日本数学史
講義原稿

(阪大に於ける講義)

昭和15年3月末に『日本の数学』(岩波新書)が刊行されたので、それを機会として、この本を入門として、もっと実質的に日本数学史を作る目的の講義である。

I. 昭和15年5月 約20時間

[I' 昭和15年 10月—11月 明治数学史]
6時間

II. 昭和17年 9—10月 約20時間

~~(Iに少し手を加えた)~~

これはIIの講義原稿であるが、その際に胃酸過多症によって、連日胃痛のため困難を極めた。
それでこのノートはIのノートと講義は殆んど同様で、多少の補訂を加えたに過ぎなかった。
[I'は後に『明治時代の数学』として刊行された。]

日本数学史

昭和~~〔〕~~17年9月28日—10月　日

阪大講義草稿

この講義は、主として徳川時代の数学史を取扱うものである。あまり繁細の事項や固有名詞の羅列を避け、出来るだけ日本数学史の~~概念~~を世界史的に眺めて、その概念を明かにすることを目的とする。

関孝和の業績

和算の意義、特色（日本的性格）

第1部　和算の概念　（約5-6時間）

第2部　支那数学史の展望　（約4-5 〃）

第3部　日本数学史　（約10 〃）

日本数学史の研究

遠藤、川北

菊池　林

三上

藤原

[Montucla

阮元、「疇人伝」（1799）]

1

~~春~~ ~~秋~~

~~和算入門~~
~~支那数学の概念~~
~~徳川時代の数学史~~
~~明治以前の日本数学史~~
~~和算の特殊問題~~

本格的に

日本数学史を学ぶには、何よりもまず和算が実際どんなものかを、実地に知ることを要す。それには何といっても系統的な和算の教科書によって、その序言、その術語、方法を知るのが便利である。その体系といっても、書物によって一定しないが、ここでは代表的のものを選ぶ。

具体的に

~~日本の数学~~

第一部
和算の概念

算法点竄指南録(坂部廣胖) 文化7年(1810)

算法新書(長谷川寛) 天保1年(1830)

~~[illegible]~~

和算家の方法を説明する。

最も一般的 初歩 大体を知る 問題 入門

特殊のものは後へ述べる機会がある。

第一篇 術
算顆(盤による計算)
(十露盤)

§1 加減乗除の計算

帰除法 (二一添作五、二進が一十)
　帰除とは法二位以上で割ること、帰は割る
　除は引くこと
商除法(亀井算)

金銭の計算及びそれに関係ある事項

§3 雑問

相場割　金銀銭の両替、米一俵石(形)、
春減、酒醤油水油、味噌塩茶、薪炭、
多葉粉、絹 紬 木綿、糸麻綿、
薬種紙、材木、運賃、地代、利足、

§2 異乗同除

同距、比例

$$異\ \frac{x}{a} = \frac{B}{C}\ 同$$

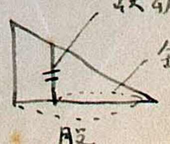
$$x = aB \div C$$

$$x = \frac{異\ 40 \times 9人}{3人\ 同}$$

比例式の図

後人 九人 去	前人 三人 去
後 [illegible]	前 [illegible]

$$\frac{x}{40} = \frac{9人}{3人}$$



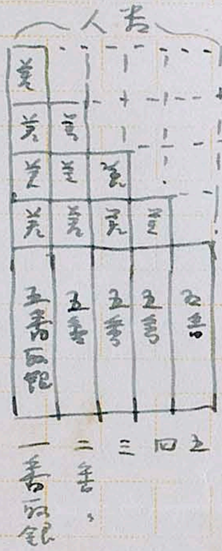
鉤句	向子
鉤股	股

~~雑題（具体例本）~~

§4、差分

（等差級数）

その意味と例、図解



銀 一貫二百五十目
五人に分へ、一番より
次第に五十目差をつけて
各々銀何程。

$$S = x + (x-d) + (x-2d) + (x-3d) + (x-4d)$$

$$= 5x - (1+2+3+4)d$$

$$= 5x - \frac{d}{2}\left[(1+2+3+4) + (4+3+2+1)\right]$$

$$= 5x - \frac{1}{2} \times 5 \times 4d$$

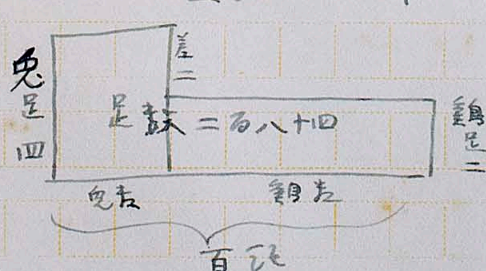
人数　一番と五番差

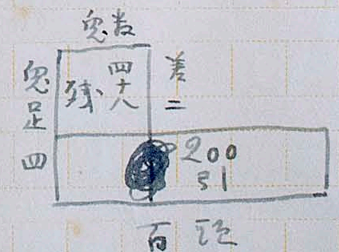
$$\frac{\text{総銀} + \frac{1}{2} \times \text{人数} \times (\text{一番と五番の差})}{\text{人数}} = \text{一番}$$

$$= \frac{1250 + \frac{1}{2} \times 5 \times (4 \times 50)}{5}$$

= 350目

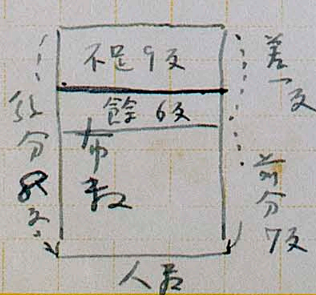
鶏兎 合せて 100羽、
足数 284





§5、盈朒（えいじく）

7文づつ出せば6文余り
8文〃 9文不足



解曰

$$\text{人数} = \frac{\underset{(6文)}{\text{餘}} + \underset{(9)}{\text{不足}}}{\underset{(8文)}{\text{後分}} - \underset{(7文)}{\text{前分}}}$$

人数 x
品物 y

$$y = 7x + 6$$
$$y = 8x - 9$$

簡単な一種の型の
一次連立方程式（二元）

（九章算術、盈朒の方程）

$$\begin{cases} y = ax + b \\ y = a'x - b' \end{cases}$$

$$(a'-a)x - (b+b') = 0$$

$$x = \frac{b+b'}{a'-a}$$

§6. 求積（地方割）

平坪（ひらつぼ）：方，直，勾股，圭，三斜，菱，梯，四斜，扇，円，環，側円．

立坪（たてつぼ）：立方，直堡壔，方錐，直錐，円錐，円壔，楔，両刃，方台，円台，球，長立円，球缺

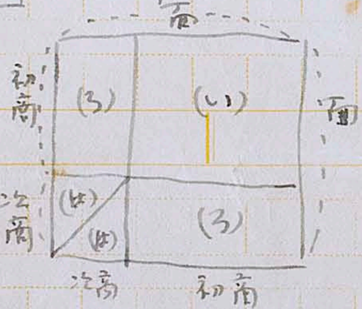
円周率 $\pi = 3.1416$, 直径 d $\quad C = \pi d$

円積率 $\frac{\pi}{4} = 0.7854$ $\quad A = \frac{\pi}{4} d^2$

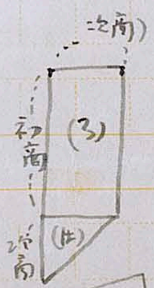
玉積率 $\frac{\pi}{6} = 0.5236$ $\quad V = \frac{4\pi}{3} r^3 = \frac{4\pi}{24} d^3 = \frac{\pi}{6} d^3$

応用　地方の算法，物成，普請

§7. 開平方



(1) を引き去って半分にすればよい



$N = (a+h)^2 = a^2 + 2ah + h^2$

$\frac{N - a^2}{2} = ah + \frac{h^2}{2} \fallingdotseq ah$

$\frac{N-a^2}{2} - \frac{h^2}{2} = ah$ $\quad h$ 次商

$\frac{h^2}{2}$ 半九口

$x^2 = A$

帯縦開平

積 A $\quad y$（平） $\quad x$（長）

$xy = \cancel{35}\ A$

$x - y = \cancel{2}\ d$

$\cancel{x = x+2}$

$\cancel{x(x-2) = 35}$

$\cancel{x^2 - 2x = 35}$

$x^2 - dx = A.$ 二次方程式

術　$\frac{差}{2}$ を天とす，

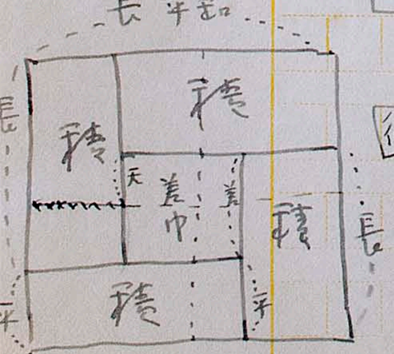
$\sqrt{天^2 + 積} + 天 = 長$.

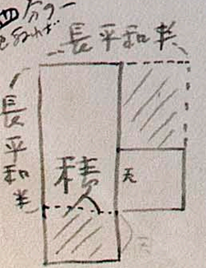
解　$x = \frac{d}{2} + \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + A}$.

長平和半 $= \sqrt{天^2 + 積}$ $\qquad \frac{x+y}{2} = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + A}$

長平差半 $=$ 天 $\qquad \frac{x-y}{2} = \frac{d}{2}$.

$xy + \left(\frac{x-y}{2}\right)^2 = \left(\frac{x+y}{2}\right)^2$.

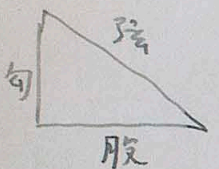


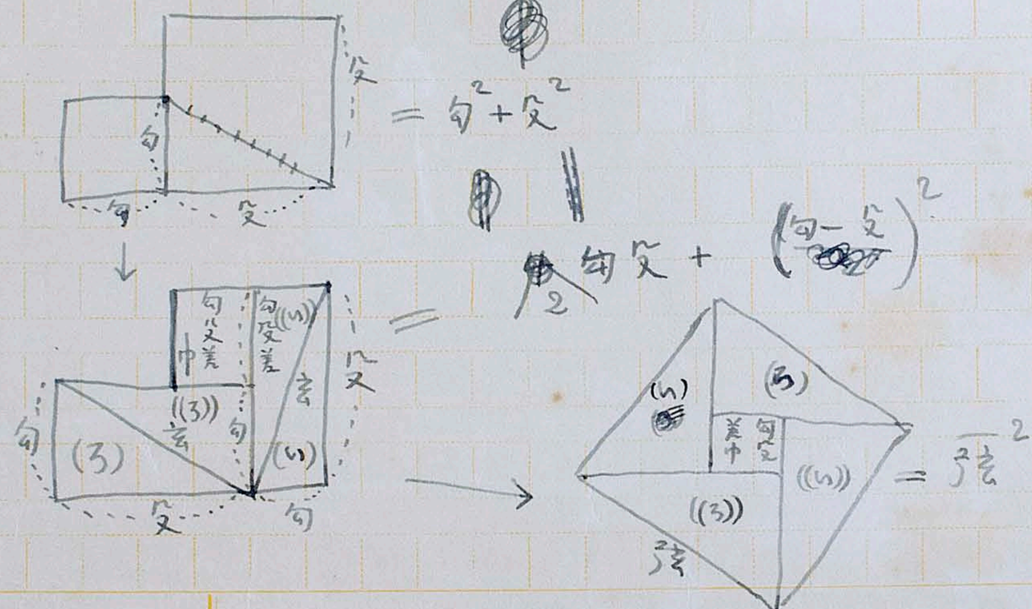


§8、開立方

§9、勾股弦、附 三斜、

Pythagoras





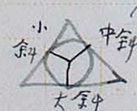
$= 勾^2 + 股^2$

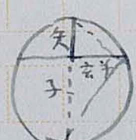
$= \frac{勾股}{2} + (勾-股)^2$

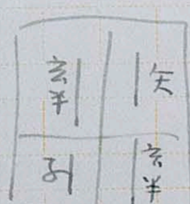
$= 弦^2$

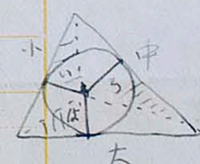
§10、容術

$a+b+c=8,$
$S=2$
$d=2,$



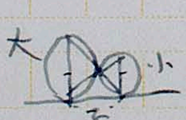


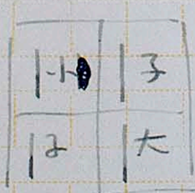


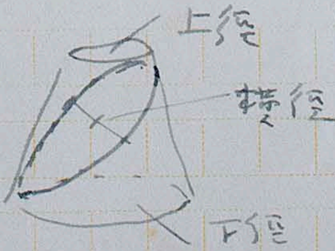


$\frac{4S}{a+b+c} = d$

$(=2r)$







proof $+ L$

$子 = \sqrt{大小}$

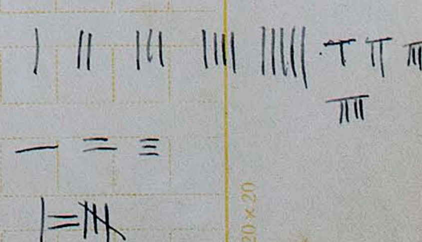
第二篇 天元術

§11、定則

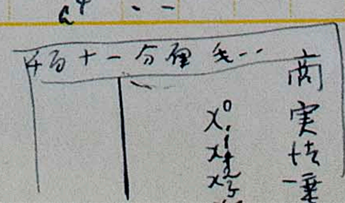
算籌正負 及び 縦横

§12、加減乗、自乗、再乗、三乗…

a^2 a^3 a^4 ..



算盤



5

開方式 ［方程式］

根
解答のことを商（又は開出商）ともいう。

§13.

~~[illegible]~~

銀六百八十四匁、十二人に配分す、人ひとりの取銀何程と問

答曰　銀五十七匁

術曰　天元の一を立て人ひとりの取銀とす

○｜、人数十二人を乗じ総銀とす

○‖　左に寄す、総銀六百八十四匁を列し

（寄左におくこと）T≡||||　左に寄と相消して帰除

式を得る T≡|||| ‖、法を以て実を除き、人ひとりの取銀を得て問に合す

一次方程式

百	十	一	
			商
T	╫	||||	実
			||	法

法を以へ実を除く
計算

百	十	一	
	|||||		商
T T	╫	╫	実
			||	法

百	十	一	
	|||||	Π	商
	Π ╫	|||╫	実
			||	法

二次方程式
三次、…

Horner

~~$x^2 - 1.69 = 0$~~

~~$x = x_1 + h$~~

算木による開平方

廉	法	実	商
1	0	-1.69	(1 ~~.3~~
	1	1	
	1	$-0.69 = f(x_1)$	
	1		
	$2 = f'(x_1)$		
1	20	-69	(3
	3	69	
	23	0	
	3		
	26		

~~$h^2 + 2h - 0.69 = 0$~~

~~$h \fallingdotseq \frac{0.69}{2} = 0.3$~~

Newton　$f(x) = 0$

$x = x_1 + h$

$0 = f(x) = f(x_1) + h \cdot f'(x_1) + \cdots$

$h = -\frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$

$f(x) = x^2 - N$

$f'(x) = 2x$

$h = \frac{N - x_1^2}{2x_1}$

$\bigcirc$ ‖ $-2x$
$|$ x^2

$12x = 684$

$12x - 684 = 0$

$x^2 - 169 = 0$

$x = x_1 + h$

$x_1 = 10$

$h^2 + 20h - 69 = 0$

廉	法	実	商
1	0	-169	(10
	10	100	
	10	$-69 = f(10) = -N + x_1^2$	
	10		
	$2x_1 = 20 = f'(10)$		

$h \fallingdotseq \frac{69}{20} = 3\ldots$

1	20	-69	(3
	3	69	
	23	0	
	3		

$\boxed{169}\,x$ / x

$x^2 - 169 = 0$

𝍠𝍮𝍨 〇 𝍠

$x = 13$

百	十	一	
			商
𝍠	𝍮	𝍨	実
		〇	法
		𝍠	廉

百	十	一	
	𝍠		商
𝍠𝍮	𝍮	𝍨	実
𝍡			法
𝍠			廉

百	十	一	
	𝍠	𝍢	商
〇	𝍥𝍮	𝍧𝍨	実
	𝍡	𝍮	法
		𝍠	廉

廉　法　実　（商 1

10　0　−16.9　　1　20　−69　（3

10　10　　　3　69

−6.9　　　　0

10　　23

10　　3

20　　26

$\boxed{169}$ 面

面

天元の一を立て面とす 〇 𝍠

自乗して積とす 〇 〇 𝍠

左に寄す。

積を列し 𝍠𝍮𝍨、左に寄と相消して開

方式を得る 𝍠𝍮𝍨 〇 𝍠

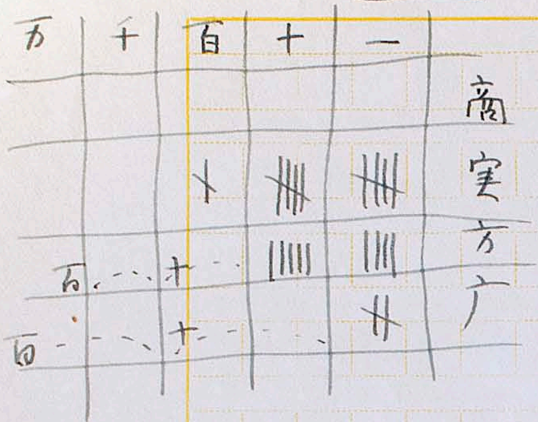
平方にこれを開き面を得る。。𝍠

$x^2 - 169 = 0$

10—20

10—20

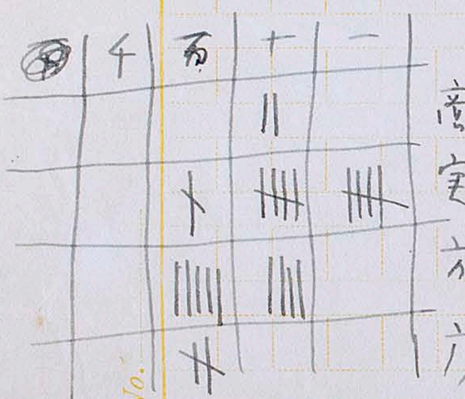
§14 高次方程式的解法



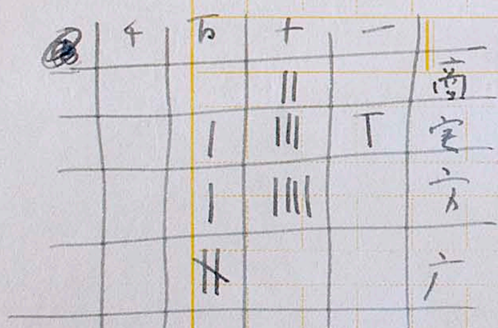
$-2x^2+54x-144=0.$

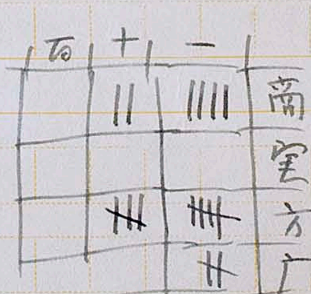
广	法	实	商
-2	54	-144	(20
	-40	280	
	14	136	
	-40		
	-26		

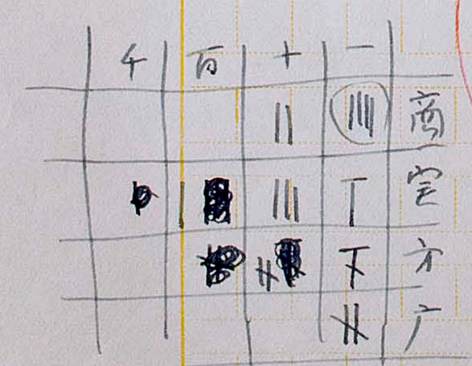
$$-\frac{136}{(-26)} = 4\cdots$$

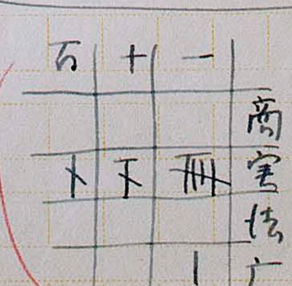


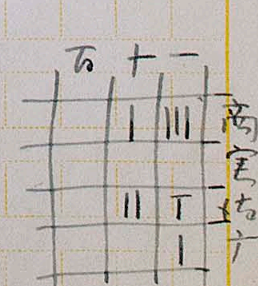
广	法	实	商
-2	-26	136	(4
	-8	-136	
	~~[illegible]~~	0	
	-34		
	-8		
	-42		

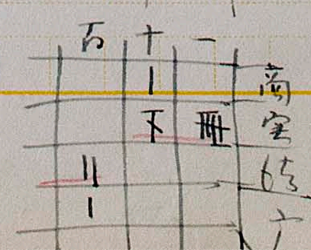












|句|股

7

第三篇 点竄

15

§15. 定則、~~[illegible]~~ 加減乗除

一算を立、|某 とす。 假令 句ニ|句ヲ乗ズレバ |句巾 とす。

|句股 ||句股 |||句股 |多少 |甲乙 乙|甲 $a^2=$|甲巾 $a^4=$|甲三

例題、

例I、

§16 今1両ニ付1石2斗替ノ米36石アリ、此代金何程

~~§15 加減乗除~~

指南録 1

比例す

(三) |有米	(一) |一石二斗
(四) |代金	(二) |一両

以例を見て、(二)(三)相乗 |一両 有米 者 |一石二斗 代金 也、(一)以之を除ケ

|一石二斗 |一両 有米 者 |代金 也。 術ニ曰く、

雀 x 亀 y

$$x+y=a$$

$$2x+4y=b$$

指南録 32

例II、 雀亀 100 匹 足若 272 只云

~~例II~~

一算を立 雀若とす |雀若 $(-x=\ ?)$

|爰 雀若 は 亀若 也、|雀二足 |雀若 は 雀足若 也

亀若をとき、|爰 亀四足 |雀若 亀四足 は 亀足若 也

雀亀足若相併 |雀若 雀二足 |爰 亀四足 |雀若 亀四足 は 足若和 也

|只 は |足若和 寄り 相消数とす、左ニ寄す。

左ニ寄と相消 |雀若 雀二足 |爰 亀四足 |雀若 亀四足 |只 空数

右空数を以、鶴の数を得る式を求

(実) |只 |爰 亀四足

方(廉) |亀四足 |雀二足

若をもって傍書ニかへ

(実) |二八ケ

(方) |二ケ

$-2x+128=0$

方 $(2-4)x+(4a-b)=0$ 実

$2x+4a-4x=b$

$=b$

$(4y=4a-4x)$

$|2x+(4a-4x)$

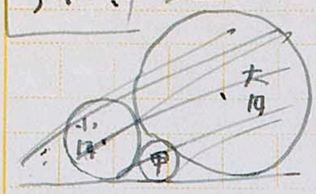
一応 斯之方程式の記法は「九章算術」とも上くそっくりである。

形式的 については 形式的に 左ニ寄す を用いた のであろう。

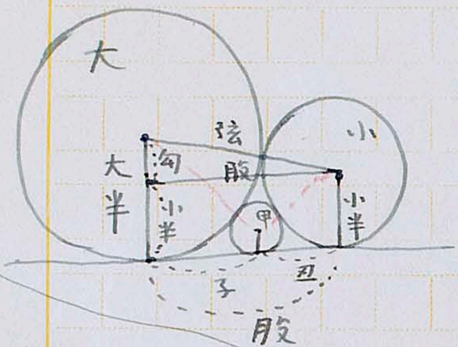
17、幾何の応用（累円術）

指南録より

和算の論理



問云　大円径9寸　a
小円径4寸　b
甲円径　何程　x



一算を立　甲径とす　|甲。　二|大　二|小　は　|弦　也、

これを掛合せ　四|大巾　四|小巾　四||大小　は　|弦巾　也。

二|大　二|小　は　|句　也、是を掛合せ　四|大巾　四|小巾　四||大小　は　|句巾　也。

弦巾内句巾を減じ、~~四||大小~~　四||大小　遍異減同加して乗除の同名を省き、

|大小　は　|股巾　也。

平方に開き　|大小商　は　|股　也、左に寄す。

之を[illegible]換して　|大甲商　は　|子　也。

|小甲商　は　|丑　也、

子丑相併　|大甲商　|小甲商　は　|股　也　相消数とす。

左に寄せを相消　|大甲商　|小甲商　|大小商　空数。

甲商を得る式　(実)　|大小商　(方)　|大商　|小商

遍小商を以て割　(実)　|大商　(方)　|大商　|小商

故　|大商　は　|甲商　也、之を掛合せ　|大巾　は　|甲径　也、なん　本術のもし、

$丑=\sqrt{bx}$

$子=\sqrt{ax}$

$\boxed{股=\sqrt{ab}}$

$子+丑=股$

$\sqrt{a}\sqrt{x}+\sqrt{b}\sqrt{x}-\sqrt{a}\sqrt{b}=0$

$\sqrt{x}=\dfrac{\sqrt{a}}{\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}+1}$

$\sqrt{x}=\dfrac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=0$

Theorem!

$弦=\dfrac{a}{2}+\dfrac{b}{2}$

$弦^2=\dfrac{a^2}{4}+\dfrac{b^2}{4}+\dfrac{2ab}{4}$

$句=\dfrac{a}{2}-\dfrac{b}{2}$

$句^2=\dfrac{a^2}{4}+\dfrac{b^2}{4}-\dfrac{2ab}{4}$

$弦^2-句^2=ab=股^2$

[illegible]

$股=\sqrt{大小}$ を欠たり。

指南録には ~~[illegible]~~ 誤り これの がある。

（大数は 整数の比較 なれど、その中には 意味なものも 混じってゐる。）

第四篇 約解

Euclidの互除法 algorithm

§18. 互減

左 右
8 5

$5\overline{)8}$ 1, 5, 3　$3\overline{)5}$ 1, 3, 2　$2\overline{)3}$ 1, 2, 1

精数（素数）互に約数、等数＝公約数 最大

§19. 遍約

甲 8　乙 10

互減して 等数をえる、最大公約数 2

で割ること。

$8\overline{)10}$ 1, 8, 2　$2\overline{)8}$ 4, 8, 0

定甲数 4、定乙数 5。

~~§19. 互約、通約、等数を求む法~~

§20. 齊分（さいやく）

分母の通分のこと。

$\frac{5}{6}$　$\frac{7}{9}$　齊約して

$\frac{15}{18}$　$\frac{14}{18}$

§21. 自約

素因数に分解すること。

素数表を利用する。

$1820 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13$

§22. 塡約

$a + ar + ar^2 + \cdots$　和数をえる。

停者 a

増者(r)一以上に超るときは 極者無し、

極者 S は、 $1-r$ を乗ずる、ゆゑ $S(1-r^7) = a - ar^7$、

| 原
| 原増
| 原増巾
| 原増再
| 原増三
| 原増四
| 原増五

以下 際限なし、

増と1の差

~~極数~~ は | 原

極数 増與一差 | 原増六

(イ)

~~$a - ar^7$~~

増者 累乗多きときは、(イ) の数少し、

少き根は空なり、由て (イ) の算を捨は

極者 増与一差 は 原 なり。 $S(1-r) = a$、

$S = \frac{a}{1-r}$

故に 増与一差 原は 極者 なり。

§23 招差 $a - ar - ar^2 \cdots$

§24 零約 小数(無理数)の近似分数を出すこと

5、8277…. (右者数 $= a$)

左定一 | 右者

ロ又は整数

$a = p_1 \times 1 + r_1$

甲不尽 | 左定一

$1 = p_2 \times r_1 + r_2$

商五个 不尽〇个八二七七 (甲とする)

$a = 5 \times 1 + 0.8277$

商一个 不尽〇个一七二三 (乙とす)

$1 = 1 \times 0.8277 + 0.1723$

$r_1 = p_3 \times r_2 + r_3$

…………

r_n が十分小さくなったとき止める。

これは連分数と同一の方法である。

$$a = p_1 + r_1 = p_1 + \cfrac{1}{\cfrac{1}{r_1}} = p_1 + \cfrac{1}{\cfrac{r_1 p_2 + r_2}{r_1}} = p_1 + \cfrac{1}{p_2 + \cfrac{r_2}{r_1}}$$

$$= p_1 + \cfrac{1}{p_2 + \cfrac{1}{\cfrac{r_1}{r_2}}} = p_1 + \cfrac{1}{p_2 + \cfrac{1}{p_3 + \cdots}}$$

$$p_1 < \frac{q_3}{p_3} < \cdots < a < \cdots < \frac{q_4}{p_4} < \frac{q_2}{p_2}$$

$$5 < \frac{29}{5} < \frac{169}{29} < \cdots < a < \cdots < \frac{1725}{296} < \frac{35}{6} < \frac{6}{1}$$

$\boxed{§25.}$ 剰除，朒一．（不定方程式）

x左 − y右 = 1　剰一

　　　　　　= −1　朒一

$(ax - by = \pm 1.)$　（a, b が互に素なとき）

互除法

$a = p_1 b + r_1$　整数

$b = p_2 r_1 + r_2$　continued fraction の

$r_1 = p_3 r_2 + r_3$　→ nth convergent

$\cdots\cdots$

$r_n = \pm 1$ を得るとき止める．

$11x - 8y = 1.$　　$11 = 1 \times 8 + 3$　　$\dfrac{x}{y} = \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{2 + \dfrac{1}{1}}} = \dfrac{3}{4}$

$8 = 2 \times 3 + 2$

$3 = 1 \times 2 + 1$

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$$

$\boxed{§26.}$ 翦管　（不定方程式）

$$ax - by = c.$$

$\boxed{§27}$ 約術諸題

一例　百五減算

7除して4余り，

5 〃　3余り

3 〃　2余り　其数如何．

二色

青黄	黄青

三色を二色で

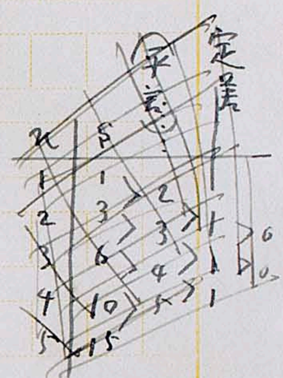
青黄	青赤
黄青	黄赤
赤青	赤黄

第5篇 整数論, 変数

$\boxed{\S 28.}$ 整数論(不定方程式) $a^2=b^2+c^2$ 整数解. $a^3=b^3+c^3+d^3$

$\boxed{\S 29.}$ 変数論. ~~permutation combination~~ (順列, 組合せ)　五色: 有色の三色. 混代書　色の上下

第6篇 招差



$\boxed{\S 30}$ 方垛(だ) ($\sum_{m=1}^{n} m^p$ をもとめても)

圭垛　$1+2+3+\cdots+n=S.$

未定係数　$S=an+bn^2$ とおくことが出来る. ($n=0$ ならば $S=0$).

定差　平差

定
平差 1
平差 1

約法 2

$$\begin{cases} n=1 \quad S=1 & 1=a+b & a=\frac{1}{2} \\ n=2 \quad S=3. & 3=2a+4b & b=\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$S=\frac{1}{2}(1n+1n^2)$$

平方垛　$1^2+2^2+\cdots$　$S=\frac{1}{6}(n+3n^2+2n^3)$

立方垛　$1^3+2^3+\cdots$　$S=\frac{1}{4}(n^2+2n^3+n^4).$

三乗方垛　$1^4+2^4+\cdots$　$S=\frac{1}{30}(-n+10n^3+15n^4+6n^5)$

$\boxed{\S 31.}$ 一般の場合.

$S=a+bx+cx^2$　直差 定差 平差

x	S
$=1$	$=9$
$=2$	$=23$
$=3$	$=45$

~~math~~ calculus of finite difference. Interpolat'

$$S=a_0+a_1(x-1)+a_2(x-1)(x-2)$$

これを応用して色々の(形の)級数の和をもとめる.

(無限級数)

第7篇 綴術

$\sqrt[n]{\text{原積}}$ 但し開方を用いず、乗除によって求む。

§32. 開方、 $x^2-N=0$. [平方綴術]

N 原積

	廉	法	実	商
初商	1	0	$-N$	a

初商 $a=$ 甲

$a^2-N=$ 天

$\dfrac{甲}{巾} \times \text{原積}$

$$\begin{array}{r|l} a & a^2 \\ a & a^2-N \\ a & \\ \hline 2a & \end{array}$$

(第一段式)

$h = \dfrac{a^2-N}{2a}$

次商

廉	法	実	商
1	$2a$	a^2-N	$-\dfrac{a^2-N}{2a}$

$$-\frac{a^2-N}{2a} \qquad -(a^2-N)+\left(\frac{a^2-N}{2a}\right)^2$$

$$2a-\frac{a^2-N}{2a} \qquad \left(\frac{a^2-N}{2a}\right)^2$$

$$-\frac{a^2-N}{2a}$$

$$2a-\frac{a^2-N}{a}$$

(第二段式)

次商 $\left|\dfrac{a^2-N}{2a}\right|$ は $|a|$ a に比し小なる故、

第三商

$$h=-\frac{\left(\frac{a^2-N}{2a}\right)^2}{2a-\frac{a^2-N}{a}}, \quad h \fallingdotseq -\left(\frac{a^2-N}{2a}\right)^2 \cdot \frac{1}{2a} = -\frac{(a^2-N)^2}{2^3a^3}.$$

廉	法	実	商
1	$2a-\dfrac{a^2-N}{a}$	$\left(\dfrac{a^2-N}{2a}\right)^2$	$-\dfrac{(a^2-N)^2}{2^3a^3}$

$$-\frac{(a^2-N)^2}{2^3a^3} \qquad -\left(\frac{a^2-N}{2a}\right)^2+\frac{(a^2-N)^3}{2^3a^4}+\frac{(a^2-N)^4}{2^6a^6}$$

$$2a-\frac{a^2-N}{a}-\frac{(a^2-N)^2}{2^3a^3} \qquad \frac{(a^2-N)^3}{2^3a^4}+\frac{(a^2-N)^4}{2^6a^6}$$

$$-\frac{(a^2-N)^2}{2^3a^3}$$

$$2a-\frac{a^2-N}{a}-\frac{(a^2-N)^2}{2^2 \cdot a^3}$$

第四商

$$h \fallingdotseq -\frac{1}{2a}\frac{(a^2-N)^3}{2^3 \cdot a^4} = -\frac{(a^2-N)^3}{2^4a^5}.$$

第五商

$$-\frac{5\,(a^2-N)^4}{2^7 \cdot a^7}$$

. . . . . .

	商	
	甲	a
二甲	天	$-\frac{1}{2}at$
二再 甲再	天巾	$-\frac{1}{2^3}at^2$
二ノ三 甲四	天再	$\frac{1}{2^4}at^3$
二ノ六 甲六	天三 五	$-\frac{5}{2^7}at^4$
. . .		

$$t=\frac{a^2-N}{a^2}.$$

binomial theorem!

級数の形で表はす。

$$\frac{天}{甲^2} = \frac{a^2-N}{a^2} = (因法)$$

(初商)	原数	$a = 甲$
(次商)	一差	$-\frac{a^2-N}{2a} = -\frac{1}{2}\cdot a\left(\frac{a^2-N}{a^2}\right) = -\frac{1}{2}(原数)(因法)$
(第三商)	二差	$-\frac{(a^2-N)^2}{2^3a^3} = -\frac{1}{4}\cdot\left(-\frac{a^2-N}{2a}\right)\cdot\frac{a^2-N}{a^2} = \frac{1}{4}(一差)(因法)\times 1$
(第四商)	三差	$-\frac{(a^2-N)^3}{2^4a^5} = -\frac{1}{6}\cdot\left[-\frac{(a^2-N)^2}{2^3a^3}\right]\frac{a^2-N}{a^2}\times 3 = \frac{1}{6}(二差)(因法)\times 3$
	四差	$-\frac{5(a^2-N)^4}{2^7a^7} = -\frac{1}{8}\left[-\frac{(a^2-N)^3}{2^4a^5}\right]\frac{a^2-N}{a^2}\times 5 = \frac{1}{8}(三差)(因法)\times 5$
	五差	$\frac{1}{10}(四差)(因法)\times 7$
	六差	$\frac{1}{12}(五差)(因法)\times 9$
	七差	$\frac{1}{14}(六差)(因法)\times 11$

帰納法

$$\sqrt{N} = \sqrt{a^2-(a^2-N)} = a\left[1-\frac{a^2-N}{a^2}\right]^{\frac{1}{2}} \qquad \frac{a^2-N}{a^2} = t \ (因法)$$

$$= a(1-t)^{\frac{1}{2}}$$

binomial theorem によれば、

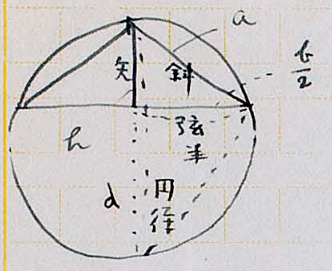
$$= a\left(1-\frac{1}{2}t-\frac{1}{2^3}t^2-\frac{1}{2^4}t^3-\frac{5}{2^7}t^4-\cdots\right)$$

原数	一	甲	
一差	二	原数 因法	
二差	四	一差 因法	一
三差	六	二差 因法	三
四差	八	三差 因法	五
五差	十	四差 因法	七
六差	十二	五差 因法	九

甲は初商、原数 一は因法とす、

以餘りを因各す

§33 二等斜



円径 d, 弦 b をよって 斜 a をもとむ。（南方を用いないで）

矢を h とすれば

$$h^2 = a^2 - \frac{b^2}{4}, \qquad a^2 = hd.$$

$$\therefore \quad h^2 d^2 = a^2 d^2 - \frac{b^2}{4} d^2 = a^4.$$

$\frac{4}{d^4}$ をかける

$$\frac{b^2}{d^2} - 4\,\frac{a^2}{d^2} + 4\left(\frac{a^2}{d^2}\right)^2 = 0.$$

$$\frac{\text{弦巾}}{\text{径巾}} = \text{天} = \frac{b^2}{d^2},$$

$$\frac{\text{斜巾}}{\text{径巾}} = \frac{a^2}{d^2} = \text{得商} = x. \qquad \boxed{4x^2 - 4x + \text{天} = 0.}$$

［この二次方程式の root を 級数で表わし、先ず その初商（即ち初項）を 求める。］

$0 < x < 1$ ならば $x^2 < x$. 故に 初商として

$-4x + \text{天} = 0.$ $x = \frac{\text{天}}{4}$ を初商とする。

ゆに 綴術 (Horner) によって

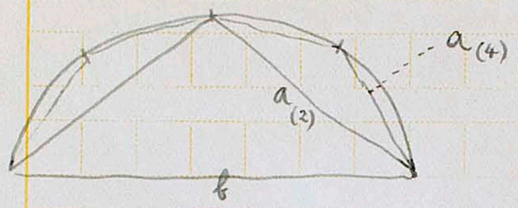
$$\left(\frac{a^2}{d^2}\right) = x = \frac{\text{天}}{4} + \frac{\text{天}^2}{4^2} + \frac{\text{天}^3}{2\cdot 4^2} + \frac{5\cdot\text{天}^4}{4^3} + \frac{7x^5}{2\cdot 4^4} + \frac{21x^6}{2\cdot 4^5} + \cdots$$

故に

$$\underset{\text{二斜}}{a^2_{(2)}} = \underset{\text{原数}}{\frac{b^2}{4}} + \underset{\text{一差}}{\frac{1}{4}\,\text{原数}\cdot\text{天}} + \underset{\text{二差}}{\frac{3}{6}\cdot\text{一差}\cdot\text{天}} + \underset{\text{三差}}{\frac{5}{8}\cdot\text{二差}\cdot\text{天}} + \underset{\text{四差}}{\frac{7}{10}\cdot\text{三差}\cdot\text{天}} + \underset{\text{五差}}{\frac{9}{12}\cdot\text{四差}\cdot\text{天}} + \cdots$$

34. §§ 三斜, 四斜, 五斜, ……

ひとつ四斜の場合のみをやる



$a_{(2)}$ から $a_{(4)}$ をおめるときは,
b から $a_{(2)}$ をおめたことと同じ.

ゆえ

$$4x'^2-4x'+天'=0$$

$$x'=\frac{a_{(4)}^2}{d^2},\qquad (天'=\cancel{天})$$

$$\frac{a_{(4)}^2}{d^2}=x'=\frac{天'}{4}+\frac{天'^2}{4^2}+\frac{天'^3}{2\cdot4^2}+\cdots,\qquad 天'=\frac{a_{(2)}^2}{d^2}=\cancel{\frac{b^2}{4}+\frac{1}{4}原数\cdot天+\frac{3}{6}\cdot一差\cdot天+\cdots}$$

$$=\frac{a_{(2)}^2}{d^2},\qquad \frac{天}{4}+\frac{天^2}{4^2}+\frac{天^3}{2\cdot4^2}+\cdots$$

$$\boxed{天=\frac{b^2}{d^2}}$$

$$a_{(4)}^2=\underbrace{\frac{b^2}{4^2}}_{原数}+\underbrace{\frac{3.5}{6.8}原数\cdot天}_{一差}+\underbrace{\frac{7.9}{10.12}\cdot一差\cdot天}_{二差}+\underbrace{\frac{11\cdot13}{14\cdot16}二差\cdot天}_{三差}$$

$$+\underbrace{\frac{15.17}{18.20}三差\cdot天}_{四差}+\underbrace{\frac{19.21}{22.24}四差\cdot天}_{五差}+\cdots$$

帰納法によって

$$\boxed{n=2^p \text{ の形のとき}}$$

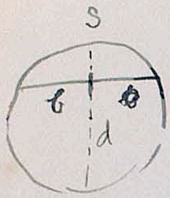
$$a_{(n)}^2=\underbrace{\frac{b^2}{n^2}}_{原数}+\underbrace{\frac{4}{3.4}\cdot原数\cdot\left(1^2-\frac{1}{n^2}\right)天}_{一差}+\underbrace{\frac{4}{5.6}\cdot一差\cdot\left(2^2-\frac{1}{n^2}\right)天}_{二差}$$

$$+\underbrace{\frac{4}{7.8}\cdot二差\cdot\left(3^2-\frac{1}{n^2}\right)天}_{三差}+\underbrace{\frac{4}{9.10}\cdot三差\cdot\left(4^2-\frac{1}{n^2}\right)天}_{四差}+\cdots$$

$$\cancel{(n\,a_n)^2=\underbrace{b^2}_{原数}+\underbrace{\frac{4}{3.4}原数\left(1^2-\frac{1}{n^2}\right)天}_{一差}+\underbrace{\frac{4}{5.6}\cdot一差\left(2^2-\frac{1}{n^2}\right)天}_{二差}+\cdots}$$

第8篇 円理

§ 35. 弧背



$$(n\,a_{(n)})^2 = \underbrace{b^2}_{\text{原差}} + \underbrace{\frac{4}{3\cdot4}\text{原差}\left(1^2-\frac{1}{n^2}\right)\text{天}}_{\text{一差}} + \underbrace{\frac{4}{5\cdot6}\cdot\text{一差}\cdot\left(2^2-\frac{1}{n^2}\right)\text{天}}_{\text{二差}}$$

$$+ \underbrace{\frac{4}{7\cdot8}\cdot\text{二差}\left(3^2-\frac{1}{n^2}\right)\text{天}}_{\text{三差}} + \cdots$$

$n\to\infty$ $\quad \text{天} = \dfrac{b^2}{d^2}.$

$$\boxed{s^2 = b^2\left[1+\frac{1}{3}\frac{b^2}{d^2}+\frac{4^2}{3\cdot5\cdot6}\left(\frac{b}{d}\right)^4 + \frac{4^3\cdot9}{3\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8}\left(\frac{b}{d}\right)^6 + \cdots\right]}$$

$$s^2 = \underbrace{b^2}_{\text{原差}} + \underbrace{\frac{4\cdot1^2}{3\cdot4}\text{原差}\cdot\text{天}}_{\text{一差}} + \underbrace{\frac{4\cdot2^2}{5\cdot6}\cdot\text{一差}\cdot\text{天}}_{\text{二差}} + \cdots$$

平方級数によって

$$s = \underbrace{b}_{\text{原差}} + \underbrace{\frac{1^2}{2\cdot3}\cdot\text{原差}\cdot\text{天}}_{\text{一差}} + \underbrace{\frac{3^2}{4\cdot5}\cdot\text{一差}\cdot\text{天}}_{\text{二差}} + \frac{5^2}{6\cdot7}\text{二差}\cdot\text{天} + \cdots$$

$\text{天} = \dfrac{b^2}{d^2}.$

$$s = b\left[1+\frac{1}{6}\left(\frac{b}{d}\right)^2+\frac{3}{40}\left(\frac{b}{d}\right)^4+\frac{5}{112}\left(\frac{b}{d}\right)^6+\cdots\right]$$

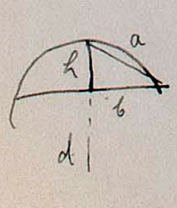
弦 b を用いずに, 矢 h で s を表はさんとせば:

$$\cancel{\frac{b^2}{d^2}-4\frac{a^2}{d^2}+4\left(\frac{a^2}{d^2}\right)^2=0}$$

~~$a^2 = hd$ なので~~

$$\left(\frac{b}{2}\right)^2 = h(d-h)$$

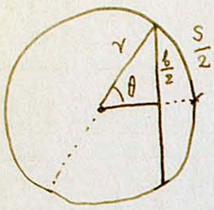
$$b^2 = 4hd-4h^2$$



$$\cancel{\frac{b^2}{d^2} = 4\frac{h}{d} - 4\left(\frac{h}{d}\right)^2}.$$

$$\cancel{b^2 = 4hd-4h^2},$$

西洋との比較



$$\frac{s}{2} = r\theta = \frac{d}{2}\theta, \qquad s = d\theta.$$

$$\frac{\frac{b}{2}}{\frac{d}{2}} = \sin\theta, \qquad \frac{b}{d} = \sin\theta \qquad \theta = \sin^{-1}\frac{b}{d}.$$

$$s = d\cdot\sin^{-1}\frac{b}{d}.$$

$$\sin^{-1}x = x + \frac{1^2}{3!}x^3 + \frac{1^2\cdot3^2}{5!}x^5 + \frac{1^2\cdot3^2\cdot5^2}{7!}x^7 + \cdots$$

$$s = d\cdot\left[\frac{b}{d} + \frac{1^2}{3!}\left(\frac{b}{d}\right)^3 + \frac{1^2\cdot3^2}{5!}\left(\frac{b}{d}\right)^5 + \frac{1^2\cdot3^2\cdot5^2}{7!}\left(\frac{b}{d}\right)^7 + \cdots\right]$$

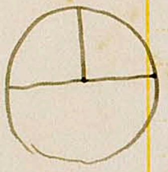
$$= b\left[1 + \frac{1}{6}\left(\frac{b}{d}\right)^2 + \frac{3}{\cancel{2\cdot4\cdot5}\;40}\left(\frac{b}{d}\right)^4 + \frac{5}{112}\left(\frac{b}{d}\right)^6 + \cdots\right]$$

$$s^2 = 4hd\left[1 + \frac{2^2}{3\cdot4}\,\frac{h}{d} + \frac{2^2\cdot4^2}{3\cdot4\cdot5\cdot6}\left(\frac{h}{d}\right)^2 + \frac{2^2\cdot4^2\cdot6^2}{3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8}\left(\frac{h}{d}\right)^3 + \cdots\right]$$

建部 p.112 34

$\boxed{\S\,36.}$ 円周率.

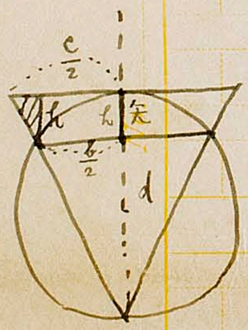
これ等の弧背の式を変形



$d=1$, ~~$h=\frac{1}{2}$~~ とおけば,

$b=1$, $\quad \dfrac{\pi}{2} = 1 + \dfrac{1}{6} + \dfrac{3}{40} + \dfrac{5}{112} + \cdots$

(これは収斂が悪い.　　).



$$\frac{\frac{c}{2}-\frac{b}{2}}{h} = \frac{\frac{c}{2}}{d}.$$

$$\therefore\ b = c - c\cdot\frac{h}{d}.$$

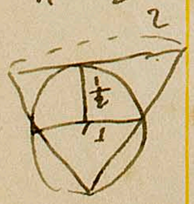
これを b に置換える.

$$s = c - \frac{c}{3}\,\frac{h}{d} - \frac{2}{15}\,c\left(\frac{h}{d}\right)^2 - \frac{8}{105}\,c\left(\frac{h}{d}\right)^3 - \cdots$$

$d=1$, $c=2$

$h=\frac{1}{2}$,

$$\frac{\pi}{2} = 2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{15} - \frac{2}{105} - \cdots$$



(第一部 終)

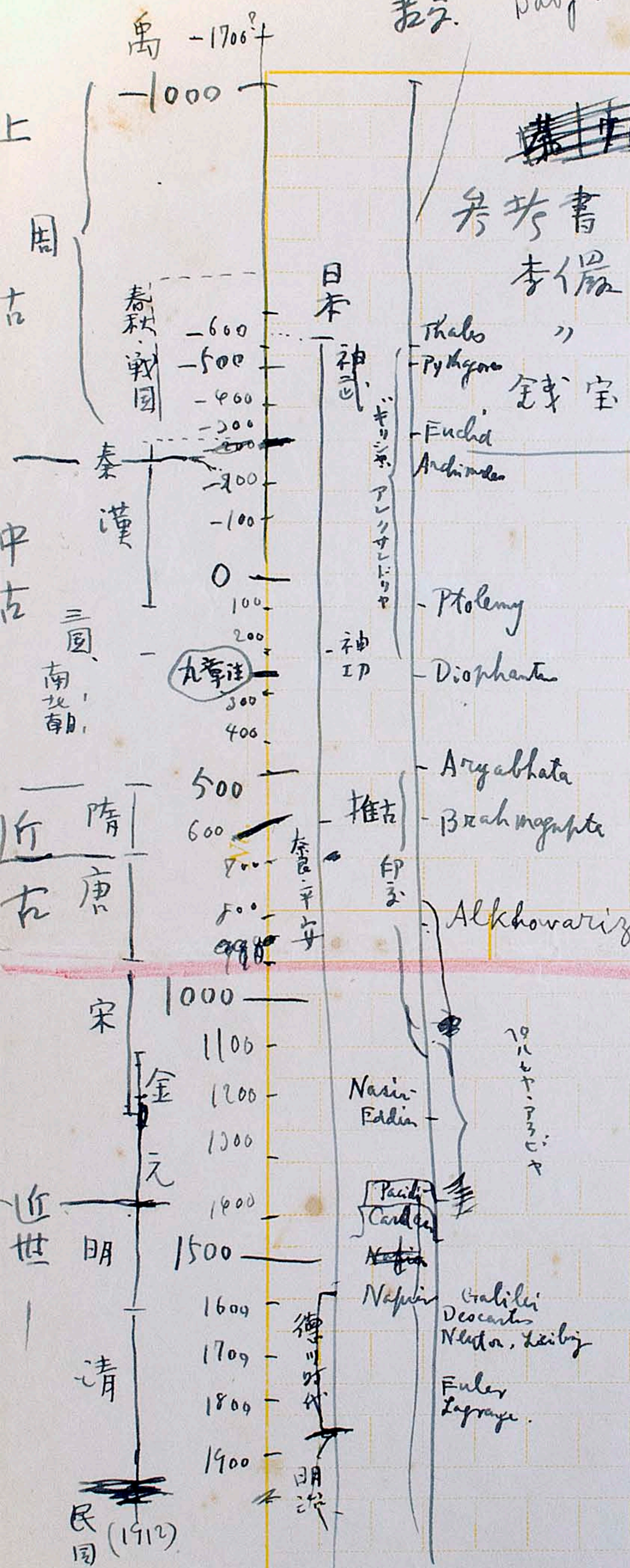
第二部

支那数学史の~~[illegible]~~展望

第二部

~~[illegible]~~ 支那数学史の展望

日本数学史を学ぶには
支那数学史に関する一通りの知識を要する



参考書

李儼 中国算学史 (1937)

〃 中国数学大綱 上 (1931)

錢宝琮 中国算学史 上 (1932)

張蒼 (-200)

劉歆 (-50)

$\pi = 3.1547$

第一章

~~中国古代~~ 漢より隋まで（凡 -200より600年）
（凡）

§1 算経十書

唐までに成った数学書で、今日に伝わるもの僅に10種、

(1) 時代

(2) ~~記数法~~ 記数法

(1) 数え方　　位取り　　ギリシャとの比較
(2) 表し方
(3) 小数

(3) 計算

掛算　（九九）
割算
開平，開立

§2 周髀算経　　天文書！

…算

~~趙~~趙君~~卿~~卿「周髀注」．

§3 九章算術

1、方田

孤田の他作式

劉徽 の研究　　ギリシャ数学との~~比~~比較！！
(263)

2、粟米

3、衰分

4、少廣

5、 商功

6、 均輸

7、 盈不足 （解）

［維乗］

linear interpolation. (inverse)

8、 方程

一 解法

正負術

9、 句股

§4 その他の ~~§6~~ 算経

1、 海島

2、 五曹

3、 孫子

4、 張邱建

何承天 (443)

$\frac{2}{3} < \frac{4}{5}$ 調日法

$\frac{2}{3} < \frac{2n+4}{3n+5} < \frac{4}{5}$

$\pi = \frac{22}{7}$

§5、 祖沖之，祖暅之 の円周率

立円術

祖沖之 (429-500)、 暅之 はその息子.

~~何承天 (443)~~

「綴術」 $3.1415926 < \pi < 3.1415927$

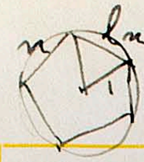
$\pi = \frac{355}{113}$

「隋志」に見える.

伝はらず

暅之

祖父



$r=1$ $\frac{p_n}{2} \to \pi$,

n	l_n	$\frac{p_n}{2}$	difference
6	1.000000	$\pi_6 = 3$	$> \frac{6614\frac{1}{2}}{625} \fallingdotseq \frac{105}{625}\times 4^3$
12	0.517638	$\pi_{12} = 3.10\frac{364\frac{1}{4}}{625}$	$> \frac{1675}{625} \fallingdotseq \frac{105}{625}\times 4^2$
24		$\pi_{24} = 3.13\frac{164}{625}$	$> \frac{420}{625} = \frac{105}{625}\times 4$
48		$\pi_{48} = 3.13\frac{584}{625}$	$> \frac{105}{625} = \frac{105}{625}\times 4^0$
96		$\pi_{96} = 3.14\frac{64}{625}$	
24から類推に		$\pi_{192} = \cdots$	$> \frac{105}{625}\times 4^{-1}$
		$\pi_{384} = \cdots$	$> \frac{105}{625}\times 4^{-2}$
		$\cdots$	$\cdots$

$n\to\infty$

$$\pi = \pi_{96} + \frac{105}{625}\left(4^{-1}+4^{-2}+4^{-3}+\cdots\right)$$

$$= 3.14\frac{64}{625} + \frac{105}{625}\cdot\frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{4}} = 3.14\frac{99}{625}$$

$$\left(\fallingdotseq 3.14\frac{100}{625} = 3.1416\right)$$

祖沖之 $\pi \fallingdotseq \frac{335}{113}$

劉徽 $\pi \fallingdotseq 3.14 = \frac{157}{50}$ $\frac{157}{50} < \pi < \frac{22}{7}$

何承天 $\pi \fallingdotseq \frac{22}{7}$

$$\pi \fallingdotseq \frac{157+22\times 9}{50+7\times 9} = \frac{355}{113}\ (= 3.1415929)$$

Valentin Otto (1573) よりも 1000年も早い.

更に 祖暅之

球の体積 $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ の proof.

第二章

唐より宋元 (凡 600–1370)

§6. ~~隋唐の算学制度~~

唐の古算

王孝通の緝古算経 (626頃) 3次方程式 $x^3+px^2+qx=A$. (解法の説明なし)

隋の時代(628)から算学の博士学生を置いたが、唐に入って大に備はる。宋元にもつづいた。

孫子,五曹 (共)一年,
九章,海島,…(共)三年.
張丘建,夏侯陽 各一年,
周髀,五経 共一年
綴術 四年
緝古 三年.

推古天皇 (607)
大宝令 (702)
養老
日本国見在書目 (890頃)

印度数学との交渉 !!

(印度数学の特色)

「新唐書」暦志

九執暦者出於西域,其算皆以字書,不用籌策.

500 Aryabhata
600 Brahmagupta
700 唐
800 Mahavira Alkhowarizmi Albattani
900
1000
宋
1100 Omar Khayyam
金
Bhaskara
1200
宋滅
元
1300 Nasir Eddin
1400

印算の筆算が九執暦に依って輸入されたことは，事実である．しかしこれは普及しなかった．

印度数字との比較!!

~~宋金元の数学と他の国々~~

§7. 天元術

宋　金　元

Hornerと同じ方法で，二次方程式を解いたのは，

劉益（1080）　[Hornerは1819年]

「天元」の語は　蒋周，　劉長ごとのことであろう．

~~天元術~~

二十字の書は今日伝わらない．天元術は，

(1) 式の器具代数としての構成

(2) その解法

の二部分より成る．

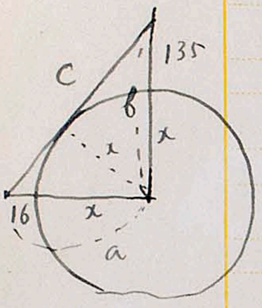
$x+2+4x^{-1}=0$

π　　π
| 元　|
||　　|| 太
||||　||||

上下の順序が逆の場合もある．算木では逆となった

この第一方法（構成）を語る傑作として、

金の人（元）李冶（1192－1279）の「測円海鏡」（1248）がある。



$$cx = ab = (x+16)(x+135)$$

$$c^2 = \frac{(x+16)^2(x+135)^2}{x^2}$$

~~李冶~~

$$c^2 = a^2 + b^2 = (x+16)^2 + (x+135)^2$$

$$\frac{(x+16)^2(x+135)^2}{x^2} = (x+16)^2 + (x+135)^2$$

$$-x^4 + 8640x^2 + 652320x + 4665600 = 0$$

［$x = 120$．天元術では one / only root のみを求める］

この解法（第二方法）を詳しく述べたのに

南宋の秦九韶の「数書九章」（1247）がある。

$$-x^4 + 7632x^2 - 4064256 = 0.$$

全く Horner である。

~~秦九韶~~

大衍求一術．　$ax - by = 1.$

即ち　$ax \equiv 1 \pmod{b}$

の解法を、系統的に述べている。

それは現今の方法と同一、Gauss などの（1801）方法と同一程のもの。

~~その特徴~~　隋唐算経以来　求積分術 — 暦術

数算術 —

~~$a_1x = r_1$ (mod~~

~~$a_2x = r_2$~~

~~$a_3x = r_3$~~

楊輝 1261, 1274 〉に、多くの本を著した

→「楊輝算法」(関孝和)

1. 天元術, Horner
2. Σn^2 等々の finite series
3. 方陣

元の時代に ペルシャ・アラビアの 天文暦術が 支那へ入る。

§8 ペルシャ・アラビア数学との交換

ペルシャ アラビア 数学との比較!!

元の 郭守敬 ~~(1231–1316)~~

「授時暦」(1280).

明史「暦志」

1. 球面三角法の簡単な公式 (三角術は伝えられなかった、)
2. Interpolat' (~~補間法~~)

招差法

$$\boxed{y = a_0 + a_1 x + a_2 x(x-1) + a_3 x(x-1)(x-2)}$$

が使用された。例へば:

$\xi = \dfrac{x}{14.82}$

ξ	x	y	Δ	Δ^2
0	0	513.32		
			−37.07	
1	14.82	476.25		−1.38
			−38.45	
2	29.64	437.80		−1.38
			−39.83	
3	44.66	397.97		−1.38
			−41.21	
4	59.28	356.76		
⋮		…	…	…

$$\boxed{y = a_0 + a_1\xi + a_2\xi(\xi-1) + a_3\xi(\xi-1)(\xi-2)}$$

Newton interpolat. (1687)

大体の内容は九章を化した物、その他の方程式天元術がある。

朱世傑

「算学啓蒙」(1299) ― 日本に入って、天元術の基礎をなす。

「四元玉鑑」(1303)

支那数学の最高峰の一つ

四元までの高次連立方程式、各種の級数の和を interpolation でまとめた。驚くべき程

日本に入った形跡はない。

天元 x 太 |

地元 y | 太

人元 z 太|

物元 w | 太

$$\begin{array}{ccccc} & & w & & \\ & & | & & \\ y & | & 太 & | & z \\ & & | & & \\ & & x & & \end{array} \qquad x+y+z+w$$

之を自乗する。

$$\begin{array}{ccccccc} & & & w^2 & & & \\ & yw & & | & wx & zw & \\ & \| & & 0 & \| & \| & \\ | & 0 & & 太 & & 0 & | \\ y^2 & & \| \; yz & 0 & & \| & z^2 \\ & \| & & | & & & \\ & xy & & x^2 & & xz & \end{array}$$

$$x^2+y^2+z^2+w^2$$
$$+2xy+2xz$$
$$+2yw+2zw$$
$$+(2wx+2yz)$$

方程式を表はすもの

| 0 太 0 卜
  0
  |

$$x^2+y^2-z^2=0$$

元の末世から数学は急に衰へる。

10

第三章　明—清初 (1367—1750)

§9. 珠算

明(~~1367~~)に入って，算学制度を廃し，数学大いに衰える

天元術も皆忘れられた。

珠算の隆盛 — 珠算は何時発明されたかは不明。元の比にもその記述もある。珠算に現はれた文章のうちは1450の雑記にある。

割算九九　南宋 楊輝(1274)，元の 朱世傑(1299)に見える。

珠算書中最も普及したのは，

程大位「算法統宗」(1592)

内容　九章の範囲で，理論的価値の低い本であるが，算術要項には多くあり，実際上の応用の外に多くの問題を載せ，

Encyklopädische である

1202 Fibonacci (Leonardo Pisano)

法則や解法の大部分をその求め方を，詩で表はしている。

肆中飲得語吟吟，薄酒名醨厚酒醇，好酒一瓶醉三客，薄酒三瓶醉一人，共同飲了一十九，三十三客醉醺醺，試問高明能算士，幾多醨酒幾多醇

$$\begin{cases} x+y=19 \\ 3y+\frac{x}{3}=33 \end{cases}$$

当年蘇武去北辺，不知去了幾周年，分明記得天辺月，二百三十五番円

235/12, 19年, 7月, 閏月

1300 — 1400 — 明 — 1500 — 1600 — 1700 — 清 — 1800

Regiomontanus

Pacioli

Leonardo da Vinci

Stifel　Rudolff

Recorde　Copernicus

Viète

Clavius　Stevin　算法統宗

Galilei　Kepler

Fermat　Napier

Desargues　Descartes

Newton　Pascal

§10. 西洋数学の輸入

1552-1610

明末 イタリー人 Matteo Ricci (利瑪竇)

1582 支那に来る。

(Clavius ~~…~~ ローマの神学校で) に学ぶ.

Elementorum. (初版1574)

Clavius, Euclidis　幾何原本(前)六巻　徐光啓　(1611)刻

同文算指　李之藻　(1613-14)

Clavius, Epitome arithmeticae practicae (初版1583) → 筆算

Jean Terrenz 鄧玉函

Adam Schall 湯若望

Jacques Rho 羅雅谷

「西洋新法暦書」(1631-34)

三角, 三角函数表

函数尺

1644年明亡ぶ　清

Smogolenski 穆尼閣　「天学会通」(1648)

平面三角法, 球面三角法,

對数, 對数表(1653序)

y

比例算	1	2	4	8	16	32	64	128	
同余算	1	2	3	4	5	6	7	8	9

x

$9=(7+8)-6$

$128=(32\times 64)\div 16$

$y=2^{x-1}$.

$\log_2 y = x-1$.

清の聖祖(康熙)自ら数学を学ぶ

西洋人

Pierre Jartoux 杜徳美 (1701 支那に来る)

$\sin a = a - \frac{a^3}{3!} + \frac{a^5}{5!} - \cdots$

を伝へた.

外二つ

Leibnizの知人

西洋人にも接し並って;
独力
西洋数学を理解し
古来の支那数学を用いて正しく
説明する一大綜合
力。(関とか Newton とか異なり、独創性に富まざるも)、
稀に見る天才

~~第四章 清~~

~~清の初期~~

梅文鼎 (1633-1721)
全集 ― 暦算全書 (1723)

梅瑴成 ・・・・・ 西洋人のお世話 [天元術]

Algebra「阿爾熱巴拉」は
algebra
は「東来法也」

西洋人の方から
多数の西洋人
も協力し出来たもの、一大集成
支那語を学んだ者、ないし支那の学者の
皇帝の命で

 孫、 数理精蘊 (1723) 53巻
 暦象考成 (172?)

Descartes 以前の
西洋数学の主要な
ものを伝える。

第四章 清の中期 ― 末期 (1750 ― 1911)

一立方 ― 三平方 ― 一〇根 ＝ 三三一五二

$x^3 - 3x^2 - 20x = 3315?$

§11 古算法の研究、中西算学、

西算輸入一段落をつげるや、復古時代となる。
算経十書、宋元算書

その間にも多少独創を出した学者もある。"中西"算学である。

西洋数学でなくて

戴震 (1724-1777)
李鋭 (1768-1817)
董祐誠 (1791-1823) [支那の Abel ?]
戴煦 (1805-1860)

$\sin x = \cdots$ $\sin^{-1} x = \cdots$
$\tan x = \cdots$
$(1+x)^{\frac{1}{2}} = \cdots$ $\log(1+x) = \cdots$

方程式論

§ 12、鴉片戦争（南港）以後

1842

Alexander Wylie（偉烈亜力）(1815–1887)

李善蘭 (1810–1882)
華蘅芳 (1833–1902)

記号
非国際的

~~(甲⊥乙)(甲⊥乙)~~
~~= 甲甲⊥二甲乙⊥乙乙~~
~~(a+b)(a+b)~~

(甲⊥乙)(甲丅乙)
= 甲甲丅乙乙
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

$\int 3x^2\,dx = x^3$
禾三天^{二}彳天 = 天^{三}、

数学啓蒙 (1853)
幾何原本 (1857)
代数学 (1859) De Morgan, Elements of algebra (1835)
代微積拾級 (1859) Loomis, Analytical geometry and calculus (1850)
[談天 (1859) Herschel, Outline of astronomy]

一般の大勢は保守的，依然として固来の数学を守って動かず：（日清戦争以後）~~[illegible]~~清の~~[illegible]~~域が（とん）やっと教材、制度を改造した、~~[illegible]~~（日本の数学史を多く追う）

第五章 支那数学の特色

「支那数学の特殊性」(『科学』昭和13)

§13 数学の内容

§14 計算技術

§15 支那数学の論理

§16 支那数学の停滞性

(第二部 終)

第三章

日本数学史

第三部

日本数学史

参考書

遠藤利貞，増修日本数学史（大正7）

三上義夫，東西数学史
日本数学史概要，

林鶴一，和算研究集録

藤原松三郎　東北数学雑誌

第一章

和算の前期
（支那数学の移植時代）

§1. 戦国時代まで

欽明天皇 … 暦の博士

大化の改新

700（唐）　大宝・養老

奈良朝から平安朝の初め ── 唐の算学制度そのまま、

「日本国見在書目録」

それによれば，算経十書の ~~殆んど全部~~ 全部 の外に，

祖沖之 …「綴術」，「婆羅門陰陽算暦」などがある。

この時代のことについては

沢田吾一，「日本数学史講話」（昭和3）

（この本は批判的に読むべし）

支那 | 日本

- 1300 朱世傑 算学啓蒙
- 算法統宗
- 朝鮮の役
- 1600 Galilei — 1600
- Napier
- 幾何原本
- ~~Fermat~~ Descartes
- 最初の和算書 (1622)
- 鎖国 (1639)
- 第一次洋算輸入
- 1650 — 1644 明滅ぶ — 1650
- ~~1700~~ ~~Fermat Pascal~~
- Newton
- Leibniz
- 関孝和
- 1700 Keill
- 暦算全書 数理精蘊
- 将軍吉宗 (1716)
- 建部賢弘
- 1750 Euler
- 蘭学 (本格的に行うは 1770年から)
- 清
- Lagrange
- Laplace
- 安島直円
- 1800 Gauss
- 暦象新書 (志筑忠雄)
- 和田寧
- Poncelet
- Cauchy
- Galois
- 開港 (1842)
- 洋算用法
- 1850
- 1858 開港
- 第二次の洋算輸入 代数学 代微積拾級
- 1868 明治維新
- 1886 (明治19) 産業革命
- 1894 (日清戦争) 第一次
- 1900
- 日露戦争 (1904)
- 民国 1912
- 大正 (1912)

徳川幕府: 1600 確立時代 1650 安定時代 元禄 享保 1720

明治 45年間

§2. 第二次 支那数学の輸入.

朝鮮の役 (1592-98)

珠算 [何時 ソロバンが輸入されたかは不明. 文安元年(1444)と書いて居るものあるとのことだが, 甚だ不明. 慶長年中 大津で製造した. 16世紀の初めにヨーロッパ人が編した辞書の中に Sorban の語ある.]

§3. 初期の数学書 (頒暦算や表を除いての刊本)

1、毛利重能 (元和8年, 1622) 「割算書」
2、吉田光由 (寛永4年, 1627) 「塵劫記」
(寛永18年, 1641) 遺題
3、今村知商,「竪亥録」(1639).
4. 今村「因帰算歌」(1640)
? 「万用不求算」割算表 (1643)
5. 田原嘉明「新刊算法記」(1652)

[illegible]
「算学啓蒙」(万治1, 1658),
「算法統宗」(延宝3, 1675).

塵劫記以後

(1) 通俗なる書の傾向 「新編算記」(明暦1, 1655). 古川忠兵衛
山田正重「改算記」(万治2, 1659)
(2) 半通俗, 半学術的. 礒村吉徳「算法闕疑抄」(万治3, 1660)
(3) 学術的
村松茂清「算俎」(寛文3, 1663)
佐藤正興「算法根源記」(寛文6, 1666)
沢口一之「古今算法記」(寛文10, 1670)
村瀬義益「算法勿憚改」(延宝2, 1674)

4 天元術

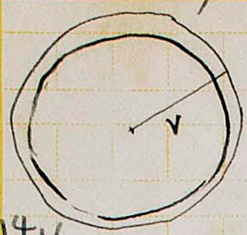
橋本正数
沢口一之 ― 「古今算法記」の中で天元術を自由に使用した. 更に多くのrootの存在を認め, 翻狂と呼んだ.

礒村の批評 (1684)

○村「記書」(1684).

関孝和

球の表面積（微分の萌芽？） 2



$\pi = 3.1416.$

$d = 1.$ $\quad V = 0.5236$

$d_1 = 1.00002$ $\quad V_1 = 0.5236314166322832$

$V_1 - V = 0.0000314166283$

$d_1 - d = 0.00002$ $\quad r_1 - r = 0.00001.$

$$V = \frac{4\pi}{3} r^3 = \frac{4\pi}{3}\cdot\frac{d^3}{8} = \frac{\pi}{6}\pi d^3$$

$= 0.5236.$

$$\frac{V_1 - V}{r_1 - r} = \frac{0.0000314166283}{0.00001} = 3.1416\cdots$$

$$\frac{dV}{dr} = 4\pi r^2.$$

$= \pi d^2$

$\pi = 3.1416$ $\quad 12.5664$

0.5236 $\quad 3.1416$

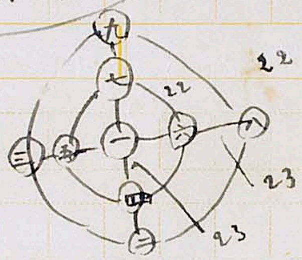
$\frac{0.03}{0.01}$

$dV = S\,dr.$

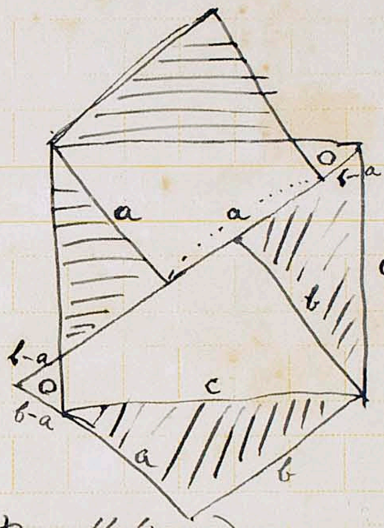
$S = \pi d^2$

(15)

六	一	八
七	五	三
三	九	四

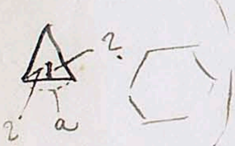


算法勿憚改 (1674)



方陣, 円攅

ピタゴラス 等の証明



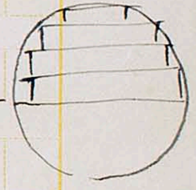
多角形 → (円の角術)

研究

円周率 零約術

円の面積（積分？）

球の表面積（微分？）



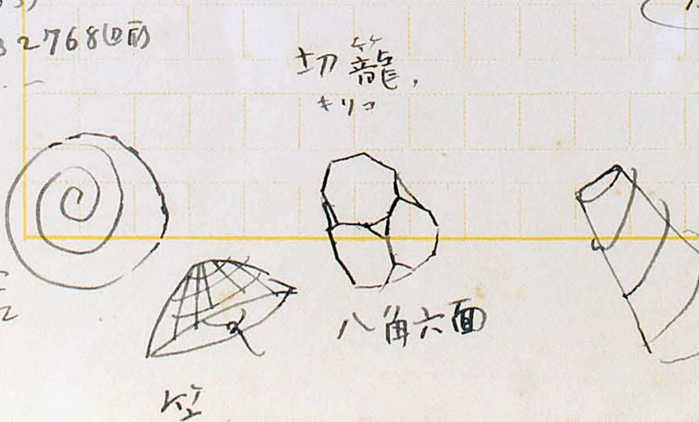
直観的考察による各種の図形

算俎 (1663)

$8, 16, 32, \cdots 32768$(角)

$3.14159\,26\cdots$

切籠 キリコ



渦巻

八角六面

倶利加羅巻

笠

第二章　関孝和の時代

§5　筆算代数の成立

点竄

関は はじめ 演段術を呼んだが、その頃は除法の記号がなかった。記号の完成は元文の頃（1740頃）であろう。

点竄の創業者は誰か　（　　）

京坂　田中由真（吉真）（1651-1719）　島田尚政　門弟 井関知辰「算法発揮」元禄3，1690）
鈴木重次「算法重宝記」（元禄7，1694）

江戸　関孝和（発微算法，延宝2，1674 これは文章で述べており，記号を用いなかった。
（1642?-1708）

建部賢弘（発微算法演段諺解 貞享2，1685）→ 建部の序文は点竄の成立を暗示さ「尚一貫ノ神術有之トイハ……」

関「解伏題之法」（天和3，1683）

点竄の諸法則を明示して，その全貌を示した最初の書は「解伏題」である。　代表者として

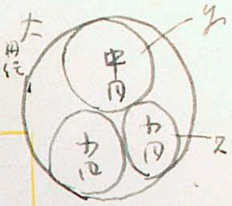
	関	田中
a + b	丨甲乙 or 丨甲丨乙	丨甲乙
a − b	丨甲 丨乙 　丨甲丨乙	丨甲乙
a b	丨甲乙	丨甲乙

時代的背景

上昇期

研究発表の方法，「遺題」「好」

4



今有二平円内、如レ図平円容三個、外餘寸平積百二十歩、只云中円径寸而小円径寸若短五寸、問大中小円径各幾何、

小円径 $= z$　a

立天元一為小円径

加入云数為中円径　$y = z + a$

自之得数寄甲位　$y^2 = (z+a)^2$（甲）

列小円径自乗之得数　z^2

倍之、加入甲位以円周率乗之得数寄乙位、　$[2z^2 + (z+a)^2]\pi$（乙）

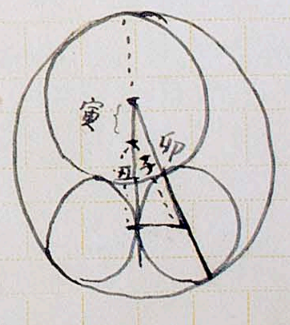
列外余積四之以円周率乗之

加入乙位　$4A\pi + [2z^2 + (z+a)^2]\pi$

為下因円周率大円径巾上寄丙位　$= \pi x^2$（丙）

$(4y+2z)^2 y^2 z^2 = [z^2(4y-z) - y^2 z]^2$.

zの六次方程式、



天元術から点竄への過渡期の記号であった。

〇｜　｜大

立天元一為大径　〇｜　x

内減小径余寄為二個子　$x - z = 2子$

小｜

自之得　｜巾　卅小　｜

$(x-z)^2 = x^2 - 2zx + z^2$

内減小径巾余為四段丑巾

〇　卅小　｜

~~$(x-z)^2 - z^2 = 4丑^2$~~

$= x^2 - 2zx = 4丑^2$.

ピタゴラス

卅小　｜巾

｜巾小　卅小大　｜大巾

｜大

$(4y+2z)yx = x^2(4y-z) - y^2z.$

~~大^2 − 2小大 + 小^2 = 4子^2~~

~~大^2 − 2小大 = 4子^2 − 小^2 = 丑^2.~~

~~大 − 中 = 2寅 →~~

~~中^2 + 2中小 + 小^2 = 4卯^2~~

~~中^2 + 2中小 = 4卯^2 − 小^2~~

~~大 − 小 = 2子~~

~~大^2 − 2小大 = 4丑^2 …… 角位~~

~~中^2 − 2中大 + 大^2 = 4寅^2 …… 亢位~~

~~中 + 小 = 2卯~~

~~2中小 + 中^2 = 4(丑 + 寅)^2~~

~~2中小 + (2中 + 2小)大 − 2大^2 = 丑 × 8寅.~~

~~中小 + (中 + 小)大 − 大^2 = 丑 × 4寅.~~

~~二乘 = 16丑^{2}寅^2 = 角 × 亢.~~

$x - z = 2$子 → ($x^2 - 2xz = 4$子$^2 - z^2$.)

(角) $x^2 - 2xz = 4$丑^2

丑

(亢) $y^2 - 2yx + x^2 = 4$寅^2

$y + z = 2$卯

$y^2 + 2zy = 4$卯$^2 - z^2$

$2zy + y^2 = 4($丑 + 寅$)^2$

− (角) − (亢)

$2zy + (2y + 2z)x - 2x^2 =$ 丑 × 8寅

$zy + (y+z)x - x^2 =$ 丑 × 4寅.

$[\qquad\qquad]^2 = 16$丑^{2}寅^2 = 角 × 亢.

西欧の代数学の歴史との比較

$f(x)$

§6 関孝和 (田中由真)

Newton (1642-1727)
Leibniz (1646-1716)

寛永19(1642) — 宝永5(1708)

もう少し前であろう。

上野国藤岡? 江戸?

三上「関孝和伝記の新研究の概要」(東洋学報 488-490, 昭和7)

主著

刊本 (1) 発微算法 (1674)

(2) 傍書三部抄 — 解見題之法 → 直接法 (算術的, 直截的)
解隠題 〃 (1685) → 天文術
解伏題 〃 (1683) → 点竄

関の方程論

(3) 傍書七部抄
開方翻変 (1685) 題術辨議 病題明致
方陣 (1683) 算脱験符 (1683) 求積 毬闕変形草

(4) 開方算式

刊本 (5) 括要算法 (遺稿 1712) ← 求積, 諸約之法, 角法, 円周率, 弧矢弦率, 立積率.

(6) [建部賢明, 賢弘と共著] 大成算経 (1710頃).

§7 点竄術 代数方面、

田中由真 (吉真 正利)
慶安4 (1651) — 享保4 (1719)

(1) 点竄の創始者の一人、

(2) 消去法ならびに行列式

京都の人。

刊本のほかのもの多し、
『諸書允鑑』(1683)
この序に、それより前に
「算法明解」を作ったとある
[古今算法記の著者 1678の序]

~~算学 指南~~

消去法
田中由真の説明

$ax+b=0$
$a'x+b'=0$

$b=-ax,\quad a'b=-aa'x$
$b'=-a'x,\quad ab'=-aa'x$
ゆえに
$ab'=a'b$
即ち
$\begin{matrix} a & b' \\ a' & b' \end{matrix} = 0.$

~~未知の方程~~

~~$ax+by+c$~~

$$\begin{cases} ax+by+cz=0 \\ a'x+b'y+c'z=0 \\ a''x+b''y+c''z=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} ax+by+cz=0 \\ By+Cz=0 \\ Dz=0 \end{cases}$$

$x \neq 0,\ y \neq 0,\ z \neq 0$ ならぬためには

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ a' & b' & c' \\ a'' & b'' & c'' \end{vmatrix} = 0.$$

~~(係数は y を含む)~~ ~~x, y の二方程式から y を消去する方法.~~

前式 $a_1 + a_2x + a_3x^2 + a_4x^3 = 0$

後式 $b_1 + b_2x + b_3x^2 + b_4x^3 = 0$

田中氏の方法.

前 $\times b_1$
後 $\times a_1$ ×デワ〜

$$\begin{pmatrix} a_2b_1 \\ -b_2a_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_3b_1 \\ -b_3a_1 \end{pmatrix}x + \begin{pmatrix} a_4b_1 \\ -b_4a_1 \end{pmatrix}x^2 = 0.$$ 第一式

前 $\times b_2$
後 $\times a_2$

$$\begin{pmatrix} a_1b_2 \\ -b_1a_2 \end{pmatrix} + 0x + \begin{pmatrix} a_3b_2 \\ -b_3a_2 \end{pmatrix}x^2 + \begin{pmatrix} a_4b_2 \\ -b_3a_2 \end{pmatrix}x^3 = 0$$

第一式をかつて

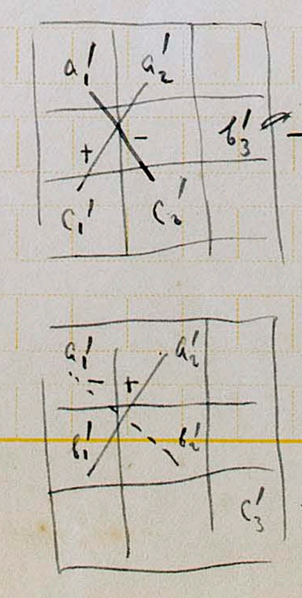
$$\begin{pmatrix} a_3b_1 \\ -a_3a_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_4b_1 - b_4a_1 \\ +a_3b_2 - b_3a_2 \end{pmatrix}x + \begin{pmatrix} a_4b_2 \\ -b_3a_2 \end{pmatrix}x^2 = 0$$ 第二式

前 $\times b_4$
後 $\times a_4$

$$\begin{pmatrix} a_1b_4 \\ -b_1a_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_2b_4 \\ -b_2a_4 \end{pmatrix}x + \begin{pmatrix} a_3b_4 \\ -b_3a_4 \end{pmatrix}x^2 = 0$$ 第三式

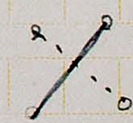
$$\begin{cases} a_1' + a_2'x + a_3'x^2 = 0 \\ b_1' + b_2'x + b_3'x^2 = 0 \\ c_1' + c_2'x + c_3'x^2 = 0 \end{cases}$$

田中



関

二つの場合



三つの場合

行列式は世紀未発達に終った.

一般の計算の方法がなかったから.

Leibniz
Laplace, Cauchy, Jacobi,
general theory

7

全商式　(正又は負の)一根のみ有
変商式　2個以上の根を有し、凡て正か、凡て負の根
交商式　正、負の根あるもの
無商式　根なきもの

(3) 方程式論 ~~……~~

正にしてオク

$-2+x+x^2=0$

dif sign $\left\{\begin{array}{ccc}-2 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{array}\right.$　正根アリ　根

$\left(\begin{array}{ccc}-2 & 1 & 1\\ 1 & -1 & 1\end{array}\right.$　負根あり

$1-x+x^2=0$

$\left\{\begin{array}{ccc}1 & -1 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{array}\right.$　正根ナシ

$\left\{\begin{array}{ccc}1 & -1 & 1\\ 1 & -1 & 1\end{array}\right.$　負根ナシ

(4) 補間法 (支那の方法を継承)

招差法

累裁招差の法が「招差算法」にある

$S=a_1n+a_2n^2+a_3n^3+\cdots+a_kn^k$.

田中も同様

(5) 数論の方面

之法

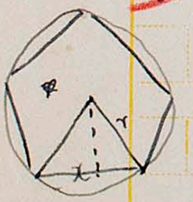
互約術、支那の学説を転用　$(ax-by=1)$

田中「之分互約術」,「剰一術」

§8. 幾何の方面

~~幾何~~

(1) 角術 (正多角形の辺と径)　20角マデ



~~一円の近似計算でなく、これを~~ 正確に表はす為の~~……~~方程式を解くこと。作ったこと

(2) 円周率　4角から　4×2^n

131072角形　$\pi=3.1415926532$ 88992775 9 …

「円理綴術 参照」

$\frac{3}{1}<\pi<\frac{4}{1}$

$<\left(\frac{7+3}{2+1}=\frac{10}{3}=3.33\right)<$　　$<\left(\frac{3+4}{1+1}=\frac{7}{2}=3.5\right)$

~~$\left(\frac{10+3}{3+1}=\frac{13}{4}=3.25\right)$~~

$\frac{22}{7}$,　$\frac{79}{25}$　$\frac{157}{50}$　$\frac{355}{113}$

支那(密率)　$=3.16$ 和算法　$\fallingdotseq 3.14$ 徽術

「不休綴術」の元

二次方程式を立式して 解く

(3) 円弧の計算 (関)

2^{1} 4^{4} 数値的

「内卓偽術 巻一」

2^{13} $a = 6.435011088\,13\cdots$

2^{14} $b = 6.435011086\,2$

2^{15} $c =$

$$\text{弧} = b + \frac{(b-a)(c-b)}{(b-a)-(c-b)}.$$

祖冲之 の π の計算

$$\pi = \pi_{96} + \frac{105}{625}\left(4^{-1} + 4^{-2} + 4^{-3} + \cdots\right)$$

$$\left(3.14\tfrac{64}{625}\right)$$

関の方法は 増約 によった

$$\text{arc} = \gamma + \lambda + \lambda(k + k^2 + k^3 + \cdots)$$

$$\begin{cases} a = \gamma, \\ b = \gamma + \lambda \\ c = \gamma + \lambda + \lambda k. \end{cases} \qquad \lambda = b - a, \quad k = \frac{c-b}{b-a}$$

$$\text{arc} = b + \lambda \frac{k}{1-k} = b + (b-a)\frac{\frac{c-b}{b-a}}{1 - \frac{c-b}{b-a}}$$

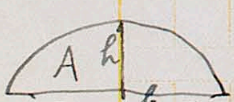
$$= b + \frac{(b-a)(c-b)}{(b-a)-(c-b)}.$$

(4) 弧及面積の近似公式

田中由真 「内卓偽術」(巻之三)

$\lambda_1 = \frac{1}{50}$, $\lambda_2 = \frac{25}{50}$, $\lambda_3 = \frac{25}{50}$

$$A = \lambda_1 b^2 + \lambda_2 bh + \lambda_3 h^2.$$



$$A = \lambda_1 b^3 + \lambda_2 b^2 h + \lambda_3 b h^2 + \lambda_4 h^3$$

(方程) 招差術

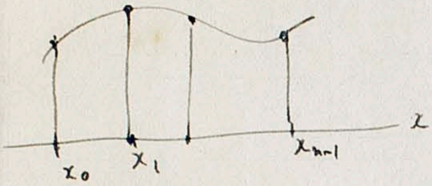
$\cdots$ $\cdots$

[弧田] (九章) $A = \dfrac{hb + h^2}{2}$

Interpolation

西洋

$$f(x) = a_0 + a_1\underbrace{(x-x_0)}_{\varphi_1(x)} + a_2\underbrace{(x-x_0)(x-x_1)}_{\varphi_2(x)} + \cdots + a_n\underbrace{(x-x_0)(x-x_1)\cdots(x-x_{n-1})}_{\varphi_n(x)}.$$



Taylor

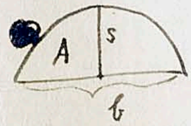
$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n.$$

支那、

元の郭守敬 (1280)、

田中吉真

「円[illegible]俗[illegible]字[illegible]解」

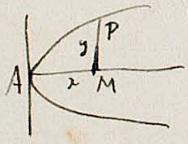


$A = c_1 b^2 + c_2 bs + c_3 s^2.$

$A = c_1 b^3 + c_2 b^2 s + c_3 bs^2 + c_4 s^3.$

以下 同様

Apollonius



$y^2 = 2px - \frac{p}{a}x^2$ ellip.

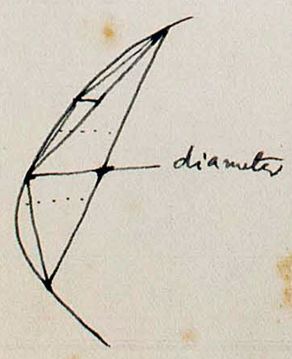
$= 2px$ par.

$= 2px + \frac{p}{a}x^2$. hyp.

[Heath, これは geometrical algebra トモイフベキモノヲ使用したので analytic geometry にあらず]

[代数か?] Descartes.

Archimedes



円周,

parabola. sphere.

spiral. paraboloid and hyperboloid of revolution.

$\int_0^a x^2 dx \quad \int_0^a (bx + x^2)dx, \quad \int_0^a x^3 dx$

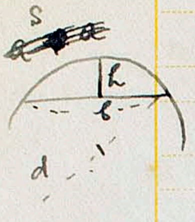
$\int_0^\pi \sin\theta \, d\theta$

弧背 $s = \frac{2h^2}{d} + b$.

$$f(x) = \sum \lambda_k (x-x_1)(x-x_2)\cdots(x-x_{k-1})\,\varphi_k(x)$$

9

関



$$s^2 = \left[(\pi-4)h^2 + b^2\right] - \lambda_1 \frac{d-2h}{d-h} h^2$$
$$+ \lambda_2 \frac{(d-2h)\cdot(h-h_1)h^2}{(d-h)^2}$$
$$- \lambda_3 \cdot \frac{(d-2h)\cdot(h-h_1)(h-h_2)h^2}{(d-h)^3}$$
$$+ \lambda_4 \cdot \frac{(d-2h)\cdot(h-h_1)(h-h_2)(h-h_3)h^2}{(d-h)^4}$$
$$- \lambda_5 \cdot \frac{(d-2h)\cdot(h-h_1)(h-h_2)(h-h_3)(h-h_4)h^2}{(d-h)^5}.$$

$d=10$ と取った。

故に h_1 がきまれば ~~ならば~~ $(=1)$

b_1 は計算される。

従て 前の方程で s_1 が計算される。

故に λ_1 は定まる

$$s_1^2 = (\pi-4)h_1^2 + b_1^2 - \lambda_1 \frac{d-2h_1}{d-h_1} h_1^2.$$

同様に h_2 $(=2)$ λ_2 が定まる . . .

[h^2 を各項に乗じた理由]

[また $h=0$ ならば: $S^2 = b^2 = 0$.

$h = \frac{d}{2} = r$ ならば: $S^2 = (\pi-4)h^2 + b^2 = (\pi-4)r^2 + 4r^2 = \pi r^2$.

初項に $(\pi-4)h^2+b^2$ を取った理由。

又: $(d-2h)$ を各項に乗じた理由。]

分母に $d-h$ をつけたのは dimension による。

(※) 立円積

「円率解」の計算表の方である。

関と Newton

第三章 和算の発展と関流の完成

関流

形式化

§1. 指導的数学者

~~主要~~

和算史上に示したる

関孝和の位置、

荒木村英 (1640-1718) — 松永良弼 (?-1744)

1 2

関 (1642-1708)

久留島義太 (?-1757)

建部賢弘 (1664-1739)

中根元圭 (1662-1733)

吉宗将軍

日向延岡藩主

山路主住 (1704-1772)

3 (三伝)

久留米藩主

有馬頼徸 (1714-1783)

安島直円 (1733-1800)

4

藤田貞資 (1734-1807)

本多利明 (1744-1821)

会田安明 (1747-1817)

沢口一之

橋本

田中由真

島田尚政

宅間

久留島の伝記

中西流

宅間流

関流の免許状
伝書

この時代の和算史研究の困難

重要なものは、殆んど全部写本のみ

著者不明のものが多い。

年代不明

関の業績の伝説化。

有馬

『拾璣算法』

(1769)

訳口の言葉

§10. 綴術、円理 (1740 頃)、解析学の成立、

この時代は和算の代数の完成

建部賢弘は関孝和の円弧の計算(数値的)を代数的に取扱った

binomial series.

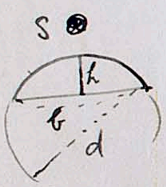
開方綴術
帰除綴術
$\frac{1}{1+x}=1-x+\cdots$

$\sqrt[n]{N}$ $(1+x)^{\frac{1}{n}}$ } を無限級数で展開し得た。

二次方程式の根

(参考4)

その結果として、

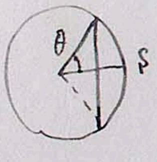


$$S^2 = 4hd\left[1+\frac{2^2}{3\cdot4}\frac{h}{d}+\frac{2^2\cdot4^2}{3\cdot4\cdot5\cdot6}\left(\frac{h}{d}\right)^2+\cdots\right] \quad (1722 頃)$$

円理の弧背。

或は
$$s^2 = b^2\left[1+\frac{1}{3}\left(\frac{b}{d}\right)^2+\frac{4^2}{3\cdot5\cdot6}\left(\frac{b}{d}\right)^4+\cdots\right]$$

$$\left(\frac{s}{d}\right)^2=\left(\frac{b}{d}\right)^2\left[1+\frac{1}{3}\left(\frac{b}{d}\right)^2+\cdots\right]$$



これは、$s=2r\theta=d\theta$, $\sin\theta=\frac{\frac{b}{2}}{r}=\frac{b}{d}$, $\theta=\sin^{-1}\left(\frac{b}{d}\right)$

$$\frac{s}{d}=\sin^{-1}\left(\frac{b}{d}\right)$$

を展開したものに外ならない。

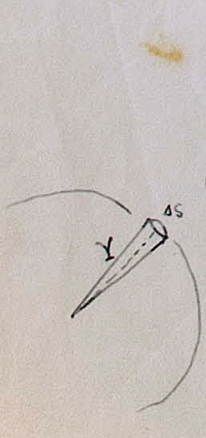
この円理の方法は、円以外に応用することはほとんど不可能である。しかし 私等の analysis をついで確立したとはいえる。

これは松永や山路の手で改良された。

「不休綴術」(1722)の言葉

「関氏乃生知ナリ 世ニ冠タリ、然レドモ常ニ惜シム、円積ノ数甚ダ難シ不可解。」

関孝和

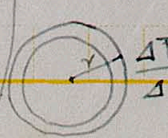


$V=\sum\frac{1}{3}r\cdot\Delta s$

$\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{r}{3}\sum\Delta s$

$S=4\pi r^2$

建部



$\frac{\Delta V}{\Delta r}$

	$\frac{\Delta V}{\Delta r}\to S$
$2r=1.$	
$2r_1=1.001$	3.14 473524 344 +
$2r_2=1.00001$	3.14 162406 984 +
$2r_3=1.0000001$	3.14 159296 775 −

和算における analysis の建設者は建部である。関は analysis の人でなく、algebraist であろう。

寧ろ 帰納的には

余の

§11 其他の数学理論

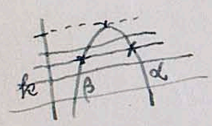
この其の間、この間の「和算入門」で準備したやり方すことは，皆一通り整理される。
研究され

1. 点竄記号の一応の完成
2. 諸約術

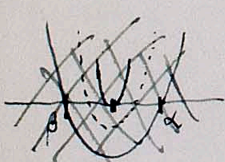
   平方零約術 その研究　$\sqrt{N}$ を連分数で表はす。［久留島］

3. 変数　permut. combinat.［有馬］
4. 整数

polynomial
$y=ax^2+bx+c$
の max. min. は
方程式 $ax^2+bx+c=0$
の 等根の條件
によって与へられる。



主として 関の
方程式の根の極大極小
を求める。諸有不明なし
適尽方



5. 極数　（関，久留島—）

極値問題の max. min をきめる方法で，polynomial $f(x)$ の それは $f'(x)=0$ なってゐる也。

~~[illegible]~~ 形式的に　ax^2+bx+c (=0 とおき，h

α が小なるときは，β は大　大なる root α　小なる root β
一致して α=β．等根の條件．ねん α の極小は β の極大と 同じとき

h が max, min のとき α=β

$ax^2+bx+c=0$
の一根を x_1 とすれば，
他の根は $x=x_1+h$
は Horner で
$ah^2+(b+2ax_1)h+(c+bx_1+ax_1^2)=0$．
$ah+(b+2ax_1)=0$，等根の條件は $b+2ax_1=0$

有馬頼徸の 拾璣算法 (1769)

池田好運,「元和航海記」(1618)

§12 西洋数学の輸入

鎖国(寛永7, 1630)

塵劫記(1627)

William Adams　徳川家康、

寛永年間　樋口権右衛門　蘭人 カスパル Caspar

測量(規矩 [illegible])

清水貞徳(元禄6年, 1693).

吉宗　享保11年ごろ(1726頃)

支那書　「幾何原本」(1607)

西洋新法暦書(1631)

「暦算全書」(1723)

「数理精蘊」(1723)

三角法,
対数

それらはどれだけ導入したか?

和算家の態度.

建部,
中根

14

§13 関、建部等と Newton ~~以来の西洋数学~~ との比較

概念の深さ(ない、明確) derivati ?

方法の一般性

応用の範囲

自然科学・技術との交渉

~~和算~~

第四章　和算の隆盛時代

§14 （指導的）~~主要~~ 数学者

(3)
山路主住

安島直円 (1733-1800)
藤田貞資 (1734-1807)

(1759-1824)
坂部広胖

日下誠 (1764-1839)

(1787-1840)
和田寧
長谷川寛 (1782-1838)
内田恭 (1805-1882)
白石長忠 (1795-1862)

川北朝鄰 — 林

会田安明 (最上流)
(1747-1817)

中根元圭

本多利明
(1744-1821)

§15 和算の隆盛 と 普及

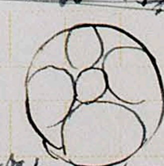
[寛政改革]
安永
時代と世の傾向
「科学化」「近代化」

1772-1800

通俗
論理化
「無用の用」→「精要算法」(1781)。

安島 藤田、会田の通俗

~~§16 和算の普及、暦算~~ 蘭学、



円理、
n個の場合まで、一般公式を出す

累円術（安島 1784 に）
（少し後である、1790に）

会田
改精算法
1783

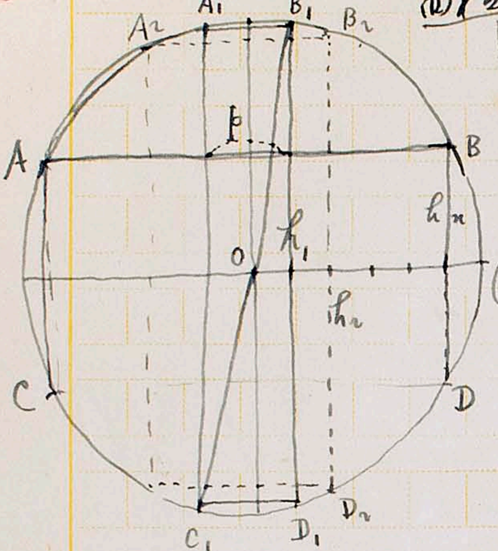
会田と関流の争

非改精算法
1786

1802まで
続く

§16、安島直円の円理　定積分~~の~~考え方にもとづく

面積ならびに円弧



直径 d.

$AB = b$ を n等分す $= np$.

$\frac{b}{n} = p = A_1B_1$

$(B_1D_1 =)\ h_1 = \sqrt{d^2 - p^2}$　平方綴術によって

$= d\left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{p}{d}\right)^2 - \frac{1}{8}\left(\frac{p}{d}\right)^4 - \cdots\right]$

$h_2 = \sqrt{d^2 - (2p)^2}$

$= d\left[1 - \frac{2^2}{2}\left(\frac{p}{d}\right)^2 - \frac{2^4}{8}\left(\frac{p}{d}\right)^4 - \cdots\right]$

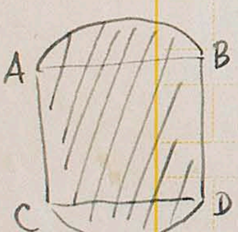
$p(h_1 + h_2 + \cdots + h_n) = pnd - \frac{p^3}{2d}(1^2 + 2^2 + \cdots + n^2)$

$- \frac{p^5}{8d^3}(1^4 + 2^4 + \cdots + n^4) - \cdots$

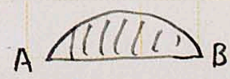
垜積

$(1^2 + 2^2 + \cdots + n^2)p^3 = \frac{1}{6}(n + 3n^2 + 2n^3)\frac{b^3}{n^3} \to \frac{b^3}{3}$.

$(1^4 + \cdots + n^4)p^5 \to \frac{b^5}{5}$ ...

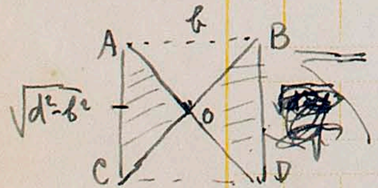


$= bd - \frac{b^3}{6d} - \frac{b^5}{40d^3} - \cdots$.

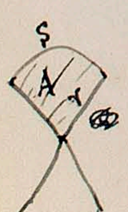


面積が直ぐ これから 求められる

次に円弧の計算は



$= \frac{b}{2}\sqrt{d^2 - b^2} = \frac{bd}{2}\left[1 - \frac{b^2}{2d^2} - \frac{b^4}{8d^4} - \cdots\right]$



$\frac{\text{面積の貳}}{\text{半径}} = b + \frac{b^3}{6d^2} + \frac{3b^5}{40d^4} + \frac{5b^7}{112d^6} + \cdots$

$s = \frac{2A}{r} =$

他の曲線へ

二重積分へ（1794年）

17

§17. ~~我等の著述~~ 暦術と蘭学

~~藤田 会田との争論~~

麻田剛立、 高橋至時、 間重富

寛政暦 (1797)

伊能忠敬 — 地図

志筑忠雄「暦象新書」(1798-1803).

蘭学が本格的に
行なわれたのは、
1770年代から。

本木良永「太陽距離暦解」(1774)

1793.

§18. 和算の最高峰へ、 円理綴術.

江戸・文化の~~…~~らん熟期

文化
−文政 (1804-1829)

この頃から和算書が多く出版刊行される。

教科書とし

坂部広胖「算法点竄指南録」(1810)

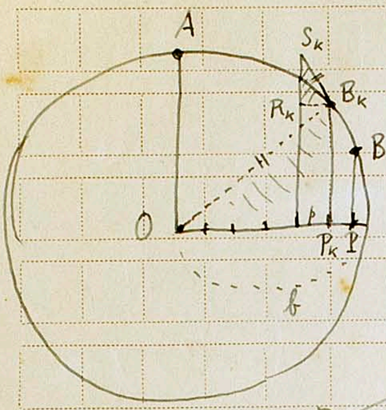
のごときが現れ、和算の初等的知識が普及する。 遂に和田寧を生む。

(注)

支那を通じて入った西洋ある、ないし蘭学の(直接)間接の影響を受けながら、航海術、~~…~~(本多利明)、三角、対数も廣まって

和田の円理（1818 前後）
微小切線を考へる
円弧の場合

手続きの伝ったもの は 和田遺書, 小出修喜「円理算経」(1842)



$\overset{\frown}{AB} = s.$

直径 $a=2$, $OP = b$, これを n 等分して

$$\frac{b}{n} = p, \quad OP_k = kp.$$

$$\triangle R_k B_k S_k \sim \triangle P_k B_k O$$

$$\cancel{B_k S_k = \frac{a}{2} \cdot p} \qquad \frac{B_k S_k}{B_k R_k} = \frac{OB_k}{B_k P_k}$$

求積通考
$\boxed{\text{奇除表}}$ ⊢

$$B_k S_k = \frac{p}{\sqrt{1-(kp)^2}} \quad \text{級数によって}$$

$$= p\left[1 + \frac{1}{2}(kp)^2 + \frac{3}{8}(kp)^4 + \cdots\right]$$

$$\sum \overline{B_k S_k} = p \cdot \sum 1 + \frac{p^3}{2} \cdot \sum k^2 + \frac{3}{8} p^5 \sum k^4 + \cdots$$

$\boxed{\text{天表}}$

$$p \cdot \sum 1 = np = b.$$

$$p^3 \cdot \sum k^2 = \frac{b^3}{n^3} \frac{1}{6}(n + 3n^2 + 2n^3) \to \frac{b^3}{3}$$

$$p^5 \cdot \sum k^4 \longrightarrow \frac{b^5}{5}$$

$\cdots\cdots$

故に

$$s = b + \frac{b^3}{6} + \frac{3}{40} b^5 + \cdots\cdots$$

安島直円の結果と一致する

$$OP_k = x = kp, \qquad x^2 + y^2 = 1$$

$$B_k P_k = y = \sqrt{1-x^2}. \qquad x + y\frac{dy}{dx} = 0$$

$$p = dx, \quad \frac{ds}{1} = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx = \frac{dx}{y} = \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$S = \int_0^b \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \qquad \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = 1 + \frac{1}{2}x^2 + \cdots$$

$\boxed{\text{binomial theorem}}$

$$= \int_0^b \left(1 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{8}x^4 + \cdots\right) dx$$

$\boxed{\text{integration}}$

$$= b + \frac{b^3}{6} + \frac{3}{40} b^5 + \cdots$$

$p = \frac{b}{n}$，　切数 $= \frac{n}{b}$

$p = \frac{1}{\text{切数}}$ (＝初 と名づく)　$(= dx)$

$\int_0^b dx = b$　　　$kp = x$

$kp^2 = x\,dx$

$\int_0^b x\,dx = \frac{1}{2} b^2$　　　$k^2 p^3 = x^2 dx$

……

$\int_0^b x^2 dx = \frac{1}{3} b^3$

~~[illegible]~~

……

係数のみを取りて

表を作る

p^4	p^3	p^2	p	
0	0	0	1	1
0	0	$\frac{1}{2}$	∞	k
0	$\frac{1}{3}$	∞	∞	k^2
$\frac{1}{4}$	∞	∞	∞	k^3

畳……ふく

元……根本のもの　　integration

表

経四	経三	経二	経一		
初三	初再	初巾	初		
空	空	空	一	一	一終
空	空	二	屋	某段	二停
空	三	屋	屋	某巾	三屋
四	屋	屋	屋	某段再	四停

屋若至大無㝵、不可求之

空若至微無㝵、得則捨之

$\int x^m (1 - x^2)^n dx$

$\int x^m \left(\sqrt{1 - x^2}\right)^{2n+1} dx$

系の表

calculus

内田恭「豁術算法」(1837)
長谷川弘「求積通考」(1844)

~~幕末の幾何学~~

曲面への円理の応用 [円理豁術]

曲線, 弧の長さ, 面積, 体積, 表面積, 重心,
楕円の長さ
cycloid, epicycloid-hypocycloid.
曲面の交りによって囲まれる体積. (三重積分).

§19. その他の数学

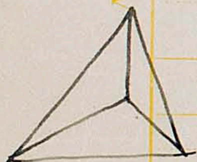
1. 方程式論 坂部広胖「開式新法」(1805) successive approximati

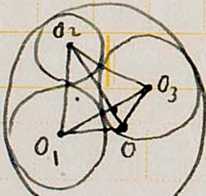
数論, 循環小数.

2. 図形の幾何学的 (計算のみ ようすこし) 研究.
主に幾何か直観的な

測量 → 規矩術 (1820)
吉田重矩「規矩術図解」 (graphical method)

例えば 六斜術





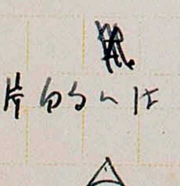
山本賀前「算法助術」(1841) 重要な
基本的性質のこと 示されてる。
平内廷臣「算法直術正解」(1840)
幾何学的.
三角関数は ほとんど 使用されない. (表面的には)
ただし 測量 除いて

変形

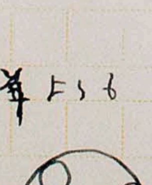
inversion と同様の考え方 のもの

0. ◯ 法道寺善「観新考算変」(1860)

断片的には 西洋よりも 早く 発見されたものもある。



Malfatti



Casey.

§20 和算に欠如せるもの

[三角法, 對数は本邦から]. 和算の最後まで欠如したもの

Complex number, Theory of equat (一部はあるが)

demonstrative geometry. analytical geometry. (coordinate)

descriptive geometry. projective geometry.

functional concept (?)

derivative や integral の一般的基本的性質.

[円理は 求積術のみ].

differential equation.

probability (確) statistics.

特に dynamics, physics, engineering との関係に於ける考察が欠いてゐた. もっと高級な考察は勿論無かった.

年表, 西洋数学との比較

1750
Euler 山路
d'Alembert 安島
Lagrange 藤田
Laplace 会田
Monge
1800
Gauss
Poncelet, Abel 和田
Cauchy, Jacobi
Galois
Lobatschevsky
Riemann (Perry 来朝)
1850

しかし文政・天保 (1818–1843) の頃は, 和算の絶頂にあった. → 開港 (1858)

第五章　和算の特色

§21　和算の実用性

1. 会計数理　　和算、自賦金、
中村政栄「長崎むしこ人物語」(1691)

2. 土木建築の数学
平内廷臣「匠家矩術要解」(1833)

3. 農村の数学
秋田義一「算法地方大成」(1837)

§22　和算と自然科学

西洋ではこの頃、円理など「求積術のみ」
代表的 「算法求積通考」の内容のやうに。
教科書、長谷川弘 (1844)

Newton
Leibniz
Bernoulli (calculus of variat.)
Jean, Daniel, Euler, Mechanics.
Maclaurin hydrodynamics.
d'Alembert 弦の vibrat', Dynam., Hydro
Clairaut 地球の形 (重力)
Lagrange — Analytical mechanics
Laplace — celestial mech.

§23 和算と天文暦学

久留島義太

<u>アジア的生産様式</u>

西村遠里「数度霄談」(1778)

§24 和算家の社会

西洋

Descartes
Pascal
Leibniz
d'Alembert
Condorcet
Kant

支那

宋
沈括 (1090頃)

明
唐順之 (1550頃)

清
戴震 (1750頃) (~~1724–1777~~)
阮元 (1797)
焦循 (1799)
- - -

日本へ
吉宗 へつかったん

(思想的に見識ある和算家
建部, 中根, 本多, 西村遠里)

荻生徂徠「学則」(1727)

§25 和算家の生活

関流免許段階
- 見題免許
- 隠題〃
- 伏題〃
- 別伝〃
- 印可〃

(山路主住)

~~「乾坤之巻」(一巻)~~

高久守静 (1821-1883) — ソロバンを学ぶ者の心得

和田寧
久留島義太 } → episode

~~[illegible]~~

算額 神社
- 藤田貞資「神壁算法」(1789)
- 白石長忠「社盟算譜」(1826)
- 斎藤宜義「数理神篇」(1860) — 異に点の創見者の？

§26 和算の論理 (直観と帰納)

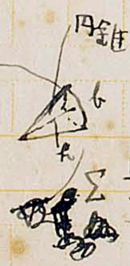
curves や surface の定義の不完全から、無意味な論争へ陥る。

曖昧さ (Klein) < Gauss Jacobi

関の文章「雖説理高尚 解術迂闊者 乃算学之異端也」

建部賢弘「不休綴術」(1722)

関と建部の考え方の相違



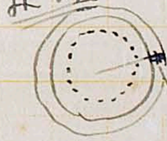
$\sum \frac{1}{3} r b \to V$

$\frac{1}{3} r \sum b = \frac{1}{3} r S = \frac{4}{3}\pi r^3$

$\therefore S = 4\pi r^2$

図

建部



不成村吉法

$\frac{dV}{dr} = S$

dr を無くして S を見る

§27 和算家のギルド性

批判の代表作、会田安明「算法古今通覧」(1797) — 算術神明論

趣味のある
- 中根彦循「勘者御伽双紙」(1743)
- 村井中漸「算法童子問」(1784)
- 船山輔之「絵本工夫之錦」(1798)

写本
- 葛飾北斎 (時太郎可候)「胸算用嘘の店卸」(1802 (?))
- (在世の持磨)「大通人好記」(1780)

刊本
- 柳河春三「算法便書」(明治2 1869)

通俗書 子弟—入門書
- 村上某「改算智恵車大全」(1711 和州)
- 山田安山「算法図解大全」(1848) —

第六章
洋算の本格的 ~~[illegible]~~ 移植

§25. 洋算に対する和算家の態度

安島（球面三角法に対する）
会田（對数，三角法 —— sin θ の展開）
本多・坂部（航海術 —— 球面三角法）
Lalande の天文書

~~[illegible]~~ 洋書に 自ら読めない人々の 参考書として
「代微積拾級」 その他の 支那の 翻訳書

§26. 開港の前後

支那の開港（1842）
ペルリ来航（1853）
日本の開港（1858）
（安政5）

小野友五郎
柳楢悦

海軍伝習所（1855）
陸軍 フランス学制（1862）
開成所（1863）
→ 神田孝平

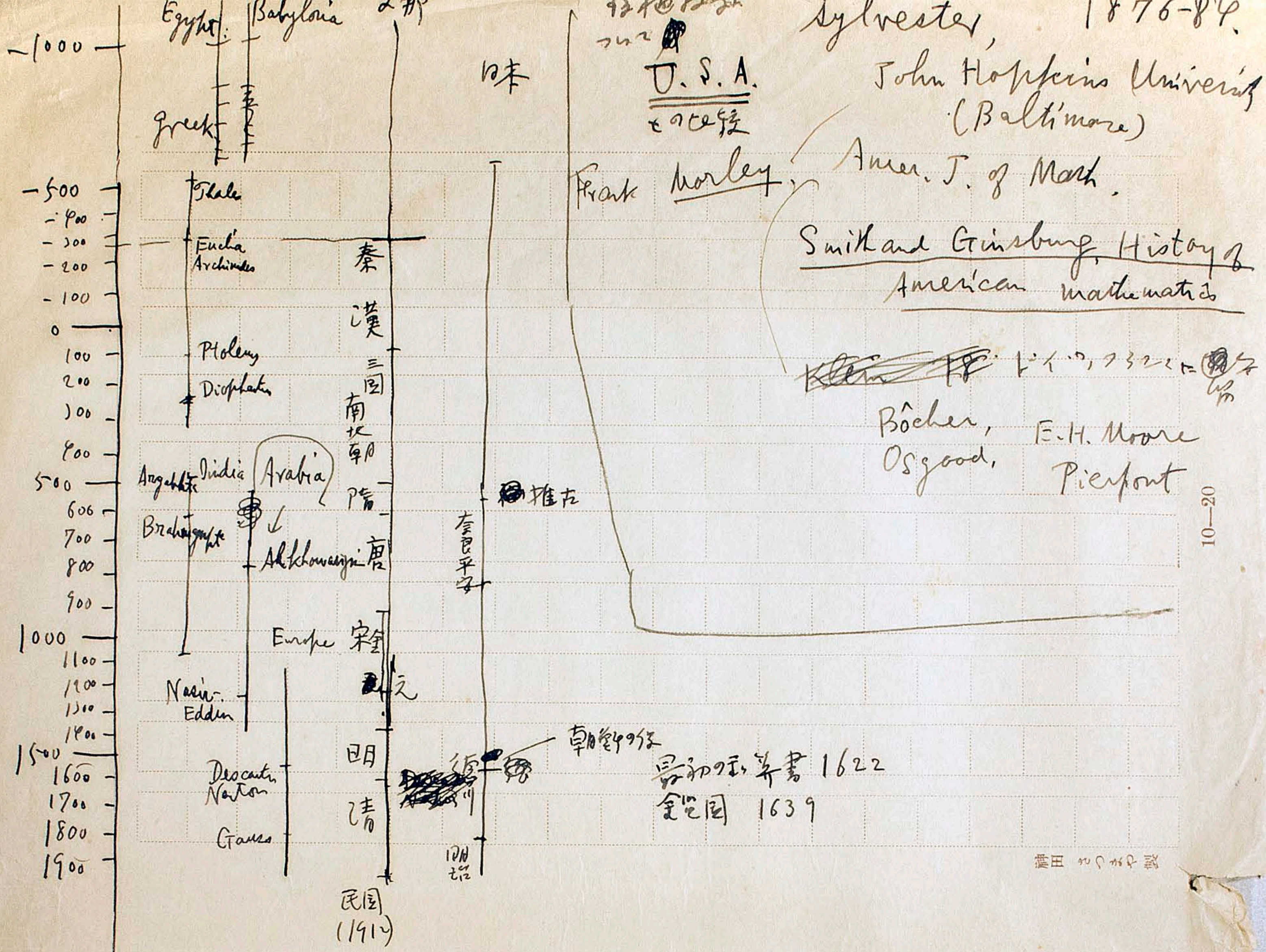
洋算書
柳河春三「洋算用法」（1857）
伊藤慎蔵「筆算提要」（1867）

何故に洋算を学ばねばならなかったか？

§27. 明治 ~~[illegible]~~ 時代へ

明治元年（1868）
この前後には，洋算は方々で（陸蕃の学校で）移植されたこともあった.
沼津兵学校（明治2）　大学南校（明治3年）
明治5年の学制（1872）
約70年 （1940）

結語


Egypt
Babylonia
支那
Greek
-1000
-500
-400
-300
-200
-100
0
100
200
300
400
500
600
700
800
900
1000
1100
1200
1300
1400
1500
1600
1700
1800
1900
Thales
Euclid
Archimedes
Ptolemy
Diophantus
Angabhata
India
Arabia
Brahmagupta
Alkhowarizmi
Europe
Nasir-Eddin
Descartes
Newton
Gauss
秦
漢
三国
南北朝
隋
唐
宋
金
元
明
清
民国
(1912)
日本
推古
奈良平安
徳川
明治
朝鮮の役
最初の数学書 1622
鎖国 1639
U.S.A.
その他
Sylvester, 1876-84.
John Hopkins University
(Baltimore)
Amer. J. of Math.
Frank Morley,
Smith and Ginsburg, History of
American mathematics
~~Klein~~
ドイツ，フランスに留学
Bôcher,
Osgood,
E.H. Moore
Pierpont

(第三部扉)

日本数学史
講義原稿