1
經濟學全集 第一冊 印
經濟學全集 第十冊 印

No.

数理統計

十時系列の数学的解析

小倉金之助

校正は、私が一回やります

小倉

UTSUYAMA
10×20

經濟學全集 十冊い印

はしがき

與へられた課題は、「数理統計学」だった。それは、併しながら、数年来の健康状態と関心問題の推移とから、近来全く斯学に遠ざかってゐた素人の私にとって、而も短日月の間に豫定の頁数中に纏め上げることは、事実不可能であった。幸にして編輯者の好意ある理解の下に、私は経済統計の中心問題の一たる「時系列の分析」のみを主眼として、論究することを許された為めに、辛うじて茲に自らの任務を果たし得るに至ったのである。

叙述を簡潔にする必要上、微積分学の概念を読者に豫想することとなったが、しかし説明は明晰にして親切なるを期した。主要なる方法は、実例によって示されてゐる。それは、四十日間で本篇を仕上げる関係上、諸先輩の計算を其の儘借用する外、致し方がなかったが。

最後に、専門の統計学者諸家に伺ひする。専門的諸論文を閲読する時と機会とを持たぬ私は、専門家の意見によらずに、たゞ自らの卑見によって、説明し講究した個所も多かった。幾多の誤謬と欠陥の甚だしからん。若し幸にして本篇の特色を見出し下さる識者あらば、謹んで忌憚なき批判を賜はりたいと思ふ。

一九三〇・五・一八　小倉金之助

UTSUYAMA

10×20

経済学全集 十冊い印

数理統計

—時系列の数学解析—

第一章 豫備概念

第一節 平均値
第二節 散布度
第三節 最小自乗法
第四節 指数・標準測定値
第五節 本篇の目的

第二章 長期的変動傾向

曲線の当嵌め

第一節 直線
第二節 抛物線（二次、三次、等）
第三節 他の形の曲線

曲線の平滑化

第四節 移動平均
第五節 移動平均によりての長期的変動の分離

第三章 季節的変動

第一節 季節指数、正常態
第二節 連鎖相対法の理論
第三節 実際上の計算
第四節 別法
第五節 修正時系列

經濟学全集 二十冊い印

第六節　修正時系列の比較

第四章　相関関係

第一節　相関係数

第二節　時の遅れ

第三節　相関係数の他の解釋

第四節　部分相関

第五章　調和解析

第一節　一般的理論

第二節　フーリエ解析

第六章　週期解析

第一節　豫備的事項

第二節　週期の法定（シュスターの方法）

第三節　計算法

第四節　週期の法定（メーナーの方法）

第五節　循環的変動の相関係数

―了―

經濟學全集「十册い印

No.

数理統計

時系列の数学解析

小倉金之助

第一章 豫備概念

第一節 平均値

一つの変量のn個の値 $X_1, X_2, \cdots\cdots, X_n$ を、代表的に、概括的に表はす一つの値を、その変量の平均値と称する。

しかし、如何なる意味に於て、変量を代表させるのか？ その意味の如何によって、平均値に種々の種類を生ずる。

先づ算術平均とは、変量全体の和を其の個数で割った値、即ち

$$M = \frac{X_1 + X_2 + \cdots\cdots + X_n}{n}$$

のことで、或は簡単に之を $M = \frac{\sum X}{n}$ と書き、更に $M = \sum X$ とも書く。

算術平均は計算に便利なので、廣く使用されてゐるが、しかし此の値は、大小の差の著しい変量の存在する場合に、それ等によって著しく影響される。かやうな影響を避ける平均の一種に、中央値（メディアン）がある。

中央値とは各個体を変量の大さの順序に列

経済学入集 十冊い印

だとき、その中央に位する値のことである。

以上の二種の外に、本篇に於ては、幾何平均が用ひられる。それは変量全体の積を、全個数の乗根として開いたもの、即ち

$$G = (x_1 \cdot x_2 \cdots\cdots x_n)^{\frac{1}{n}}$$

を意味する。しかるに両辺の對数を取れば

$$\log G = \frac{1}{n}[\log x_1 + \cdots\cdots + \log x_n] = \frac{1}{n} \cdot n \log x_1$$

となるから、幾何平均は変量の對数の算術平均の逆對数として、計算し得られるのである。

第二節　散布度

平均値は変量を代表しては居るが、各変量と平均値との間には、開きがある。それで其等の開きの程度を全体的に測る一つの値が必要となる。かやうに、変量が平均値を中心として、その周囲に如何なる程度に散布されてゐるかを、全体的に測る数値を、散布度と称する。散布度を種々の方法によりて測り得られるが、本篇に於て必要とするは、標準偏差のみであ

経済学全集 二十冊 い印

6

年次	鋼の價格 X_i	偏差 $\xi_i(=X_i-M)$	ξ_i^2
1890	30	+5	25
1891	27	+2	4
1892	24	−1	1
1893	22	−3	9
1894	24	−1	1
1895	26	+1	1
1896	22	−3	9
計	175		50

算術平均 $M=\frac{175}{7}=25$ ¥　　[備考、中央値＝24¥]

標準偏差 $\sigma=\sqrt{\frac{50}{7}}=2.67$ ¥

注意。普通に取扱はれる統計數字に於ては、變量は大体に於て、$M\pm3\sigma$ との間にあって、この範圍を脱することは稀である。

No. 7

3。

變量 X_i と算術平均 M との差を、その變量の（算術平均からの）偏差 ξ_i といふ。即ち

$$\xi_1=X_1-M,\quad \xi_2=X_2-M,\quad \cdots\cdots,\quad \xi_n=X_n-M.$$

標準偏差 σ とは、各變量の偏差の平方の算術平均の平方根のことである。即ち

ゴチック

$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{n}(\xi_1^2+\xi_2^2+\cdots\cdots+\xi_n^2)}=\sqrt{\frac{1}{n}\Sigma\xi_n^2}$$

或は

$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{n}[(X_1-M)^2+(X_2-M)^2+\cdots\cdots+(X_n-M)^2]}=\sqrt{\frac{1}{n}\Sigma(X_n-M)^2}$$

例へば、鋼の價格の標準偏差を、次表から計算しよう。（單位は、一噸につき弗）。

6

6

経済學全集二十册い印

上例にあつては、鋼の價格は隱て、M±σの向に横はつてゐるとのみ見られよう。

M−3σ = 16.99		
M−2σ = 19.66		
M−σ = 22.33	22 (最低)	
M = 25	(算術平均)	
M+σ = 27.67		
M+2σ = 30.34	30 (最高)	
M+3σ = 33.01		

第三節　最小自乘法

さて標準偏差の式に於ては、算術平均よりの偏差が取られてあつた。今問題を更に一般的にして、任意の數aからの偏差を取つて、(標準偏差の式に倣ひ)、

$$D = \sqrt{\frac{\Sigma(x-a)^2}{n}}$$

なる値を作つて見る。吾々はこのDなる値を以て、「aから変量の向きの程度を、全体的に測る數」であると、見做すことが出来よう。*

*純論理的に言へば、吾々はDによつて向きの程度を全体的に測ることについての、必然的なる理由を有するのではない。他種の測り方を考へても、それぞれ其の理由を見出し得るだらう。それは宛も、平均値に種々の種類があつて、

經濟學全集二十册い印

それぞれ其の存在の理由を有すると同様のことである。

たゞDによる測り方は、ひとり計算に便利であるのみならず、誤差論などと結びついて、永い傳統を有してゐる所に、大なる強味があるのである。

そこで X_1、X_2、……、X_n [redacted] [redacted] で與へられた値であるとき、aなる数が変ると、Dの値もまた変化する。然らばa[redacted]が如何なる値を取るとき、Dの値は最小となるかと、

Dが最小となるためには、(Dの平方[redacted]に定数を乘じた積である所の)、

$$M\left(=\frac{(X_1-a)^2+(X_2-a)^2+\cdots\cdots+(X_n-a)^2}{n}\right)$$

即ち

$$=(X_1-a)^2+(X_2-a)^2+\cdots\cdots+(X_n-a)^2$$

が、最小とならねばならぬ。今この式をSと[redacted]書かう。しかるにaの函数Sを最小にする條件は、微分学によって

$$\frac{dS}{da}=0$$

即ち

$$(X_1-a)+(X_2-a)+\cdots\cdots+(X_n-a)=0$$

である。それ[redacted]から

$$a=\frac{X_1+X_2+\cdots\cdots+X_n}{n}$$

を得る。由て、S（従てD）を最小にする所のaの値は、X_1、X_2、……、X_n の算術平均[redacted]に外ならない。

この結果[redacted]は、次の形に言ひ表はすことが出来る。

經濟學全集二十册い印

与へられたるn個の数X_1、X_2、……、X_nの算術平均とは、偏差の自乗の和

$$D=(X_1-a)^2+(X_2-a)^2+\cdots\cdots+(X_n-a)^2$$

を、最小にするやうなaの値のことである。

即ち算術平均は、Dを最小にする條件を書くことによって求められる。斯様にして得た値は、標準偏差σである。なぜなら、Dを最小にするaの値はMであるから。

最小自乗法と称する。

以上の結果は、幾何学的に、次の如く解釋し得られる。

一直線上にあるn個の点P_1、P_2、……、P_nから、平均の位置にある点を求めるには、先づ、その直線上に任意の一点を、原点にとる。その原点についてのP_1、P_2、……、P_nの坐標を、それぞれX_1、X_2、……、X_nとすると、この直線上に一点Aを求めるに、その坐標はa）を求めるに、距離の自乗の和

$$(X_1-a)^2+(X_2-a)^2+\cdots\cdots+(X_n-a)^2$$

を最小にするやうにせよ。

然らば、其の点Aが、即ち平均の位置にある点である。そして其の坐

經濟學全集二十册い印

No. 11

標は

$\bar{x}=(x_1+x_2+\cdots\cdots+x_n)$ によって導かれる。

第四節　指數、標準測定値

時の進行に伴ふ事象の変化を示す統計数値を時系列といふ。

構成してゐる各項は、一定の時間的間隔を以て導かれるものである。

時	t_1	t_2	$\cdots\cdots$	t_n
項	x_1	x_2	$\cdots\cdots$	x_n

時系列の各項は、屢々その指數に換算して用いられる。即ち $x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n$ の算術平均をMとするとき、

$$I_1=\frac{100x_1}{M},\quad I_2=\frac{100x_2}{M},\quad \cdots\cdots,\quad I_n=\frac{100x_n}{M}$$

によって定められた $I_1, I_2, \cdots\cdots, I_n$ を、時の基準とする指數と呼ぶのである。

次の表は、一八九〇—一八九六年を基準とする、鋼鉄と小麦の價格指數を示したものであり、その グラフが第1図である。指數を用ひずに、鋼鉄と小麦の價格の変動をグラフの上で比較する

12
經濟學全集二十册い印

用である。

時系列 X_1、X_2、……、X_n の算術平均をM、標準偏差をσとする。Mからの偏差を

$\xi_1 = X_1 - M$, $\xi_2 = X_2 - M$, ……, $\xi_n = X_n - M$

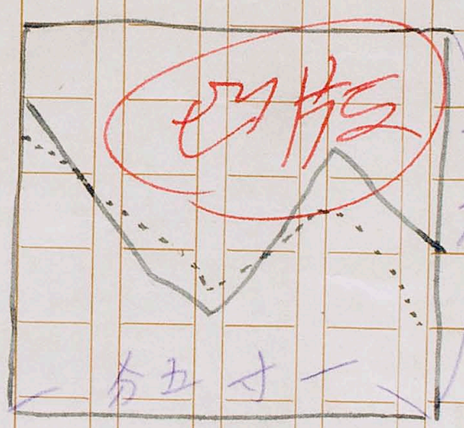
とおくとき、

$\bar{\xi} = 0$, ξ_1^2, ξ_2^2, ……, ξ_n^2

を、X_1、X_2、……、X_n の標準測定値と呼ぶ。換言すれば、標準測定値は算術平均を基準とし、標準偏差を單位とした時系列の値に外ならないのである。従て、それは單位に無

No.

年次	價格（弗） 鋼鐵（一噸）	價格（弗） 小麥（一ブッセル）	價格指數（1890－1896基準） 鋼鐵	價格指數（1890－1896基準） 小麥
1890	30	1.05	120	117
91	27	0.96	108	107
92	24	0.94	96	104
93	22	0.83	88	92
94	24	0.88	96	98
95	26	0.92	104	102
96	22	0.72	88	80
平均	25	0.90	100	100



第1図

このことは、困難である。指数よりも一層科学的なるは、標準測定値の使

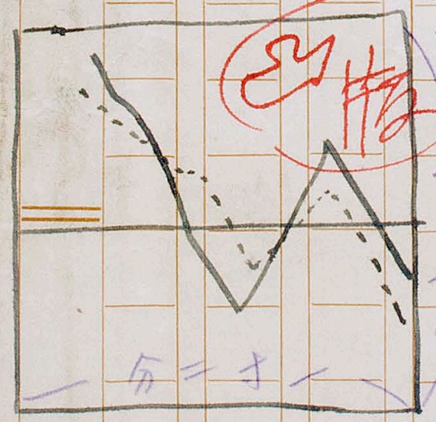
UTSUYAMA
10×20

43 経済學全集二十册い印

関係を無名数であり、また世の値は大体に於て、$-\infty$ と $+\infty$ との間にある。（第二節の注意を見よ。なほ後章の第二図、第一〇図参照。）

次に、上述の鋼と小麦の價格の標準測定値の比較と、そのグラフ（第2図）とを掲げておく。

年次	鋼 $M=25,\ \sigma=2.67$			小麦 $M'=0.9,\ \sigma'=0.097$		
	ξ	ξ^2	$\frac{\xi}{\sigma}$	ξ'	ξ'^2	$\frac{\xi'}{\sigma'}$
1890	+ 5	25	+ 1.87	+ 0.15	0.0225	+ 1.55
91	+ 2	4	+ 0.75	+ 0.06	0.0036	+ 0.62
92	− 1	1	− 0.37	+ 0.04	0.0016	+ 0.41
93	− 3	9	− 1.12	− 0.07	0.0049	− 0.72
94	− 1	1	− 0.37	− 0.02	0.0004	− 0.21
95	+ 1	1	+ 0.37	+ 0.02	0.0004	+ 0.21
96	− 3	9	− 1.12	− 0.18	0.0324	− 1.85



第2図

標準測定値は、変量 X を測る基準と単位に無関係なる値である。これより、その重要なる性質を説明しよう。今 $X_1, X_2, \ldots, X_n$ を、任意の基準 a から、b なる単位によって測りたるときの値を $X'_1, X'_2, \ldots, X'_n$ とせば、

經濟學全集二十册い印

$$x_1' = \frac{x_1 - a}{\sigma}, \quad x_2' = \frac{x_2 - a}{\sigma}, \quad \cdots\cdots, \quad x_n' = \frac{x_n - a}{\sigma}$$

となる。然るに、これ等の値の算術平均を M'、標準偏差を σ' とすれば、

$$M' = \frac{1}{n} \cdot \sum \frac{x_i - a}{\sigma} = \frac{1}{n\sigma} \cdot \sum (x_i - a) = \frac{\sum x_i - an}{n\sigma}$$

$$= \frac{\sum x_i - a}{\sigma} = \frac{M - a}{\sigma}$$

$$\sigma' = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum (x_i' - M')^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum \left(\frac{x_i - a}{\sigma} - \frac{M - a}{\sigma} \right)^2}$$

$$= \frac{1}{\sigma} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum (x_i - M)^2} = \frac{1}{\sigma} \cdot \sigma \quad **$$

即ち

$$M' = \frac{M - a}{\sigma}, \quad \sigma' = \frac{\sigma}{\sigma}$$

となる。由て標準偏差測定値 x' は

$$x' = \frac{x - M}{\sigma} = \frac{\frac{x_i - a}{\sigma} - \frac{M - a}{\sigma}}{\frac{\sigma}{\sigma}} = \frac{x_i - M}{\sigma} = x_i'$$

となって、吾々の問題は初めさんたてさん なる。

*指数はこの性質を具備しないのである。

**こゝで単位は正数を考へられてゐる。若し単位を負数とすれば、(σ とは正数であるから)、$\sigma' = \frac{1}{\sigma}$ と取るべきであり、従て $x' = \frac{1}{\sigma}$ となるであらう。

上の計算に従て、特に、a を変量 X の算術平均 M に採り、n を世の標準偏差 σ に取った場合を考へよう。この場合は、X の標準測定値 X' と新しい変量 X'

經濟學全集 二十冊 い印

$x_1 = \frac{x_1 - M}{\sigma}$, $x_2 = \frac{x_2 - M}{\sigma}$, ……, $x_n = \frac{x_n - M}{\sigma}$

となる。そして上の計算[redacted]は、

$M = \frac{M - M}{\sigma} = 0$ の σ の σ ……

なることを示す。由て、標準測定値で表はされた任意の変量の算術平均は零に等しく、標準偏差は1に等しい。

注意。

今日の経済統計に於ては、パースンズの意味に於ける循環（後の第三章第六節）を除いては、標準測定値は未だ徹底的に使用されてゐない。

しかし理論的考察[redacted]の上[redacted]から敢へば、これは最も簡単にして合理的なる測定の一つであるから、本篇に於ては、屢々之を使用することにする。それで今後、標準測定値によつて測られた系列を、標準形、または標準化された系列と呼ぶことにしよう。

特に、時系列のグラフが直線なる場合を考へよう。この[redacted]場合には

$x = a + \alpha t$ （$t = 1, 2, \ldots\ldots, t$）

となる。こゝに a 及び α は定数である。

經濟學全集 一冊い印

6　16

No.

これを標準化すれば、

$$\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x} = \frac{\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x}}{\frac{\sigma_x}{\sigma_x}}$$

$\sigma_x > 0$ ならば＋
$\sigma_x < 0$ ならば－　となる

上と同様の計算によって、

$$\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x} = \frac{\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x}}{\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{\sigma_x^2}}}$$

となるを見出すであろう。この x_i の値は、（b の符号に関係するけれども）、a の値にも、また b の絶対値にも無関係である。由て、標準測定値によって財系列を表はすとき、その グラフが直線なりとせよ。さうすると、上昇的な直線のグラフは皆重なり合ひ、下降的な直線のグラフもまた皆重なり合ふ。そして此等の二つは、財向の軸に対して、互に対称である。

第五節　本篇の目的

経済統計に於て取扱はれる時系列の著しい性質は、時の進行に連れて、特有なる変化を示すところにある。即ち世の変化は、次の四つの変化の合成であると考へられる。

一、長期的変動（長期的傾向、趨勢）　長年月に亙って増減する一般的なる傾向、趨勢で、時の進行につれて、次第に上昇する、または下降する、単調な傾向を取るものである。これは

と解釋される。

經濟學全集二十册い印

二、季節的変動　一年の週期を以て、規則的に繰り返す月々の変動である。

三、循環的変動　数年または数十年の週期を以て循環する変動である。

四、偶発的変動（不規則的変動）　以上の三変動以外に、その時々の偶発的な事情による変化である。（先づ）

本篇の主要目的は、これ等の諸変動を分離するにある。次には、二つの時系列から分離された各変動――特に循環的変動――の比較法を、研究するについては、二種の異なる循環的変動の意義についての一方を第二章に見解がある。私は、その一方を第六章（ムーアを主とする）に於て、他の一方を第三章（パースンズを主とする）に於て、説明することにした。

相関図形による相関の理論は、時系列の相関の研究に対して、補助的役割を演ずる過ぎないと思はれるから、出来るだけ簡潔に取扱ふことにした。ピーアスン学派の所謂「変

経済学全集二十冊い印

量差の方法」は、私ん無意義の感じを（殆んど）
與へるため、本篇からは全く除かれてゐる。
確率論の應用は、興味深いものあ
ると同時に、困難なる問題である。時系列
ん適用して有利なるときあると同時ん、却って
危険な場合も多い。私は熟考の結果、本
篇ん於ては、確率論に全然觸れないこと
んした。

（第三章末の注意参照）

一行ヒラク

—少くとも表面的ん—

参考書目

小林新氏『経済統計学』（ダイヤモンド社）
デーヴィース『経済統計綱要』「蜷川虎三氏訳」（山海堂）
ミルス『統計法』「福本福三氏訳」（明文堂）
小倉金之助『統計的研究法』（積善館）

特に数理統計学の研究書として、本篇の最も不備なる諸点を詳述したものん、次の書がある。

中川友長氏『統計研究法の基礎』（日本評論社）
A. Fisher, Mathematical theory of probabilities. New York.
Darmois, Statistique mathématique. Paris.
Burley, Elements of statistics. London.
Elderton, Frequency curves and condlation. London.

經濟學全集二十册い印

別刷

第二章　長期的変動傾向

長期的変動傾向とは、時系列の平滑にして数列正しい、永い間の変動傾向を意味する。従て短い時々の変化と急激なる変動とは、長期的変動傾向なる概念の中から、除かるべきものである。

これをグラフの上で言へば、時系列によって與へられた諸点の傍を、平均的に通る様な、而も全体として滑かな曲線を求めることに帰する。それ故に、長期的変動傾向を求める問題は、何等かの意味で、時系列に於ける曲線の当篏め、又は曲線の平滑化の問題に外ならないのである。

曲線の当篏め

一般に、自変数 x_1、x_2、……、x_n に相当する観測値 Y_1、Y_2、……、Y_n としよう。曲線の当篏めとは、この観測された諸点に出来る丈け近い曲線を表はす式

$$y = f(x, a, b, c, \ldots)$$

（a, b, c, …は常数）

経済學全集二十册い印

をもめることである。――だけ近い曲線は、つまり諸点の傍を平均的に通る曲線と同じ性質のものである。

それで当嵌むべき曲線を決定する問題は、二つの部分から成立してゐる。即ち

(一) 最も適当な函数の形 $y=f(x, a, b, c, \ldots)$ を選擇すること。

(二) 函数の形が選ばれた後に、$x_1, x_2, \ldots, x_n$ の値に對する計算値 $y_1, y_2, \ldots, y_n$ を、実るだけ觀測値 $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ に近からしめるやうに、未定の係数 $a, b, c, \ldots$ を定めること。

さてこの二つの部分の中で、特に困難なのは、第一の部分、即ち最も適当な函数の形を選ぶことである。この目的を果たすためには、常用される数個の基本的な曲線の形と、その方程式とに就いて、若干の豫備智識を必要とする。併しながら、それは寧ろ数学書に讓るべき事項であるから、私は、ここでは、たゞ数種の曲線の当嵌めに就いて考へることに止めようと思ふ。

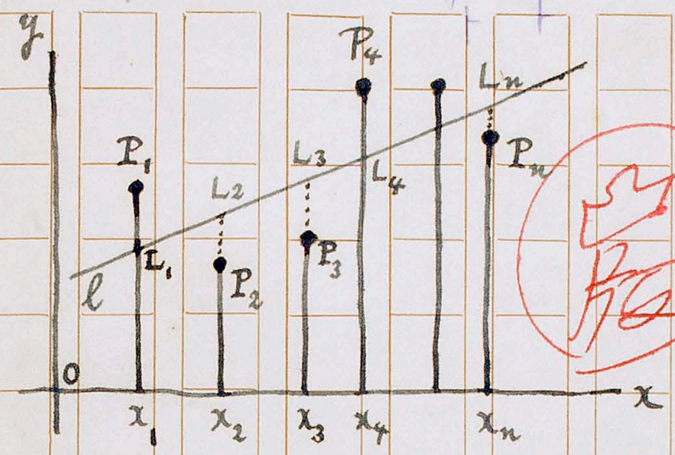
第一節 直線の当嵌め

経済学全集二十册い印

No. 21

平面上に n 個の点 $P_1(x_1, Y_1)$, $P_2(x_2, Y_2)$, ……, $P_n(x_n, Y_n)$ があって、一直線に近い形に列んでゐるとする。如何なる直線を引けば、此等の諸点に出来る丈け接近したものになるだらうか？

今一つの直線 l を引き、



第3図

その方程式を

$$y = a + bx$$

とする。図に於て、点 $P_1(x_1, Y_1)$ は横坐標 x_1 に相当する直線 l 上の点 L_1 から、どれだけ離れてゐるか？ L_1 の縦坐標は $y = a + bx_1$ であるから、P_1L_1 は $Y_1 - y$ 即ち $Y_1 - (a + bx_1)$ である。

その場合の図に於ては、P_1 は L_1 より上にあるから、偏差 $Y_1 - y$ 即ち点 P_1 の直線 l からの偏差は正である。

次に、図中の点 P_2 の直線 l からの偏差は、$Y_2 - y$ 即ち $Y_2 - (a + bx_2)$ で、図の場合は、P_2 は L_2 よりも下方にあるから、負である。以下之に準ずる。

さて吾々の目的を達するためには、如何なる直線 l を引くべきか？　それは平均点の法定（第一章第三節）に用いた最小自乗法の考を採用して、「与へられた諸点 $P_1, P_2, \cdots, P_n$ の間を縫ふて通る平均直線」とも呼ばるべき直線を引くがよい。即ち吾々は

上述の偏差

$$Y_1-(a+bx_1),\quad Y_2-(a+bx_2),\quad \cdots\cdots,\quad Y_n-(a+bx_n)$$

の自乗の和を最小にする様に、直線 l を選ぶ

ずよいのである。それで吾々の問題は

$$S=[Y_1-(a+bx_1)]^2+[Y_2-(a+bx_2)]^2+\cdots\cdots+[Y_n-(a+bx_n)]^2=\text{最小}$$

ならしめるやうに、係数 a, b を法定するにある。それは微分学の定理によって、

即ち

$$S=\sum[Y_i-(a+bx_i)]^2=\text{最小}$$

$$\frac{\partial S}{\partial a}=0,\quad \frac{\partial S}{\partial b}=0$$

なるやうに、a, b を選ぶべきである。しかるに

$$\frac{\partial S}{\partial a}=\sum[Y_i-(a+bx_i)]=\sum Y_i-na-b\sum x_i,$$

$$\frac{\partial S}{\partial b}=\sum[Y_i-(a+bx_i)]x_i=\sum x_iY_i-a\sum x_i-b\sum x_i^2$$

であるから、a と b とは聯立方程式

UTSUYAMA
10×20
經濟學全集二十册八印

經濟學全集二十册い印

$na+b\sum x_i=\sum Y_i,\quad a\sum x_i+b\sum x_i^2=\sum x_iY_i$

を解いて得られる。

長期的変動が直線に近い場合

さて時系列にあっては、その系列を構成してゐる各項——之を $y_1, y_2, \cdots\cdots, y_n$ で表はさう——は、一定の(時間的)間隔をおいた時間——之を $t_1, t_2, \cdots\cdots, t_n$ で表はす——に就いて與へられる。

故に、長期的傾向が若し直線に近いならば、それは

$y=a+bt$

なる形であって、その係数は

$na+b\sum t_i=\sum y_i,\quad a\sum t_i+b\sum t_i^2=\sum t_iy_i$

から定められる。

計算を簡単にするためには、時系列の中央の時から、時 t を測るがよい。若しこれが左の数ならば、その横坐標の値は

$t=\cdots\cdots,-3,-2,-1,0,+1,+2,+3,\cdots\cdots$

となるから、$\sum t_i=0$ となる。従って

$a=\frac{1}{n}\sum y_i,\quad b=\frac{\sum t_iy_i}{\sum t_i^2}$

經濟學全集二十册い印

6

となる。

またnが偶数の場合には、t_iの値が●……

$1, -1, \blacksquare, +1, -1, +1, \ldots\ldots$ となって、分数の計算を要するから、この不便を除くために、

$t_1 = 2t$ 即ち $t_1 = 2t$ とおけば、$t_1 = \ldots\ldots 1, -1, +1, +1, \ldots\ldots$

となる。

$t_2 = 2t$ $\frac{M_{t_2}}{M_{t_1}}$

係数2は中央縦線と呼ばれる。それはtが零なるときのtの値、即ち時系列の時の中央に於ける値である。またbは増加率と呼ばれる。それはtが一単位増加するときに生ずる、長期

長期傾向の

傾向の増加を示す。

例へば米国に於て一九一七年から一九一九年の鶏卵一ダースの価格（単位セント）は、表の如くであった。その価格の長期的変動傾向を計算しよう。一九一八年七月を時の基準に取り、一個月を時の単位に採る。（実際は三十六個月あるから $n=36$ の●であるが、計算を簡単にするために、一九一七年一月を省いて、$n=35$ とした。その省略は、長期傾向の上に、殆んど影響を及ぼすことなしであらう。）この場合には