工場統計

（要項 公式など）

小倉金之助述

大阪府立産業能率研究所

工場統計

（要項、公式など）

小倉金之助述

序　説

統計法の意義

大量の觀察　統計的法則（平均的．大數の法則）

統計集團 $\xrightarrow[\text{大量觀察}]{}$ 統計値

統計値 $\xrightarrow[\text{統計解析}]{}$ 統計的結論

（注意）場所に関する系列．　時に関する系列

參考書

資　料

工場統計表（年刊）　商工省統計課

勞働統計實地調査報告（工場の部）　内閣統計局

本邦統計資料解説（後藤貞治著）　叢文閣

教科書的

森田優三　統計概論　森山書店

汐見三郎　統計學　日本評論社（常識的）

計算及び圖表の詳説

小倉金之助　統計的研究法　積善館

猪間驥一　經済圖表の見方書き方使ひ方　東洋經済新報社（常識的）

統計の基礎理論

蜷川虎三　統計學概論　岩波書店

特殊的のもの

經濟學全集　改造社

第四十三巻, 四十四巻　統計學(有澤, 小倉, 森, 等)

第五十二巻　本邦社會統計論(高野)

小林新　經濟統計學　ダイヤモンド社

郡菊之助　經營統計　叢文閣

英文統計書中, 比較的一般的のもの

Yule　Theory of statistics.

Bowley　Elements of statistics.

Mills　Statistical methods

計算に用ひる表

對數表　(四桁, 五桁, 七桁)

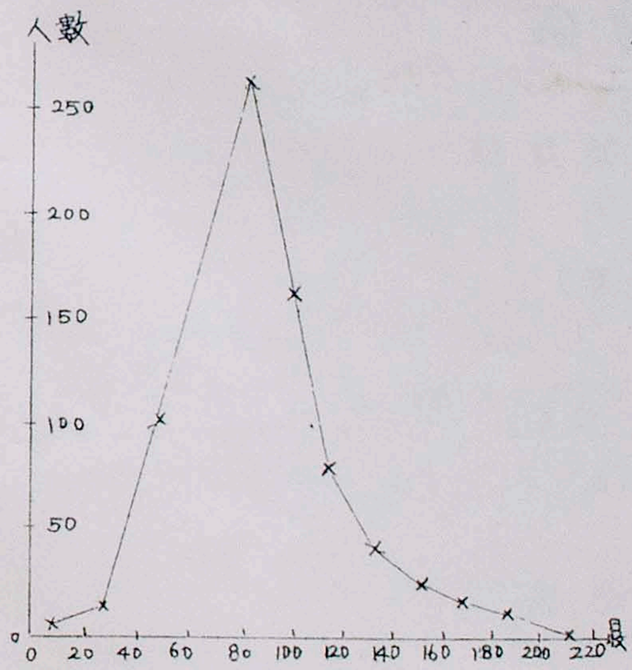
Barlow,　Tables of squares, cubes, square roots, etc.

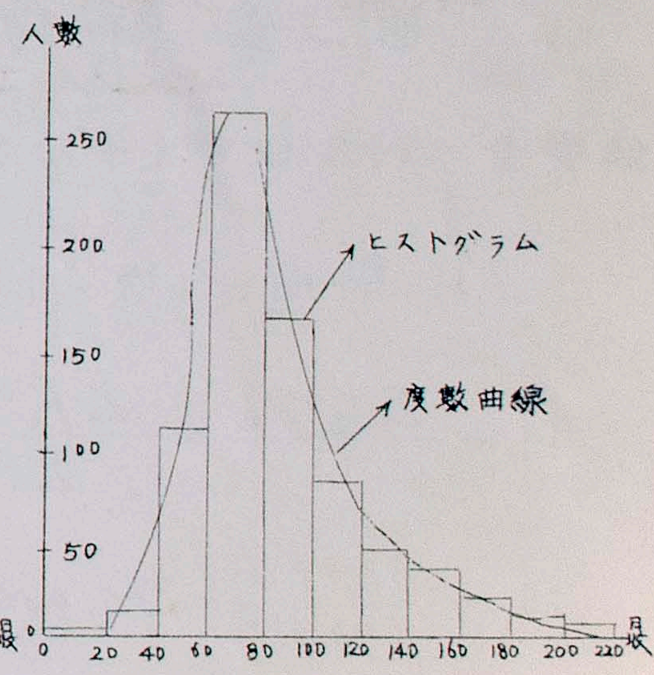
第一章　度數分布

I. 度數分布表、分布曲線

昭和3年8月神戸市役所調査
神戸市マッチ軸木　女工日收

日收 (錢)	中央値(錢)	人數	累積人數
0 — 20	10	6	6
20 — 40	30	8	14
40 — 60	50	102	116
60 — 80	70	260	376
80 — 100	90	162	538
100 — 120	110	73	611
120 — 140	130	36	647
140 — 160	150	30	677
160 — 180	170	18	695
180 — 200	190	8	703
200 — 220	210	1	704
		計704	





X	f
X_1	f_1
X_2	f_2
---	---
X_n	f_n
	$\sum f_K = N$

注意

(1) 級の間隔（一定）を問題に就て適當に選ぶこと。級の數．級の限界．

(2) 整正なる理想的分布曲線の存在の假定．

(3) 比率の使用（比較の場合）

II. 度數分布の型

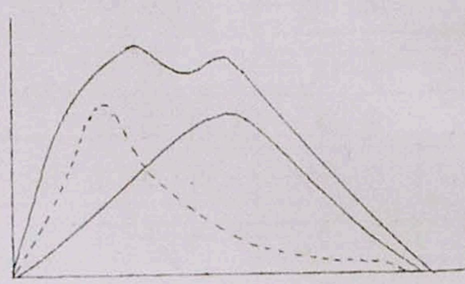
對稱形　身長，能力

非對稱形　体重

J字形

U字形

複雑な形



第二章　平均値

總變量の代表値又は中心的な値

I. 算術平均（平等）

$$M = \frac{\sum f_k X_k}{N} = \frac{\sum f_k X_k}{\sum f_k}$$

$$M = \frac{60180}{704} = 85.483 \text{ 銭}$$

簡便計算

X_K	$k-S$	f_K	$f_K(k-S)$
10銭	−4	6	−24
30	−3	8	−24
50	−2	102	−204
70	−1	260	−260
90	0	162	0
110	+1	73	+73
130	2	36	72
150	3	30	90
170	4	18	72
190	5	8	40
210	6	1	6
		704	−159

普通の計算

X_k	f_k	$f_k X_k$
10銭	6	60
30	8	240
50	120	5100
70	260	18200
90	162	14580
110	73	8030
130	36	4680
150	30	4500
170	18	3060
190	8	1520
210	1	210
合計 —	704	60180

簡便計算

$$\cancel{M = A + \frac{h}{N} \cdot \sum f_K S_K}$$

h = 間隔 = 20銭

$$M = X_S + \frac{h}{N} \cdot \sum f_K (k-S)$$

$S = 5$ （平均のある近傍の番号

$X_S = 90$ 銭

$$M = 90 + \frac{20}{704}(-159)$$

$= 85.483$ 銭

指　數

統計値の比較を容易にするための指數

年次	價格		價格指數(1890—1896基準)	
	鋼鉄(噸)	小麥(ブッセル)	鋼鉄	小麥
1890	30$	1.05$	120	117
91	27	0.96	108	107
92	24	0.94	96	104
93	22	0.83	88	92
94	24	0.88	96	98
95	26	0.92	104	102
96	22	0.72	88	80
平均	25	0.90	100	100

綜合指數

(數年間の研究により,或る年の指數が)

生活費指數

食費	住居費	被服費	燈火燃料費	雜費
108	102	110	96	104
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5

これ等は生活費全部の内,夫々

40	16	14	6	24%
m_1	m_2	m_3	m_4	m_5

とせば、生活費指數(秤量平均)

$$\frac{\sum m_k X_k}{\sum m_k} = \frac{108\times 40 + 102\times 16 + \cdots}{100} = 106$$

(注意)　エンゲルの法則

物價指數

物價平準の一般的変化を知るを目的とす.

日本銀行——米.大麦.石油、砂糖等日用品56品の價格指數の單なる算術平均

ダイヤモンド社——82品に重み〔例.内地米(65)外國米(4)小麦(9)牛肉(3)材木(10)……〕を附した幾何平均

(森田優三著.物價指數の理論と實際)

II. 幾何平均

$$G = \sqrt[N]{X_1^{f_1}\cdot X_2^{f_2} \cdots\cdots X_n^{f_n}}$$

$$\log G = \frac{f_1 \log X_1 + \cdots\cdots + f_n \log X_n}{N} = \frac{1}{N}\cdot\sum(f_k \log X_k)$$

X_k	$\log X_k$	f_k	$f_k \log X_k$
10 銭	1.00000	6	6.00000
30	1.47712	8	11.81696
50	1.69897	102	171.59597
70	1.84510	260	479.72600
90	1.95424	162	316.58688
110	2.04139	73	149.02147
130	2.11394	36	76.10184
150	2.17609	30	65.28270
170	2.23045	18	40.14810
190	2.27875	8	18.23000
210	2.32222	1	2.32222
合計——		704	1336.83214

$$\log G = \frac{\sum(f_k \log X_k)}{N}$$

$$= \frac{1336.83214}{704}$$

$$= 1.90274$$

$$G = 79.936 \text{ 銭}$$

數の比較　　$b-a$ 絶對的　　$\frac{b}{a}$ 相對的　　$\frac{b-a}{a}$ 変化率

時系列の場合には，比による比較の方が有意義の場合が多い。

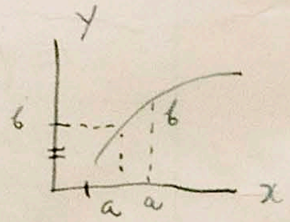
（人口の増加率，物價の変化率）

変數自身の平均でなく，変數の比率の平均を取るには，幾何平均の方が合理的である。

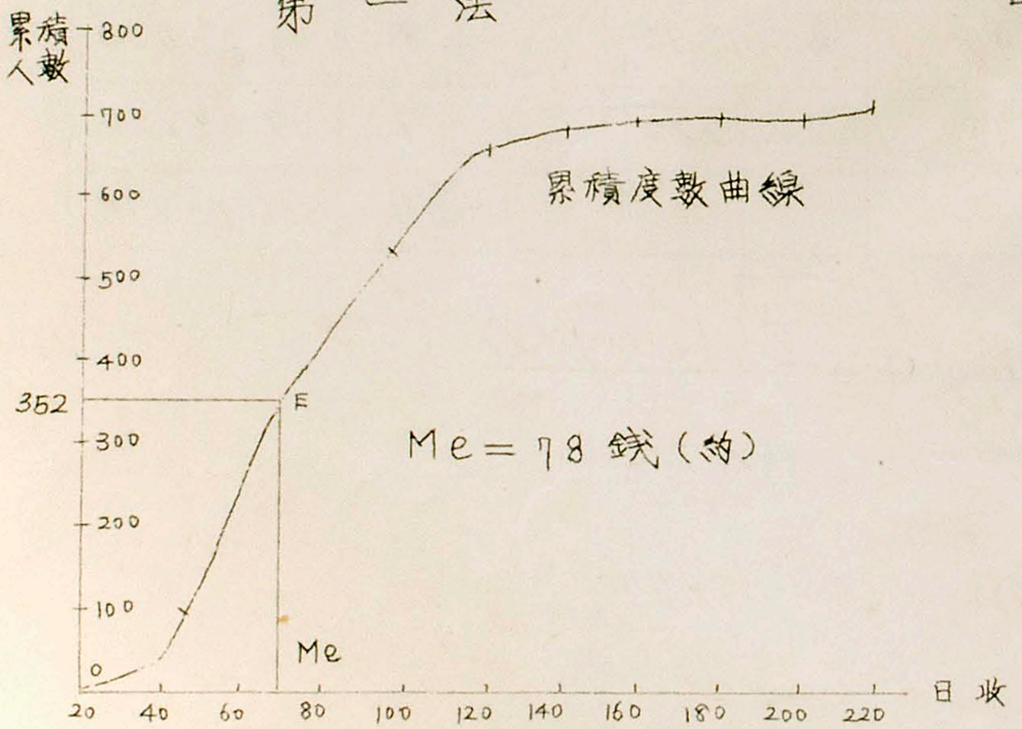
	大正10	昭和3	昭和3	昭和10
商品A	100	200	100	50
商品B	100	50	100	200
平均 M	100	125	100	125
平均 G	100	100	100	100

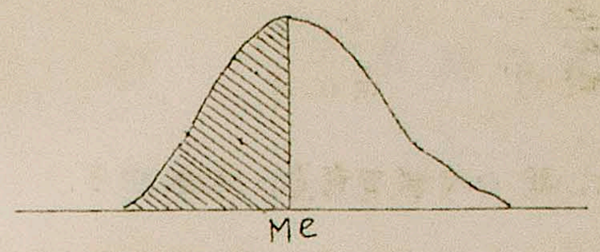
III. 中央値（メディアン）

度數Nが奇數のときは、その中央の値

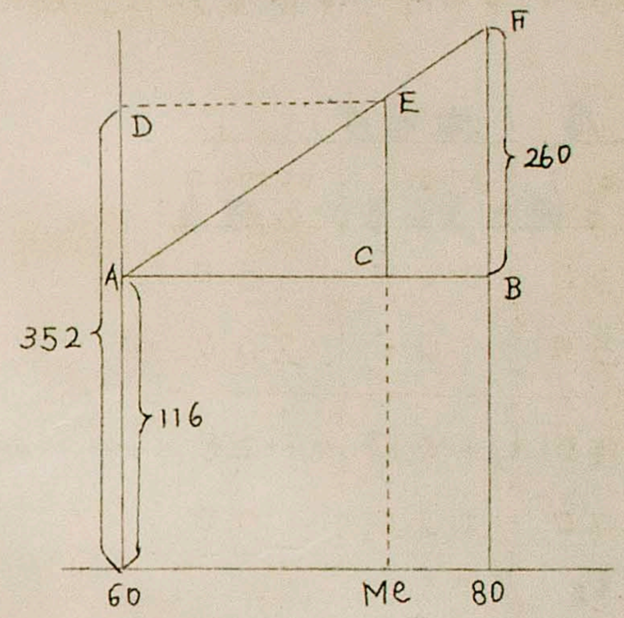


第一法





第二法



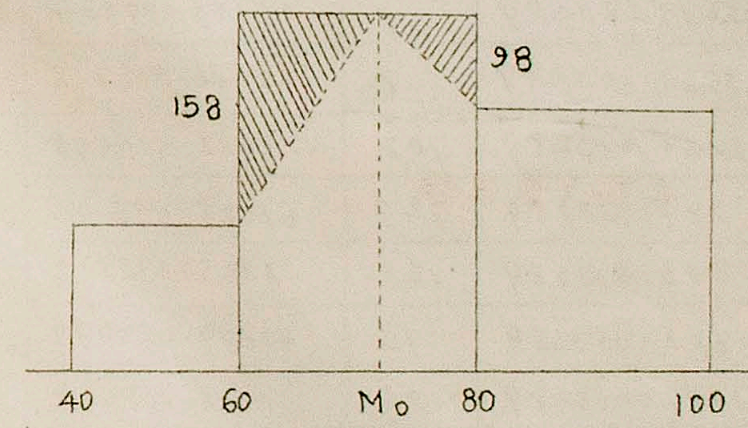
$$Me = 60銭 + AC$$

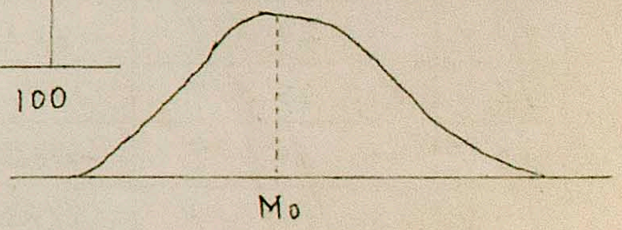
$$\frac{AC}{AB} = \frac{EC}{FB}$$

$$AC = 20 \times \frac{352-116}{260} = 18.15$$

$$Me = 78.15銭$$

IV. 並數（モード）　　最頻値





$$M_o = 60 + 20 \times \frac{158}{158+98}$$

$$= 72.43銭$$

平均値選擇の標準

(1) 明確に規定されるもの

(2) 變量全部の値に基くもの

(3) 計算の便利

(4) 代數的取扱の便利

(5) 試料により値の変化少きもの（安定性）

第三章 分散度（撒布度）

变量の平均（中心）の周りに於ける開き（分散）の程度

I. 平均偏差

偏差 $X_k - M_i$

$$\Delta = \frac{1}{N}\cdot\Sigma\left(f_k\cdot|X_k - M_i|\right) \quad M = 78\text{銭} \quad \Delta = 24.27\text{銭}$$

II. 標準偏差

偏差 $X_k - M = \xi_k$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\cdot\Sigma\left[f_k\cdot(X_k - M)^2\right]} = \sqrt{\frac{1}{N}\cdot\Sigma f_k\cdot\xi_k^2}$$

X_k	ξ_k	ξ_k^2	f_k	$f_k\ \xi_k^2$
10	− 75.483	5697.683289	6	34186.099734
30	− 55.483	3078.363289	8	24626.906312
50	− 35.483	1259.043289	102	128422.415478
70	− 15.483	239.723289	260	62328.055140
90	+ 4.517	20.403289	162	3305.332818
110	+ 24.517	601.083289	73	43879.080097
130	+ 44.517	1981.763289	36	71343.478404
150	+ 64.517	4162.443289	30	124873.298670
170	+ 84.517	7143.123289	18	128576.219262
190	+ 104.517	19023.803289	8	87390.426312
210	+ 124.517	15504.483289	1	15504.483289
			704	724435.795456

$M = 85.483$ 銭

$$\frac{\Sigma f_k\ \xi_k^2}{N} = \frac{724435.795456}{704}$$

$$= 1029.028119$$

$$\sigma = \sqrt{1029.028119}$$

$$= 32.0785\text{銭}$$

簡便計算

X_K	$k-S$	$(k-S)^2$	f_K	$f_K(k-S)^2$
10銭	−4	16	6人	96
30	−3	9	8	72
50	−2	4	102	408
70	−1	1	260	260
90	0	0	162	0
110	+1	1	73	73
130	2	4	36	144
150	3	9	30	270
170	4	16	18	288
190	5	25	8	200
210	6	36	1	36
			704	1847

$\cancel{\sigma^2 = \frac{1}{N}\cdot\Sigma f_K\delta_K^2 - d^2}$

$$\sigma^2 = \frac{h^2}{N}\cdot\Sigma f_K(k-S)^2 - d^2$$

$M - X_s = d$

$\cancel{\delta_K = X_K - A}$

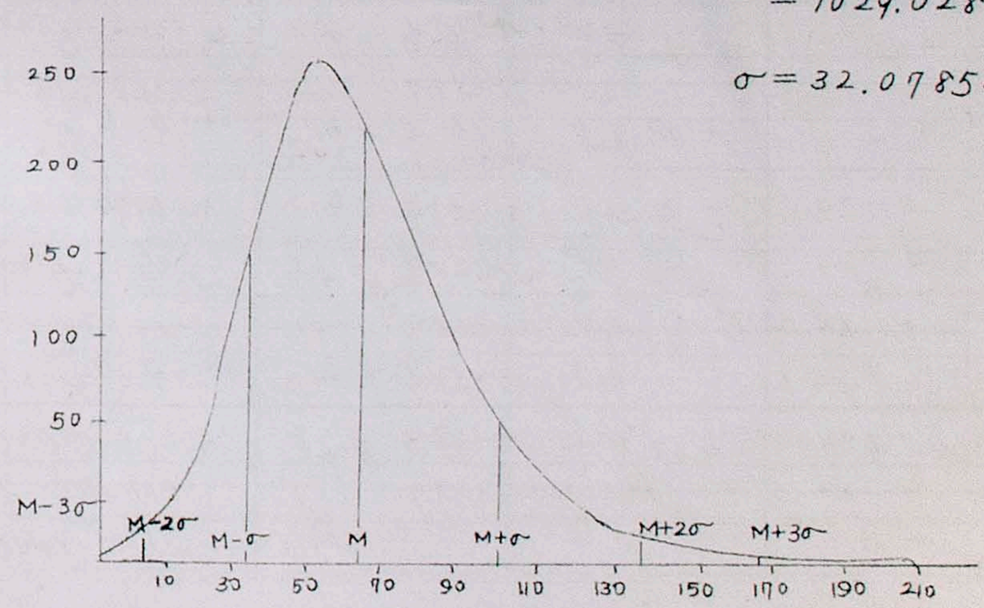
$M = 85.483$, $h = 20$ 銭

$X_S = 90 \quad S = 5$

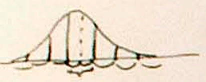
$$\sigma^2 = \frac{(20)^2}{704}\times 1847 - (90 - 85.483)^2$$

$$= 1029.028119$$

$$\sigma = 32.0785\text{銭}$$



能力テスト



注意　$M-3.\sigma = 85.48-96.24 = -10.76$

$M+3.\sigma = 85.48+96.24 = +181.72$

故に殆んど総ての変量が $M-3\sigma$ と $M+3\sigma$ との間に挟まれる。

對稱分布曲線の場合には、上の二數の間に全変量の99.73%が含まれる。

變化係數（比較に用ひる）

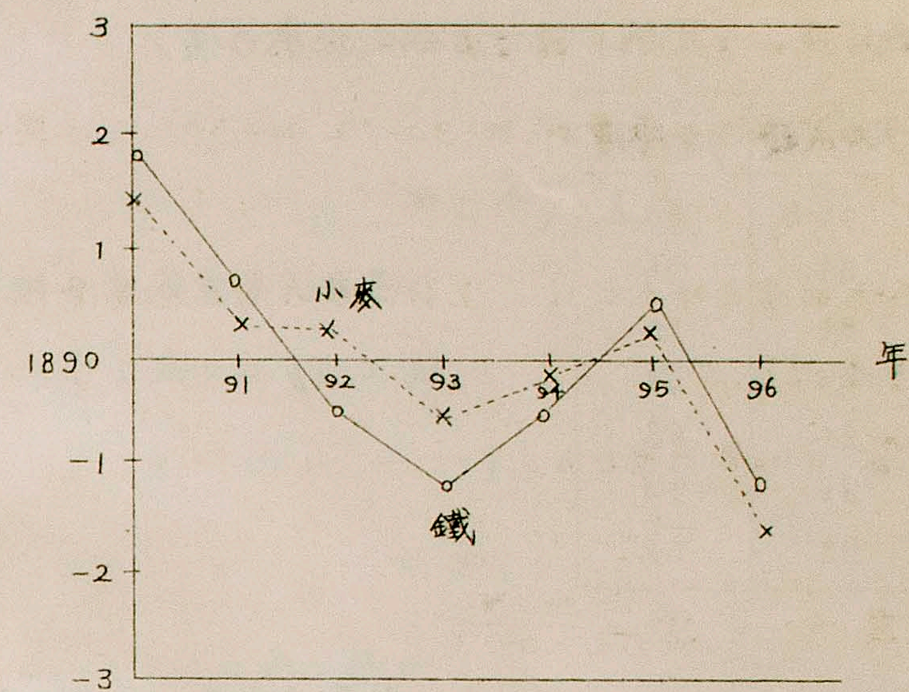
$$V = 100\frac{\sigma}{M}$$

非對稱度　$S = \frac{M-M_0}{\sigma}$

標準測定値

$$x_k = \frac{X_k - M}{\sigma} = \frac{\xi_k}{\sigma}, \qquad x'_k = \frac{X'_k - M'}{\sigma'} = \frac{\xi'_k}{\sigma'}.$$

鋼鉄		小麦	
$M = 25.$ $\sigma = 2.67$		$M' = 0.9$ $\sigma' = 0.097$	
ξ	$x(=\frac{\xi}{\sigma})$	ξ'	x'
+5	+1.87	+0.15	+1.55
+2	+0.75	+0.06	+0.62
−1	−0.37	+0.04	+0.41
−3	−1.12	−0.07	−0.72
−1	−0.37	−0.02	−0.21
+1	+0.37	+0.02	+0.21
−3	−1.12	−0.18	−1.85



標準測定値で表はされた変量 $x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n$ の算術平均 M' は0に等しい。

$$M' = \frac{1}{n}\sum x_k = \frac{1}{n}\sum\frac{X_k-M}{\sigma} = \frac{1}{n\sigma}(\sum X_k - nM) = 0.$$

$x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n$ の標準変差 σ' は1に等しい。

$$\sigma'^2 = \frac{1}{n}\sum(x_k-M')^2 = \frac{1}{n}\sum x_k^2 = \frac{1}{n}\sum\left(\frac{X_k-M}{\sigma}\right)^2$$

$$= \frac{1}{n\sigma^2}\cdot\sum(X_k-M)^2 = 1$$

第四章　相関関係

I. 相関の概念

精密自然科學に於ける関係（法則）の意義（函數の概念）。

相関関係の意義

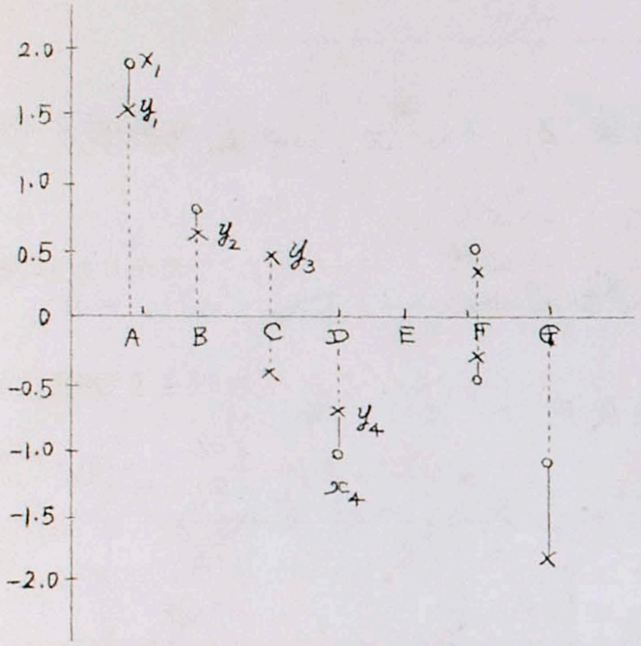
先づXとYが一々對應の場合。　X，Yをそれぞれ標準測

定値にて表はす。（前例に於ける鉄と小麥の價）

生　徒	入學成績 (X)	卒業成績 (Y)
A	90点	85点
B	87	76
C	84	74
D	82	63
E	84	68
F	86	72
G	82	52

今一例.

入學及び卒業成績を標準測定値 x, y にて表はす。



對應する二つの値の開きの平方の和の平均

$$\frac{1}{n}\cdot\sum(x_k-y_k)^2$$

が大なれば關係が粗で、小なれば關係が密である。（基本的考へ）

$$(x_k-y_k)^2=x_k^2-2x_k\cdot y_k+y_k^2.$$

$$\frac{1}{n}\cdot\sum(x_k-y_k)^2=\frac{1}{n}\sum x_k^2-\frac{2}{n}\sum x_k y_k+\frac{1}{n}\sum y_k^2$$

$$=1-\frac{2}{n}\sum x_k y_k+1$$

$$=2-\frac{2}{n}\sum x_k y_k.$$

故に　$\frac{1}{n}\sum x_k y_k=1-\frac{1}{2n}\sum(x_k-y_k)^2$

由て　$r=\frac{1}{n}\sum x_k y_k$

とおけば　$r=1-\frac{1}{2n}\sum(x_k-y_k)^2.$

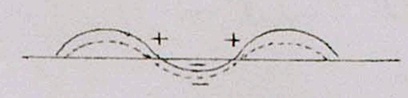
若し　$(x_k+y_k)^2=x_k^2+2x_k+y_k^2$ から出發すれば

$$r=1+\frac{1}{2n}\sum(x_k+y_k)^2.$$

$$-1\leqq r\leqq+1$$

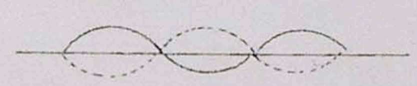
$r=+1$ なるための必要にして且つ十分なる條件

$$x_1=y_1,\quad x_2=y_2,\ \cdots\cdots\ x_n=y_n.$$

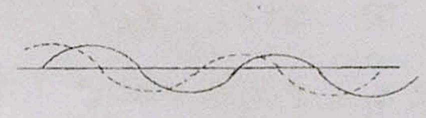


相重なる

$r=-1$ なるための條件



$x_1=-y_1,\ \cdots\cdots\ x_n=-y_n$ 對稱.



$r>0$ 順相關
$\ <0$ 逆相關　　$r=\pm1$　完全なる相關
$\ =0$ 無關係

r を相關係數と呼び，その値の大小によつて相關の程度を測定する。

例 I.　入學と卒業成績の相關　$r-\frac{1}{n}\sum x_k y_k=\frac{6.25}{7}=+0.89$

生徒	入學成績				卒業成績				xy
	X	ξ	ξ^2	x	Y	η	η^2	y	
A	90点	+5	25	+1.87	85点	+15	225	+1.55	+2.85
B	87	+2	4	+0.75	76	+6	36	+0.62	+0.46
C	84	−1	1	−0.37	74	+4	16	+0.41	−0.15
D	82	−3	9	−1.12	63	−7	49	−0.72	+0.79
E	84	−1	1	−0.37	68	−2	4	−0.21	+0.08
F	86	+1	1	+0.37	72	+2	4	+0.21	+0.08
G	82	−3	9	−1.12	52	−18	324	−1.85	+2.09
平均	$M_{(X)}=85$	0	$\sigma^2_{(X)}=7.1425$ $\sigma_{(X)}=2.67$	0	$M_{(Y)}=70$	0	$\sigma^2_{(Y)}=95.$ $\sigma_{(Y)}=9.74$	0	

$$x = \frac{\xi}{\sigma_{(x)}}, \quad y = \frac{\eta}{\sigma_{(y)}}. \quad \sum x_k y_k = +6.25$$

例 2. 英國 救貧法を布いて居る。 38地方に於ける，農業労働者の平均一週の賃銀 X と，救貧法で救助を受けた人々のパーセンテージ Y との相関 $r = -0.66$

$$r = \frac{1}{n}\sum \frac{\xi_k}{\sigma_{(x)}} \frac{\eta_k}{\sigma_{(Y)}} = \frac{\sum (X_k - M_{(x)})(Y_k - M_{(Y)})}{n\,\sigma_{(x)}\,\sigma_{(Y)}}$$

II. 相関表

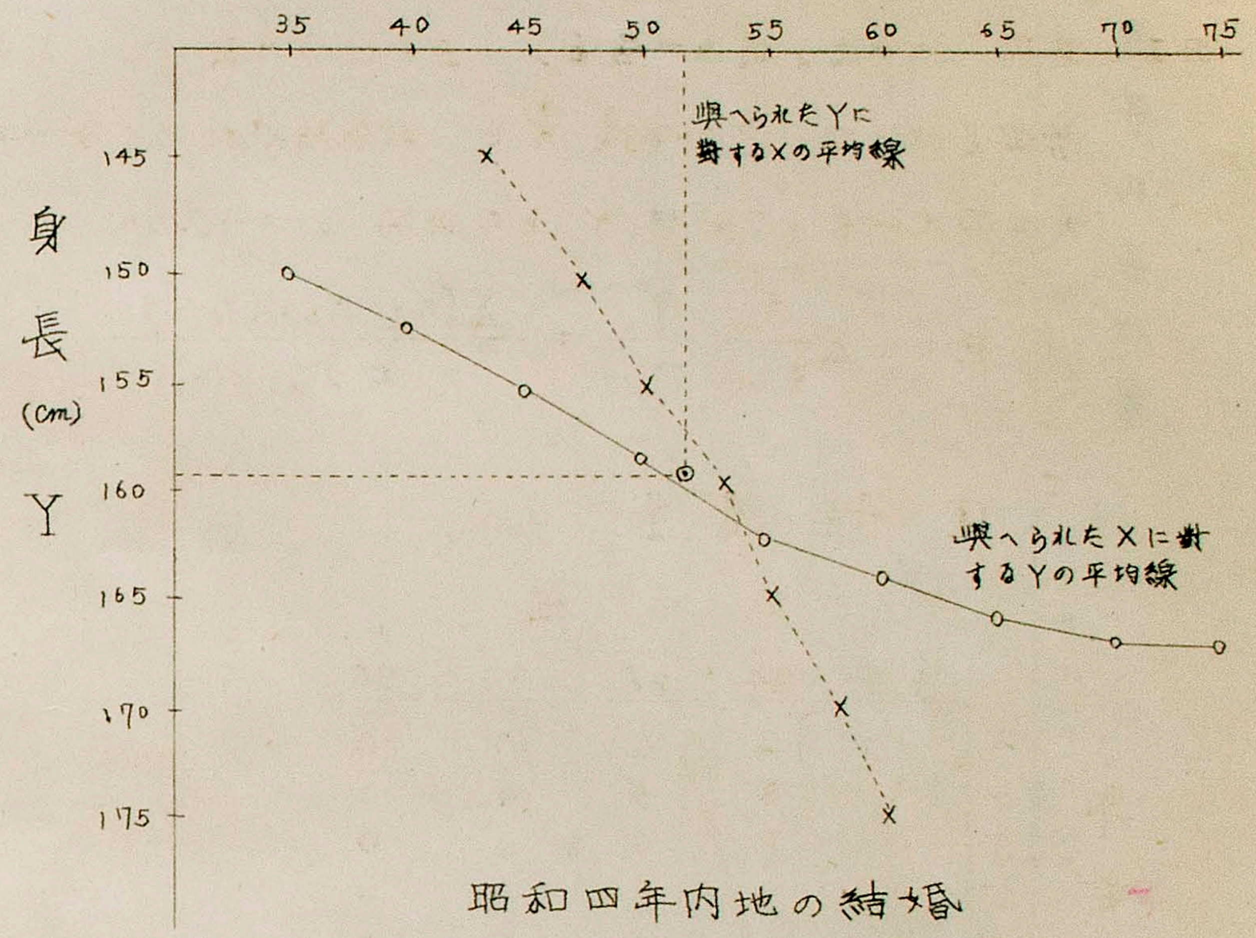
入學成績

卒業成績	82	84	86	87	90
52	1	0	0	0	0
63	1	0	0	0	0
68	0	1	0	0	0
72	0	0	1	0	0
74	0	1	0	0	0
76	0	0	0	1	0
85	0	0	0	0	1

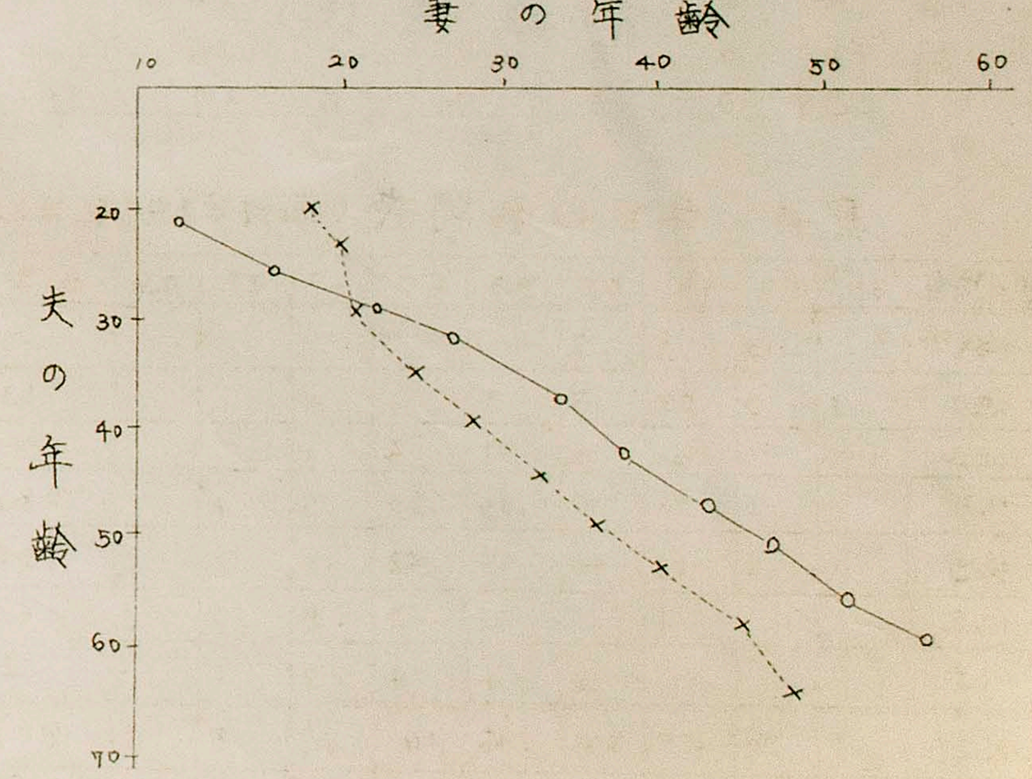
身長と体重の相関表（昭和十年東京市隣接五郡壯丁）

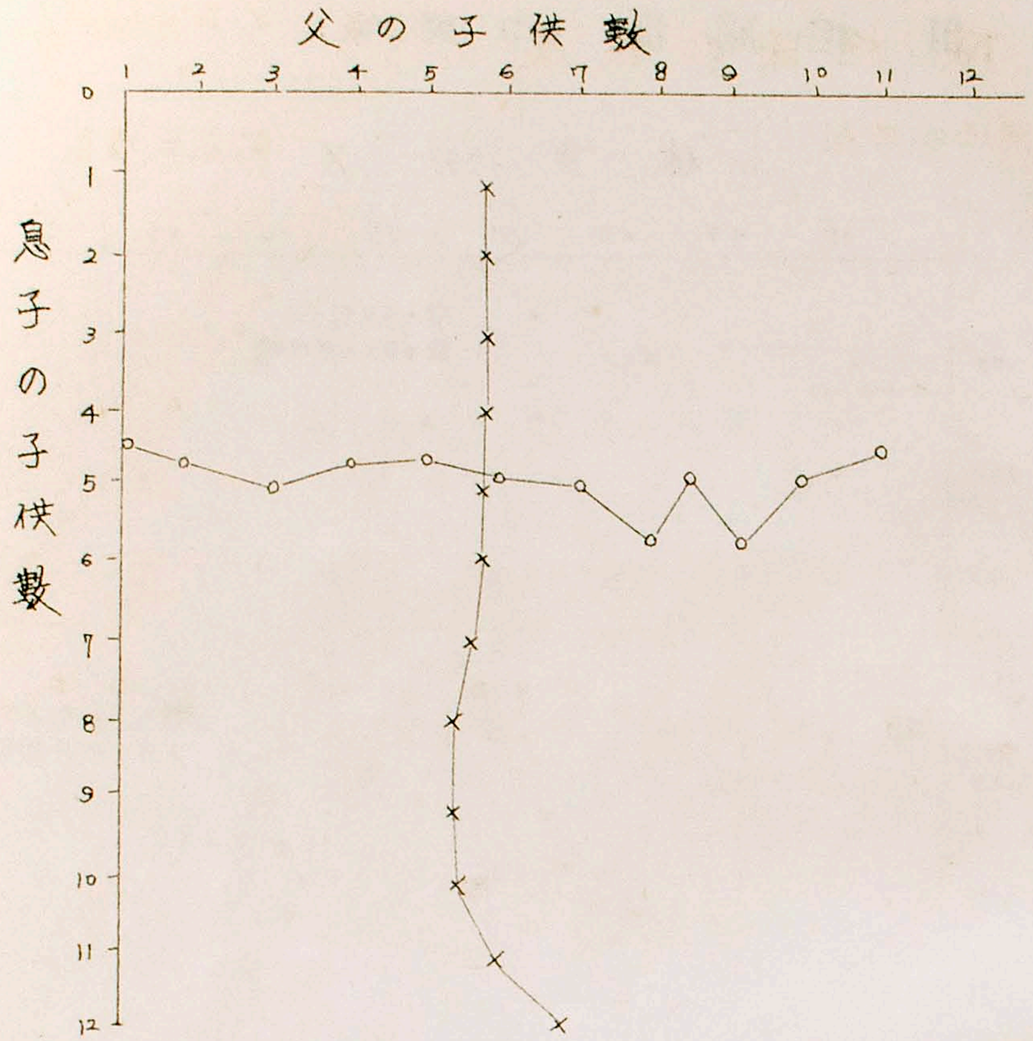
身長＼体重	35 kg	40	45	50	55	60	65	70	75	合計	平均 kg
145 cm		3	5	2						10	44.5
150	1	9	29	19	5					63	46.4
155		10	53	86	37	6	1			193	49.5
160		3	36	107	103	30	5	1		285	52.5
165		1	11	48	75	42	11	1	1	190	55.0
170			1	10	22	19	8	2	1	63	57.6
175				2	4	4	2	1		13	58.5
合計	1	26	135	274	246	101	27	5	2	817	52.2 kg
平均 cm	150.0	153.1	155.8	159.0	161.7	164.3	165.9	168.0	167.5	160.0 cm	

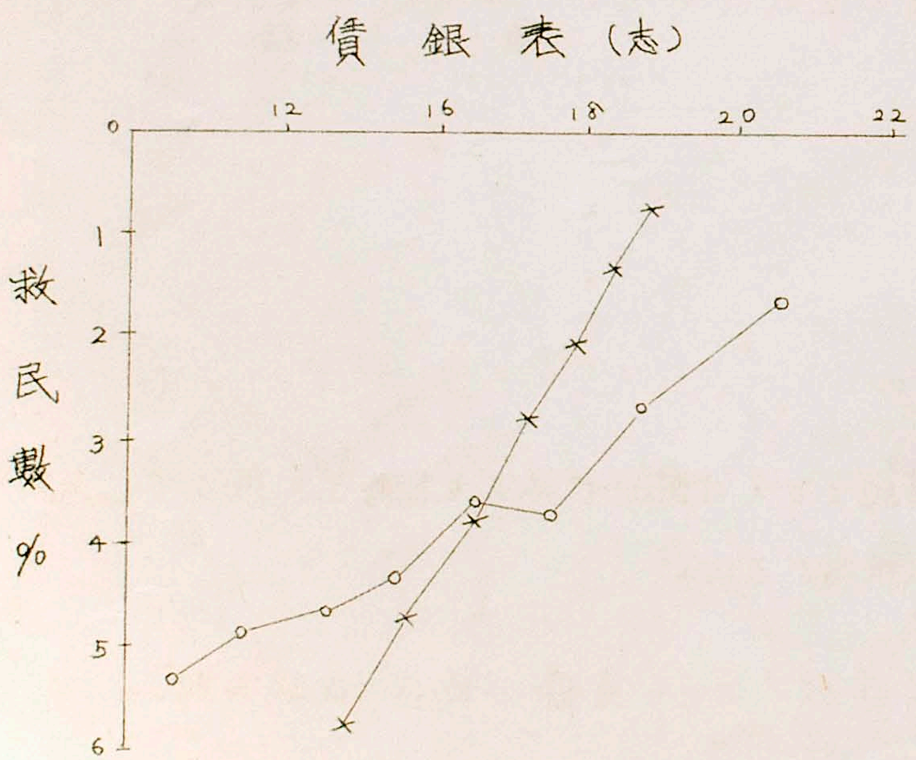
III. 相関圖（回歸線）



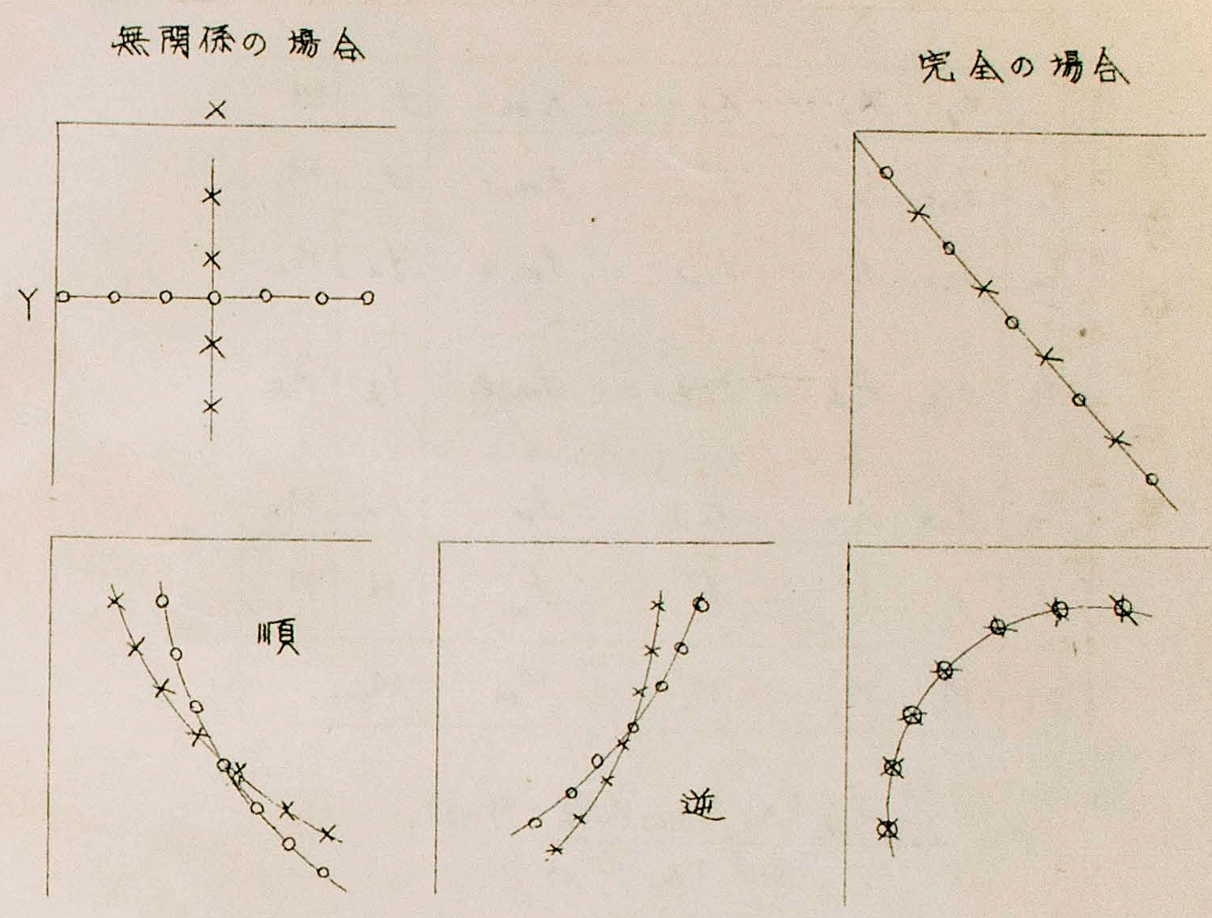
昭和四年内地の結婚



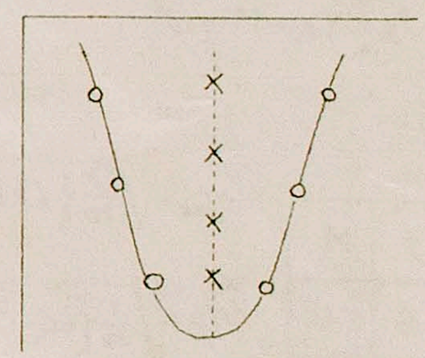




Ⅳ. 相關の程度



完全相関と函數的関係との相違（一價函數）



絶えず増加する又は絶えず減少する場合に限つて，函數関係が完全相関である。

(A) 回歸線が二つとも直線の場合（直線回歸）

この場合には相関係数 r によって相関の程度を測り得る。

		X_1	X_2 ······ X_i ······	X_m	f	M
Y	Y_1	$f_{1,1}$	$f_{2,1}$ ······ $f_{i,1}$ ······	$f_{m,1}$	f_1	M_1
	Y_2	$f_{1,2}$	$f_{2,2}$ ······ $f_{i,2}$ ······	$f_{m,2}$	f_2	M_2
	Y_k	$f_{1,k}$	$f_{2,k}$ ······ $f_{i,k}$ ······	$f_{m,k}$	f_k	M_k
	Y_n	$f_{1,n}$	$f_{2,n}$ ······ $f_{i,n}$ ······	$f_{m,n}$	f_n	M_n
	f'	f'_1	f'_2 ······ f'_i ······	f'_m	N	$M_{(X)}$
	M'	M'_1	M'_2 ······ M'_i ······	M'_m	$M_{(Y)}$	

$$r = \frac{\sum_{i,k} f_{i,k}(X_i - M_{(X)})(Y_k - M_{(Y)})}{N \cdot \sigma_{(X)}\ \sigma_{(Y)}}$$

但シ $\sigma_{(X)} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_i f'_i (X_i - M_{(X)})^2}$

$\sigma_{(Y)} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_k f_k (Y_k - M_{(Y)})^2}$

r の計算の例

	X	2	3	4	f	M
Y	1	3	2	1	6	2.66
	2	2	4	2	8	3.00
	3	1	2	3	6	3.33
	f'	6	8	6	20	3.00
	M'	1.66	2.00	2.33	2.00	

$$\sigma_{(X)} = \sqrt{\frac{1}{20}\left\{6\times(-1)^2 + 8\times 0^2 + 6\times 1^2\right\}} = \sqrt{\frac{12}{20}} \cdot M_{(X)} = 3$$

$$\sigma_{(Y)} = \sqrt{\frac{1}{20}\left\{6\times(-1)^2 + 8\times 10^2 + 6\times 1^2\right\}} = \sqrt{\frac{12}{20}} \cdot M_{(Y)} = 2$$

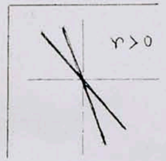
$$\sum_{i,k} f_{i,k}(X_i - M_{(X)})(Y_k - M_{(Y)})$$
$$= [3\times(-1)\times(-1)] + [2\times 0\times 0] + [1\times 1\times(-1)]$$
$$+ [2\times(-1)\times 0] + [4\times 0\times 0] + [2\times 1\times 0]$$
$$+ [1\times(-1)\times 1] + [2\times 0\times 1] + [3\times 1\times 1]$$

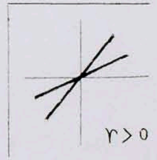
$$X - M_{(X)} = r \cdot \frac{\sigma_{(X)}}{\sigma_{(Y)}} \cdot (Y - M_{(Y)}) \quad \text{身長}$$

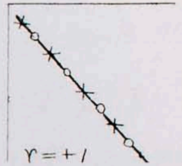
$$Y - M_{(Y)} = r\ \frac{\sigma_{(Y)}}{\sigma_{(X)}} \cdot (X - M_{(X)}) \quad \text{体重}$$

$$r = \frac{4}{20\sqrt{\frac{12}{20}}\sqrt{\frac{12}{20}}} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \qquad = 3 - 1 - 1 + 3 = 4$$

$= +0.333$







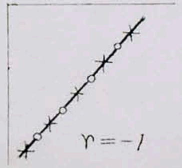
身長と体重

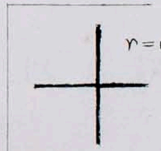
$r = +0.534$

賃銀と救民数

父の子供数と息子の子供数

母の子供数と娘の子供数





$r = -0.66$

$r = +0.066$

$r = +0.213$

(B) 非直線回帰の場合

この場合には

(1) $r = 0$ なればとて必ずしも無関係とは断定し得ない。

(2) 完全相関でも，必ずしも $r = \pm 1$ にならないことがある。

体重と身長の場合　$N = 817$,　$M_{(X)} = 52.2^{kg}$,　$M_{(Y)} = 160.0^{cm}$

$\sigma_{(X)} = 5.81^{kg}$,　$\sigma_{(Y)} = 5.79^{cm}$

$r = +0.534$

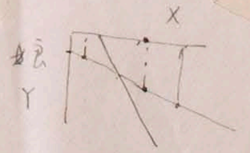
l： $X - 52.2^{kg} = +0.536\ (Y - 160.0^{cm})$

l'： $Y - 160.0^{cm} = +0.532\ (X - 52.2^{kg})$

娘の子供数

母の子供数

$Y - 4.34 = 0.223 \cdot (X - 5.90)$



母が平均よりも一人多く子供を生めば，娘は平均よりも 0.223人多く子供を生む

母の多産性は 0.223 即ち 約 ? となる (回帰率)

それだけしか遺伝しない。

相関比

$$\eta_{(x)} = \sqrt{\frac{\frac{1}{N}\sum_k f_k (M_k - M_{(x)})^2}{\sigma_{(x)}}},$$

$$\eta_{(Y)} = \sqrt{\frac{\frac{1}{N}\sum_i f'_i (M'_i - M_{(Y)})^2}{\sigma_{(Y)}}}.$$

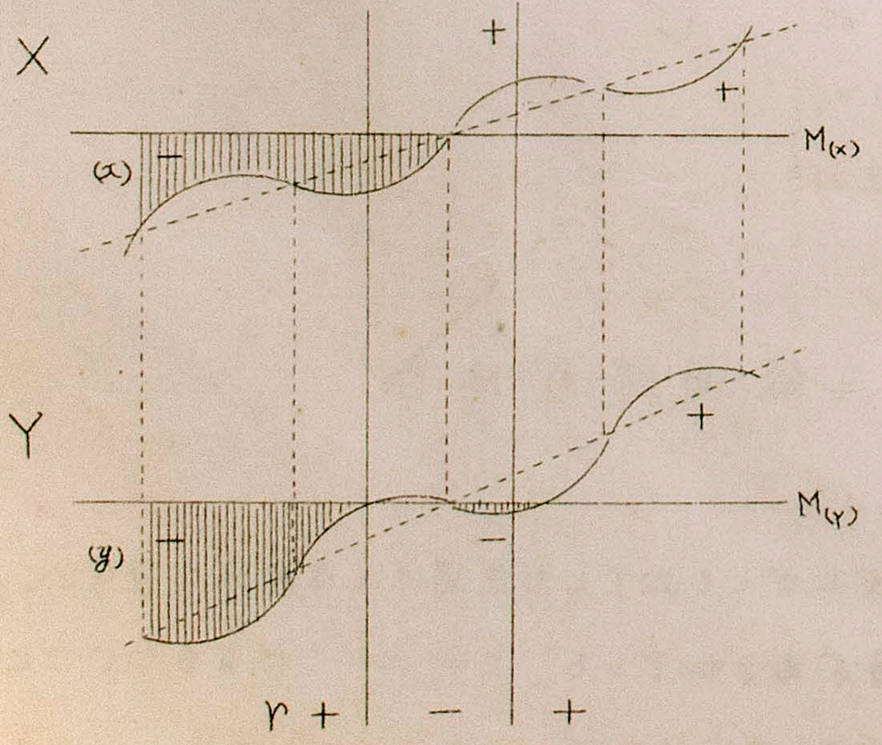
この二つの相関比が
共に 0 なるときは無関係
共に +1 なるときは完全相関

多變量の相関

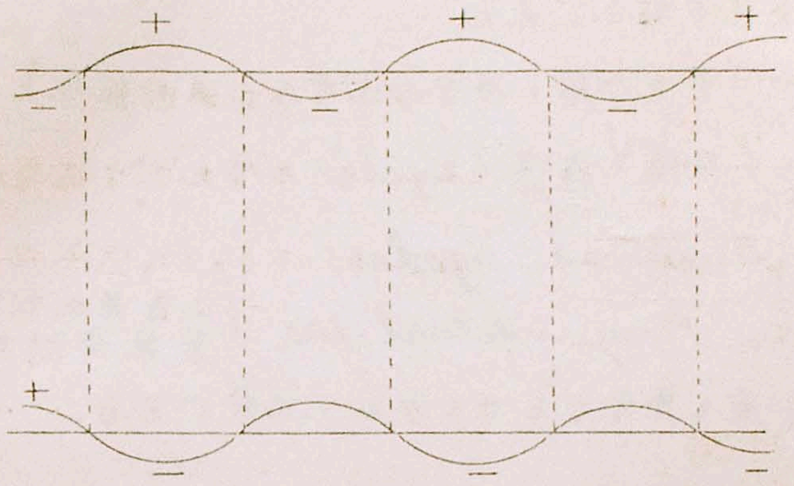
相関関係の測定に関する注意：（二つの事象の數値の中，何と何とを比較するが，本質的にその関係を明かにする所以であるか）.
それは特に時系列の場合に於て最も重要性を帯ぶ。

第五章　時系列

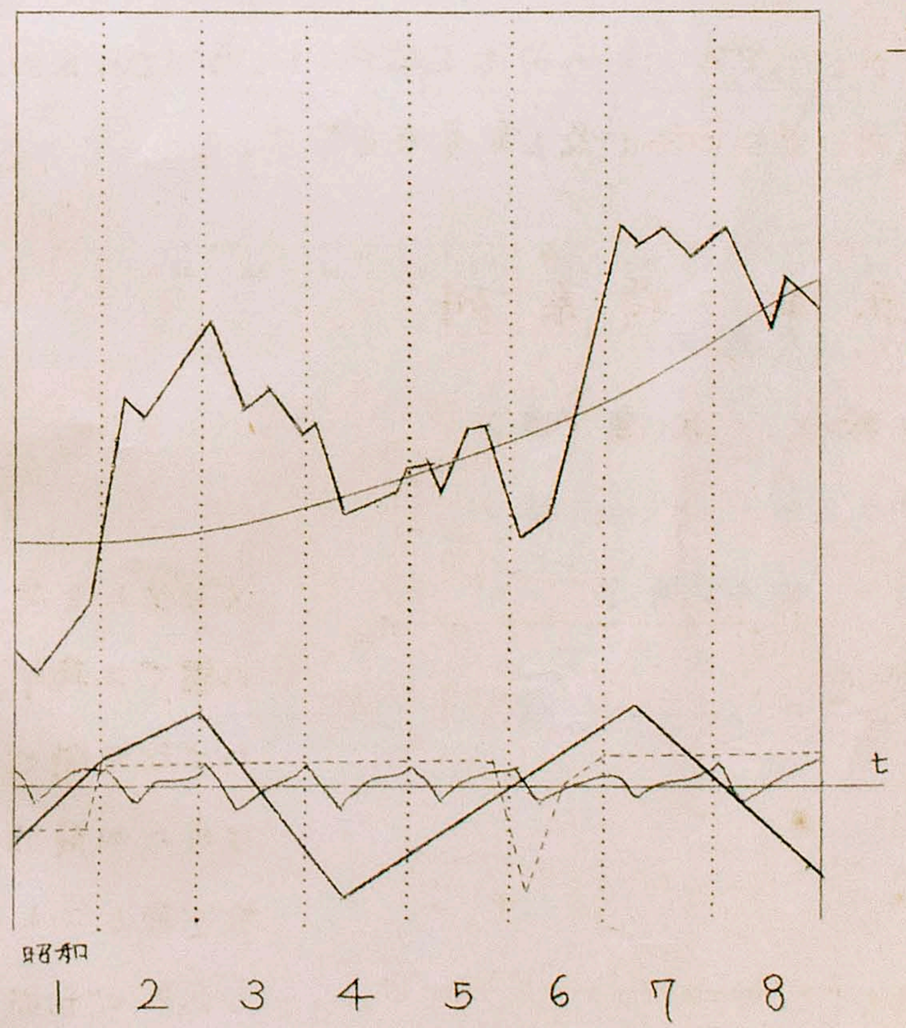
米の産額Xと米價Y



XとYとを共の儘で比較すれば短期間では負の相関係數を得ることもあれど，長期間では共に趨勢的に増してゐる。結局 $r>0$.



一般的趨勢を除いて考へれば，明かに $r<0$.



時系列の分析

Ⅰ 趨勢
Ⅱ 季節的変化
Ⅲ 循環的変化
Ⅳ 不規則変化

(1) 趨勢の求め方

(2) 季節的変化の求め方

(3) 時系列から趨勢と季節的変化を除き去ったものは、循環的

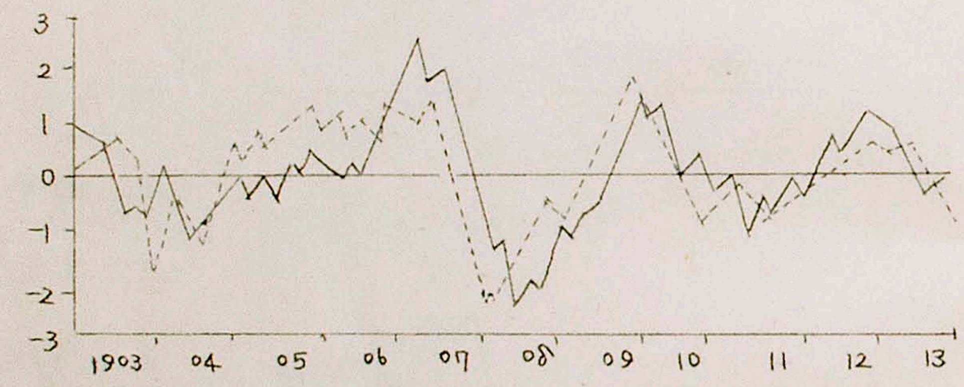
変化と不規則変化の結合である。

パースンズは此二者を分離し得ないと考へ、其の結合を標準測定値に直した数値を循環（cycle）と呼んだ。

Mitchell, Business cycles

Wagemann, Konjunkturlehre（小島昌太郎譯 景氣変動論）

時系列の比較中最も重要なるサイクルの比較である。



アメリカ（大戰前）

物價指数のサイクル　　（實線）

銑鉄生産額のサイクル　　（点線）

恐慌の週期　約４０箇月

——（終り）——

大阪市天王寺区勝山通一丁目

印刷所　プリント社

電話天王寺１３７１番