な正科として置くべきものではなく、……隨意科とすべきものである。現に今や多數の教育者は、代數と平面幾何を、中學校の純然たる隨意科にしようと、準備してゐるのだ。」と主張する。そして數學の中でも

「算術の一部たる消費者數學 (Consumer's mathematics) は、勿論、何人にも必要ではある。だが併し、現代アメリカの社會的並に知識的條件の下では、數學の陶冶的價值などは、殆ど無限小 (infinitesimal) である。そこには新しい學習法——即ち數學それ自身を輕減して、その應用とその關係事項を多分に取入れた學習法によつて、正しい陶冶的學習が可能であらうと期待されてゐるが、しかし今日の數學教師には、かかる新しい學習法をやる可能性も、またその發達への貢獻をも、何等期待することが出来ないだらう。」

と述べてゐる。(これは現代の數學教師——それは決してアメリカの數學教師のみではなく——に對しては、實に痛烈なる批判と言ふべきであらう。)

かやうな攻撃者に對立して、數學教育擁護のために戦つたスミス(D. E. Smith)の如き、一方では、「吾々は教育界にも、(代數を正課から完全に追ひ拂へなど主張する)煽動家として知られてゐる相當の人々あるを知つてゐる。……しかも、破壊主義的な煽動家の反對するところは、根本的に反動的なのであつて、それは最早、以前のやうな力は、少しも無くなつてしまつた」と言ひながらも、他方、數學教育の目的を説いては、

「二十五年以前には數學教授の目的は、數學者を作るにあつたかの様に思はれた。今日では、その目的は、良く教養されたアメリカ市民を作るにある。……青年に數學を學ばせる目的は、數學とはどんなものかの意味を教へ、生徒の趣味又は必要によつては、將來一つ乃至多くの部門を研究し得る様にするにあるのだ。繰返して言へば、決して誰彼の差別なしに、數學者にするのが目的ではなく、また一般人に二次方程式を解かせたり、ピタゴラスの定理を證明する様にしようと言ふのでもないのである。」

と述べてゐる。——かやうな市民性こそ、アメリカ數學教育の特色であらう。實にアメリカの教科書の一般的特色は、數學の實用性——特に小市民的實用性——と學習心理的色彩の濃厚なる點にある。數學者といふよりも寧ろ心理學者・教育者と呼ばれる人々の編著が、相當に多いのは注目し得る。數學專門學者の手になつた中等教科書などは、殆ど存在しないのである。

## (2) イギリス及びフランス

次にイギリス及びフランスに移る。この二國は、數學教育の停滯状態にある國の典型である。

先づイギリスには健實な、しかも甚だ緩慢な進歩の傾向がある。代數の中では微積分の初步を試行する者もあり、幾何の取扱も變化を遂げつつある。しかも私には特筆すべきことが、餘り無いやうに思はれる。

次にフランスに於ては、一九二五年保守的内閣の文部省によつて教育制度が變更され、後に多少の變遷はあつたが、大勢は既にこの際に決定したのであつた。一九二五年の改正は、——表面的には——中等教育の上に「科學の平等」なる新原理を導入したことにあると言はれる。

從來の中學校(Lycée)にあつては、早くから文科、理科と學級を分け、級の如何によつて數學・理科に輕重を附してゐたのである。しかるに新法令によつて、かかる輕重を全廢し、全く共通に數學・理科を課することにした。その理由として、文部省令は告げる。

「今日に於ては、完全な人間——即ち科學的教養と文學的教養とが平衡を保ち、幾何學の精神と纖細の精神とが、統一された人間——を作ることが、益々必要になつたから。」

と。そしてその方法として、文部省令は強調する。

「簡單にして明瞭なことが必要である。吾々は専門的知識を要求するのではない。重點は精神の涵養(formation de l'esprit)に置かれねばならぬ。學問的微細に互らなないで、數學の何たるかを知るが肝要である。法則に盲從する時間を出來得る

限り短くして、批判的精神 (l'esprit critique) の覺醒を容易ならしめることを要する。生徒の前に顯れる新事實を、生徒自ら觀察し、比較と分析によつて、問題の再發見を容易にするやうに努力すべきである。」

と。しかしその實踐は事實困難であり、この法令は保守的内閣の政策のために、科學的・實用的精神が、傳統的・文化的精神に壓迫されたことに外ならないとの非難が高い。

然らば實際の教授は如何やうに行はれてゐるのか。國際數學教科調査會への一報告は語る。

「フランスの數學教授にあつては、從來、教師もまた生徒も、論理的證明の形式を好む傾向がある。それで一互り生徒の論理的精神を作りさへすれば、それは後に實際的應用に際して、適用し得る。ここに新要目の傾向と方法の意味があるのである。……それ故に、幾何に於ては、實際的應用よりも、何より先づ證明に全力を擧ぐべきである。同様に、代數に於ては、計算よりも、推理の方法と吟味に重點を置かねばならない。」

フランスの教科書は殆ど全く新鮮味を缺いてゐる。

### (3) イタリア

イタリアは數學教育に關する復古を示した國の典型として、フランス以上に注目すべき國である。

第一次大戰前のイタリアは、國際的數學教育改造運動の線に沿つて進みつつあつたのであるが、ファシズムの勝利に終つたとき、一九二三年中學校の目的・制度の上に、重大なる變革が行はれた。

即ち中等學校は、實用的價值あるもの、又は高等なる研究への準備としての知識を與へるのが目的ではなく、

下級中學校 (Ginnasio)		
年 齡	學 年	數學時數
11—	一年	1
12—	二年	2
13—	三年	2
14—	四年	2
15—	五年	2

  

上級中學校 (Liceo)		
年 齡	學 年	數學物理 時數合計
16—	一年	4
17—	二年	4
18—	三年	5

「態度を養成するのが目的である」と、規定されたのである。それがために、中學校の全教科は、ファシストの所謂「文學的・哲學的・歴史的」立場から、統一されることになつた。

かやうな中學校の目的は、必然的に、數學の教授時數を削減した。そして以前に見たところの、直觀的・測驗的・實用的教材は、殆ど全く廢棄されて、

最も形式的・抽象的・論理的のものになり終つた。實にエンリケス (Enriques) が言へるやうに、今や

「イタリアに於ける數學教育の一般的精神が、古典教育の精神と一致することは、明瞭である。」

かくてイタリアの數學教科書は、十九世紀末の教科書を、近代の數學理論の上から、抽象化したものとなつた。而も、あの激減された時間數によつて、それを教授せんとするのである。

### (4) ドイツ

ドイツは數學教育の、全體として進歩的な國の一典型として擧げられよう。

ここには主としてプロシアに就いて述べたい。プロシアは一九二五年の文部省令によつて要目の改正を見た。

それは大體の精神に於ては一九〇五年のメラン要目と大差ないが、併しながら大戰後に於けるドイツの經濟生活・

社會狀態を反映して、作業主義が數學科にも濃厚に顯れて來た。文部省令に従へば、

「生徒の明瞭なる理解と確實なる知識を獲得させるために作業を用ひ、作業教育を通じて（精神的協力により）、教授の徹底を期待する。……」

「數學教材は、内部的關聯の下にあるもの、及び實用的價值あるものに限らねばならない。そして特に應用的の問題は、現實性あるもののみを選び、實用的價值の多い結果に到達させるものでなければならぬ。實に他の科學、生徒の環境、日常生活特に經濟生活に關係ある材料を、注意して選擇するを要する。」

更にそれは獨り數學自身の内容に於てのみならず、數學科は他の諸學科に、他の諸學科は數學科に向つて、集注（Konzentration）主義を採らねばならない。特に

「數學發達の歴史に重きを置き、他の一般文化や哲學との關係を重要視すべきである。數學の教師は、また一般文化の歴史を學ばねばならぬ。」

#### 中等教員の養成に就いて

中等教員志望の學生に對して、北ドイツの大學中には、次の指針を與へてゐるものがある。

A 純粹數學——少くとも次の講義を聴き、演習を行ふべきである。微積分、解析幾何、微分方程式、書法幾何並に射影幾何、代數及び數論、曲線及び曲面論、函數論、學校數學。

B 應用數學——今日プロシアの教員檢定試験は次の要求をなしてゐる。「(1)圖的及び數値的方法（即ち書法幾何、圖計算及び數値計算、誤差論）。(2)次の科目中から、少くとも一科を自由に選擇する。天文學、測地學、

#### プロシア文科中學校（Gymnasium）教授要目

##### 第六級（四時間）

算術——不名數及び名數（諸等數を含む）なる整數の四則。ドイツ度量衡、貨幣。十進數の記法及び簡單な十進數の計算練習。家庭及び社會算術への應用。空間圖形の直觀的取扱（特に地理教授の要求を考慮して）。

##### 第五級（四時間）

算術——名數なる十進數の練習。數の整除。一般分數の四則。線分及び面積による數の具體的表示。歸一法による單比例の問題。公衆及び國家財政への應用。空間圖形の續き。

##### 第四級（四時間）

算術——小數の四則。分數と小數との變換。簡便計算。百分率。割引及び利息。市民生活から來る他の簡單な問題。それ等への單比例、複比例の應用。棒グラフ、面積グラフ。提供された數表の整理。特に平均値及び比率の計算。公衆、土地及び國家財政への應用。

幾何——幾何學の基本概念。三角形の邊及び角の直觀的發展。三角形の簡單な作圖。合同の定理。幾何畫法及び測定——物差、三角定規、コンパス、分度器の正しい使用法。平面圖形の簡單な作圖。正多面體、角錐、角錐などの作圖。線分及び角の測定。

##### 第三下級（三時間）

代數——文字の導入。正負の整數及び分數の四則。半直線及び直線上への數の具體的表示。與へられた公式による表の計算。有理數の領域に於ける計算に關係する簡單な一元一次方程式。出來得るなら一次函數の導入。曲線のグラ

フ（直線の上昇）。

幾何——三角形の補充。三角形作圖の續き。四邊形特に平行四邊形及び梯形。面積の計算及び面積の比較（ピタゴラス定理）。空間的體積への幾何學的考察の延長。

幾何畫法及び測定——空間の任意の位置にある點、直線（線分）、平面（三角形）の射影。平面の等高線及び最大傾斜線。投影面に對する直線及び平面の傾斜角。水平跡並に傾斜角によつて與へられたる二平面の交線。三角錐、四角錐及び多角錐。線分と角の測定。目測の練習。

### 第三上級（三時間）

代數——一元及び多元一次方程式。特に實用生活への簡単な應用問題。實驗から得た函數のグラフ。一次函數のグラフ。一次方程式解法への應用。函數  $y = mx$ （比例係數）。方眼紙使用法の手引。

幾何——圓（弦と角）。空間的考察への擴張（球への）。

幾何畫法及び測定——傾斜せる角錐。簡単な傾斜體及び道路の設計圖。線分、角及び面積の測定と目測。

### 第二下級（四時間）

代數——正及び負の整數指數。函數  $y = x^2$ （ $x$ は正負の整數）、そのグラフ、特に一般拋物線及び等邊雙曲線。根數計算（分數指數とそのグラフ）。平方根の計算。指數函數と對數函數（逆函數、指數函數の寫像）。四桁の對數表と對數計算。計算尺。一元二次方程式。

幾何——比例線。相似形。圓及び直角三角形への應用。圓の周及び面積。幾何學の問題に關する若干の歴史（例へば圓積問題）。簡単な立體の體積計算。

幾何畫法及び測定——三軸測投影。それによる普通の立體の表示。代數に於ける曲線の描寫。近似的作圖（例へば圓周の）。精密なる測定（遊尺による）。相似の理論に關係せる面積の測量。

### 第二上級（三時間）

代數——簡単な整數及び有理函數。二次方程式によつて解き得る簡単な一元方程式及び多元方程式（計算とグラフで取扱ふ）。等差級數、等比級數、無限等比級數。經濟生活に應用せる複利、年金の計算。正の整數指數に關する二項定理。

幾何——三角函數。簡単な三角形の解法。測角法。週期函數の概念。立體に關する計算の續き。

幾何畫法及び測定——圓の射影。三角法の問題の作圖。與へられたる事物が一平面上にあらざる三角法の問題の作圖。代數に關係せる曲線の描寫。簡単な測量及び水準測量の練習。

### 第一級（下級及び上級）（四時間）

代數——微分計算の導入（微分商の定義、その幾何學的、物理的意義）。有理函數（出來得るなら三角函數へも）の取扱への應用。特に極大極小、反曲點、反曲切線など。積分を用ひて簡単な面積、體積の計算（例へば球、拋物面など）。正整數から複素數に至る數の領域の構成。複素函數による簡単な寫像。

幾何——これまで取扱つた曲線の概觀。解析幾何の導入によつて、圓錐曲線までの概括的取扱。立體幾何の補充（球）。空間に於ける直線と平面。平面と球。球面三角法の基本概念（正弦定理と餘弦定理）。數理的地理學及び天文學への應用。

幾何畫法及び測定——點、直線、平面、圓錐曲線に關する基本的問題。球の射影。測定及び計算による簡単な天文學上の觀測。

總括——歴史的及び哲學的見地からの總括。

C 初等數學（學校數學）の確かな理解——數學の基礎、集合論、幾何學公理、數學と哲學との關係、數學史。  
ナチスの數學教育改造運動

ナチスの獨裁制が布かれてから、所謂ドイツ固有の數學精神が高調され、ユダヤ的・ラテン的數學精神が排撃される傾向に進んだ。その運動の指導者の一人たるビーベルバッハ（Bieberbach）の主張を聞くがよい。

「精神的領域にあつても、民族的所屬の如何は、その創造の様式に於て、また結果の評価に於て顯れて来る。數學に於ても、その一方は、人間性を遊離して數學的眞理の絕對王國に達せんと欲する形式主義となり、他の一方は、數學的思考も人間的仕事であり、人間と人間性を離れては考へられないとする直觀主義となる。……前者の如き現實から遊離した抽象的・論理的感性は、ラテン民族及びユダヤ民族によつて多く發展させられたものである。これに反して、よく發達した——論理的顧慮を忘れざる——空間的直觀こそは（正しくもクラインが嘗て指摘したやうに）ドイツ民族の重要な特徴であるのだ。

「近頃（ユダヤ系の）ランダウ（Landau）は微積分の本を書いて、一つの典型的様式を示した。三角函數の章では、正弦・餘弦は級數で定義され、圓周率  $\pi$  は  $\cos \pi$  を零とする最小なる正數の半分として定義されたが、この  $\pi$  の値が果して普通の學校教科書にある  $\pi$  の値と、どんな關係にあるかは、ランダウの全く述べないところであつた。幾何學的關係の考察や、自然科學などへの應用は、この書では全然無視されてゐる。即ち空間的直觀をも、自然的立場をも全く顧慮しない本書は、正に『公理主義の演習問題』であつて、吾々ドイツ人の満足し得ない所である。實に三角函數については、自然的立脚地と論理とは統一されねばならないのである。現にそれが統一されてゐる例としては、ドイツ人エルハルド・シュミット（E. Schmidt）の講義を見るがよい。」

「思へば今日こそクラインの思想が、以前にも増して、よく理解されねばならぬ時代にある。クラインの立場は、ドイツ民族の將來から考察して、實に深長なる意味を持つてゐる。クラインの改造案こそ、種々の心理官能を顧慮した上で、ドイツ民族の特徴的な心理・性格に適應するものである。」

かくてドイツ民族性の名によつて、クラインの改造案が、再び強力的に、高調される機會が來た。一九三四年九月には、遂に「第三帝國の數學教育」の旗の下に、クラインの名が喚び起され、實用數學の強調となつて、次の決議を見るに至つた。

「明日の仕事は、何よりも先づ實際的でなければならぬ。國民的教養に對して必要な領域に於て、特に具體的な問題が集められねばならぬ。」

「大學は、應用數學に對して全く新しく、積極的態度を採らねばならぬ。從來、應用數學の教師に對しては、待遇が不十分であつた、彼等を正教授とすべきである。また數學の全學生は、應用數學の基本科目たる、畫法幾何學、力學、實用解析學、確率論の一斑を必修しなければならない。」

(5) ソヴェート・ロシア

ソヴェートでは、ロシア本土に於ける單一勞働學校の第二科こそ、中學校に相當する部分であるが、その學校の目的は何處にあるか。

「それは一方に於ては、普通教育の接續であると同時に、その目的は、普通教育を完成すること、唯物論的世界觀の十分に堅固な基礎を築くにある。」

それがために(1)社會科學及び(2)廣義の自然科學を重要視する。その結果として、數學、物理、化學、博物の時間數の合計は、總科目の時間數の三分の一より少いことはないのである。

しからば數學教育の目標は、何處に置かれるか。「單一勞働學校の要目及び教授法」(モスコウ、一九二七年)はこれに答へて言ふ。

「一九二五年發表の『豫備的報告論文』に於ては、『數學は、科學と同様に、數學それ自身には本質的の價值がなく、寧ろ一つの方法である』と述べられてゐる。しかし今や吾々は考へる。數學が數學そのものために教へられず、數學が從屬的の役割しか演じないとしても、それは學校に於て數學

都市に於ける單一勞働學校第二科の時間表の一典型

	五 年	六 年	七 年	八 年	九 年
社 會 科 學	4	4	4	5	4
國 語 及 び 文 學	5	5	4	4	4
數 學	4	4	5	4	4
博 物 學	3	4	4	3	3
化 學	1	2	2	2	2
物 理 學	4	4	4	3	3
地 理 學	2	2	2	—	—
外 國 語	3	3	3	2	2
勞 作 術	3	3	3	—	—
美 術	2	2	2	2	1
音 樂	2	1½	1½	2	1
音 體 育	2	1½	1½	2	1
特殊課程					
單一勞働學校第二科の高學年（これを第二部と稱する）に於ける教科は、専門的・職業的傾向を有する。その専門分科の課程表が、ここに示される。	教育科	學校教育部	9	12	
		學齡前教育部	8	12	
		政治教育部	9	12	
	共同組合科	農 村 部	9	13	
		消 費 組 合 部	9	13	
		租稅・財政部	7	13	
	行政科	保 險 部	7	13	
		銀行・簿記部	7	13	

の正當な目的・地位がないことを意味するものではないのだと。

この問題は、舊思想——それは數學は全く獨自の目的のために、一般の組織から獨立した役割を演ずるものだと言ふ——と戦ふために、激烈な論争を喚起するに至つたのである、……」

「教育上に於ける數學の地位は、簡単に言へば、次のやうに規定されるだらう。

數學は生徒に對して實際上必要な分科である。學校に於ても、後には生活に於ても、職業の如何に拘らず、適用される必要性の故に、親しまなければならぬ道具である。

と。功利上の目的、實際的必要——ここに數學の是認がある。

數學教授、殊に幾何教授による思考力の發達、嚴密なる推理の習慣の養成——ここに革命以前の學校教育の目的があつた。今日の現状では、かやうな目的が優勢ならざるは當然のことである。併しながら、かかる方法的價值の無視は、自覺されなければならぬ。そして將來に於ては、數學教授の功利的目的を否定することなしに、而も嚴正なる思考の構成としての數學をも利用するやうに、期待せらるべきである。」

さてかやうな目的の下に、一方ではソヴェート教育の基本たる「自然、勞働、社會の統一」なる合成原理に従ひつつ、他方に於ては、精細な教授要目——それはドイツ及びアメリカの要目に類似する——によつて、數學教授が規定されてゐる。

思ふにソヴェートの數學教育は、——上掲の報告書にも注意してある通り——、革命直後に於ける過度の政治的優位から來たところの、卑俗的な經驗主義・實用主義に傾いてゐた。それなればこそ、一九二九年にコールマ

## ロシア第一労働學校第二科教授要目

紙数の關係上、第六學年、第八學年の要目を省く（第六學年から正負数が加はり、幾何は論證的に進んで来る。立體論證幾何、二元二次方程式や對数は第八學年で學ぶのである。）  
 原要目は餘りに詳しいので、これを簡略なものに書き換へた。

## 第五學年（四時間）

十進法、整数・小數の計算の練習、百分率。與へられた多くの量と運算の結果との關係、計算の驗し、かくて作られた關係によつての簡単な方程式の解法、數値の變化がその結果に及ぼす影響。

直線、線分、測定、メートル法、定規の使用、經驗的事實の線グラフ、測定の誤差の評価、近似數の計算、結果の端數の切捨。

分數、約分、素數と約數、最小公倍數、分數計算、分數と小數の計算練習。

直角とその等分、圓周、度數、分度器、角の作圖（定規とコンパス）、圓を用ひる圖案の製作、垂線と斜線、平行四邊形、三角形、梯形とその性質、定規と正方形によるこれ等の圖形の作圖、これ等の圖形の面積の公式、多角形の面積。

文字の使用、指數、與へられた面積をもつ正方形の邊の求め方（驗しによる法、平方根の表による法）、問題解法の公式、公式の評価、立方體及び直角牆、その體積の公式、重さから體積を求める公式、三角牆の表面積と體積。

比（線分、面積、體積、重さの比）、百分比、相對的誤差、正比例、比例中項、逆比例、按分比例。

數字係數を有する一元一次方程式の解法、圓周と半徑の比の實測、圓周の公式、圓の面積の實測と公式、圓牆、その面積と體積の公式、與へられた三邊を持つ三角形の作圖、記號に關する知識。

測地作業——(1) 簡単な輪廓の土地を、長さの測定だけで測定すること（面積を多くの三角形に分ちて）。(2) サシガネを利用したの測量。(3) 平板、兩脚器及び三角定規を用ひて、簡単な輪廓の土地又は歩道の地圖の製作。(4) 三角定規と測竿、水準器を用ひての斷面圖の製作。

## 第七學年（五時間）

比例線分、相似三角形、相似多角形、面積の比。銳角の正弦、餘弦、正切。三角函數の變化、三桁の三角函數表。直角三角形などの解法、二邊と夾角を知つて三角形の面積を求める公式。

端數なき數の計算の簡便法。平方根の計算。ピタゴラス定理。直角三角形の高さと邊の正射影、三邊の間の代數的關係、等比中項の作圖と計算。 $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$ ,  $\tan a = \sin a / \cos a$ 。不完全二次方程式の解法。

$y = \cos H$  の圖的研究、 $y$  及び  $H$  の意味。 $y$  の各種の値に對する  $y = \cos H$  のグラフ。平方に比例する變化としての  $y = \cos^2 H$  とそのグラフ。二次方程式の解法、根の公式。

内接及び外接多角形、その作圖。正多角形。内接正三角形、四角形、六角形の作圖と、それ等の邊を半徑で表はすこと。 $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  の角の三角函數の計算、正八邊形、正十二邊形の作圖。内接及び外接圓の半徑によつて表はした正多角形の邊及び面積の三角法的公式。直角牆、圓牆、圓錐、球の面積及び體積の公式からの計算。近似計算を顧慮しつゝこれ等の公式の應用。正射投影によるこれ等の立體の表はし方の觀念。

測地作業——測定器によつて角を測り、作圖または三角函數によつて、達し得ない高さ及び距離の測量。

## 第九學年（四時間）

等差級數及び等比級數、第  $n$  項及び和、問題解法への應用。

變數法の概念、常數と變數。無限大、無限小及び極限の概念、極限に關する基本定理。無限等比級數。有理數の二つの數列による無理數の定義。グラフによる説明。有理數の相等及び不等、無理數の計算。通約し得ない線分の比。

正多角形、圓周の長さ、圓の面積。角牆及び角錐へのカヴァリエリの原理の應用。曲面體の體積。角と弧の概念の一般化。一般角の三角函數とそのグラフ。その週期性。逆三角函數。二角の和及び差、二倍角、半角の函數。對數を用ひる三角公式。一般三角形の解法。多角形の面積計算。

簡単な高次方程式の解法。簡単な指數及び對數方程式。一次不等式。順列、組合。正整數の場合の二項定理。展開に於ける項の主要性質。

ンは或る會議に臨んで、次のやや一面的で而も極端な警告を與へたのであらう。

「來るべき數學教育者會議のために、……社會教育部の方法委員が提出した方案を讀むなら、吾々はこれ等の方案の中に、あらゆる理論の否定を見るだらう。そこには、理論にすり代へるに、經驗主義を以てする試みがあり、數學例へば幾何學の論理的展開は不要であるとか、それは對應する實驗によつて取り換へ得るものであるとか、述べてゐる。無論、これは數學をアルキメデスにまで引き戻すことを意味する。またかやうな努力が、辯證法的唯物論と何等の共通點を持たないことは、勿論である。」

同様の意味で、ソヴェートの數學研究全般に對する、モロドシーの批判（一九三三）も注意に値すると思ふ。

「吾々は全幅的に數學の發展に關心する。數學を發展させることは、吾々にとつては、他の科學の要求の滿足を媒介として、また直接に、我が工業及び農業の成長に助力するために必要である。しかし數學の發展の合法則性の特徴を理解した上で、吾々は數學を計畫的に發展させようと試みてゐる。吾々の數學研究所は、數學を理論として發展させつつ（註）、同時にわが社會主義建設の實踐の需要を滿足させる、といふやうに科學的研究活動の計畫を立ててゐる。」

（註）人は屢々次のやうに主張する。——數學の計畫的發展は、今日の社會主義建設の需要の滿足を目的とすべきであり、この要求を滿足させ得る數學諸分科のみを發展させればよい——と。しかしこの主張は正しくないのである。もとより實踐の需要の滿足や社會主義建設の展望を念頭に置いて、數學の發展を計畫することは必要である。しかしこれを達成

するには、ただ若干の分科の一面的發展によるのみでは不可能である。それは科學としての全數學の計畫的發展によつて、初めて可能なのである。」

## 四 日本の數學教育

### (1) 支那事變以前

これより私は、わが日本の數學教育（それも中學校のそれを中心として）について、語らなければならない。徳川時代にわが國には、わが國固有の數學とも稱すべき和算の大なる發達があつたのである。しかるに、この和算を棄てて、國際的な數學の採用を決定したのは、明治五年のことであつた。それ以來、わが國民は幾多の無理を忍び、幾多の困難に耐へながら、歐米の數學に、——特に中等教育にあつては米英の數學教育に學ぶところ最も多かつた。そして明治三十五年（一九〇二）實施中學校要目によつて、最初の統制を見たのであつた。

この統制は、菊池大麓、藤澤利喜太郎の指導精神によつて行はれ、わが中等教育に於ける數學の一般的水準を向上させるについては、大なる効果があつたが、不幸にしてその指導精神は、「歐米の改造運動とは、あまりにもその方向を逆にしたものであつた。その精神は眞摯であり、その方法は着實ではあつたが、しかしその方向は世界の大勢に逆行せるものであつた。菊池、藤澤の根本思想は、ジョン・ペリーが徹底的に打破せんとしたところ

るの、舊きイギリスの傳統的型式ではなかつたか。<sup>(1)</sup>

(1) 拙著「數學教育史」(岩波)を見よ。

しかし、かやうな事情にも拘らず、二十世紀初頭に於ける數學教育改造の世界的潮流は、大正年代に入つてから、急速に輸入された。そして一方では改造問題の攻究に當ると同時に、他方では微溫ながらも、ある程度までは、教育の實踐に移されて來たのであつた。

しかしながら、昭和十年以前の小學校國定算術書は、極めて非教育的な教科書であつたし、また中學校は明治三十五年の要目に制約されてもをり、それに中等教育の意義を無視するやうな、高等諸學校の入學試験に支配されて、積極的な改造を企てることなどは、事實殆ど不可能な状態にあつたのである。

尤も昭和六年の要目の改正によつて、數學各分科の綜合的取扱が認容され、直觀幾何が採用され、數値三角法が適當な地位に置かれ、函數觀念の養成が説かれ、「教材は成るべく實際生活に適切なるものを選ぶべし」と述べられた。それは内容及び方法に於て、よほど新鮮となり近代化されては來たが、實は極めて中途半端なものであり、自ら舊制度や舊勢力と妥協するやうなものになり終つたのは、何たる遺憾であつたらう。

## (2) 教授要目の革新

かくて人は數學教育改造の理想を失はうとした。その瞬間に、わが日本には支那事變の推移から、眞劍な國民的課題として、科學振興の問題が採りあげられたのである。

今や文部省では、一方では昭和十年以來の小學校(國民學校)算術書の刷新の輝かしい成果に促され、他方わが國現下の重大なる時局に適應するために、本年(昭和十七年)三月教授要目の劃期的刷新を行ふことになつた。新要目は數學科の目標を掲げて、

「數學に於ては、數、量、空間を中心として、事物現象を考察處理するの能力を鍊磨し、數理と其の應用との一般を會得せしめ、數理思想を涵養し、國民生活の實踐に導き、國運發展の實を擧ぐるの資質を啓培することを要す」

と述べ、最後に

「全般に亘り、産業、國防の觀點に立ちて指導すべし」

と強調する。かやうなことは、日本の數學教育にとりて、實に空前の指導方針と言はねばならないと思ふ。

新要目にあつては、過去の中等教育に見るやうな、算術、代數、幾何、三角法などの分科的孤立、専門的隔離を撤廢した。

そして新に、解析幾何、微積分、畫法幾何、統計法、力學などのやうな基本的事項——そして、それは同時に、近代の科學、技術を會得するための武器としても、最も價值ある事項なのである——を綜合して、一體として數學科を構成することに努めるのである。

勿論、これだけの新教材を採入れるためには、當然從來の教材の上に、思ひ切つた大膽な整理を行はなければならぬ。それで、その結果として、代數に於ては徒らに複雑な非實質的計算と、眞實性や重要性を缺いた問題は、十分に削除されるだらう。幾何に於ては、從來のやうな初等幾何學の系統が一應解體される。その代りに、

中學校教授要目

印刷の都合上、少し省略したところがある。また代數方面と幾何方面とは、平行して取扱ふのである。

第一學年

統計的處理 日常卑近なる事項に就き統計的に考察する態度と的確なる處理をなす能力とを養ふ。(統計資料の蒐集と整理、種々の指數と率、歩合)

文字の使用と公式 公式、方程式、實驗式と圖表。

正數、負數

一次方程式 (等速運動、直交座標、一次式と直線、一次方程式、聯立一次方程式、二直線の交點)

測量、測定 (物差と副尺、平板測量、算術平均、概算、計算尺)

圖形の畫き方 (平面上の基本作圖、簡單なる投影圖、種々の曲線)

圖形の合同 直觀と論理とを一體として圖形の合同に關する觀念を明確ならしむ。

圖形の對稱と回轉 (對稱の中心、軸、面、回轉の中心、軸、規則正しき圖形)

第二學年

整式 (整式の四則、乗法の公式)

分數式 (簡單な分數式、比例式)

平方と平方根 (表の作製と使用、補間法、數の開平)

二次方程式 (二次式の變化、二次方程式の解法、二次式の因數分解)

平行と相似 (直線、平面の平行、平行四邊形、比例、面積、體積、相似圖形)

直角三角形 (直角三角形の性質、銳角の三角函數)

圓と球 (圓と球の基本的性質、比例、圓に内接又は外接する多角形)

第三學年

多項式 多項式の除法より其の展開に及び多項式の計算に習熟せしむ。(多項式の除法、多項式の展開、近似値)

不等式 不等式の基本事項を整理擴充し其の取扱に習熟せしむ。(不等式の基本的性質、不等式の解法)

對數 指數法則を明かにし指數の擴張を行ひ對數計算に習熟せしむ。(指數の性質、對數の性質、對數表、計算圖表)

軌跡 圖形の連續的變形移動を考察し軌跡の觀念を明確ならしむ。(運動する點の畫く圖形、條件を滿す點の存在する範圍、條件に従ひて動く圖形)

圓運動と三角函數 圓運動の考察より一般角の三角函數を導き其の基本事項を明かならしむ。(圓運動、角速度、弧度法、極座標、三角函數の變化、三角眞數表)

三角形と三角函數 三角函數を三角形との關聯に於て考察せしむ。(正弦法則、餘弦法則、加法定理、三角形の解法、一般圖形への應用)

第四學年

箇數の處理 有限箇のものを分類處理する能力を養ふ。(順列、組合せ、確率、二項定理)

自然數と級數 自然數の簡單なる性質を考察せしめ級數に及ぶ。(自然數の性質、級數)

系列の觀察處理 一定の法則に従ひて無限に生成する數及圖形の考察を行ひ極限の觀念を導く。(數列、圖形の系列、區分求積法)

連續的變化の考察處理 連續的變化を中心として極限の考察處理を行はしむ。(近似値、極限、切線)

投影圖及透視圖 投影圖法の基本事項の取扱を訓練し、直線、平面の位置關係を考察せしめ、更に透視圖に及ぶ。(直線、平面の位置關係、投影圖の見方と畫き方、簡單なる透視圖)

球面上の圖形 球面上の圖形に關する基本事項を考察せしめ、球面圖形を平面に描寫することを取扱ひ、地圖の作り方に及ぶ。(球面上の圖形、地圖)

圖形の切斷 平面による圓柱、圓錐の切斷面を觀察せしめ、圓錐曲線の基本的性質を綜合的に考察せしむ。(圓柱、圓錐の切斷、圓錐曲線の基本的性質)

### 第五學年

函數の變化 極限の觀念により函數の變化を考察し其の應用を圖る。(函數の變化、極大、極小)

統計圖表の考察 統計圖表に對する考察を深め、實驗式に關する處理に及ぶ。(度數分布、平均と偏差、相關關係、實驗式)

圓錐曲線 圓錐曲線の考察を中心として圖形の解析的取扱の基本事項を指導す。(直線及圓、圓錐曲線の標準方程式) 力と運動との考察 力と運動とに就きて考察せしめ數學の應用に慣れしむ。(速度、加速度、拋射體、週期運動、力と運動)

もつと廣い意味での幾何學が成立することになり、平面幾何と立體幾何とは綜合されるし、また從來のやうな難問題は當然一掃されるだらう。

實地の指導に當つては、

「低學年に於ては具體的な操作によりて、基礎的考察處理の能を得しめ、學年の進むにつれて、數理の嚴正なる考察に向はしめ、高學年に於ては、綜合的考察力の涵養に力むべし」

とされ、また

「實測、作圖等の作業を重視し、知行一體の修鍊を爲さしむると共に、直觀と推理とを一體として、抽象し具體化するの働を鍊磨し、工夫創造するの能力を養ふに力むべし」

と強調される。その他「概算及近似計算に習熟せしめ」たり、「國民の日常生活並に郷土の實際の資料を重視」する等々が、要求される。

それで若しも新要目の目標と精神が、正しく徹底的に實踐されるならば、それは從來の傳統的數學教育の缺陷が見事に克服されるし、また、かやうにしてこそ、わが日本の數學教育は世界的水準を超えることになるだらう。しかしながら、それは中學教師に取りて、實に荆棘の道なることを、十二分に自覺しなければならぬ。私はただ教員諸君の懸命なる覺悟を、衷心から祈らざるを得ないのである。

圖形の切斷 平面による圓柱、圓錐の切斷面を觀察せしめ、圓錐曲線の基本的性質を綜合的に考察せしむ。(圓柱、圓錐の切斷、圓錐曲線の基本的性質)

## 第五學年

函數の變化 極限の觀念により函數の變化を考察し其の應用を圖る。(函數の變化、極大、極小)

統計圖表の考察 統計圖表に對する考察を深め、實驗式に關する處理に及ぶ。(度數分布、平均と偏差、相關關係、實驗式)

圓錐曲線 圓錐曲線の考察を中心として圖形の解析的取扱の基本事項を指導す。(直線及圓、圓錐曲線の標準方程式)

力と運動との考察 力と運動とに就きて考察せしめ數學の應用に慣れしむ。(速度、加速度、拋射體、週期運動、力と運動)

もつと廣い意味での幾何學が成立することになり、平面幾何と立體幾何とは綜合されるし、また從來のやうな難問題は當然一掃されるだらう。

實地の指導に當つては、

「低學年に於ては具體的な操作によりて、基礎的考察處理の能を得しめ、學年の進むにつれて、數理の嚴正なる考察に向はしめ、高學年に於ては、綜合的考察力の涵養に力むべし」

とされ、また

「實測、作圖等の作業を重視し、知行一體の修鍊を爲さしむると共に、直觀と推理とを一體として、抽象し具體化するの働を鍊磨し、工夫創造するの能力を養ふに力むべし」

と強調される。その他「概算及近似計算に習熟せしめ」たり、「國民の日常生活並に郷土の實際の資料を重視」する等々が、要求される。

それで若しも新要目の目標と精神が、正しく徹底的に實踐されるならば、それは從來の傳統的數學教育の缺陷が見事に克服されるし、また、かやうにしてこそ、わが日本の數學教育は世界的水準を超えることになるだらう。しかしながら、それは中學教師に取りて、實に荆棘の道なることを、十二分に自覺しなければならぬ。私はただ教員諸君の懸命なる覺悟を、衷心から祈らざるを得ないのである。