昭和十六年十月廿五日

於東京物理學校

小倉金之助氏講義

(近世數学史)

中央公論社 主催

近世數學史

小倉金之助氏述

それでは特別講義と致しまして近世の數学史の話をします。大体に於きまして十五世紀から十九世紀の半ば頃までのヨーロッパに於ける数学の歴史であります。諸君かつての学校に於きまして学びました数学は大部分に於きまして近世に発達し、発見され、或は完成した所の学問でありまして、謂はばユークリッド、あゝいつたものを除く

外は、算術でも代数でも、函数、幾何、微積分、微分方程式、さういつたものが殆どその時代に於て完成されてのでありますからして、諸君が卒業を前にして数學全体を反省し、回顧するといふ意味に於きましてかういふ方面をやるのも無意味ではなからうと思ひます。この講義は時間もありませぬから、目的をどういふ部に置くかといひますと、古代の数學と、それから中世の数學、それと近代の数學、かういつたもの、近世の数學は如何に画

別されるか、言ひ換へますと、近世の數學が古代の數學或は中世の數學、或は近代の數學と如何にその特色を異にするか。さういふ近世の數學の特色といふ所に問題の重点を置きたいと思ふのであります。さういふ風な訳で、數學者個人の傳記とか、或は詳しい學問上の發達史とか、さういつたことは此処では十分に觸れる餘裕はないのであります。只今申しましたやうな、謂はば方法論的の立場から近世の數學の概論といふやうな所をはつきりと掴

んで行く。さういふ積りで申すのであります。

近世の数学と申しますのは、一口に申しますと、ギリシャの数学、他の一方に於きましては印度、アラビヤの数学、この二つを綜合統一して、その基礎の下に改良されて、更に新しい数学的な考へ方の下に進んだ数学であるのであります。それでありますから、この近世の数学を語る前に先づ吾々はざつとギリシャの数学及び印度、アラビヤの数学の大体に付てお話を申上げる必要があると

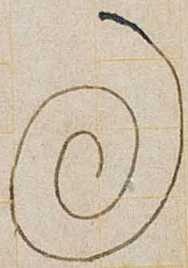
思ふのであります。
ギリシャの数學は御承知の通りエヂプト、バビロン、かういふ二つの系統の数學を土台としまして、それにプラトンの哲學、さういつた影響の下に組織された數學であります。それでギリシャの數學は、諸君も御承知の通り、其の人物から云ひますと、例へばダハルス、ピタゴラス、ユークリッド、アルキメデス、アポロニウス、ヘロー、プレミーデホワネス、パプス、かういふやうな有力

なる代表的な数学者の輩出を見たのでありますが、大体に於きましてアレキサンドリヤが出来上った以前に出来上った数学とその以後の数学、言ひ換へますと、ヘレニズムの数学、その間には相当な開きがあるのであります。古代ギリシャ、言ひ換へれば、アテネを中心としたギリシャ的の数学は最初はエヂプト、バビロンの系統から進みましたけれども、軈て純粋な論理を逐うて、特に幾何学的方面に於きましては全く系統的な体系を逐うて

進むといふ、さういふ方針で進んだのでありまして、特にそれがプラトンの考へに依つて進められたのでありますけれども、この時代の特色としましては論理といふ方面には非常に優れたものが出ましたと同時に、數學の内容的の方面に於きましては餘り新しい發見といふものは多くはなかつたのであります。そのことは後でもう一度詳しく申上げる機會があると思ひます。此がこのヘレニズムになりますと、アテネの時代とはまるで變ります。

ヘレニズムは大きな商工業、技術、さういふものが發達した上に作られ、さういふ文化でありますから、このヘレニズムの數學になりますと只今申しましたやうな論理的であるといふやり方の固有のものは失はれないけれども、その上に遙かに物象的、經驗的の材料が多く加つて参りまして、單なる論理的數學からして自然科學、さういふものと結付いて發達して行くやうな數學が段々現はれて來たのであります。それでありますから論理体系

の代表者と致しまして吾々はユークリッド、或はアポロニウス、さういふ人を挙げます。けれども他の一方に於てはアルキメデスのやうな、論理ばかりでなしに直観的な天才であり、而もダイナミックス、その他の物理学上に於て大きな仕事をした。さういふやうな物理的の考へ方を数学の中に入れまして、さうして非常な独創的な研究、例へば抛物線の面積を求めるとか、或はアルキメデスのスパイダーの長さを求めるといつたやうな、



今日微積分で取扱ふやうな考へ方、それと同じやうな運み方を見るのであります。その他へローの如き、これは測量の大家であります。又プレーミーの如き、これは偉大な天文~~数~~学者であります。尤も数学で見ることの出来ないやうな人が段々出て参りました。さういふやうな育様でありますから、その間からデホワネスのさういふ

デ

ハイスウ論

方面で進んだ今までのギリシャ固有の算術、さういふものの
から飛躍的の仕事を為す、さういふ人が現はれるのも当然
であります。又アポロニウスのやうに、円錐曲線の理論
に於きまして、今日吾々が知つて居る円錐曲線の性質の
主なるものを大部分発見をする、而も系統的にその理論を
築き上げる、さういふやうな天才が現はれて来るのも無
理はなからうと思ひます。さういふやうなものがギリシャ
数学でありますけれども、何と申しましてもこのギリシャ

数学は先づ論理的、体系的である。そうしてその根本を幾何学に依つて居るといふことを、これは争へない現象であります。無論ギリシャ時代といつても算術といふものがなかつた訳ではありません。けれども今日吾々が考へて居るやうな算術はギリシャ時代には数論、計算術、この二つに分れて居つたのであります。この計算術といふのは、これは吾々は文字通り解釈して宜しい、加減乗除、その他の計算の方法、所が数論といふのは、それはその

中には無論吾々が今日考へて居る素数論とか、最大公約数の論とか、さういふやうな正しい意味の数論を含んで居ることは事実でありますけれども、さうでない單なる形式的な部分も非常に多かつたのであります。さう致しまして、さうしてギリシヤの人達はプラトン哲学の影響などもありましたが故に、數論のみを尊重致しまして、計算術といふものを非常に軽く扱つたのであります。計算術といふものは唯商賣人であるとか、或は子供とか、さ

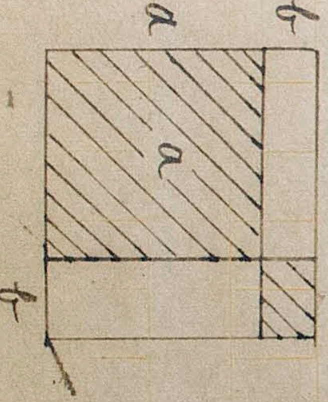
うしふやうなレベルの低い人間が学ぶべきものであつて、数学者などが本式に研究するやうな値ひするものではない。さういふ考へ方で居つたのであります。所が、然であります から計算の技術といふものはやはりそれに於ては段と進歩しますかつ。やら。所が計算の技術進歩しないやうな数学といふものは、皆様もお分りのやうに、そんな数学といふものは将来伸びる性質のものではないのであります。数学は何といつても その一面に於て計算の技術の上に立つ

て居る。これは後で段々にお話する機会があると思ひますが、それで計算技術といふものを軽蔑したやりかたの算術は、後にアルキメデスが出、プレミー、デホワネスが出る頃までは非常に幼稚な程度に止つたのであります。然らば彼等はこの計算技術に依り、一般的理論をやるのにどうして計算したかといふことになります。今日吾々が代数で考へて居るやうな任意の数「A・B」、かういつたものは彼等の計算術の中には殆ど含まれて居ないのであ

ります。かういふ任意の数といふものを考へる代りに、彼等は幾何学的に現はして、長さで現はした。それでありますから、今日吾々が代数でやるものを彼等は幾何学的に計算をしたのであります。例へば・

$$a^2 \times b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

かういふ風なものが彼等はかういふ風にやる



かういふやうな図型を描いて幾何学的に証明する、証明といふよりは、さういふ事柄を現はすのにかういふ形態で以て述べもすれば取扱ひもする。さういふ風にやつたのであります。さういふ意味に於きましてやりみやの代数といふものは所謂吾々の考へて居る代数でなしに、幾何学的代数である ジョーメタルカル であります から、一般的数を扱ふことは出来るにしろ、それが非常な不便なものであつたことは言ふまでもない話であります。現に「a」か

直線ならば、「a^2」は正方形、「a^3」ならば立方体を現はす、「a^4」ならば何を現はすか、忽ち行詰つてしまひます。かういふ考へでありますから、ギリシヤ的考へで進んだ代数といふものはその儘では到底吾々が今日やつて居るやうな代数といふ正しい概念まで到達することは非常に困難な訳であります。このギリシヤの数学の指導的理論、之に對してプラトンの言はれたことがあります。かういふことを言つて居ります。「他にもつと適切な言葉がないから、幾何

学者は加へるとか、平方するとか、恰も何者かが何事かを為すかの如き言葉を已むを得ず用ひなければならないのであるが、之は幾何学の本質ではないのである。削除する、加へる、平方する等々のプロセスは幾何学の本質でないのみか、正にその反對者である」。之がプロットンの言葉でありまして、斯樣な幾何学的の本質ではない、寧ろ反對である、他に方法がないからさういふ方法でやるのだ。これが哲学的の考へ方なのであります。さて

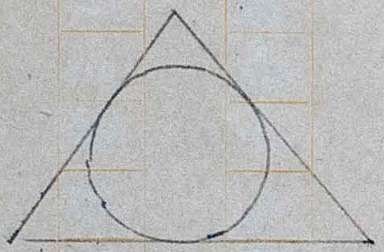
いふやうなものから今日吾々の考へて居るやうな代数といふやうなものは生れるはずはないのであります。ずつと後に　　が出まして、計算の立場から代数を取上げまして、餘程吾々の考へて居る代数に近いものに到達しましたけれども、如何せん、その後間もなくギリシヤ数学が滅んでしまふのでありまして、デホワネスの系統ではギリシヤに於ては十分育つことが出来なかつた。かういふことが言へるのであります。

次には印度の数学の話をします。印度、或はアラビヤ、支那その他日本、かういふやうなアジヤ諸國になりますと、数学の有様はやはりギリシヤとは非常に違ふのであります。それよりも寧ろかういつた方が適當かも知れない、ギリシヤの論理的の数学の傳統を持たない訳の國々の数学はその論理性に於て極めて缺ける訳があつた。かういつた方が宜いかも知れませぬ。そこで先づ印度から始めます。この印度は、それはやはりギリシヤとの間に交渉があつたには違

ひない。ヘレニズムの時代には文學があつたには違ひない。様にギリシャ的のものか、例へば三角法、さういつた方面ではギリシャ的のものが印度に入つた。それは今日分つて居りますけれども、併し先づ大体に於きまして印度の數學といふものは非常にギリシャの數學とは違つて居る。印度人は幾何學的な研究に於て何等の優秀さをも示さなかつた。印度人は現代に於ける証明といふやうなことは十分に理解出来なかつたであらうと思ふのであります。

それは現実な意味に於ける証明といふやうなものは、所謂ギリシャ系統のものであつて、印度、支那、或は日本の和算に於きましては、かういふ風な点に於ては極めて缺けた所のものがあるのであります。それですから印度の幾何學に於ては圖を描いて唯「見よ」と書いた。例へばピタゴラスの定義があります。或はハスカロのやつた、印度の数學の有名な書物ですが、それにはピタゴラスの証明の圖を描いて、唯「見よ」、かう書いてある。それ程極端ではない

いけれども、日本の和算なども稍て　さういふ性格のあることは争はれない訳であります。諸君が和算の本を御覧になれば分ると思ひますが、円があつても定義も何もない。接線があつても定義も何もない。例へば三角形に円が内接して居るとすれば、唯



やういふ図が書いてあるだけであります。だから内接三

図形といふものは何のことか、それは和算では何も説明して居ない。けれどもかういふやうな問題を幾つか取扱つて居る中に吾々は自らにして円とはどんなものであるか、接線とはどんなものであるかといふ性質を学び取ることが出来る。言ひ換へれば、調べ取ることが出来る。それは和算の性格でありますけれども、やはり印度などはその最も優れた典型であるといつてよいだらうと思ひます。

之れを幾何の方は見るべきものが多くなかつたが、印度で見るべきものは算術と代数であります。先づ吾々は算術の方から考へて見ませう。御承知のやうに今日吾々が使つて居る算用数字、

0．1．2．3．4．5．6．7．8．9

かういふやうな算用数字はそれは印度人の発明に掛るのであります。この算用数字といふのは極めて重要な二つの要素を持つて居る。第一は零といふことであります。

第二は位取りといふことであります。言ふまでもなく

235

と書きますれば、この「2」は唯の二ではない、それは二百であります。この「3」は唯の三ではなく三十であります。斯ういふやうな位取り、この位取りの原則、零の発見、このことが印度数字に於て吾々は初めて見ることが出来るのでありまして、この二つの性質があればこそ印度人の発見をした此のあの数字が今日国際的地位を保って居

るのであります。何でもないやうなことであつて、その発見の意義が極めて重大である。数学史家のカヂョリは、一般的の人間の教養に於て印度数字の発明のやうに貢献の多かつたものは少いだらうと、かういふことをいつて居ります。言ひ換へますと、昔からアラビヤであるとか、バビロンであるとか、ギリシヤ人の天才を以てしても彼等はかういふやうな便利な数字を発見することが出来なかつた、正に之はコロンブスの卵であります。北海道の

吉田（ジヨウイチ） 教授が「ゼロの發見」といふ書物を書くのも決して意味のないことではありませぬ。これ程の印度數字であります。これを彼等は發見しました上に、單に正數のかりでなしに、分數のやうなものもちやんとやつたのであります。例へば吾はか

$\frac{3}{2}$

と書きますを、彼等は

$\begin{matrix}3\\2\end{matrix}$

と、棒を書かないだけであります。吾々か

$5\frac{2}{3}$

と書く所を

5
2
3

と書いた。それから記号（ハイチ）といふやうなものも吾々は彼等に負ふ所が非常に多いのであります。等しいといふことを印度人は Phalam と呼んで居りますから、初めの三つの文字を取って等しいは Pha。加へるは、yuta

それでこれは yu。これは印度人の記号に従ふと、

Plu. 1/2 $\frac{5}{1}$ $\frac{21}{3}$ yu

かういふやうな記号で現はされたものは何かと申します

と、先づこれは只今申しましたやうな分数であります。

$\frac{5}{1}+\frac{21}{3}$

並べたのは加へるといふのはずつと以前にエヂプトで使

つて居ります。兎も角もかういふことはエヂプト的であ

ります。それで結局これは、

$$\frac{5}{1}+\frac{21}{3}=12$$

であります。それで印度人はかういふ様な計算を非常に早くやるのであります。印度人自身の言葉で言はせますと逆算にかういふのがあります。「輝く眼を持つ麗はしい女よ、お前は逆算の正しい方法を知つて居るか、知つて居るなら私に告げなさい、一数あり、之を三倍し、その四分の三を増し、七で割り、その三分の一を引く、之を二乗して五十二を引く、その平方根を求め八

を加へる、十で割り二残る、元の数は何程か」、かういふのがある。或る数を「x」とすると

$$\left\{\sqrt{\left[(x+3)\left(1+\frac{3}{4}\right)\div 7\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\right]^2-52}+8\right\}\div 10=2$$

麗はしの乙女よ逆算を知つて居るかといふのは、この「x」を求めますのに逆に計算する。先づこの二に持つて来て十を掛ける、それから八を引く、それから平方する、その次に五十二を加へる。かういふ風に逆に計算をして行くのであります。彼等はこの規則を呼ぶのに簡単な言葉

で言って居る。

multiplicandorum

div mult
add sub
sub add

割ったものは掛ければよい、加へたものは引けばよい、引いたものは加へればよい。かうやれば逆算、さういふ方法で述べたのであります。斯様にこの計算を極めて早くやる。それが印度の計算術の根本の考へ方です。算木を

ぎりしや的に論理的にゆつくり考へて、線などで現はして居つたら到底かういふやうな計算は早く出来る性質のものでないことは当然であります。それで印度人は代数に進んだ。加法は並べて書く、減法は引く数の上に点を打つ、乗法は積といふ元の言葉がバヒタで、そのバを取つて bha 、割算は割らるる数の下に割る数を掛ける。未知数は原語がヤバタバといふ所から、初めの二つを取つて ya と書いてある、平方は va、常数は ru、

かういふやうな記号で現はしますと、

ya 5 me 1 ・

ya 3 me 2

「教養ある紳士よ、その積を直ちに読め」――答は、

ya x 15 ya 7 me 2 ・

ya というのは五であります。ですから吾々の言葉でいへ

は、

5 x

36

一に冪が打つてあるのはマイナスで、

$5x-1$

乗すといふ言葉をわざ／＼書いたといふことはこれはその当時に於ては非常に意味があるのでありまして、ずつと前ヨーロッパでは十七世紀の初め頃までかういふ考へ方が續くのであります。その次は

$3x+2$

これを書きますと、

$15x^2 + 7x - 2$

というふうになりまして、能く読めます。

pla ya ri 18 ya 0 ru 0
ya ri 16 ya 9 ru 18.

$18x^2 + 0x + 0 = 16x^2 + 9x + 18$

併しこの方程式は「x」が一つしかないが、それが沢山ある場合はどうするか、ya というのは唯の未知数一つの場合、二つ、三つの場合は色分けをする、黒の未知数、

未知数、例へば黒をkalakaとすると、今日

x × y

は、掛けるのは bha でありますから

ya ka bha

それだけのことを申上げましたならば印度人といふものは今日吾々がやつて居るやうな代数計算といふやうなものにはては十分能く心得て居つたといふことがお分りになるだらうと思ひます。それでありますからドイツの有名な数学家

のハンケルが、「若し代数の意味を總ての種類の複雜な量、即ち有理数、無理数、或は空間的の量の上に算術計算を適用するにある。さういふ風に解釋するならば印度のバラモン教徒こそ真に代数の発見者といふべきである」、代数といふものを如何なる意義に解釋するか、それは人に依つて恐らく違ふでありませう。けれども代数といふものの意味を總ての種類の複雜な数、さういふものの上に算術計算を適用して、さういふ風に解釋するならば、

印度のバラモン教徒こそが代数発見の栄誉を負ふといふのが彼の解釈でありまして、私などもこの説には極めて同感を表するのであります。少くとも代数の基本的の考へ方、さういふ意味に於きましてはハンケルの考へ方は至当ではないかと思ふのであります。

次には アラビヤがやつて参ります。アラビヤといふと語弊がありますので、寧ろペルシヤ・アラビヤといつた方がよいかも知れません。御承知の通りペルシヤ、殊にアラ

ビヤは一大帝國を作りました。一方マホメット教といふやうな宗教を武器としまして、他方商業貿易といふやうな方法で以て、今日のイラン、ああいふ所から始めまして、ずつとアフリカの北岸に沿ひまして、更にスペインの大部分、これだけをアラビヤ人は占領して一大帝國を作つた。その根本するものは一方は商業貿易であり、他方はマホメット教であります。アラビヤ人は経済的に非常に優れた國民でありまして、相当に裕福な生活をやつた

のであります。その当時のヨーロッパ、主に十世紀から十四世紀に掛けましてこのヨーロッパに住んで居つたクリスチャンなどの生活に較べますと、どれだけアラビヤ人の生活の程度が高かつたかといふことは思ひ知られる、といふのは、今日の経済史家は十分に証明した所であります。かういふやうな商業を土台として出来た國だといふことを考へに置かなければなりません。そこでアラビヤの数學といふものは然らばどういふ風のものであるかといへ

なお、何といっても便利な計算法に依らなければなりませぬので、彼等は印度の計算法を採用したのであります。そうしてその上に他方ギリシャの文献を翻訳して、ギリシャの方からユークリッド、アルキメデス、ポリン、そういうやうなギリシャ数学、ギリシャ科学の優れたものを翻訳した。そうしてギリシャの幾何学と印度の算術代数を融合する。ギリシャ的の論理的の方法と印度的の直観的な便宜的なものと綜合する。そういふ風に進んで或る種

度まで獨自の教會を作られたのがアラビヤ人であります。

アラビア人は幾何の方では大した獨創力は發揮しなかつた。たゞギリシヤの飜譯をやつたに止まるのでありますけれども、ギリシヤのあゝいつた体系のある幾何學をアラビア語に飜譯するといふやうなことは一通りの苦心によつて出來るものではないのであります。何囘も何囘も、失敗に失敗を重ね、先人のやり遂げた訳を更に進歩改良を加へるといふやうな、非常な努力の下にやり遂げたのであります。後にこのアラビア語がラテン譯をされ

ましてそれによつてヨーロッパの人達は再びギリシヤの根本に接するといふやうな時代が来るのでありますから、さういふ點から見ても、このギリシヤ幾何學書のアラビア譯の價値といふものを軽く見てはいけないのであります。アラビア人の如き未だ文化に恵まれない急激に發達をした國家民族、さういふものにありましては、かういつたギリシヤ的なものが如何に困難であつたか。これを成し遂げた訳にアラビア人の非常な優れた一方の長

所があつたのではないかと私は考へます。

代数の方では、只今申しました通りインドの方法をば学んだあります。有名な著書アルコワリズミ、この代数が今残つて居るアラビアの書物の中で最も有名な一つのものであります。あの中に吾々は代数といふ言葉の原語即ち algebra といふ言葉の言語を初めて見出すのであります。それは、アルコワリズミの中に al-jabr wal mogabala といふ言葉が現はれて居ります。英語でこれに非常に近い譯をや

りますと、ab-jabr は reduction といふ言葉であります。
walma gabala は cancellation といふ言葉であります。
この意味はかういふのであります。

$$5x^2 - 2x = 6 + 3x^2$$

これをアブジヤブルによりまして

$$5x^2 = 6 + 2x + 3x^2$$

これがアブジヤブルであります。今度はカンスレーション（ワルム・ガバラ）

・$2x^2=0+2x$

これがワルム、がバラであります。アブジヤブルといふことは相互で移行するといふことであります。さういふことがアブジヤブルでありますので、このアブジヤブルといふ言葉とワルム、がバラといふ言葉、かういふオペレーションとかういふオペレーションと二つで方程式の基本的の部分をやつて行ける譯ですが、この中のアブジヤブルが轉化しまして今日のアルジェブラになつた。だ

かうアルジェブラといふ言葉を使ひましたところで妙な話でありまして、如何にも吾々が今日意味して居るところの代数の全般を盡して居るのではなく、ほんの一部分しか盡して居ない譯です。かういふ所からアルジェブラといふ言葉が始まった譯であります。

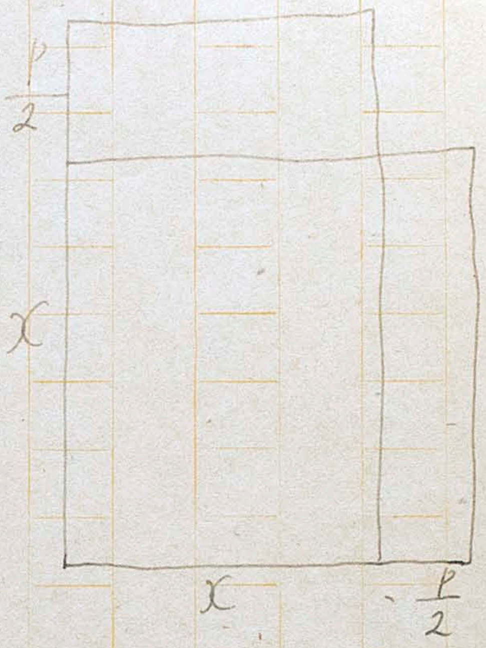
アルコウリズムの代数の言葉は一部分はインド的であり、同時に一部分はギリシャ的であるのであります。妙なことにアルコウリズムは代数記号を用ひない。さうい

ふ點ではインド的ではなしにギリシャ的であります。けれども二次方程式の二つの本を認めて居る。さういふ所はギリシャ的でなく、インド的であります。

今試みにあの書物に現はれて居る二次方程式の解法をやつて見ませう。

$$x^2+px=q$$

この場合に、先づエックスを求めるのでありますが、



左邊は x^2+px で現はせる。

$$x^2+px+\left(\frac{p}{2}\right)^2 = q+\frac{p^2}{4}$$

ところがこれは

$$\left(x+\frac{p}{2}\right)^2 = q+\frac{p^2}{4}$$

$$x+\frac{p}{2} = \pm\sqrt{q+\frac{p^2}{4}}$$

これで二次方程式の根が分ったのであります。

しかしながら、アルコワリズミの外に代表的な数学者があるのでありまして、色々な記号を作って居るのであります。例へば x (x^2) ー ü (ı̇) といふやうな代数記号で取扱った人もあるのであります。ヨーロッパに代数が入りました時分に、最初の記号はかういふ風なアラビアで作った計算記号が入って来た譯であります。

とこにもう一つアラビア人の代数に於ける一つの大き

な貢献について申上げたいのは、三次方程式を彼等は幾何学的に説いたことであります。オマール、イブン、ハッヤームと呼ばれて居るペルシャの数学者があります。このペルシャの数学者は同時にペルシャに於ける最大の詩人でありまして、ルバーイートといふあの美しいペルシャアラビアの文学を代表するところの、例へばイギリスのシェクスピアとか、ドイツのデーケとか、イタリーのダンテとかいふ程の偉大なる詩人であります。その詩人が

同時に偉大なる数学者であります。彼は三次方程式を…

例へば

$$x^3 + bx = a$$

かういふ風な三次方程式は

$$\begin{cases} x^2 = \sqrt{b \cdot y} \\ y(x^2 + y^2) = ax \end{cases}$$

これの交はりとして得られるといふことを示しました。

$$x^3 + ax^2 = c^3$$

かういふやうなものは

$xy = a^2$　$y^2 = a(x+a)$

上は抛物線、下は雙曲線、これの交はりとして得られることを発見したのであります。

三次方程式の解法といひますと、吾々はとかくカルダリア或はカルダノといふやうな人達の代数的解法を聯想するのでありますが、それよりもずつと古く、一一〇〇年頃にこの幾何学的解法はアラビア人によつて成し遂げ

られたのであります。この邊は非常に面白い所と言はなければなりませぬ。今日漸く中等學校でグラフなどを使つた三次方程式などをやつて居りますが、こちらのグラフ的解法の方が代數的解法より早かつたといふ事實は何物かを暗示せずには居ないだらうと思ひます。

更に彼等は方程式の解法に於て非常な優れた色々なことを示しました。例へば

$x^3 = 1 + 3x$

かういふ三次方程式、これがAl-Biruni、この方程式を解きまして、これを根にしまして

$x = 1.8973852468$

これが今日の數學から行きますと6が間違つて居るだけで、他の數字は全部正しいものであります。相當に優れた代數學者が居つたといふことを明かに示して居るものであります。

又三角法についてアラビア人は非常な優れたことをや

つて居ります。ペルシヤのナシル、エッディンといふ數學者が初めて天文學から離れて本當に數學としての三角法を築きあげたのであります。それまでギリシヤの數學、ギリシヤの三角法、或はインドの三角法、さういつたものは天文學と結びついた三角法であつた。まあ三角法といふものは、天文學の要求があつて、寧ろ天文が先で、その必要上三角法が生れた。三角法は天文學の附屬物であつたのであります。それが、天文學の附屬物としてなく

で、天文学から全然離れてしまつた三角法を純粋に築きあげた。これがペルシヤのナシル、エツデインであります。それでありますから、ドイツのアラビア学者ズーターが言ひましたやうに「十五世紀のヨーロツパの数学者がこのアラビア人の研究を知つて居つたならばこの三角法については何のなす訳がなかつたであらう、否彼等の間にはこのアラビアの三角法の研究を知つて居つた人が居たのではなからうか」アラビア学者のドイツのズーターは

かういふ風に述べて居りまして、要するに十五世紀になつてからヨーロッパに起きた三角法といふものは實はアラビア人が殆どやつてしまつたのである。かういふことを言つたのであります。かういふ風に考へて見ますと、吾々東洋人としましては、無論ギリシヤのあの偉大な數學の傳統を受けては居りますものゝ、算術といひ、代數といひ、この三角法といひ、今は殆ど見る影もないやうなインド人、アラビア人ではありますけれども、かやう

な東洋人によつて開發され或は完成されたといふやうな數學的の業績の多いのに驚かざるを得ないのであります。なにもギリシャの數學のみが唯一の尊敬すべきものではないのであります。ギリシャ數學に於て尊敬すべきものがあるとすればそれは彼等の論理性であります。幾何學の體系を作つたことであります。しかしながらさういふ方面でない別の數學がある筈であります。ギリシャ的でない數學を作りあげたのは實に吾々東洋人である。かういふこ

とを深く感じて置かなければいかぬのです。
それから、このアラビア人の算術に於ける貢献は、學問的には大したものはないのですけれども、アラビヤ人が商業貿易といふことを盛んにやりました為に、さういつたやうな方面にも算術といふものがアラビアで相當發達をしたのであります。この商業算術こそ實は吾々が今日やつて居る普通の算術の基になるのであります。
偖て、これだけのことを申上げまして吾々はこれから

ヨーロッパへかへります。

かやうにイソド或はアラビアの数學が全盛時代のヨーロッパといふものはどういふ状態であつたかと申しますと、申すまでもなくそれは中世紀であります。このヨーロッパの中世は、古代のギリシャや或はローマのやうな社會とは違ひまして、所謂封建制度であります。封建制度といひますのは何であるかといひますと、まづ上に領主が居り、その領主の下に騎士が居り、それが農奴を使用しま

してやつたところが、所謂本當の極く低級な農業経済の社會であつた譯であります。この邊のことは皆さんが西洋史を御讀みになれば詳しく分りますからここでは詳しく申しません。

ところが、彼等領主とか騎士とかいふやうなものは學問的な仕事に彼等自ら從事した譯ではありませぬから、學問的な仕事はどうしても坊さんの仕事、所謂お寺の仕事になつた。お寺こそその當時の一切の文化一切の教育

のそのもりを掌るところのものであつた譯であります。ところが、かういつたやうな農奴を使用して、上にはかういふ武士がある、その外に工業、商業といふやうなものが極めて衰へてしまつた時代である。さういふ時代を想像してごらんなさい。かういふ時代に於きましては数學といふやうなものゝ價値が殆ど認められなく、又数學といふやうなものを實際使つても、この時代に於て使へる領域といふものは極めて少かつた譯であります。それ

で、お寺の教育の中では古いギリシヤ、ローマといつたやうな時代の學問がだん／＼忘れられてしまつて、その寺院で教へるところの數學といふものは極く低級なものになつてしまつたのであります。詳しいことを申上げる時間がありませぬが、兎に角それはまるでお話にならない程低級であつた。算術といへば主として宗教上の暦を作る、それが殆ど唯一のものであるかの如くであつた。然らずんば極く形式的な算術があるだけで、これは殆ど

役に立たぬやうなものであります。何かといへば、その當時の幾何などは所謂地圖と同様に考へられたのでありまして、しかもこの地圖たるやまるで宗教の爲に利用されて、實際の地名にあらざる、バイブルなどにあるやうな地名を地上に求めるといふやうな地圖であつたのであります。さういふものと幾何學とが混同されるといふやうな状態であつたのであつたのであります。さういふ譯で殆ど數學といふものは見る影もなかつたのであります。

しかしながら、さういふ時代はだん〱進んで参りまして、この封建制もだん〱後にはその中から新しい都市といふやうなものが生れて来るやうになります。なぜ都市といふものが生れて来るか。いくらさういふ農業の社會でありましても、やはり色々な物資の交換とかいふことの為に市場といふものが必要であります。この市場のやうなものがだん〱大きくなる。さうすれば、たゞ農作物といふやうなものばかりではなしに、中にはどう

してもある程度まで工業的な製品といふ風なものも必要になって来るでありませうし、その中からどうしても商業的なことも出て来る。市場がだん〳〵大きくなって、さうして一定の都市といふ風なものがだん〳〵出て来るといふことは當然のことであります。それでありますから、十世紀、十一世紀頃になりますと、殊にイタリーでまっさきに現はれて参ります。又さういふ風な都市ばかりでなしに、中には宗教的な都市があります。例へば、そ

こにお寺がある、さうすれば、そのお寺に御詣りをするといふやうな連中が色々物を買つたりなにかするのですから、さういふ訳からだんだん都市が出来て来る。最初に申上げたやうな都市は、例へば日本ならば堺などがその代表的なものであります。堺が日本の戦國時代にはあういふことをやつた。あれなどは典型的なものであります。後者の市場は、善光寺をもつ長野のやうなものは好い例でせう。ヨーロッパならば宗教の都市の代表はパリであります。

前者のやうな都市の代表はヴェニスとかピサとかいふやうな訳であります。もうその頃色々のものがありまして、例へば十字軍といふものが起りまして、ヨーロッパのクリスチャンが遙る〴〵攻めて参りますと、あそこで驚いたのは、アラビア人とか或はトルコ人とかいふ風な人達の文化の盛んなことであります。学問の優れたことであります。十字軍はその際には失敗に終つたのですけれども、彼等が帰りゆふ新しい文化に接し、新しい経済生活

などを眺めて帰つたといふことがやはり封建制をだんだん近代的に革新を老くて行くといふ一つの大きな動機を作つて行つた譯であります。かやうな譯で、色々な動機からあの封建制がだんだん崩れて行くといふ状況になつて来たのであります。

然らばその封建制を崩すといふやうな先づ最初の動機を作つたものは何かといふと、領主にあらず、騎士にあらず、農民にあらず、新しく興きたところの階級をそこ

に見なければならぬ。それは何であるか。即ち商工業者が新しく興つて来たのであります。他の一方、かやうな商工業者がだん〳〵勢力を得て参りますと、彼等の間で所謂ギルド（同業組合）で色々彼等の子弟を教育する、さういふ同業組合の教育機関としまして、今までの世界に見ることが出来なかつた大学といふ風なものがだんだん出来上るやうなことになつた。大学は大部分ギルドから出発したのであります。一方宗教的なものもあつた。

例へばパリ大學は宗教大學です。そこには有名な坊さんが居る。その坊さんが説教をする。さういふ訳からだんだん教育が始まる。今日パリの大學はSorbonneと言ひます。パリ大學とは言ひませぬ。パリ大學といふ名前はUniversité de Parisで、これは色々な學校を綜合した名前でありまして、今日日本人がパリの大學へ行くとつへばソルボンヌといふ學校へ行く。ソルボンヌといふのはソルボンといふ坊さんの名前であります。かういふ

所を見てもなか〳〵面白い話であります。かういふ風になりまして、新しい大學といふものがだん〳〵出來上つて來るといふやうな時代になつたのであります。さういふ時代であればこそ吾々はこの十三世紀の頃からヨーロッパの地に於きまして初めて數學上の優秀な學者を見出すことが出來るやうになつた。イタリーの生れでヘブナッシー、或はピザのレオナルド・ピサン、しかも彼はピザの商人の息であります。若い時分船に乘りま

して地中海の間を色々航海した、さうして方々のアラビアの商業などを眺めて歩いて、さうしてその間にアラビアの文化に接しましてアラビアの数学を学んだ譯です。彼等が一二〇二年に書きました算術圖、これこそ實に新しいヨーロッパに於ける最初の書物であつたのであります。ヘブナッシーの算術は、昔のギリシャ、ローマといふ風なものでなく、全くインド、アラビア的な計算方法によるアラビア的の考へ方で作りあげたところの算術及

び代數の書物であつたのであります。しかもかういふものを作りあげた人が商人の社會から生れてきました故に吾々は近世の數學が強い意味を持つて居るといふことを考へなければならないのであります。

かういふことを一々詳しく申上げても仕方がありませぬから話を端折りますが、兎に角へブナッツレーのやうな人が出まして、又へブナッツレー程でなくても、相當の數學者が出ましたけれども、しかしながら容易に學が進む

譯には行かなかつたのです。その當時（一二五〇年頃
ロジャー・ベーコンといふ人がイギリスに生れまして、
ベーコンは、科學のアルファベットは數學である、一切の
科學は數學を以て出發をしなければならぬ、といふやう
な、それ程までも新しい見方をした人であります。しか
しながらさういふ風なベーコンは、その當時からいへば
異端者であるといふことで、一向近代的な數學は普及し
なかつたのであります。それは何といひましてもその頃

の學問は所謂スコラスティシズムでありまして、その當時の自然科學の考へ方は、アリストテレスのあゝいふ自然科學、何等の實證性に立たない、實驗も實測も餘り大したこともしないで、たゞ腕を組んで考へ抜かうといふやうな、どちらかといへばさういふ風な性格の哲學といふものが横行して居つたのであります。だから、その頃有名なトーマス・アクイナスなどは、針の先に天使が何人も居ることが出来るといふやうなことを真面目に議論を

して居る。さういふ議論は今日の科學から見れば非常に馬鹿々しく思はれる。なぜ馬鹿らしく思はれるかといふと、今日の科學の重要な要素である實證性がないからで、あります。しかしながら彼等はさういふ風な議論をやつて居る間に兎に角論理といふ風なものに於ては相當に優れて居ることをやつて居つたのであります。さういふやうな、針の先に天使が何人も乘つて居る、一人なら一人、その理由を何とか理窟を付けて行かなければならぬ、二人な

なぜ
ら三人乗られるか、さういふ風な一種の論理を論理の矛盾なしに主張しようといふ、さういふ論理の錬磨といふものがあるのであります。だから吾々は彼らにトーマス・アクィナスとかさういふ人達の仕事を軽く見ることは出来ませぬ。かういふ風な人達も、或る意味からいへば、科學的でない馬鹿らしいと思はれることが、しかし或はその間に將來論理的な偉大な建築を作り上げる基礎的なものを生むかも知れないのであつて、さういふものを全く

見捨てるといふことは出来ないと思ひます。皆さんがよくおやりになる例へば今日の集合論などといふやうなのも、或る意味に於てはやはりトーマス・アクィナスの類でないとも断定は出来ないといふやうな感があるでありませう。

兎に角、かやうに致しまして、さういふ煩瑣哲學が行はれましたので容易に新しい學問は普及しなかつたのでありますけれども、科學の方でなしに寧ろ文藝といふ方

面から新しい光が出て参ります。例へば一三一五年にはダンテの「神曲」が出ました。一三五〇年にはボッカッチョの「デカメロン」が現はれて居ります。このダンテやボッカッチョはしかも皆これをラテン語でなしにイタリー語で書かれたのであります。かういふ所に最早吾々は十四世紀に入ると近代的な國家といふものがだん〳〵作り上げられて行くといふ一つの證據を見ることが出來るのであります。今までのやうな封建制といふものでなく、

近代的な國家がだん〳〵出來つゝある。その近代的な國家は何を基礎として居るかといふと、商工業（の勃興）であります。その商工業の勃興によつて、封建制を打破して、その間に近世の社會が作られる、さういふ時分であります。それが學問の社會に於ては先づ文藝から始められ、それからだん〳〵數學や他の科學の方に及んで行くのであります。

（了）

原稿
（未発表）