

クォーク・中間子の微分結合モデルを用いた 核物質の研究

川端正弘

2015 年 8 月 20 日

目次

第 1 章	序論	4
第 2 章	Walecka モデルと ZM モデル	9
第 3 章	クォーク・中間子の微分結合を用いたモデル	12
3.1	概要	12
3.2	核子の構成子クォークモデル	14
3.3	クォーク構造をもつ核子からなる核物質	19
3.4	有効核子質量とクォーク質量の変化量についての考察	22
第 4 章	q-ZM1 モデルの計算結果	24
4.1	結合エネルギー	25
4.2	圧力、非圧縮率、歪みの係数	28
4.3	核子- 中間子結合定数 $g_{\sigma}^*(\sigma)$ 、 $g_{\omega}^*(\sigma)$	30
4.4	有効核子質量	31
4.5	スカラーポテンシャルとベクターポテンシャル	32
4.6	クォーク質量の変化量と有効核子質量	34
4.7	平均二乗核子半径	36
4.8	有効核子質量に対するクォークの重心運動の影響	37
第 5 章	q-ZM2 モデルの計算結果	38
5.1	結合エネルギー	39
5.2	圧力、非圧縮率、歪みの係数	40
5.3	核子- 中間子結合定数 $g_{\sigma}^*(\sigma)$ 、 $g_{\omega}^*(\sigma)$	41
5.4	有効核子質量	43
5.5	スカラーポテンシャルとベクターポテンシャル	44
第 6 章	q-ZM3 モデルの計算結果	45

第 7 章	結論	48
付録 A	自然単位系	52
付録 B	相対論的表記と Bjorken-Drell メトリック	53
付録 C	ラグランジアン密度	54
付録 D	γ 行列	55
付録 E	ラグランジアン密度のリスケール	56
付録 F	中心力ポテンシャル中のクォークの Dirac 方程式	59
付録 G	核物質のスカラー密度とバリオン密度	61
付録 H	核物質のエネルギー密度、圧力、スカラーポテンシャル、ベクターポテンシャル	62
付録 I	スカラー密度とバリオン密度の関係	64
付録 J	σ の個数	66
参考文献		67

第 1 章 序論

原子の中心に存在する原子核は、陽子と中性子（まとめて核子と呼ぶ）がその間に働く力（核力）により狭い領域に束縛された結合系である。極めて軽い原子核を除くと、原子核内部では核子の密度はほぼ一定（数密度 $\rho_0 \sim 0.16 \text{ fm}^{-3}$ ：標準核密度）となる核密度の飽和性が成り立っている。また、核子数が約 250 をこえると、陽子間に働く電氣的なクーロン斥力が Z^2 (Z : 陽子数) に比例する効果をもつので、核力による結合力を上回ってしまい、安定な原子核をつくらない。一方、核力のみに注目するために仮想的にクーロン斥力を除外すると、安定した多数の核子の結合系が存在でき、さらに無限に広がった核子の集まりに外挿して核物質というものを考えることができる。陽子と中性子が同数となる核物質を標準核物質とよぶ。核物質を取り扱うことで、個々の原子核についてではなく、原子核全体に共通する基本的な性質を研究することができる。核密度の飽和は、1 核子あたりの結合エネルギーが標準核密度で極小値 ($-16 \pm 1 \text{ MeV}$) をもつこと（結合エネルギーの飽和性）と同等である。標準核物質においては、現実の原子核に対して成り立つワイゼッカーの経験的質量公式 [1] 中のクーロン項、表面項、対称項を考えなくてよく体積項のみ考慮すればよい。さらに標準核密度を超える核物質について考察することも非常に興味をもたれる。実際、中性子星の内部には重力により高密度な状態が存在している。また、1980 年代から原子核を高速で衝突させて瞬間的に高密度な核物質を生成する研究もされている。分野は異なるが原子・分子の系でも超高圧の下でいろいろな状態変化を示すことを考えると、高密度核物質の系でも興味深い知見が得られることが期待できる。

本論文では、標準核物質について標準核密度における結合エネルギーの飽和性を再現する理論的モデルを提案し、さらに高密度の核物質の状態変化の研究にも適用できるようにする。

初期の核力の研究においては、核子間に働く核力は現象論的なポテンシャルを用いて再現された。さらに、現在ではより実験に合うように構築されたポテンシャル [2, 3, 4] を用いて研究が続けられている。一方、核力は核子間で中間子（メソン）を交換することで生じるとする核子中間子理論がある。陽に中間子の自由度を取り入れていることで、ポテンシャルを用いることによる非相対論的な近似を避けることができ、相対論が明らかに重要と思われる高温・高密度という極端条件の核物質の研究にも適用できる。核子・中間子理論を用いた核物質の相対論的研究は 1975 年に Walecka [5] によって始められた。このモデルでは、スカラー場である σ 中間子とベクター場である ω 中間子の 2 種類の中間子のみ考える。 σ 中間子による中距離の引力と、 ω 中間子による近距離の斥力により、核子密度の飽和性を再現している。中間子場に平均場近似を用いて古典場である期待値によって置き換えることにより、中間子の平均場の中を動く核子の系として核物質を記述している。このモデルではそれぞれの中間子と核子の間

の2つの結合定数を、標準核密度における核密度の飽和性と結合エネルギーの値を再現するようにパラメータとして選ぶことで決定できる。Walecka 以来このモデルに沿って多くの研究がなされた [6, 7, 8, 9]。そして核物質の多くの性質を記述するのに成功している。しかしながら、標準核密度での核物質の非圧縮率が実験値を大きく上回ることや、標準核密度の超える密度において状態方程式が固くなりすぎて高密度への適用が困難になることなどの問題点があった。これを解決するために、 σ の非線形自己相互作用 (σ^3 , σ^4) の効果 [10] が考えられて改善されたが、その係数として理論に含まれるパラメータが2個増えてしまう弊害があった。別の方法として、現象論的に核子-中間子結合定数に核密度依存性を仮定した理論がある。結合定数の核密度依存性の起源の一つとして、核物質中の核子の正エネルギー状態と負エネルギー状態の結合を考えることで説明できるのではないかと考えられた [11, 12]。そのような過程を経て、Zimanyi と Moszkowski は核子と σ 中間子の結合に微分結合を導入することで、 σ 中間子場を通して間接的に結合定数に密度依存性の構造を取り入れることに成功した [13]。このモデルは ZM モデルとよばれ、Delfino らにより3種類のモデルへ拡張され [14, 15]、核物質のみならず現実の原子核の研究にも用いられた [16]。ZM モデルはメソンバリオン結合の相対論的 SU(6) モデルを用いることによって得られることが示され、基礎づけがなされている [17]。(バリオンは核子を含めた重粒子と呼ばれる粒子であり、中間子(メソン)と合わせてハドロンと呼ばれる。)

ここまでは、核子は構造をもたない点状粒子として扱ってきたが、核子は原子核と同様に複合粒子である。核子と中間子いわゆるハドロンに分類される粒子は、かつては構造をもたない点状の粒子(素粒子)と考えられていたが、現在ではそれらはクォーク [18, 19] と呼ばれる基本粒子からなる下部構造を持った複合粒子であることがわかっている。核子はクォークと呼ばれる基本粒子3個からなり、クォークはグルーオンによって核子内に閉じ込められている。核物理学における一つの重要な問題は、ハドロンレベルだけで原子核の性質のすべてが理解できるわけではなく、核子の下部構造をつくる基本粒子(クォークとそれらの間の力を媒介するグルーオン)が原子核の性質にたいして何か重要な役割を演じるのではなかろうかという点である。

原子核内に存在することで核子のクォーク構造が変化を受ける実験としては、1982年の EMC 効果の発見がある [20]。これは重水素と鉄を標的とする高エネルギー μ 粒子の散乱実験から得られるそれぞれの構造関数の比較から、原子核の構造関数が単体核子のその単なる重ね合わせでないことが示された。構造関数は標的中のクォークの運動量分布を反映しており、この実験事実は原子核中のクォーク分布が単体の核子の場合と異なることを意味する。そのためクォークの自由度を取り込む核構造の理論を発展させることが必要となった。

核物質中で核子のクォーク構造まで考慮した理論研究は挑戦的なテーマである。これは Guichon により核子のクォークモデルである MIT バッグモデル [21] を用いることで始めら

れた [22]。MIT バッグモデルは、球形な境界の内部に自由な質量 0 あるいはほとんど 0 のカレントクォークを完全に閉じ込め、バックの体積に比例する潜熱のエネルギーを考えることで核子を構成している。Guichon のモデルでは、核物質の中では核子は重なり合うことのない MIT バッグモデルによって記述され、平均場近似のもとに中間子が核子というよりも、基本的には核子の中のクォークと直接相互作用するというモデルである。また、中間子は核子に比べて小さいのでそのクォーク・反クォーク対というクォーク構造を無視している。バッグ内のクォークは平均場の中間子と相互作用し、それによって生じる有効場の中でのクォークの Dirac 方程式を MIT バッグの境界条件のもとに扱う。Guichon はこのモデルを用いて核子がクォーク構造をもつということを基礎にして、核物質の飽和性のメカニズムを説明した。つまり中間子が核子の中のクォークと直接相互作用して、その内部運動を変化させ、その結果核物質の飽和性を引き起こすようになるというものである。このことは核子の内部構造に関するクォークの自由度が、点状核子の多粒子系を記述する Walecka モデルに含まれないメカニズムを生じさせることを示している。このモデルは核子のフェルミ運動とバッグエネルギーに対する重心運動の補正を含めることによってさらに精密化され、核物質や有限核の多様な問題に応用された [23, 24, 25, 26]。拡張されたモデルは、クォーク中間子結合モデル (Quark Meson Coupling model : QMC モデル) と呼ばれる。さらに密度依存性を持たせたバッグ定数を導入することにより改良された [27]。QMC モデルでは、特に非圧縮率については点状核子のモデル (すなわち Walecka モデル) より小さい値が得られ、核物質の状態方程式がソフトになるという好ましい結果が得られている。

QMC モデルは核子のクォークモデルの選択に強く依存する。バッグモデルの他に核子に対するもう一つのポピュラーなクォークモデルとして、構成子クォーク (質量が核子のほぼ $1/3$ 程度) モデルがある [28]。このモデルではクォークはカイラル対称性の自発的な破れによって質量を獲得している。そして核子、およびもっと広くバリオンの構造の研究に用いられ多くの成功を収めてきた。

QMC モデルの核子に対して構成子クォークモデルを用いた場合、核物質の核子は構成子クォークの複合粒子であるので、核物質中の中間子と核子内の構成子クォークが直接相互作用すると考えることは自然である。核子に構成子クォークモデルを用いたモデルは、特にクォーク平均場モデル (Quark Mean Field model : QMF モデル) と呼ばれる [29, 30]。QMF モデルは核物質および有限核に応用されかなり成功している。特に、Tan ら [31] によって導入された、 σ 場を通して核密度依存性を持つクォーク中間子結合を用いたモデルでは、中間子の非線形自己相互作用を追加せずに、核物質と有限核の両方の特性を再現している。しかしこのモデルは、半実験的な相対論的 Brueckner-Hartree-Fock (RBHF) [32] の結果を再現するようにクォーク-中間子結合の核密度依存性の関数形を現象論的に導入したものであり、関数形の理論的な導出はしていない。またそのためにパラメータは 4 つに増えてしまっている。

本論文の目的は、核子と中間子からなる核物質のモデルに、クォーク構造を持つ核子を取り入れたモデルを構築することである。特に、クォークと中間子の間に微分結合を用いることの有効性を検討することが主目的である。今回のモデルでは参考にした ZM モデルと同様に、2 つのパラメータであるクォーク- σ 中間子結合定数、クォーク- ω 中間子結合定数を、標準核密度で結合エネルギーが極小値を取るようにすることで決定できる。決定後、核物質の圧力、非圧縮率、歪みの係数、スカラーポテンシャル、ベクターポテンシャル、有効核子質量、核子の平均二乗半径などの物理量を求めてモデルの有効性について検討する。

第 2 章では、ハドロンレベルの相対論的平均場モデルとして Walecka モデルと ZM モデルについて紹介する。Walecka モデルが核密度の飽和性を良く再現するが、高密度の核物質に適用するには問題があり、ZM モデルがその問題点を解決するために提案されたモデルであることを述べる。

第 3 章では、本論文の主要な理論部分となるクォーク・中間子の微分結合を用いたモデルを構築する。

第 3 章第 1 節では、本モデルの概要を述べる。以後、本モデルを q-ZM モデル（クォーク ZM モデル）と呼ぶ。クォークモデルとして、バックモデルと構成子クォークモデルについて簡単に説明する。q-ZM モデルでは、構成子クォークモデルを用い、2 ステップの過程で理論を構成する。

第 3 章第 2 節では、第 1 ステップとして、核子内の構成子クォークと核物質中の中間子を直に微分結合させることで、核物質中の他の核子との相互作用の影響を核子に取り入れる。微分結合の方法によって、異なる 3 種類のモデル（q-ZM1 モデル、q-ZM2 モデル、q-ZM3 モデル）を提案する。ここでは、有効核子質量が σ 中間子の期待値である σ の関数として得られる。また、有効クォーク- ω 中間子結合定数も σ の関数として得られる。

第 3 章第 3 節では、第 2 ステップとして、核子-中間子結合定数に σ を通して核密度依存性を仮定した核子・中間子多体系のラグランジアン密度を導入し、前節の有効核子質量と有効クォーク- ω 中間子結合定数をセルフコンシステントに繋げることで、クォーク構造をもった核子の核物質モデルを構築する。そして、核物質の結合エネルギーや圧力、核子の有効質量、スカラーポテンシャル、ベクターポテンシャルの核密度に対する変化や、標準核密度における非圧縮率と歪みの係数を示す。合わせて、第 1 ステップで求めたクォークの波動関数から核子の平均二乗半径を示す。

第 3 章第 4 節では、 σ 中間子の影響によるクォーク質量の変化量と有効核子質量の関係を検討することで、核子がクォーク構造をもつことで核物質に与える影響を示す因子を抜き出す。

第 4 章では、q-ZM1 モデルの計算結果を示す。核物質密度の変化の影響を調べるために、標準核密度の 2 倍まで物理量を求める。但し、圧力のみ実験と比較するために 4.6 倍まで求める。最初に、標準核密度で結合エネルギーの飽和性を再現するように、クォーク- σ 中間子結

合定数とクォーク- ω 中間子定数を決定する。理論的なモデルの比較対照として、クォーク構造をもつ影響を評価するために ZM1 モデルと、クォークと σ 中間子の微分結合の影響を評価するために Tan らの QMF モデルを用いた。但し、文献 [14] では、ZM、ZM2、ZM3 モデルと表記しているが、本論文では ZM モデルを ZM1 モデルと表記し、3 種類のモデルを総称して ZM モデルと呼ぶ。さらに、結合エネルギーの各項の寄与について検討する。圧力の核密度に対する変化と標準核密度における非圧縮率と歪みの係数を、実験の解析結果と比較してモデルの妥当性を検討する。物理量としては、有効核子質量、スカラーポテンシャル、ベクターポテンシャル、核子の平均二乗半径を求める。クォークの重心運動について検討する。

第 5 章では、q-ZM2 モデルの結果を示す。第 4 章と同様な検討を加える。

第 6 章では、q-ZM3 モデルの結果を示す。平均場近似の範囲では q-ZM3 モデルは標準核密度で結合エネルギーの飽和性を再現できないことについて、3 種類の q-ZM モデルの違いを示すパラメータを用いて検討する。さらに、平均場近似からのずれとして真空のゆらぎの効果を検討する。

第 7 章では、本論文の結論と今後の適用と拡張について述べる。

第 2 章 Walecka モデルと ZM モデル

原子核及び核物質を記述するモデルとして、核子と中間子から構成される系の相対論的モデルである Walecka モデル [5] と ZM モデル [13] についての概要を述べる。核子は重粒子（バリオン）という粒子群に含まれ、また中間子はメソンと呼ばれ、両方合わせてハドロンと呼ばれている。Walecka モデルと ZM モデルは、ハドロンを点状の素粒子として扱うハドロンレベルのモデルであり、その内部のクォーク構造については全く考えていない。

まず、Walecka モデルについて述べる。本論文では、単位系として自然単位系（付録 A）を用い、相対論的表記には Bjorken-Drell メトリック（付録 B）を用いる。相対論的モデルでは、物理系に対して場のラグランジアン密度（付録 C）を仮定して出発することが便利であり、本論文でもその方法をとる。ラグランジアン密度は、核子 ($\psi(x)$)、中性スカラー中間子である σ 中間子 ($\sigma(x)$)、中性ベクター中間子である ω 中間子 ($\omega(x)$) から構成され、次のように与えられる。

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_W = & \bar{\psi}i\gamma^\mu\partial_\mu\psi - \bar{\psi}M\psi + g_\sigma\bar{\psi}\sigma\psi - g_\omega\bar{\psi}\gamma^\mu\omega_\mu\psi \\ & - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu + \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2)\end{aligned}\quad (2.1)$$

但し、 γ^μ は 4 行 4 列のガンマ行列（付録 D）である。第一項と第二項は質量 M の自由核子の部分、第三項は質量 m_σ の σ 中間子と核子のスカラー密度が結合定数 g_σ で結合する湯川型相互作用、第四項は質量 m_ω の ω 中間子と核子のベクターカレントが結合定数 g_ω で結合する相互作用である。第五項、第六項は ω 中間子の場のテンソル $F_{\mu\nu} = \partial_\mu\omega_\nu - \partial_\nu\omega_\mu$ の項とその質量項、第七項、第八項は σ 中間子の運動エネルギー項とその質量項である。特に表記が必要な場合以外は、場の時空座標の引数 $x = (t, \vec{r})$ は省略して表記する。

Walecka モデルの中間子場に平均場近似を用いることと、中間子場を古典場として扱うことは同等であり、第三項の $g_\sigma\sigma$ を第二項の M に含めることで、核子が核物質中の有効質量 $M^*(\sigma) = M - g_\sigma\sigma$ を持つと解釈することができる。Walecka モデルでは、核物質の重要な性質である核子密度（核密度）の飽和性を、 σ 中間子による中距離の引力と ω 中間子によるそれより近距離の斥力を考えることで、その釣り合いとして再現することができる。核子の有効質量（有効核子質量）は核物質の核密度の増加に伴って σ が大きくなることにより減少する。標準核密度において有効核子質量は M の 60% 程度になり、より高密度では有効核子質量は 0 に近づきモデルを適用することができなくなる。また、核物質の密度増加に伴う結合エネルギーの変化が急であり、その勾配（圧力に対応する）が大きいことから状態方程式が硬くなりすぎる。また、結合エネルギーの標準核密度における曲率で与えられる非圧縮率が大きすぎるなどの欠点を持つ。

この欠点を解消しようとして提唱されたモデルの一つが ZM モデルである。このモデルは、2 個のパラメータ (g_σ , g_ω) を用いた相対論的平均場モデルという枠組みを保ちながら、高密度においても有効核子質量が小さくなりすぎないモデルとして考えられた。Walecka モデルとの顕著な違いは核子とスカラー中間子との間の結合に微分結合 $(g_\sigma \sigma / M) \bar{\psi} i \gamma^\mu \partial_\mu \psi$ を仮定したことである。そのラグランジアン密度は次のように与えられる。

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{ZM1}} &= \bar{\psi} \gamma^\mu i \partial_\mu \psi - \bar{\psi} M \psi - g_\omega \bar{\psi} \gamma^\mu \omega_\mu \psi + \frac{g_\sigma \sigma}{M} (\bar{\psi} \gamma^\mu i \partial_\mu \psi - g_\omega \bar{\psi} \gamma^\mu \omega_\mu \psi) \\
&\quad - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) \\
&= -\bar{\psi} M \psi + \left(1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M}\right) (\bar{\psi} \gamma^\mu i \partial_\mu \psi - g_\omega \bar{\psi} \gamma^\mu \omega_\mu \psi) \\
&\quad - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) \tag{2.2}
\end{aligned}$$

この場合は、 σ 中間子と核子のベクターカレントが結合するように相互作用を入れたので、 σ 中間子と ω 中間子間の結合も含んでいる。核子と σ 中間子との相互作用の入れ方には任意性があり、拡張された ZM モデルとして 2 種類のモデル ZM2、ZM3 モデル [14]

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{ZM2}} &= -\bar{\psi} M \psi + \left(1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M}\right) (\bar{\psi} i \gamma^\mu \partial_\mu \psi - g_\omega \bar{\psi} \gamma_\mu \omega^\mu \psi) \\
&\quad - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) \tag{2.3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{ZM3}} &= -\bar{q} M \psi + \left(1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M}\right) \bar{\psi} i \gamma^\mu \partial_\mu \psi - g_\omega \bar{\psi} \gamma_\mu \omega^\mu \psi \\
&\quad - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) \tag{2.4}
\end{aligned}$$

が考えられている。以下、オリジナルの ZM モデルを ZM1 モデル、3 種類のモデルを総称して ZM モデルと呼ぶ。

ここで $\tilde{M} = (1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M})^{-1}$ と置いて、それぞれ

$$\text{ZM1 モデル} : \psi \rightarrow \tilde{M}^{1/2} \psi \tag{2.5}$$

$$\text{ZM2 モデル} : \psi \rightarrow \tilde{M}^{1/2} \psi \quad \omega_\mu \rightarrow \tilde{M} \omega_\mu \tag{2.6}$$

$$\text{ZM3 モデル} : \psi \rightarrow \tilde{M}^{1/2} \psi \quad \omega_\mu \rightarrow \tilde{M} \omega_\mu \tag{2.7}$$

のようにリスケールすると、ラグランジアンは次のような Walecka モデルに似た形に書き換えられる (付録 E)。

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}^R &= \bar{\psi} i \gamma_\mu \partial^\mu \psi - \bar{\psi} (M - \tilde{M}^\beta g_\sigma \sigma) \psi + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) \\
&\quad + \tilde{M}^\alpha \left(-g_\omega \bar{\psi} \gamma_\mu \omega^\mu \psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu \right) \tag{2.8}
\end{aligned}$$

但し、

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Walecka} & : \quad \alpha = 0, \quad \beta = 0 \\ \text{ZM} & : \quad \alpha = 0, \quad \beta = 1 \\ \text{ZM2} & : \quad \alpha = 1, \quad \beta = 1 \\ \text{ZM3} & : \quad \alpha = 2, \quad \beta = 1 \end{array} \right. \quad (2.9)$$

ZM モデルにおける有効質量 M^* は

$$M^* \equiv M - \tilde{M}^\beta g_\sigma \sigma \quad (2.10)$$

のように定義される。この \tilde{M}^β を σ について展開すると、核子と σ 中間子の結合は、

$$\bar{\psi} \tilde{M}^\beta g_\sigma \sigma \psi = g_\sigma \bar{\psi} \sigma \psi - \beta \frac{1}{M} g_\sigma^2 \bar{\psi} \sigma^2 \psi + \beta(\beta+1) \frac{1}{M^2} g_\sigma^3 \bar{\psi} \sigma^3 \psi - \dots \quad (2.11)$$

となり、 σ の 1 次のオーダーまでは Walecka モデルと一致しそれ以降が異なることがわかる。また、 σ の高次項を含むので σ 中間子の自己相互作用と同様な効果も含まれることになる。ZM モデルでは、標準核密度においても核子の有効質量はそれほど小さくなく、より高密度でも 0 に近づくことがなく、結合エネルギーの変化も緩やかなことから状態方程式も硬すぎることもないので、高密度の核物質に適用することが可能である。

第 3 章 クォーク・中間子の微分結合を用いたモデル

3.1 概要

本章では本論文の主題であるクォーク・中間子の微分結合を用いたモデル [33, 34] について述べる。

前章で述べたハドロンレベルのモデルでは、核子は点状粒子として取り扱われているが、核子の内部構造を考慮するためには、核子を構成する基本粒子としてクォークを考える必要がある。核子を含むバリオンは 3 個のクォークからなる。クォークには 6 種類のクォーク (u, d, c, s, t, b クォーク) が存在するが、陽子は 2 個の u クォークと 1 個の d クォークから、中性子は 1 個の u クォークと 2 個の d クォークからそれぞれできている。クォーク間にはグルーオンという基本粒子により力が媒介され、クォーク同士は短距離を除いて強い引力で結合されていて、その力の特徴としてクォークは単独で存在できず核子内に閉じ込められていると考えられている (クォークの閉じ込め)。現在、クォークを記述する理論として QCD (Quantum chromo dynamics : 量子色力学) が広く受け入れられている。しかし QCD は非線形な理論なので取り扱いが難しく、グルーオンの自由度をそのまま扱わない現象論的モデルが提案されている。現象論的モデルとして、クォークモデルがあり主に 2 種類のモデルがある。

その一つであるバグモデルでは、クォークの閉じ込めを核子の内部と外部を分離する球形な境界 (バグ) の存在により再現している。クォーク (カレントクォーク : 質量 0 あるいはほとんど 0) は、バグ内部では自由に運動するが、バグ内部に完全に閉じ込められているとする。核子の質量は、カレントクォークの運動エネルギーとバグの体積に比例する潜熱のエネルギーを和として得られる。

もう一つのクォークモデルとして構成子クォークモデルがある。このモデルでは、クォークは自発的カイラル対称性の破れにより核子のおおよそ 3 分の 1 の質量をもった構成子クォークであると考えられる。構成子クォークは、グルーオンによる閉じ込めを現象論的に記述した閉じ込めポテンシャルにより、核子内に束縛されていると考える。核子の質量は、閉じ込めポテンシャル内を運動する構成子クォークのエネルギーの和として得られる。

本論文では、核子の構造として構成子クォークモデルを採用する。構成子クォークモデルを用いたモデルであるクォーク平均場モデル (Quark Mean Field model : QMF モデル) [29, 30] と同様に、核物質中に核子がある場合に、周りに核子を作る中間子場が核子の内部まで入り込んで、構成子クォークと直接相互作用することが妥当であると考えられるからである。また、QMF

モデルでは Walecka モデルに対して σ の自己相互作用 (σ^3 、 σ^4 の項) を取り入れることで高密度における小さすぎる有効核子質量の欠点を解決している。一方、本論文ではこの問題を解決する方法として、核物質のハドロンレベルでの研究として良い結果を出している ZM モデルにおける核子と中間子間の微分結合を参考にして、構成子クォークと中間子間に微分結合を導入し、その可能性について検討する。この方法で、2 個のパラメータのみでクォーク構造をもった核子からなる核物質を記述できるモデルを構築することができる。

次節以降、2つのステップを踏んで核物質を記述するモデルを構築する。第1ステップでは、核子の内部構造に構成子クォークモデルを用いて記述する。但し、構成子クォークモデルは孤立した核子の内部構造のモデルであるので、核物質の中の核子に適用するためには、周りの核子が作る中間子場と構成子クォークの相互作用を考慮する必要がある。周りの核子が作る中間子場は、第2ステップで核子中間子系のモデルにより求める。現象論的な閉じ込めポテンシャルとしては、調和振動子型ポテンシャルを用いる。このステップで、有効核子質量が σ 中間子の期待値である σ の関数として得られる。また、有効クォーク- ω 中間子結合定数も σ の関数として得られる。図 3.1 に、模式図を示す。

第2ステップでは、中間子と核子の多体系としての核物質を考える。核子-中間子結合定数に σ を通して核密度依存性を仮定した核子・中間子多体系のラグランジアン密度を導入し、第1ステップとセルフコンシステントに解くことで、クォーク構造をもつ核子の核物質モデルを構築する。そして、標準核密度で飽和性を再現するパラメータ (クォーク-中間子結合定数) を決定する。さらに、核物質の結合エネルギー、圧力、有効核子質量、スカラーポテンシャル、ベクターポテンシャル、標準密度における非圧縮率と歪みの係数を示す。

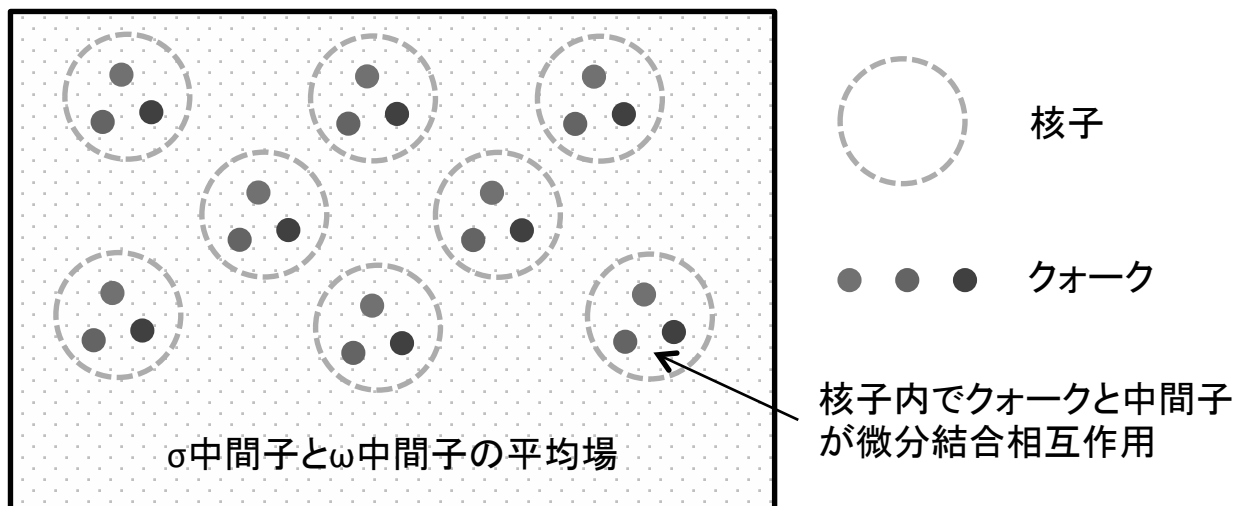


図 3.1 q-ZM モデルの模式図を示す。 σ 中間子と ω 中間子の平均場と核子内のクォークが直に微分結合相互作用をしている。

3.2 核子の構成子クォークモデル

核物質中の1個の核子を構成子クォークモデルを用いて記述すると、質量 m_q の構成子クォーク場 (q)、質量 m_σ の σ 中間子場 (σ)、質量 m_ω の ω 中間子場 (ω) により核子のラグランジアン密度は構成される。 σ 中間子場と ω 中間子場は、この核子のクォークから生成されるものと他の核子から生成されたものを含んでいる。ZM1 モデルを参考にして、構成子クォークと σ 中間子の相互作用に微分結合を仮定すると、核子のラグランジアン密度は、

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{q-ZM1}} = & -\bar{q}m_qq - \bar{q}\chi_cq - \left(1 + \frac{g_\sigma^q\sigma}{m_q}\right) (\bar{q}\gamma^\mu i\partial_\mu q - g_\omega^q\bar{q}\gamma^\mu\omega_\mu q) \\ & - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu + \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2)\end{aligned}\quad (3.1)$$

となる。ここで、 χ_c はグルーオンの力学からくる閉じ込めポテンシャルであり、本論文では現象論的な調和振動子型ポテンシャルとして $\chi_c = kr^2/2$ (k : ポテンシャルの強さ、 r : 核子中心からの距離) を導入する。 g_σ^q と g_ω^q は、クォークと σ 中間子及び ω 中間子との結合定数であり、 $F_{\mu\nu} = \partial_\mu\omega_\nu - \partial_\nu\omega_\mu$ である。上式でクォークと σ 中間子を微分結合 $\sigma\bar{q}\gamma^\mu i\partial_\mu q$ とするように、 σ 中間子とクォークのベクターカレント $\bar{q}\gamma^\mu i\partial_\mu q - g_\omega^q\bar{q}\gamma^\mu\omega_\mu q$ を結合させている。その場合、 σ 中間子と ω 中間子の相互作用も含まれる。以下、このモデルを q-ZM1 モデルと呼ぶ。さらに、ZM2、ZM3 モデルを参考にして、クォークと σ 中間子の相互作用の入れ方を変えた

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{q-ZM2}} = & -\bar{q}m_qq - \bar{q}\chi_cq + \left(1 + \frac{g_\sigma^q\sigma}{m_q}\right) (\bar{q}i\gamma^\mu\partial_\mu q - g_\omega^q\bar{q}\gamma_\mu\omega^\mu q) \\ & - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu + \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2)\end{aligned}\quad (3.2)$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{q-ZM3}} = & -\bar{q}m_qq - \bar{q}\chi_cq + \left(1 + \frac{g_\sigma^q\sigma}{m_q}\right) \bar{q}i\gamma^\mu\partial_\mu q - g_\omega^q\bar{q}\gamma_\mu\omega^\mu q \\ & - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu + \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2)\end{aligned}\quad (3.3)$$

の2つのモデルを考える。以下それぞれのモデルを、q-ZM2、q-ZM3 モデルと呼ぶ。ここで $\tilde{m} = (1 + g_\sigma^q\sigma/m_q)^{-1}$ と置いて、

$$\text{q-ZM1 モデル} : q \rightarrow \tilde{m}^{1/2}q \quad (3.4)$$

$$\text{q-ZM2 モデル} : q \rightarrow \tilde{m}^{1/2}q \quad \omega_\mu \rightarrow \tilde{m}^{1/2}\omega_\mu \quad (3.5)$$

$$\text{q-ZM3 モデル} : q \rightarrow \tilde{m}^{1/2}q \quad (3.6)$$

のようにリスケールすると、ラグランジアン密度は次のようにまとめて書き換えられて、

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_q^R = & \bar{q}i\gamma_\mu\partial^\mu q - \bar{q}(m_q - \tilde{m}g_\sigma^q\sigma)q - \bar{q}\tilde{m}\chi_c q + \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2) \\ & - \tilde{m}^\alpha g_\omega^q \bar{q}\gamma_\mu\omega^\mu q - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu\end{aligned}\quad (3.7)$$

となる (付録 E)。但し、

$$\begin{cases} \text{q-ZM1} & : \quad \alpha = 0 \\ \text{q-ZM2} & : \quad \alpha = 1/2 \\ \text{q-ZM3} & : \quad \alpha = 1 \end{cases}\quad (3.8)$$

である。但し、リスケールの方法は、q-ZM2 モデルと q-ZM3 モデルについてはハドロンレベルの ZM2 モデルと ZM3 モデルとは異なっている。本論文では、 $-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ と $\frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu$ が自由場と同様な形式になるようにリスケールする。

\mathcal{L}_q^R のクォーク場 q 及び中間子場 ω_μ 、 σ に対するオイラー・ラグランジュ方程式

$$\frac{\partial\mathcal{L}_q^R}{\partial\phi} - \frac{\partial}{\partial x^\mu} \left(\frac{\partial\mathcal{L}_q^R}{\partial(\partial\phi/\partial x^\mu)} \right) = 0, \quad \phi = \bar{q}, \omega^\mu, \sigma \quad (3.9)$$

から、運動方程式は以下ようになる。

$$[i\gamma_\mu\partial^\mu - (m_q - \tilde{m}g_\sigma^q\sigma) - \tilde{m}\chi_c - \tilde{m}^\alpha g_\omega^q\gamma_\mu\omega^\mu]q = 0 \quad (3.10)$$

$$\partial_\nu F^{\mu\nu} + m_\omega^2\omega^\mu = \tilde{m}^\alpha g_\omega^q q^\dagger q \quad (3.11)$$

$$(\partial_\mu\partial^\mu + m_\sigma^2)\sigma = -\frac{\partial\tilde{m}}{\partial\sigma}\bar{q}(m_q + \chi_c)q - \frac{\partial\tilde{m}^\alpha}{\partial\sigma}g_\omega^q\omega_0 q^\dagger q \quad (3.12)$$

構成子クォークモデルでは、クォーク間の直接的な相互作用を考えないので、クォークの運動方程式である Dirac 方程式において、個々のクォークが閉じ込めポテンシャルと σ 中間子場、 ω 中間子場の影響をうけて運動しているととらえることができる。このとき中間子場については、周りの核子が作る中間子場も取り入れる必要がある。そこで中間子場の扱いを簡単にするため平均場近似を用いて、核物質内では空間的に一様で定数

$$\begin{aligned}\sigma & \rightarrow \langle\sigma\rangle \equiv \sigma_0 \quad (\text{以後改めて } \sigma \text{ と書くことにする}) \\ \omega & \rightarrow \langle\omega\rangle \equiv \delta_{\mu 0}\omega_\mu = \omega_0\end{aligned}\quad (3.13)$$

つまり中間子場の期待値に置き換える [9]。 \tilde{m} は σ の関数であるが、時間と位置に依存しない量である。 ω 中間子については、空間的に一様な場合を考えているので、空間成分はなくなり時間成分のみ残る。さらにクォーク場については定常状態であるとして $q(t, \vec{r}) = \exp(-i\varepsilon t)q(\vec{r})$ とする。但し、 ε はクォークのエネルギーである。

運動方程式は以下のようになる。

$$[-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta(m_q - \tilde{m}g_\sigma^q) + \beta\tilde{m}\chi_c]q(r) = (\varepsilon - \tilde{m}^\alpha g_\omega^q \omega_0)q(r) \quad (3.14)$$

$$m_\omega^2 \omega_0 = \tilde{m}^\alpha g_\omega^q \langle q^\dagger q \rangle \quad (3.15)$$

$$m_\sigma^2 \sigma = -\frac{\partial \tilde{m}}{\partial \sigma} \langle \bar{q}(m_q + \chi_c)q \rangle - \frac{\partial \tilde{m}^\alpha}{\partial \sigma} g_\omega^q \omega_0 \langle q^\dagger q \rangle \quad (3.16)$$

但し、 $\vec{\alpha}$ と β は 4 行 4 列の行列 (付録 D) である。

クォークの Dirac 方程式に対して核物質中の σ に依存した有効クォーク- σ 中間子結合定数 $g_\sigma^{q*}(\sigma) = \tilde{m}g_\sigma^q$ 、有効クォーク- ω 中間子結合定数 $g_\omega^{q*}(\sigma) = \tilde{m}^\alpha g_\omega^q$ を導入したことに相当する。q-ZM1 モデルについては $\alpha = 0$ なので $g_\omega^{q*}(\sigma) = g_\omega^q$ となり、 g_ω^{q*} は σ による修正を受けない。ここで、 σ はクォーク質量を、 ω はクォークのエネルギーをそれぞれ変化させている考えると、クォークの質量とエネルギーは、

$$\text{質量} : m_q^* = m_q - \delta m_q \quad \text{質量の変化} : \delta m_q = \tilde{m}g_\sigma^q \sigma \quad (3.17)$$

$$\text{エネルギー} : \varepsilon^* = \varepsilon - \delta \varepsilon \quad \text{エネルギーの変化} : \delta \varepsilon = \tilde{m}^\alpha g_\omega^q \omega_0 \quad (3.18)$$

となり、クォークの Dirac 方程式 (3.14) は

$$[-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta m_q^* + \beta\tilde{m}\chi_c]q(r) = \varepsilon^* q(r) \quad (3.19)$$

となる。ラグランジアン密度のリスケールより、核子が核物質中にあるとき、質量 m_q^* 、エネルギー ε^* のクォークが閉じ込めポテンシャル $\chi_c^*(\sigma) = \tilde{m}\chi_c$ の中で運動していると見なせる。

中心力ポテンシャルに対する Dirac 方程式の解は、動径成分の波動関数と角度成分・スピンの波動関数の積として

$$q_{nkm} = \begin{pmatrix} iG_{nk}(r)/r \Phi_{km} \\ -F_{nk}(r)/r \Phi_{km} \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

と書ける [9]。但し、 n は主量子数、 k, m は軌道角運動量とスピンに関する量子数、 Φ_{km} は角度成分・スピンに関する波動関数であり 2 成分の列ベクトルである。(3.20) 式において $g(r) = \frac{G(r)}{r}$ 、 $f(r) = \frac{F(r)}{r}$ として、Dirac 方程式 (3.19) に代入すると、

$$\begin{cases} \frac{dg}{dr} = -\frac{1+k}{r}g + \left(\varepsilon^* + m_q^* + \frac{1}{2}kr^2\right)f \\ \frac{df}{dr} = -\frac{1-k}{r}f - \left(\varepsilon^* - m_q^* - \frac{1}{2}kr^2\right)g \end{cases} \quad (3.21)$$

となり、波動関数の上成分 $g(r)$ と下成分 $f(r)$ の連立一次微分方程式になる (付録 F)。核子内のクォークは 3 個あるが、3 個とも基底状態あると考え、1s 順位 ($k = -1$) のみ扱う。微分方程式を Runge-Kutta 法で数値的に解くことで、クォークの波動関数を求める。

ここまでの計算で、周りの核子がつくる平均場 σ が与えられれば、有効核子質量 $M^*(\sigma)$ を求めることができる。第1ステップにおける有効核子質量 $M^*(\sigma)$ の計算では、第2ステップと関連づけるために、運動方程式 (3.16) の解 σ を用いずに、 σ をフリーパラメータとして計算する。 ε^* は、クォークの波動関数が遠方（厳密には無限遠）で収束するようにすることで決定される。

有効核子質量 $M^*(\sigma)$ については、単純に Dirac 方程式 (3.21) から求まるクォークのエネルギー ε^* の3倍を用いずに補正を加える。補正した $M^*(\sigma)$ を、

$$M^*(\sigma) = \sqrt{(3\varepsilon^*(\sigma) + E_{\text{spin}})^2 - \langle \mathbf{p}_{\text{cm}}^2 \rangle_N} \quad (3.22)$$

と与える。ここでは文献 [29] に従い、 $M^*(\sigma)$ は、クォークのエネルギーのほかに、核子と Δ 粒子の質量がグルーオンや π 中間子に起因して異なることを説明するために、スピン修正の効果を取り込むための E_{spin} を加えた。 E_{spin} は $\sigma = 0$ つまり核子が単独に存在する場合に $M^*(\sigma) = M$ が成り立つように求め、議論を単純化するため σ によらない量とし $\sigma \neq 0$ の場合も同じ値を用いる。さらにスプリアスなクォークの重心運動 $\langle \mathbf{p}_{\text{cm}}^2 \rangle_N$ を取り除いた [35]。重心運動は3個の構成子クォークは独立していると考えて、

$$\langle \mathbf{p}_{\text{cm}}^2 \rangle_N = \sum_{i=1}^3 \langle \mathbf{p}_i^2 \rangle_N \quad (3.23)$$

とした。ここで、 $\langle \mathbf{p}_i^2 \rangle_N$ は核子中の i 番目のクォークの平均二乗運動量の期待値である。

運動方程式 (3.15) と (3.16) については、クォーク密度が、核子密度の3倍であること関連づけるため、以下に計算しておく。また第4節の議論に用いる。

まず、クォーク1個がある場合を考える。運動方程式 (3.15) と (3.16) の期待値 $\langle q^\dagger q \rangle$ と $\langle m_q \bar{q} q \rangle$ は、クォークの波動関数を用いて

$$\rho^q(r) = q^\dagger q = \frac{1}{4\pi r^2} [G(r)^2 + F(r)^2] \quad (3.24)$$

$$\rho_s^q(r) = \bar{q} q = \frac{1}{4\pi r^2} [G(r)^2 - F(r)^2] \quad (3.25)$$

を空間積分することにより求まる。 ρ^q と ρ_s^q はある位置でのクォーク密度とクォークスカラー密度である。また、 $\langle \bar{q} \chi_c q \rangle$ も ρ_s^q に χ_c を乗じて積分して求める。波動関数の規格化は、クォーク1個についての空間積分 $\int_0^\infty dr [G^2 + F^2] = 1$ で与える。

次に、体積 V に核子1個がある場合のクォーク密度を考える。 $G(r)$ と $F(r)$ をクォークの占有しているレベル、つまり今回は3個の基底状態にあるクォークについて加え合わせると、

$$\langle \rho^q(r) \rangle (= \langle q^\dagger q \rangle) = \frac{1}{V} \int \rho^q(r) d^3r = \frac{3}{V} \quad (3.26)$$

となる。

さらに、体積 V 核密度 ρ の核物質を考えた場合、クォークの個数は核子の 3 倍であるので

$$\rho^q = 3\rho \quad (3.27)$$

を満たす。

一方、(3.16) 式は $\tilde{m} = (1 + g_\sigma^q \sigma / m_q)^{-1}$ を用いて、

$$m_\sigma^2 \sigma = \frac{\tilde{m}^2 g_\sigma^q}{m_q} \langle \bar{q} (m_q + \chi_c) q \rangle + \alpha \frac{\tilde{m}^{2\alpha+1} g_\sigma^q (g_\omega^q)^2}{m_q m_\omega^2} \langle q^\dagger q \rangle^2 \quad (3.28)$$

と書き換えら、クォークの波動関数を用いると、

$$\begin{aligned} \langle \bar{q} (m_q + \chi_c) q \rangle &= m_q \langle \rho^q(r) \rangle \int (G^2 - F^2) \left(1 + \frac{c}{2m_q} r^2\right) dr \\ &= m_q \langle \rho^q(r) \rangle S'(\sigma) \end{aligned} \quad (3.29)$$

となる。 $\langle \rho^q(r) \rangle S'(\sigma)$ は χ_c が r 依存性を持つことによる、位置に依存する質量と関係している。

3.3 クォーク構造をもつ核子からなる核物質

次に、第2ステップとして中間子と核子の自由度を扱う。第1ステップで得られた有効質量をもつ核子を用いて、核子がクォーク構造をもつ影響を σ を通して取り入れる。文献 [36] を参考にして、核子-中間子結合定数に σ を通して密度依存性を取り入れたラグランジアン密度を次のように仮定する。

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_N = & \bar{\psi}[i\gamma_\mu\partial^\mu - (M - g_\sigma^*(\sigma)\sigma) - g_\omega^*(\sigma)\gamma_\mu\omega^\mu]\psi \\ & + \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu\end{aligned}\quad (3.30)$$

ここで、 ψ は核子場である。核子- σ 中間子結合定数 $g_\sigma^*(\sigma)$ と核子- ω 中間子結合定数 $g_\omega^*(\sigma)$ は σ の関数であるが、現段階ではその関数形は求まっていない。それらは、後ほど第1ステップの計算と比較することで決定する。

(3.30) 式において、中間子場に対して平均場近似を行い、核子場を $\psi(x) = \exp(-iEt)\psi(\vec{r})$ とすると、中間子と核子の運動方程式は

$$[-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta M_{\text{eff}}] \psi(r) = E^* \psi(r) \quad (3.31)$$

$$m_\omega^2\omega_0 = g_\omega^*(\sigma)\rho \quad (3.32)$$

$$m_\sigma^2\sigma = - \left[-\frac{\partial g_\sigma^*(\sigma)\sigma}{\partial\sigma}\rho_s + \frac{\partial g_\omega^*(\sigma)}{\partial\sigma}\omega_0\rho \right] \quad (3.33)$$

となる。但し、核物質中の有効核子質量 M_{eff} と核子のエネルギー E^* は、

$$M_{\text{eff}} = M - g_\sigma^*(\sigma)\sigma \quad (3.34)$$

$$E^* = E - g_\omega^*(\sigma)\omega_0 \quad (3.35)$$

である。核子の Dirac 方程式 (3.31) は、 M_{eff} と E^* が座標によらないので自由粒子と同様に解くことができ、核子の波動関数として平面波解 $\psi(\vec{r}) = \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) \psi(\vec{k}, \lambda)$ を持つ [9]。但し、 \vec{k} は運動量、 λ はスピンを示す指標、 $\psi(\vec{k}, \lambda)$ は4元のスピン（4成分の列ベクトル）である。Dirac 方程式は、

$$[\vec{\alpha} \cdot \vec{k} + \beta M_{\text{eff}}] \psi(\vec{k}, \lambda) = E^* \psi(\vec{k}, \lambda) \quad (3.36)$$

となるのでエネルギー固有値は、

$$E^* = \pm \sqrt{k^2 + M_{\text{eff}}^2} \equiv E_k^* \quad (3.37)$$

となる。それぞれの符号は、正エネルギーと負エネルギーの解に対応する。 $\rho(= \langle \psi^\dagger \psi \rangle)$ と $\rho_s(= \langle \bar{\psi} \psi \rangle)$ はバリオン密度（核物質の場合は核物質密度と等しい）とスカラー密度で、

$$\rho = \frac{2}{3\pi^2} k_F^3 \quad (3.38)$$

$$\rho_s = \rho S(\sigma) \quad (3.39)$$

である（付録 G）。但し、 k_F は核物質のフェルミ運動量であり、

$$S(\sigma) = \left(\frac{4\pi k_F^3}{3} \right)^{-1} \int_{k_F} \frac{M_{\text{eff}}}{E_k^*} d^3k \quad (3.40)$$

となり、運動量の積分はフェルミ面まで取る。

第 1 ステップと第 2 ステップは、有効核子質量 M_{eff} と (3.22) 式の $M^*(\sigma)$ を

$$M_{\text{eff}} = M^*(\sigma) \quad (3.41)$$

とすることで関係づけることができる。よって、核子- σ 中間子結合定数は

$$g_\sigma^*(\sigma) = \frac{M - M^*(\sigma)}{\sigma} \quad (3.42)$$

と求まる。またクォークの密度は核密度の 3 倍なので、(3.15)、(3.27)、(3.32) 式から、核子- ω 中間子結合定数とクォーク- ω 中間子結合定数に対して

$$g_\omega^*(\sigma) = 3g_\omega^q(\sigma) = 3\tilde{m}^\alpha g_\omega^q \quad (3.43)$$

の関係が課す。(3.33) 式に、(3.32) 式と (3.34) 式から (3.43) 式までを用いると、 σ に関するセルフコンシステントな方程式が求まる。その式から、 σ を求めることで、 ω や M_{eff} などの値が求まる。

核物質のエネルギー密度は、

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \frac{4}{(2\pi)^3} \int_{k_F} d^3k \sqrt{k^2 + M_{\text{eff}}^2} + \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \left\{ k_F E_F^3 + k_F^3 E_F - M_{\text{eff}}^4 \log \frac{k_F + E_F}{M_{\text{eff}}} \right\} + \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{2} \frac{g_\omega^*(\sigma)^2}{m_\omega^2} \rho^2 \end{aligned} \quad (3.44)$$

となる（付録 H）。但し、 $E_F = \sqrt{k_F^2 + M_{\text{eff}}^2}$ である。

核物質中の核子あたりの結合エネルギーは、

$$E_b = \frac{\mathcal{E}}{\rho} - M \quad (3.45)$$

となる。核物質が標準核密度 ρ_0 で飽和することは、 E_b が ρ_0 で極小値を取ることである。これは、上述の σ のセルフコンシステントな方程式を、クォーク- σ 中間子結合定数 g_σ^q と

クォーク- ω 中間子結合定数 g_ω^q の2つの値をパラメータとして、 E_b が ρ_0 で極小値を取るように求めることにより実現できる。ここで求めた g_σ^q と g_ω^q を用いて、すべての物性を計算することができる。

核物質の圧力は、

$$P = \frac{\gamma}{48\pi^2} \left\{ k_F E_F (2k_F^2 - 3M_{\text{eff}}^2) + 3M_{\text{eff}}^4 \log \frac{k_F + E_F}{M_{\text{eff}}} \right\} - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{2} \frac{g_\omega^*(\sigma)^2}{m_\omega^2} \rho^2 \quad (3.46)$$

となる (付録 H)。

標準核密度 ρ_0 における非圧縮率 K は、1 核子あたりの結合エネルギーの標準密度における曲率に比例し、

$$K = 9\rho_0^2 \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} \left(\frac{\mathcal{E}}{\rho} \right) \Big|_{\rho=\rho_0} = 9 \frac{\partial P}{\partial \rho} \Big|_{\rho=\rho_0} \quad (3.47)$$

で求められる。

標準核密度 ρ_0 における歪みの係数 (skewness coefficient) Q は、

$$Q = 27\rho_0^3 \frac{\partial^3}{\partial \rho^3} \left(\frac{\mathcal{E}}{\rho} \right) \Big|_{\rho=\rho_0} \quad (3.48)$$

で求められる。

スカラーポテンシャル、ベクターポテンシャル

$$\begin{aligned} U_S &= -g_\sigma^*(\sigma) \sigma = M_{\text{eff}} - M \\ U_V &= g_\omega^*(\sigma) \omega_0 = E - E^* \end{aligned} \quad (3.49)$$

で求められる (付録 H)。 U_S 、 U_V は、 σ 、 ω_0 が位置によらないので、空間で一様な値を持つ。また、それぞれ核子の質量とエネルギー固有値をシフトするものととらえられる。

核子の平均二乗核子半径は、クォークの波動関数から

$$\langle r^2 \rangle^{\frac{1}{2}} = \left[\int_0^\infty (G(r)^2 + F(r)^2) r^2 dr \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.50)$$

で求められる。

3.4 有効核子質量とクォーク質量の変化量についての考察

有効核子質量 M_{eff} は、クォーク質量の変化量 δm_q と関係していて、 $\delta m_q \ll M$ に着眼して展開すると

$$M_{\text{eff}} = M + \left. \frac{\partial M_{\text{eff}}}{\partial(\delta m_q)} \right|_{\delta m_q=0} \delta m_q + \dots \quad (3.51)$$

となる。2 次以上の項は小さいとして無視すると

$$\begin{aligned} M_{\text{eff}} &= M - \frac{1}{3} \left(-\frac{\partial M_{\text{eff}}}{\partial(\delta m_q)} \right) \Big|_{\delta m_q=0} 3\tilde{m}g_\sigma^q \sigma \\ &= M - \tilde{M}A_0g_\sigma \sigma \end{aligned} \quad (3.52)$$

となる。但し、 $A_0 = -1/3(\partial M_{\text{eff}}/\partial(\delta m_q))|_{\delta m_q=0}$ 、 $g_\sigma = 3g_\sigma^q$ とする。係数 3 はクォークの個数に起因している。 \tilde{m} の中の g_σ^q と m_q を 3 倍すると、 $\tilde{m} = \tilde{M}$ が得られる。ゆえに、(3.52) 式と比較することで、(3.34) 式の有効核子- σ 中間子結合定数 $g_\sigma^*(\sigma)$ は、

$$g_\sigma^*(\sigma) = -\frac{1}{3} \left. \frac{\partial M_{\text{eff}}}{\partial(\delta m_q)} \right|_{\delta m_q=0} 3\tilde{m}g_\sigma^q = \tilde{M}A_0g_\sigma \quad (3.53)$$

となる。結合定数 $g_\sigma^*(\sigma)$ は核密度依存性を持ち、 A_0 を通して核子のクォーク構造による影響を受ける。

一方、核子がクォーク 3 個から構成されていることから、 $\langle q^\dagger q \rangle = 3\rho$ の関係が成り立つ。但し、 ρ は核物質の核密度である。ゆえに、(3.15) と (3.32) 式から、有効核子- ω 中間子結合定数 $g_\omega^*(\sigma)$ は次のように与えられる。

$$g_\omega^*(\sigma) = 3\tilde{m}^\alpha g_\omega^q = \tilde{M}^\alpha g_\omega \quad (3.54)$$

ここでは、 $g_\omega = 3g_\omega^q$ と定義する。 $g_\omega^*(\sigma)$ は核密度依存性を持ち、因子 \tilde{M} の中の σ を通して間接的に核子がクォーク構造をもつ影響を取り込むことができる。後に述べるが、 σ は A_0 を含んでいる。

次に、(3.28) と (3.33) 式の関係について述べる。 $3g_\sigma^q = g_\sigma$ 、 $3m_q = M$ 、 $\tilde{m} = \tilde{M}$ と $\langle \rho^q(r) \rangle \rightarrow 3\rho$ の関係を用いると、(3.28) 式は次のように変形できる。

$$m_\sigma^2 \sigma = \tilde{M}^2 g_\sigma \rho S'(\sigma) + \alpha \frac{\tilde{M}^{2\alpha+1} g_\sigma g_\omega^2}{M m_\omega^2} \rho^2 \quad (3.55)$$

一方、(3.33) を書き直すと、

$$m_\sigma^2 \sigma = -\frac{\partial M_{\text{eff}}}{\partial \sigma} \rho_s + \alpha \frac{\tilde{M}^{2\alpha+1} g_\sigma g_\omega^2}{M m_\omega^2} \rho^2 \quad (3.56)$$

但し、

$$-\frac{\partial M_{\text{eff}}}{\partial \sigma} = \frac{\partial g_{\sigma}^*(\sigma)\sigma}{\partial \sigma} = \tilde{M}^2 A_0 g_{\sigma} \quad (3.57)$$

g_{σ} と $\frac{\partial M_{\text{eff}}}{\partial \sigma}$ の間には、文献 [23] で言及されている類似の関連性もある。(3.29) 式の関数 $S'(\sigma)$ は静止系における核子内のクォークの波動関数によって表される。核子の運動量 k を 0 に近づけると、 ρ_s は ρ に近づく (付録 I)。ここで、(3.55) と (3.56) 式から次の関係が得られる。

$$A_0 = S'(0) \quad (3.58)$$

A_0 は、核子がクォーク構造を持つ影響が表れている因子であることがわかる。今、 $C_{\omega}^2 = g_{\omega}^2 M^2 / m_{\omega}^2$ 、 $C_{\sigma}^2 = g_{\sigma}^2 M^2 / m_{\sigma}^2$ と定義すると、(3.56) 式の σ は次ぎように書き換えられ。

$$\sigma = \frac{1}{m_{\sigma}^2} \left[\tilde{M}^2 A_0 g_{\sigma} \rho S(\sigma) + \alpha \frac{\tilde{M}^{2\alpha+1} C_{\sigma}^2 C_{\omega}^2}{g_{\sigma} M^5} \rho^2 \right] \quad (3.59)$$

A_0 を 1 に置くと、q-ZM モデルは点状の内部構造を持たない核子のモデルであるオリジナルの ZM モデルと一致する。

第 4 章 q-ZM1 モデルの計算結果

本章では、q-ZM1 モデルの結果について述べる。計算を行う上で、 ω 中間子の質量としては実験値 $m_\omega = 783$ MeV を、 σ 中間子の質量としてはこれまでの理論的研究で採用されている $m_\sigma = 550$ MeV を用いた。閉じ込めポテンシャルとして現象論的に調和振動子型ポテンシャル $\chi_c(r) = kr^2/2$ を導入し、その強さを表すパラメータとして $k = 1000$ MeV/fm² [29] を用いる。

このモデルにおいては、2つのパラメータ (g_σ^q, g_ω^q) を決定する必要がある。これらの値は、標準核密度 $\rho_0 = 0.16$ fm⁻³ における核子の結合エネルギー $E_b = -15.5$ MeV を再現するように決めた。その結果、クォーク-中間子結合定数は、 $g_\sigma^q = 2.01$ と $g_\omega^q = 2.64$ になる。表 4.1 にパラメータの一覧を示す。但し、核子-中間子結合定数については他のモデルと比較するため、標準核密度における g_σ^* と g_ω^* を用いて、 $C_\omega^2 = g_\omega^{*2} M^2 / m_\omega^2$ と $C_\sigma^2 = g_\sigma^{*2} M^2 / m_\sigma^2$ から求めた値を示す。 C_σ^2 は ZM1 モデルに比べてわずかに小さい値を取る。一方、 C_ω^2 はおよそ 1.5 倍と大きくなっている。

モデル	C_σ^2	C_ω^2	E_b	ρ_0
q-ZM1	153.6	89.9	-15.5	0.16
ZM1 [14]	169.2	59.1	-15.9	0.160
(ZM1	167.0	58.6	-15.5	0.16)*

表 4.1 各モデルについて、パラメータ C_σ^2 、 C_ω^2 、標準核密度 ρ_0 (fm⁻³) における結合エネルギー E_b (MeV) を示す。* ZM1 モデル [14] について q-ZM1 と同条件で比較するために、 $\rho_0 = 0.16$ fm⁻³ と $E_b = -15.5$ MeV を用いて再計算した結果を示す。

まず、核子の結合エネルギーについての計算結果を示す。クォーク中間子間に微分結合を用いた影響について評価するために、実験に合わせるように結合定数にパラメータを含ませた QMF モデル [31] と比較する。QMF モデルは、クォーク中間子間に直接結合 $g_\sigma^q \bar{q} \sigma q$ を用いている。また、核子がクォーク構造を持つことによる影響を評価するために、核子を内部構造を持たない点状粒子として扱っている ZM1 モデルと比較する。

次に、圧力の核密度に対する変化、標準核密度における非圧縮率と歪みの係数について、実験の解析結果と比較してモデルの妥当性を検討する。

さらに、有効核子質量、核子-中間子結合定数、スカラーポテンシャル、ベクターポテンシャル、クォーク質量の変化量についての計算結果を示す。また、クォーク質量の変化量に対する有効核子質量の変化、核子の平均二乗半径についての計算結果を示す。

4.1 結合エネルギー

図 4.1 に、核密度 ρ に対する核子あたりの結合エネルギー E_b の変化を示す。3 種類のモデルとも良く似た振る舞いをするが、q-ZM1 モデル、ZM1 モデル、QMF モデルの順に結合のエネルギーの曲線の傾きは小さくなっている。傾きが小さいことは、状態方程式が柔らかくなっていることを示している。

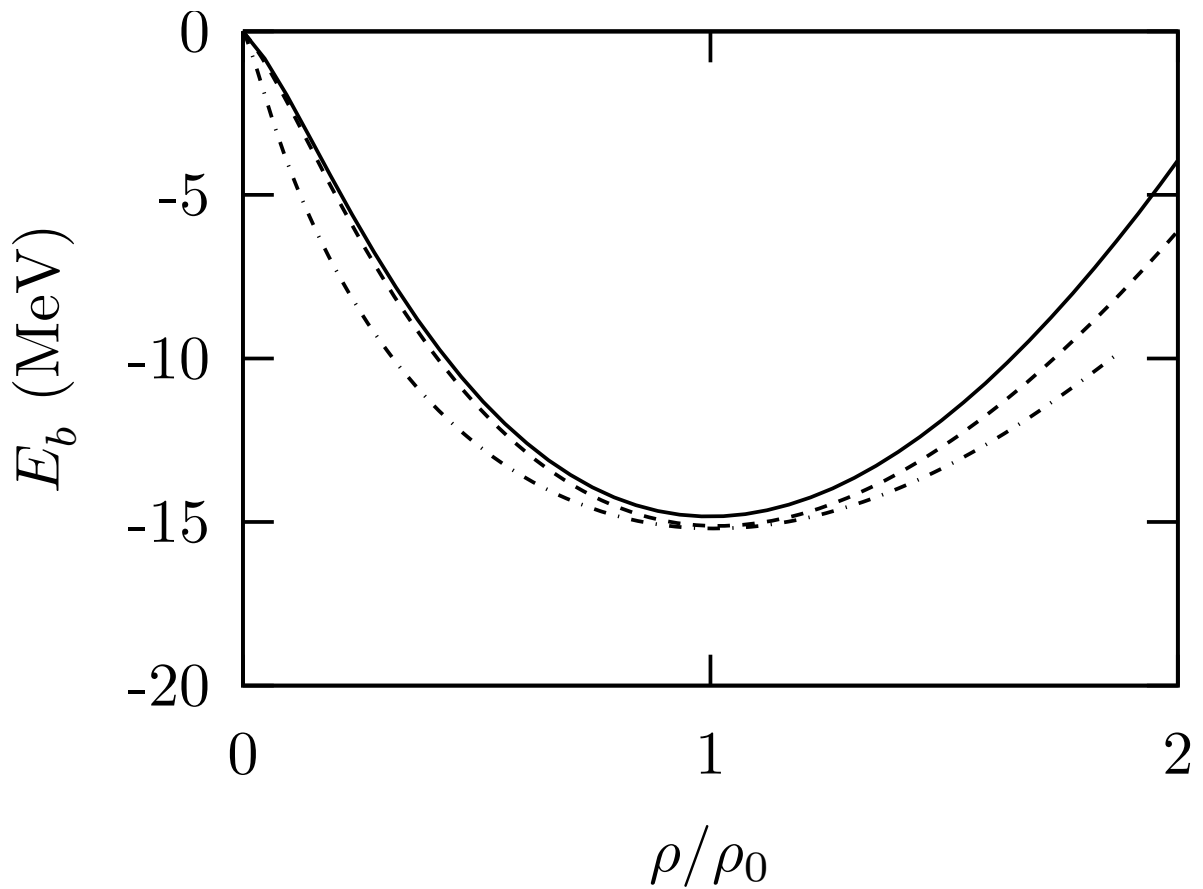


図 4.1 核密度 ρ に対する核子あたりの結合エネルギー E_b の変化を示す。核密度は標準核密度 ρ_0 との比で示す。以降の図においては核密度はすべて比で示す。q-ZM1 モデルによる結果は実線、比較のための ZM1 モデル（表 4.1 の再計算のパラメータ）の結果を破線、QMF モデル [31] の結果を一点破線で示す。

次に、結合エネルギーの各項の寄与について検討する。結合エネルギーは、(3.44) と (3.45) 式から求まるように、

$$E_b = E_{b1} + E_{b2} + E_{b3} \quad (4.1)$$

$$E_{b1} = \frac{4}{(2\pi)^3} \int d^3k \sqrt{k^2 + M_{\text{eff}}^2} / \rho - M \quad (4.2)$$

$$E_{b2} = \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 / \rho \quad (4.3)$$

$$E_{b3} = \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 / \rho \quad (4.4)$$

の3項の差し引きによって決定される。図 4.2 に、q-ZM1 モデルの結合エネルギーの E_{b1} 、 E_{b2} 、 E_{b3} の核密度に対する変化を示す。

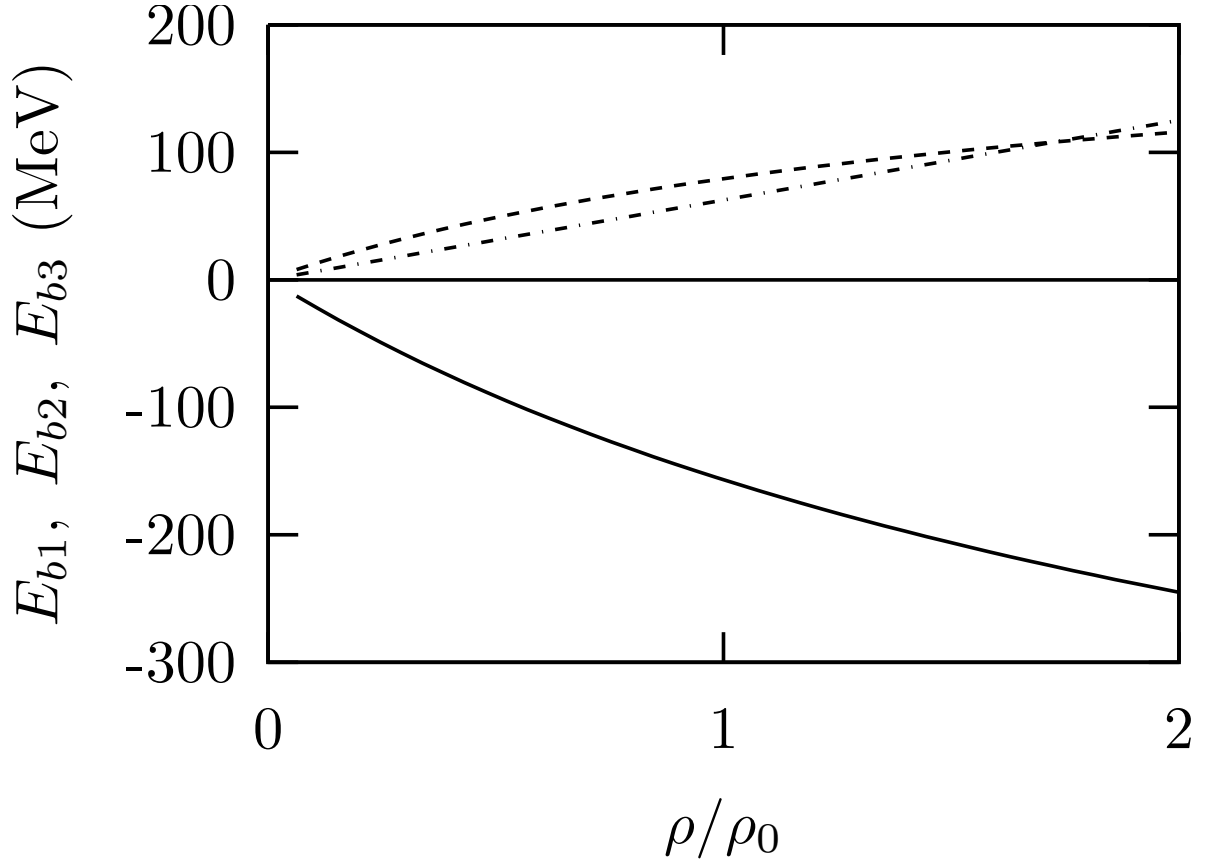


図 4.2 核密度 ρ に対する核子あたりの結合エネルギー E_b の各項の変化を示す。(4.1) 式の E_{b1} を実線、 E_{b2} を破線、 E_{b3} を一点破線で示す。

各項の値の大きさは 数 10 MeV から 数 100 MeV の値をとり、標準核密度 ρ_0 における E_b の値 -15.5 MeV と比較すると、極めて大きく、各項間の強い相殺が起きていることがわか

る。第1項は第4節に結果を示すが有効核子質量 M_{eff} が核密度増加に対して単調に減少することから、その値も減少する。 M_{eff} は $-\bar{\psi}g_{\sigma}^*(\sigma)\psi$ つまり σ 中間子の引力の効果により減少している。第2項と第3項についての核密度に対する寄与を検討するため、核密度に対する σ と ω の変化を図4.3に示す。

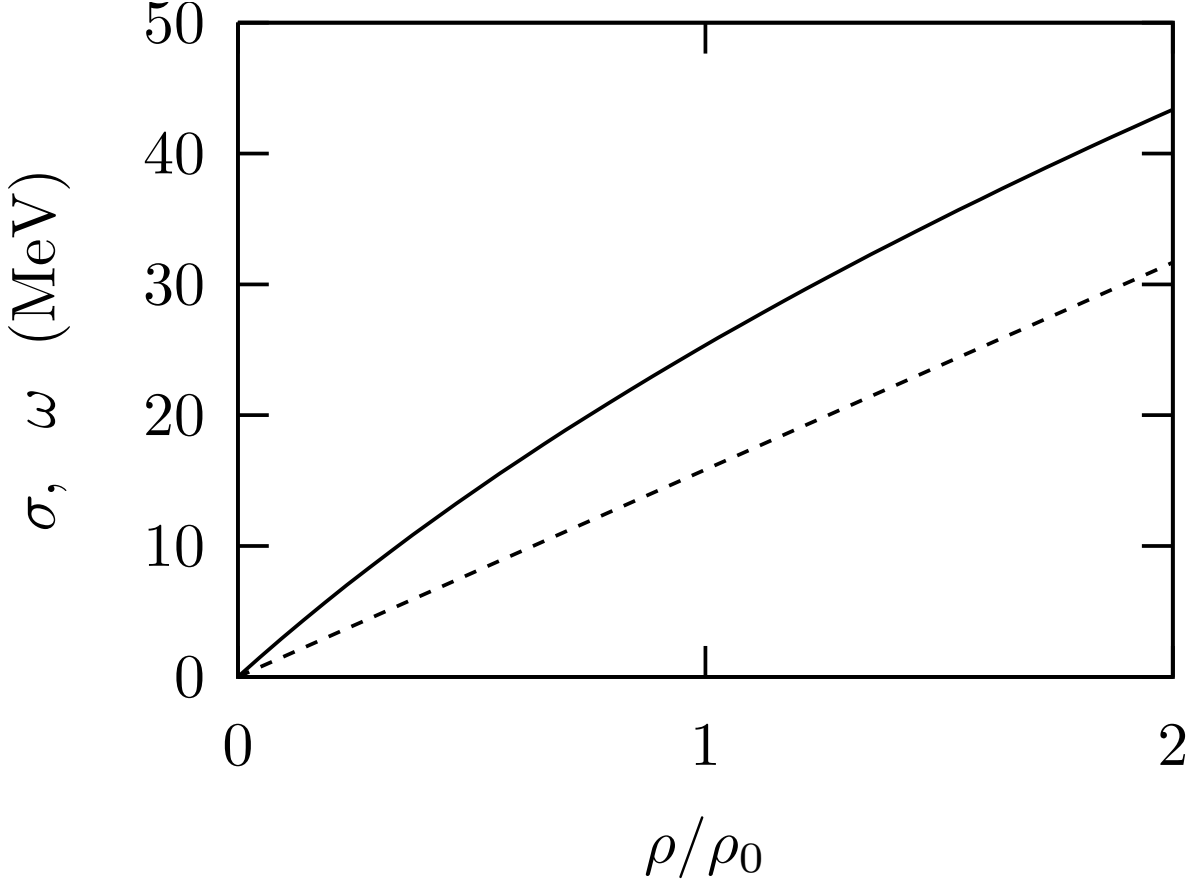


図4.3 核密度 ρ に対する核物質中の σ と ω の変化を示す。 σ を実線で、 ω を破線で示す。

σ と ω は核密度に対してともに単調に増加する。 ω は q-ZM1 モデルにおいて g_{ω}^* が定数であるので核密度 ρ に比例する。第2項と第3項は σ と ω の2乗と ρ の比であるので、やはり増加する。結合エネルギーは、標準核密度近辺では3項の増減が釣り合っていて、さらに密度が高いときつまり核子間距離が近い場合は ω の斥力により増加している。

σ がどれくらいの量が存在しているのかを、核子あたりの個数について検討した結果を付録Jで述べる。

4.2 圧力、非圧縮率、歪みの係数

最近、Dutra らにより 263 種類にもおよぶ相対論的平均場モデルに対して、実験や経験的な観点から妥当性の評価がなされた [37]。標準核物質については 4 種類の物理量について評価がされており、圧力に対しては 2 種類の評価がされている。核密度が $2 < \rho/\rho_0 < 4.6$ の範囲 [38] と $1.2 < \rho/\rho_0 < 2.2$ の範囲 [39] で実験の解析から得られた圧力の制限を用いられている。図 4.4 に、q-ZM1 モデルの結果と 2 つの圧力に対する制限範囲を示す。q-ZM1 モデルの結果はどちらの圧力に対する制限を満たしている。

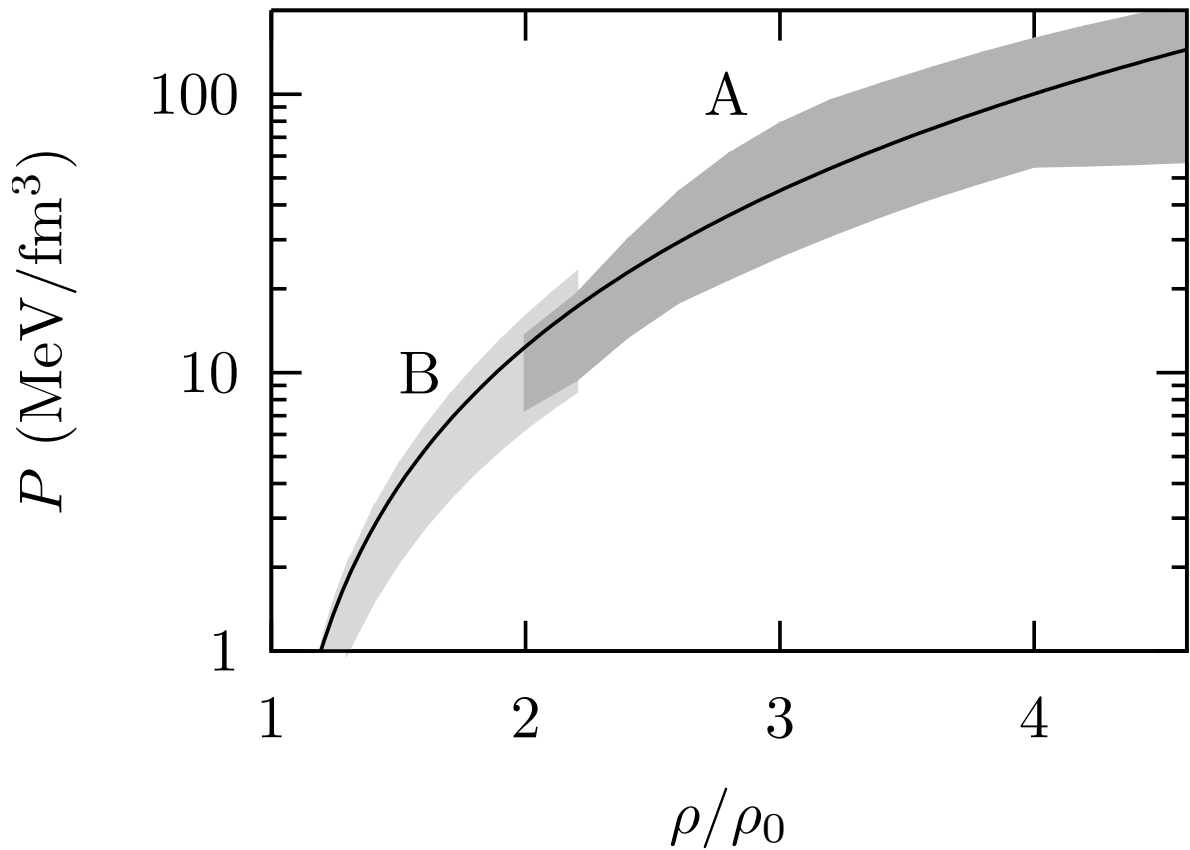


図 4.4 核密度 ρ に対する圧力 P の変化を示す。q-ZM1 モデルを実線、原子核-原子核散乱実験のフローの解析から制限される圧力の範囲を領域 A[38]、重イオン衝突実験の K 中間子生成の解析から制限される圧力の範囲を領域 B[39] で示す。

また、残りの2種類の評価は非圧縮率と歪みの係数である。標準核密度における非圧縮率と歪みの係数を表 4.2 に示す。どちらの値も条件を満たしている。

表 4.2 飽和核密度 ρ_0 における K 、 Q 。

モデル	K (MeV)	$-Q$ (MeV)
q-ZM1	245	524
実験の解析から得られた値	230 ± 40 [40, 41]	700 ± 500 [42]

q-ZM1 モデルは、以上の4種類の実験解析から得られた結果をすべて満たしており、標準核物質を扱う理論としては良いモデルと考えられる。

4.3 核子-中間子結合定数 $g_\sigma^*(\sigma)$ 、 $g_\omega^*(\sigma)$

図 4.5 に、核子-中間子結合定数 $g_\sigma^*(\sigma)$ と $g_\omega^*(\sigma)$ の核密度 ρ に対する変化を示す。 $g_\sigma^*(\sigma)$ は単調に減少する。一方、 $g_\omega^*(\sigma)$ は、q-ZM1 モデルにおいては、 $g_\omega^* = 3g_\omega^q$ と定義したので密度依存性をもたない。本モデルでは、一度 σ に依存した核子-中間子結合定数を求めてしまえば、核物質のみならず有限核に対しても、クォーク構造をもつ核子を扱っているにもかかわらず、核子-中間子モデルとして計算できるのでとても有用だと考えられる。

QMF モデル [31] では RBHF[32] の結果に合うように、フリーパラメータ a_σ 、 b_σ 、 a_ω 、 b_ω を使いクォーク中間子結合に $g_\sigma^q(\sigma) = a_\sigma - b_\sigma \sigma^{1/3}$ 、 $g_\omega^q(\sigma) = a_\omega - b_\omega \sigma^{1/3}$ のように σ を通して核密度依存性を導入している。 σ は核物質のスカラー密度に比例するので核密度の増加に対してクォーク-中間子結合定数は減少する。核子-中間子結合定数とクォーク-中間子結合定数の間には、 ω については $g_\omega^*(\sigma) = 3g_\omega^q(\sigma)$ と比例関係があるので同様に減少し、 σ についても厳密な比例関係はないが減少関数と考えられる。q-ZM1 モデルでは、 $g_\sigma(\sigma)$ は σ に対して QMF モデルと同様に単調減少関数であるが関数形は大きく異なり、 $g_\omega(\sigma)$ には σ 依存性を持っていない。

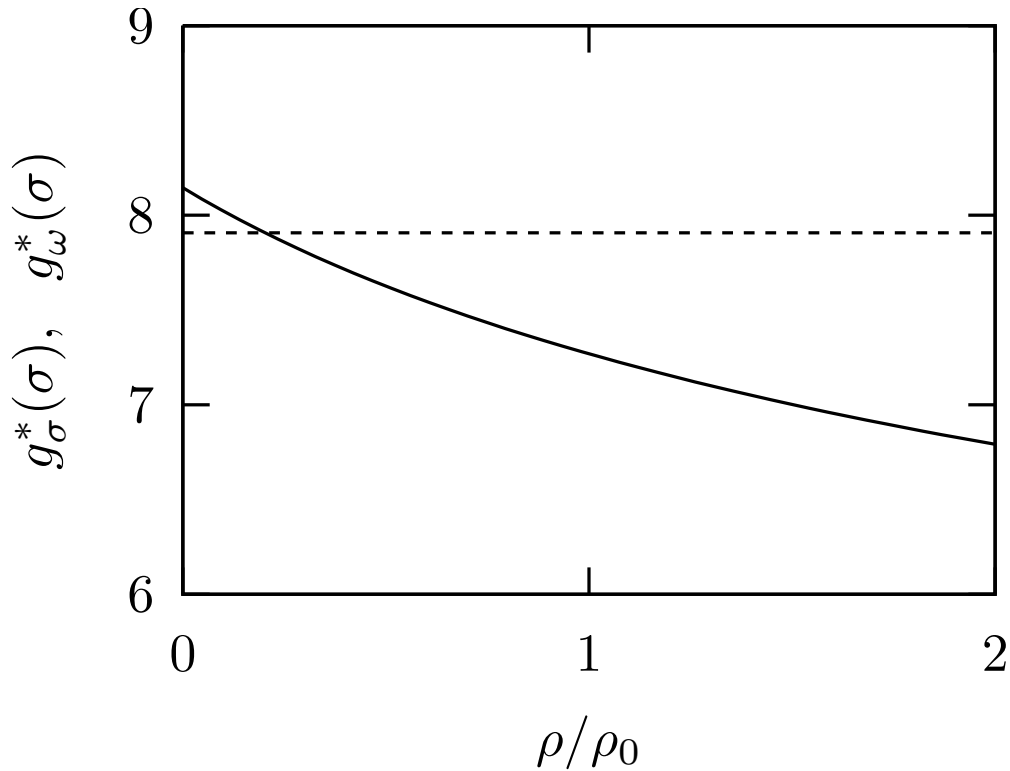


図 4.5 核密度 ρ に対する $g_\sigma^*(\sigma)$ と $g_\omega^*(\sigma)$ の変化を示す。 $g_\sigma^*(\sigma)$ を実線で、 $g_\omega^*(\sigma)$ を破線で示す。

4.4 有効核子質量

図 4.6 は、有効核子質量 (3.22) の核密度に対する変化を示す。

標準核密度 ρ_0 における有効核子質量 $M_{\text{eff}} = 754 \text{ MeV} = 0.8 M$ は ZM1 モデル [14] の値 $M_{\text{eff}} = 0.85 M$ に較べると少し小さいが、QMF モデル [31] の値 $M_{\text{eff}} = 0.62 M$ に較べるときわめて大きい。q-ZM モデルと ZM モデルの間では、結合エネルギーの核密度に対する変化はあまり差がないのに、有効核子質量は大きく異なる。高密度になると、q-ZM1 モデルと ZM1 モデルの間の差が大きくなるが、後で述べるスカラーポテンシャルの値に反映されている。

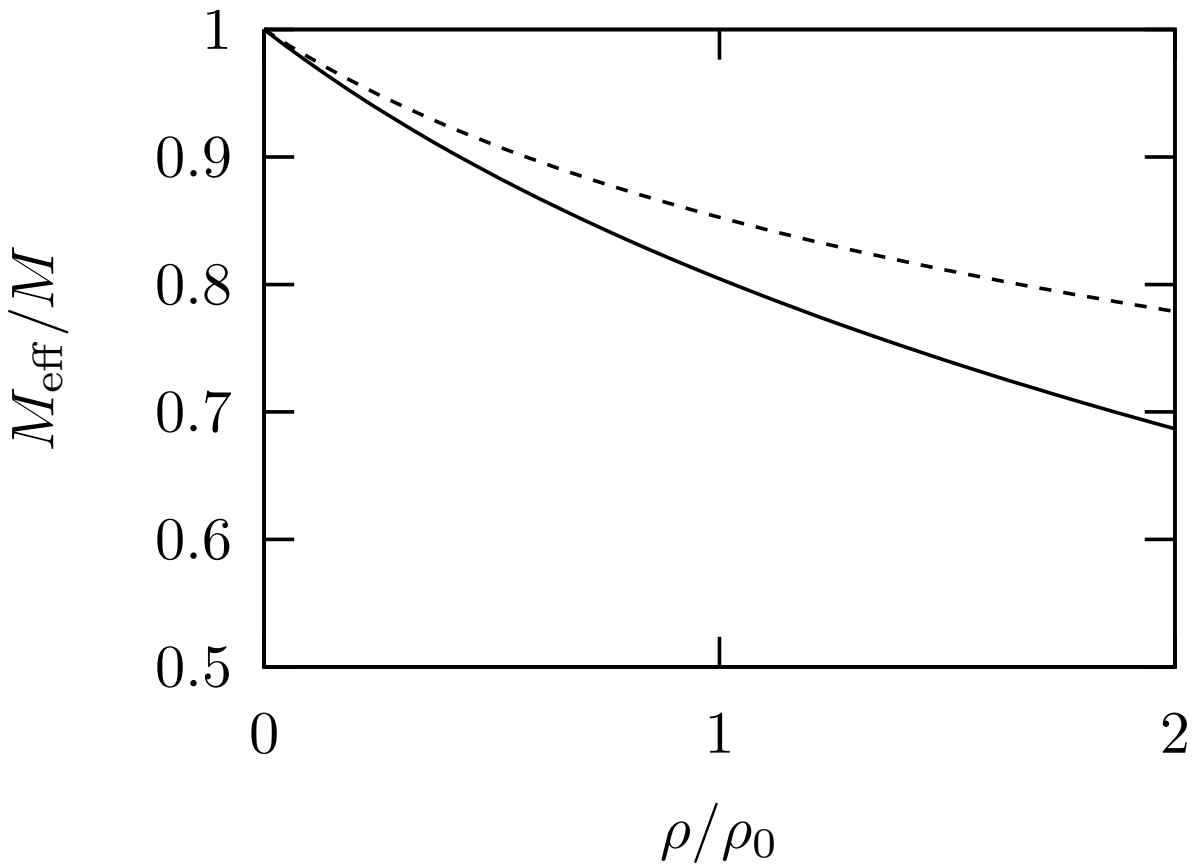


図 4.6 核密度 ρ に対する核物質中の有効核子質量 M_{eff} の変化を示す。有効核子質量 M_{eff} を核子質量 M の比で表す。q-ZM1 モデルの結果を実線、比較として ZM1 モデルの結果を破線で示す。

4.5 スカラーポテンシャルとベクターポテンシャル

図 4.7 は、核密度 ρ に対するスカラーポテンシャル $U_S = -g_\sigma^*(\sigma)\sigma$ とベクターポテンシャル $U_V = g_\omega^*(\sigma)\omega_0$ を示す。

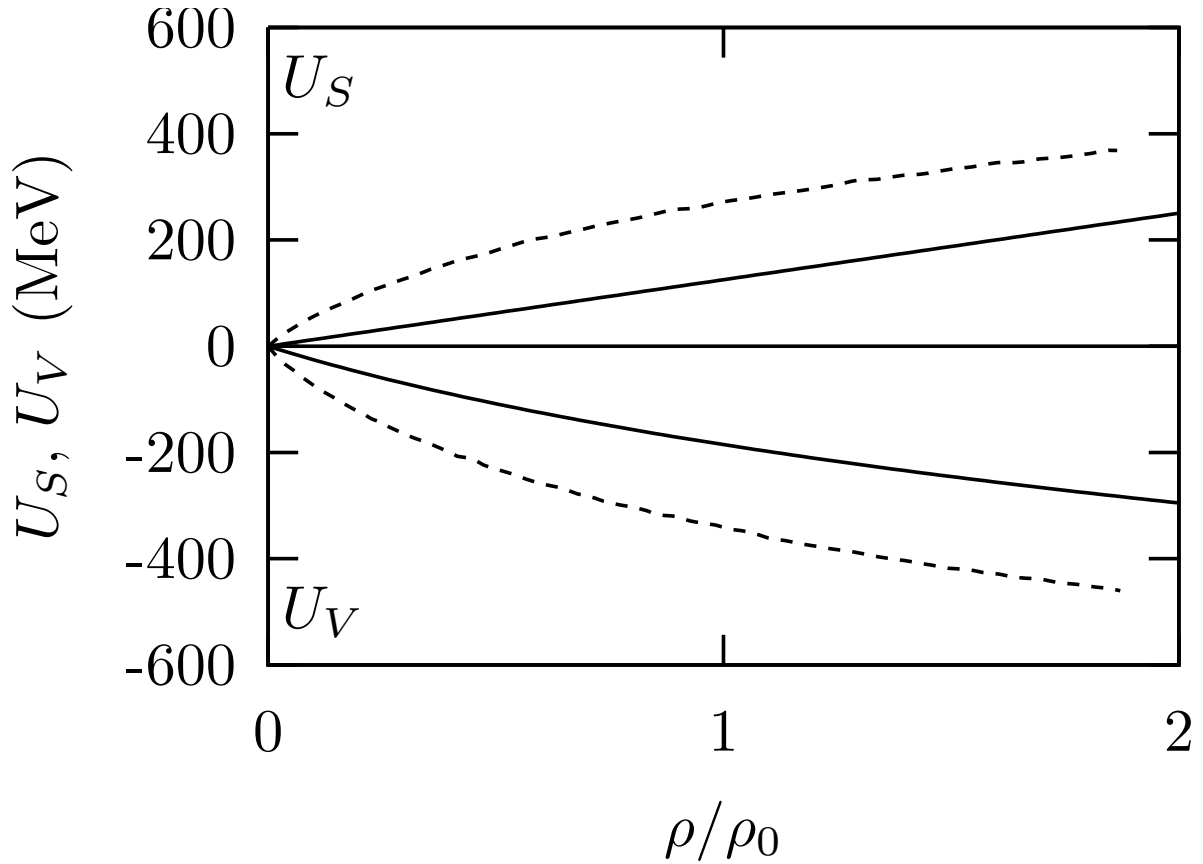


図 4.7 核密度 ρ に対する核物質中のスカラーポテンシャル U_S とベクターポテンシャル U_V の変化を示す。q-ZM1 モデルの結果を実線、比較のために実験を良く再現している QMF モデル [31] の結果を破線で示す。

表 4.3 は、標準核密度における U_S 、 U_V 、 $U_V - U_S$ を示す。

表 4.3 飽和核密度 ρ_0 における U_S 、 U_V 、 $U_V - U_S$ を示す。

モデル	U_S (MeV)	U_V (MeV)	$U_V - U_S$ (MeV)
q-ZM1	-186	126	311
QMF [31]	-350	270	620
ZM1 [13, 15]	-141	83	223

有限核に対して、 $U_V - U_S$ は大まかにはスピン軌道分離を与える。この点で、q-ZM1 モデルと QMF モデルの結果 [31] には大きな違いが生じる。QMF モデルは文献 [31] にあるように、 U_S と U_V が RBHF の結果を再現できるようにパラメータを決定している。RBHF の結果が妥当だと認めるなら、q-ZM1 モデルでの $U_V - U_S$ の値は小さすぎる。QMF モデルのおよそ半分であるが、オリジナルの ZM1 モデルに較べると大きい。このことは、 U_S の大きさについては核密度の増加に対して有効核子質量が早く減少することから示される。ZM モデルの欠点として、有限核のスピン軌道分離を説明するにはスピン軌道相互作用が小さすぎるこ
とが上げられている。この欠点を修正するために、Biro と Zimanyi [43] は、ZM モデルのラグランジアン密度にテンソル結合相互作用を追加した新しいモデルを提案している。さらに、Hua [44] により核物質の物性を変えずに、テンソル結合により有限核のスピン起動分離が実験値と一致させることができることが示されている。同様な考えは、本モデルにも適用できる可能性がある。

4.6 クォーク質量の変化量と有効核子質量

図 4.8 に、クォーク質量の変化量 δm_q の核密度に対する変化を示す [29]。核密度 $\rho \lesssim 2\rho_0$ の範囲では、 δm_q は 70 MeV 以下であり、標準核密度 ρ_0 で 45 MeV ある。単独の核子内のクォークの質量を 313 MeV に設定したので、標準核密度において 14% の減少と有効核子質量の減少に比べて小さくなっている。

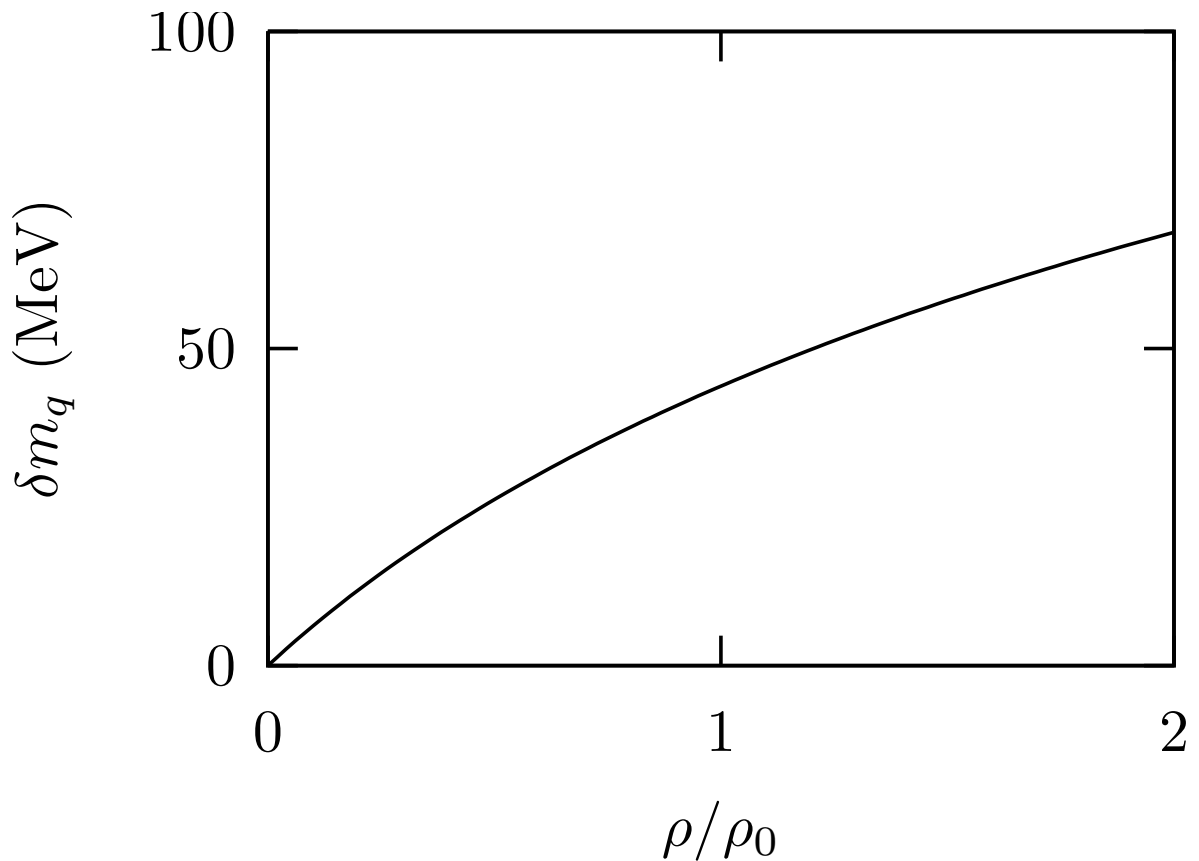


図 4.8 核密度 ρ に対するクォーク質量の変化量 δm_q を示す。

図 4.9 に、有効核子質量 M_{eff} を δm_q の関数として示す。 $\delta m_q \lesssim 70\text{MeV}$ の範囲では、線形近似が成り立つ。図 4.8 と合わせて考えると $\rho \lesssim 2\rho_0$ の範囲では線形近似が成り立つ考えられる。

3.4 節で議論したように、 $A_0 = -1/3(\partial M_{\text{eff}}/\partial(\delta m_q))|_{\delta m_q=0}$ が核子がクォーク構造をもつことによる核物質の物性への影響を表しているが、 $A_0 = 1.35$ となる。核子のクォーク構造を考えない場合の $A_0 = 1$ とは異なった値をもつ。

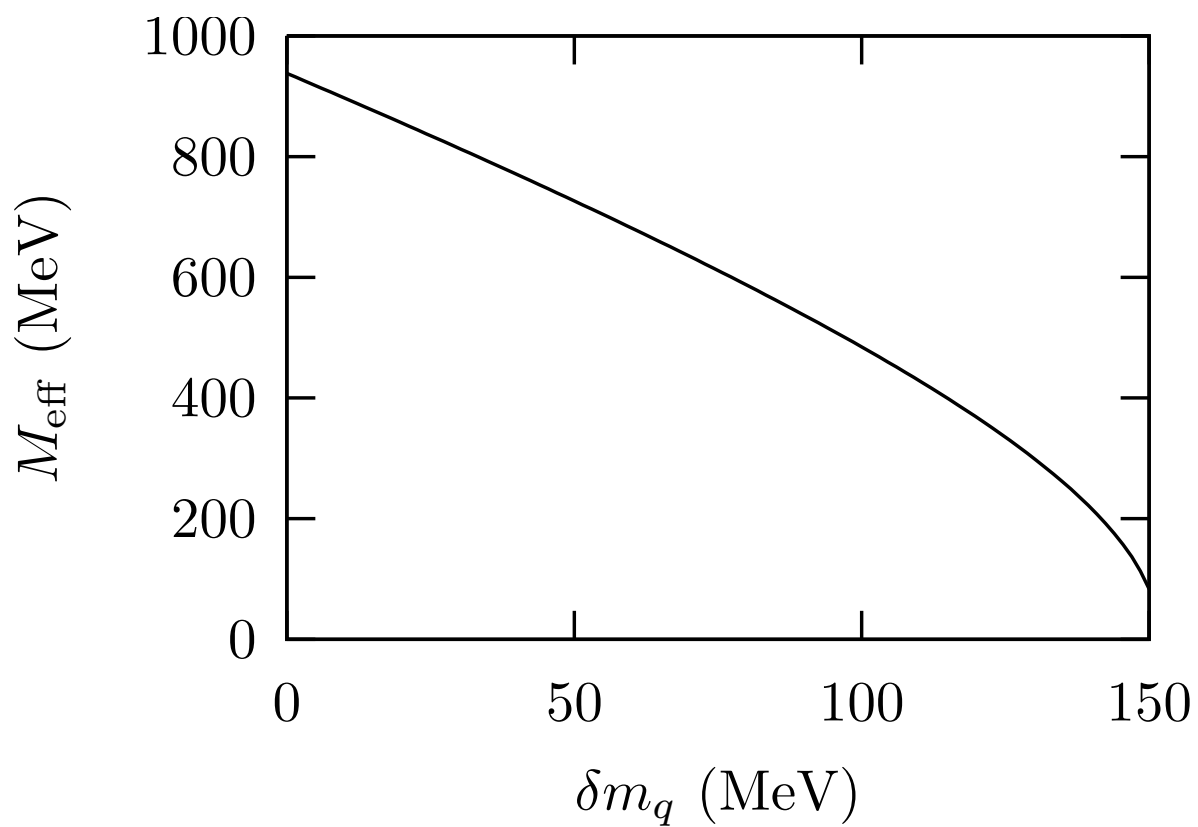


図 4.9 クォーク質量の変化量 δm_q に対する有効核子質量 M^* の変化を示す。

4.7 平均二乗核子半径

図 4.10 に、核物質中の核子の平均二乗半径を、単独で存在する核子の平均二乗半径との比として、核密度の対する変化を示す。平均二乗核子半径は、(3.48) 式から計算される。単独の核子の平均二乗半径 R_0 は、0.6 fm である。平均二乗核子半径は、核密度の増加に伴い緩やかに増大する。標準核密度 ρ_0 において、核子半径は 6 ~ 7% の増加であり、文献 [29, 30] と同程度である。これは、核物質中での核子のクォーク分布密度の変化の現れであり、(3.7) 式の中の閉じ込めポテンシャルの修正 ($kr^2/2 \rightarrow (\tilde{m}k)r^2/2$) により閉じ込めポテンシャルが小さくなることの影響もある。

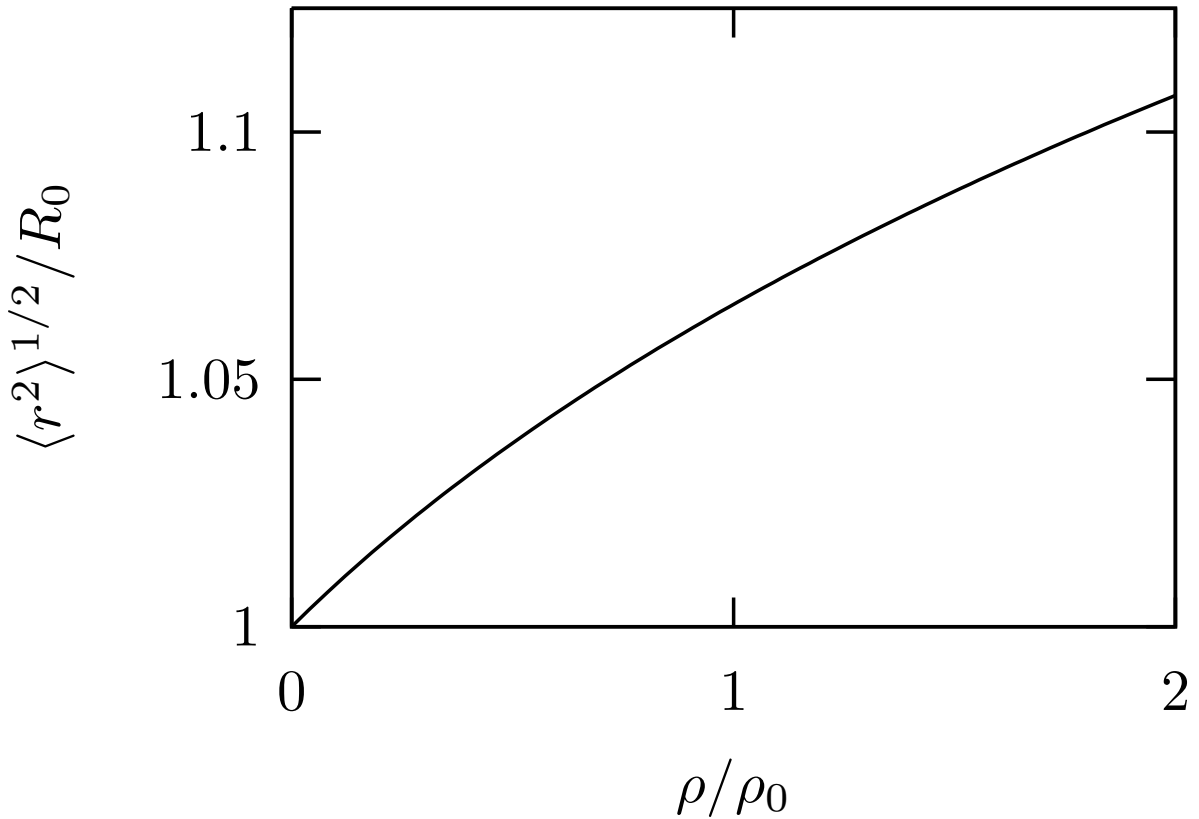


図 4.10 核密度 ρ に対する平均二乗核子半径の変化を示す。自由核子の半径 $R_0 = 0.6$ fm との比で示す。

4.8 有効核子質量に対するクォークの重心運動の影響

(3.23) 式の $\langle \mathbf{p}_{\text{cm}}^2 \rangle_N$ を、クォークの波動関数を用いて数値計算する。 M_{eff} の σ 依存性は、 ε^* と $\langle \mathbf{p}_{\text{cm}}^2 \rangle_N$ に含まれるが、 ε^* が M_{eff} の σ 依存性に主に貢献する。一方、 $\langle \mathbf{p}_{\text{cm}}^2 \rangle_N$ は M_{eff} ほどの σ 依存性はないし、 E_{spin} は σ に依存しない量としているが、値として同程度の大きさをもっているので、 $\langle \mathbf{p}_{\text{cm}}^2 \rangle_N$ は M_{eff} の ε^* への σ 依存性つまり核物質における核密度の変化にたいする寄与を弱める効果がある。 $\langle \mathbf{p}_{\text{cm}}^2 \rangle_N$ の値は、 $\rho = 0$ に比べて標準核密度 $\rho = \rho_0$ においてはおよそ 3.5% 減少し QMC モデル [45] と矛盾しない結果が得られている。

核物質中での核子の相対論的效果については、核子の最大の運動量が Fermi 運動量であり、その速度は、光速 $c = 1$ とすると、

$$k_F = \left(\frac{3\pi^2}{2} \rho_0 \right)^{1/3} = 264 \text{ MeV} \quad \rightarrow \quad v = \frac{k_F}{\sqrt{k_F^2 + M^2}} = 0.27 \quad (4.5)$$

$$k_F = \left(\frac{3\pi^2}{2} (2\rho_0) \right)^{1/3} = 333 \text{ MeV} \quad \rightarrow \quad v = \frac{k_F}{\sqrt{k_F^2 + M^2}} = 0.33 \quad (4.6)$$

$$k_F = \left(\frac{3\pi^2}{2} (4.6\rho_0) \right)^{1/3} = 439 \text{ MeV} \quad \rightarrow \quad v = \frac{k_F}{\sqrt{k_F^2 + M^2}} = 0.42 \quad (4.7)$$

となる。核子は高速で運動しているが光速に比べると核密度が高い場合 ($\rho/\rho_0 = 4.6$) においても半分以下である。構成子クォークが核子の $1/3$ の質量を持つので核子内で光速に比べて大きな速度を持たないことも合わせて考えると、本論文で用いた相対論的取り扱いでも妥当と考えられる。

第 5 章 q-ZM2 モデルの計算結果

本章では、q-ZM2 モデルの結果について述べる。

このモデルにおいては、2つのパラメータ (g_σ^q , g_ω^q) を決定する必要がある。これらの値は、標準核密度 $\rho_0 = 0.16 \text{ fm}^{-3}$ における核子の結合エネルギー $E_b = -15.5 \text{ MeV}$ を再現するように決めた。その結果、クォーク-中間子結合定数は、 $g_\sigma^q = 2.43$ と $g_\omega^q = 3.65$ になる。q-ZM2 モデルと ZM2 モデルで用いたパラメータを表 5.1 に示す。 C_σ^2 は、ZM2 モデルに比べてわずかに小さい値を取る。一方、 C_ω^2 は、およそ 1.4 倍と大きくなっている。q-ZM1 モデルと q-ZM2 モデルともに、ZM1 モデルと ZM2 モデルに比べて大きな値を取っており、核子- ω 中間子結合定数を大きくつまり結合を強くしないと核密度の飽和性が再現できないことを表している。

モデル	C_σ^2	C_ω^2	E_b	ρ_0
q-ZM2	206.2	139.2	-15.5	0.16
ZM2 [14]	219.3	100.5	-15.77	0.152
(ZM2	208.2	94.4	-15.5	0.16)*

表 5.1 各モデルについて、パラメータ C_σ^2 、 C_ω^2 、標準核密度 $\rho_0 \text{ (fm}^{-3}\text{)}$ における結合エネルギー $E_b \text{ (MeV)}$ を示す。* ZM2 モデル [14] について q-ZM2 と同条件で比較するために、 $\rho_0 = 0.16 \text{ fm}^{-3}$ と $E_b = -15.5 \text{ MeV}$ を用いて再計算した結果を示す。

まず、核子の結合エネルギーについての計算結果を示す。クォーク中間子間に微分結合を用いた影響について評価するために、実験に合わせるように結合定数にパラメータを含ませた QMF モデル [31] と比較する。また、核子がクォーク構造を持つことによる影響を評価するために、核子を内部構造を持たない点状粒子として扱っている ZM2 モデル [14] と比較する。

次に、圧力の核密度に対する変化、標準核密度における非圧縮率と歪みの係数について、実験の解析結果と比較してモデルの妥当性を検討する。

さらに、有効核子質量、核子-中間子結合定数、スカラーポテンシャル、ベクターポテンシャルの核密度に対する変化についての計算結果を示す。

5.1 結合エネルギー

図 5.1 に、核密度 ρ に対する核子あたりの結合エネルギー E_b の変化を示す。q-ZM1 モデルの場合と同様に 3 種類のモデルとも良く似た振る舞いをするが、q-ZM2 モデル、ZM2 モデル、QMF モデルの順に結合のエネルギーの曲線の傾きは小さくなっている。q-ZM2 モデルは少し固い状態方程式を与える。

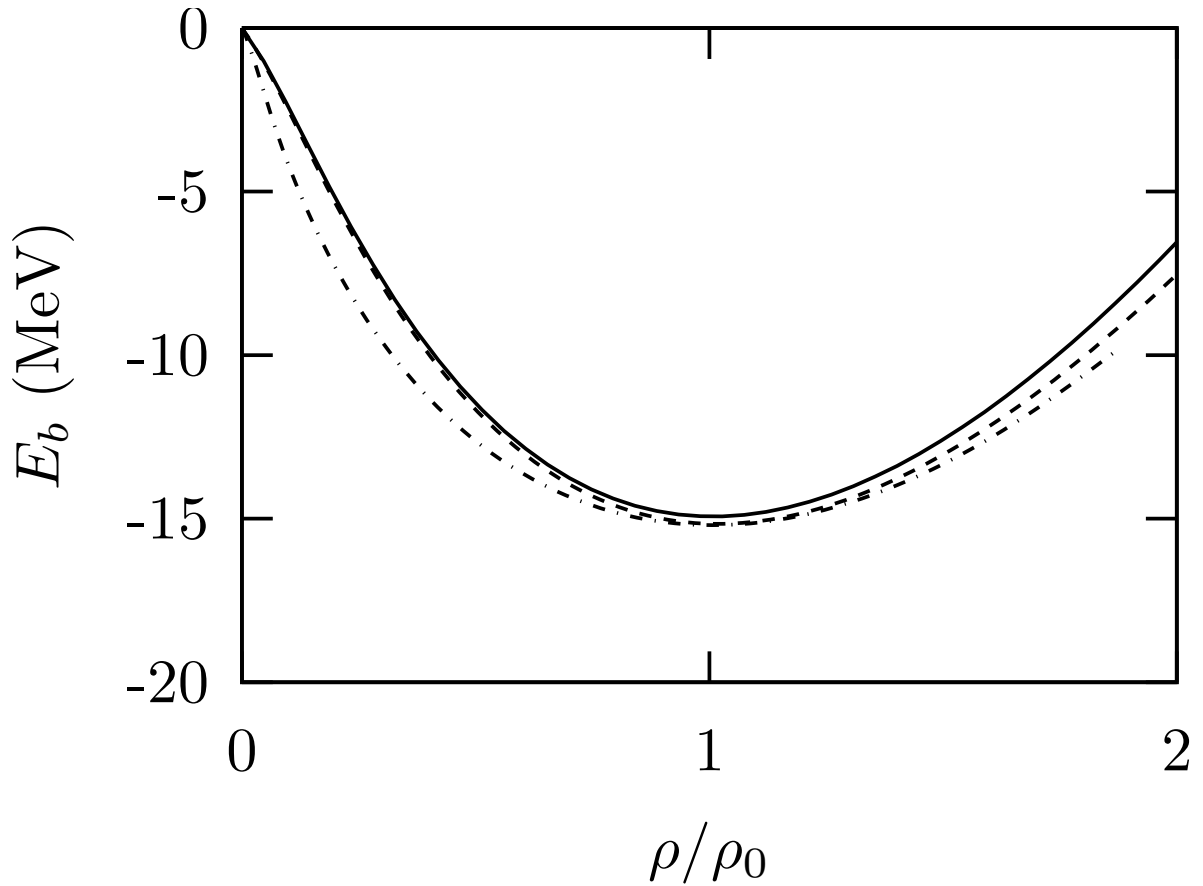


図 5.1 核密度 ρ に対する核子あたりの結合エネルギー E_b の変化を示す。核密度は標準核密度 ρ_0 との比で示す。以降の図においては核密度はすべて比で示す。q-ZM1 モデルによる結果は実線、比較のための ZM2 モデル（表 5.1 の再計算のパラメータ）の結果を破線、QMF モデル [31] の結果を一点破線で示す。

5.2 圧力、非圧縮率、歪みの係数

図 5.2 に、q-ZM2 モデルの結果と 2 つの圧力に対する制限範囲 [38, 39] を示す。q-ZM2 モデルの結果はどちらの圧力に対する制限を満たしている。

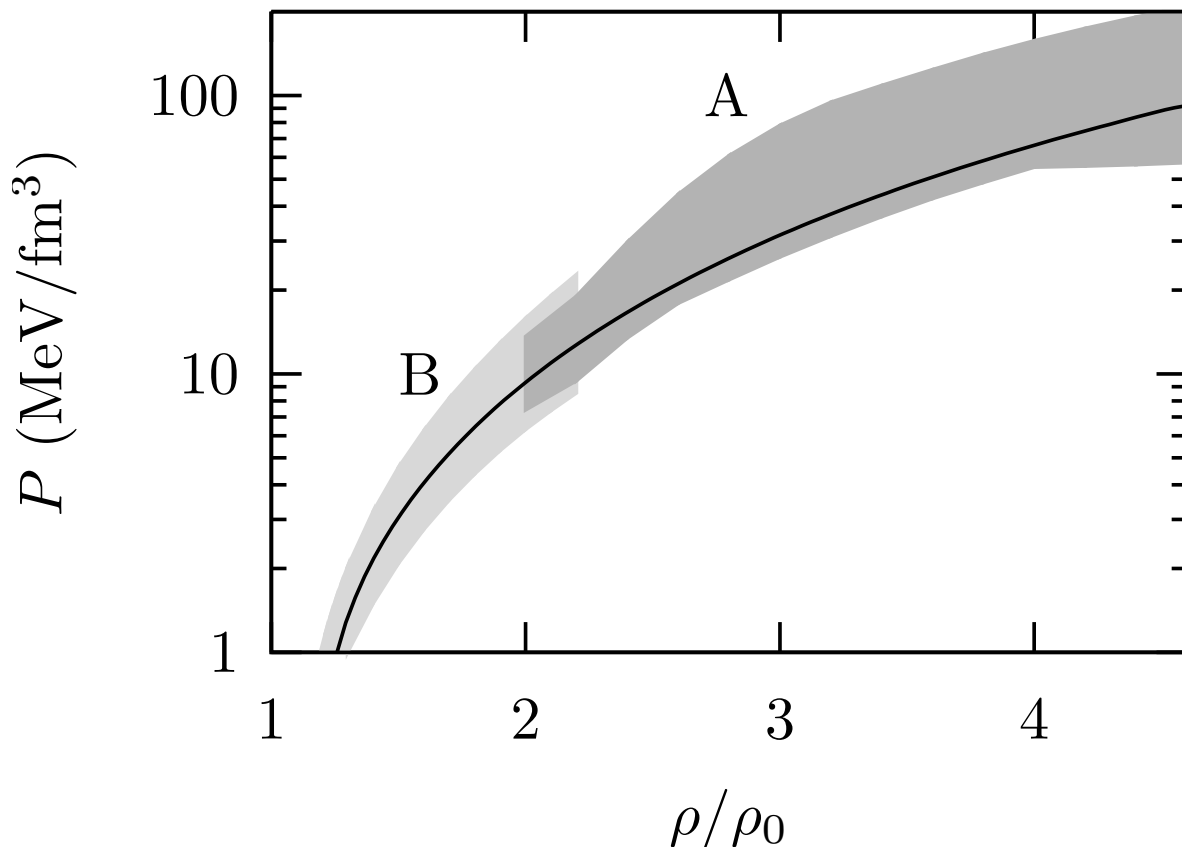


図 5.2 核密度 ρ に対する圧力 P の変化を示す。q-ZM2 モデルを実線、原子核-原子核散乱実験のフローの解析から制限される圧力の範囲を領域 A[38]、重イオン衝突実験の K 中間子生成の解析から制限される圧力の範囲を領域 B[39] で示す。

標準核密度における非圧縮率と歪みの係数を表 5.2 に示す。どちらの条件も満たしている。

表 5.2 飽和核密度 ρ_0 における K 、 Q 。

モデル	K (MeV)	$-Q$ (MeV)
q-ZM2	207	667
実験の解析から得られた値	230 ± 40 [40, 41]	700 ± 500 [42]

q-ZM2 モデルは、以上の 4 種類の実験解析から得られた結果をすべて満たしており、標準核物質を扱う理論としては良いモデルと考えられる。

5.3 核子 - 中間子結合定数 $g_\sigma^*(\sigma)$ 、 $g_\omega^*(\sigma)$

図 5.3 に、核密度に対する σ と ω の変化を示す。 σ と ω は核密度に対してともに単調に増加する。q-ZM2 モデルにおいては、 $g_\omega^* = 3\tilde{m}^{1/2}g_\omega^q$ と定義したので核密度依存性を持ち、(3.32) 式より核密度に比例せず、図では直線からわずかにずれた曲線になっている。

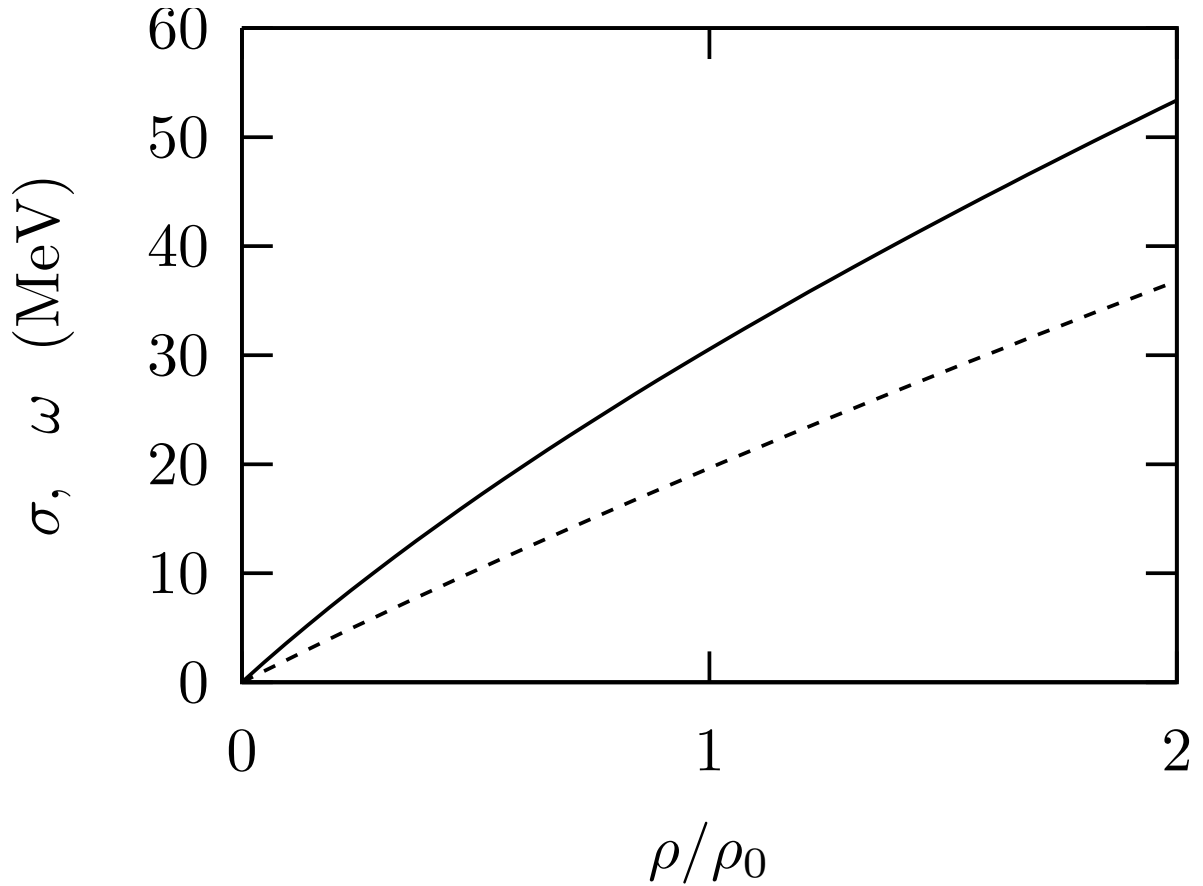


図 5.3 核密度 ρ に対する核物質中の σ と ω の変化を示す。 σ を実線で、 ω を破線で示す。

図 5.4 に、核子-中間子結合定数 $g_\sigma^*(\sigma)$ と $g_\omega^*(\sigma)$ の核密度に対する変化を示す。 $g_\sigma^*(\sigma)$ は単調に減少する。 $g_\omega^*(\sigma)$ は、q-ZM2 モデルにおいては、 $g_\omega^* = 3\tilde{m}^{1/2}g_\omega^q$ と定義したので核密度依存性を持ち単調に減少する。QMF モデル [31] において $g_\omega^q(\sigma) = a_\omega - b_\omega\sigma^{1/3}$ のように、 σ の増加に対して（つまり核密度の増加）減少する。q-ZM2 モデルでも減少することから、ベクターポテンシャルの振る舞いが q-ZM1 モデルと比較して変化していると考えられる。

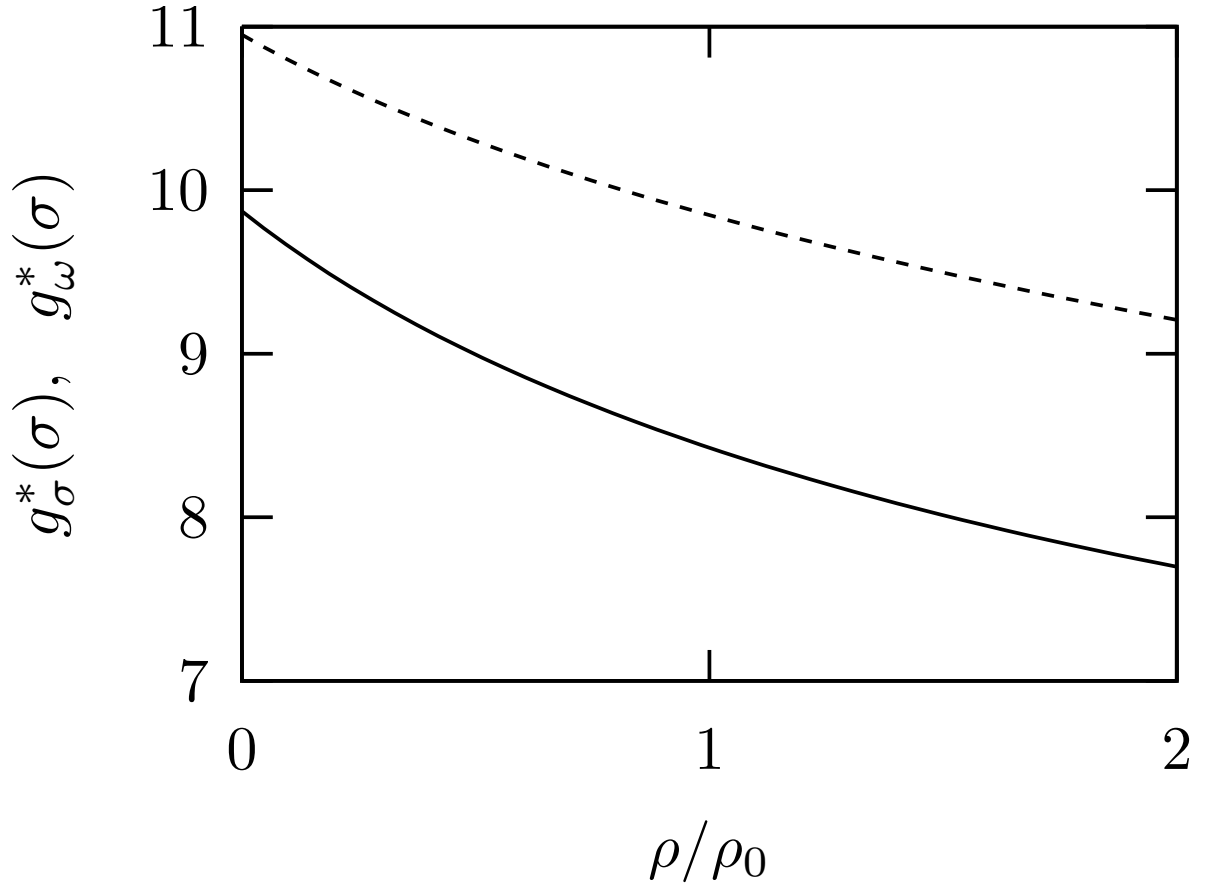


図 5.4 核密度 ρ に対する $g_\sigma^*(\sigma)$ と $g_\omega^q(\sigma)$ の変化を示す。 $g_\sigma^*(\sigma)$ を実線で、 $g_\omega^q(\sigma)$ を破線で示す。

5.4 有効核子質量

図 5.5 は、有効核子質量 (3.22) の核密度に対する変化を示す。核密度の増加に従って減少する。ZM2 モデルの値と比べると小さくなっている。標準核密度 ρ_0 においては、q-ZM2 モデルの値は $0.72 M$ であり、ZM2 モデルの値は $0.82 M$ である。有効核子質量は、スカラーポテンシャルと関係しているので、q-ZM2 モデルは ZM2 モデルに比べて、スカラーポテンシャルが変化していると考えられる。

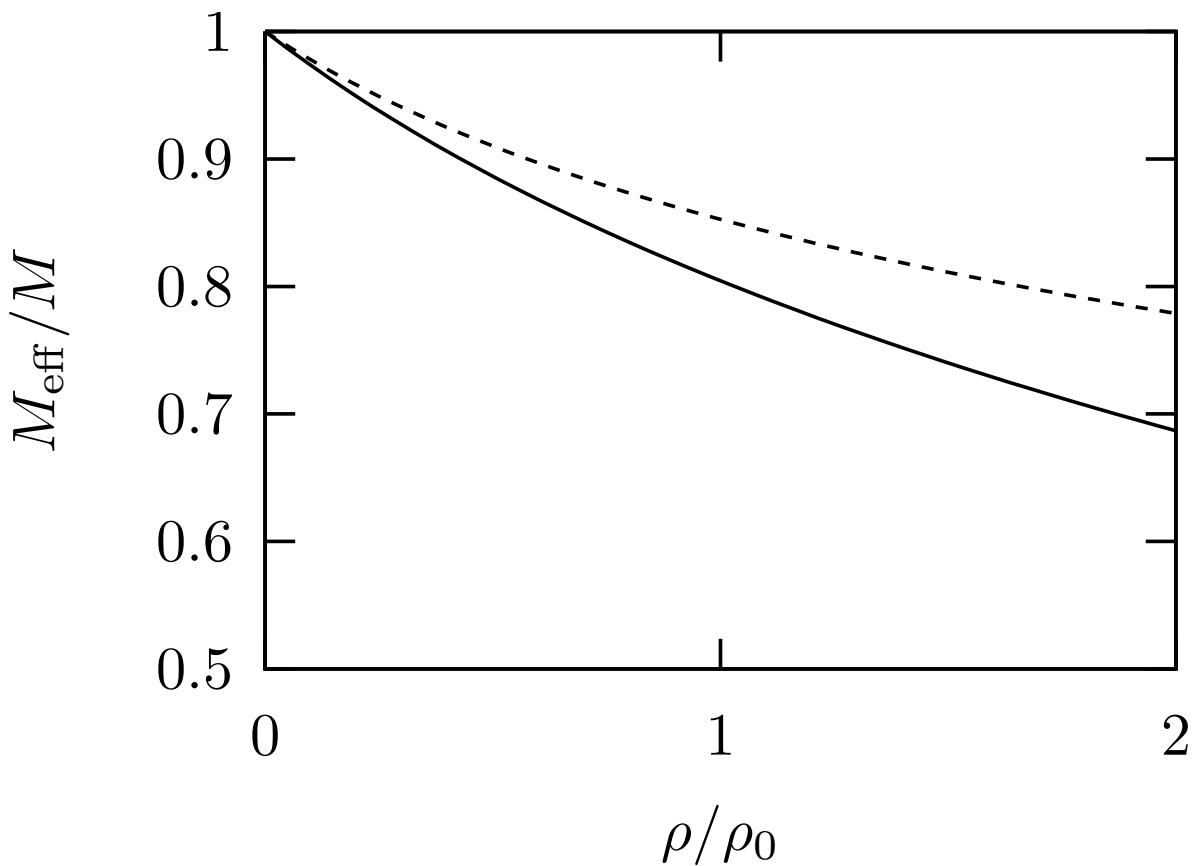


図 5.5 核密度 ρ に対する核物質中の有効核子質量 M_{eff} の変化を示す。有効核子質量 M_{eff} を核子質量 M の比で表す。q-ZM2 モデルの結果を実線、比較として ZM1 モデルの結果を破線で示す。

5.5 スカラーポテンシャルとベクターポテンシャル

図 5.6 は、核密度 ρ に対するスカラーポテンシャル $U_S = -g_\sigma^*(\sigma)\sigma$ とベクターポテンシャル $U_V = g_\omega^*(\sigma)\omega_0$ を示す。

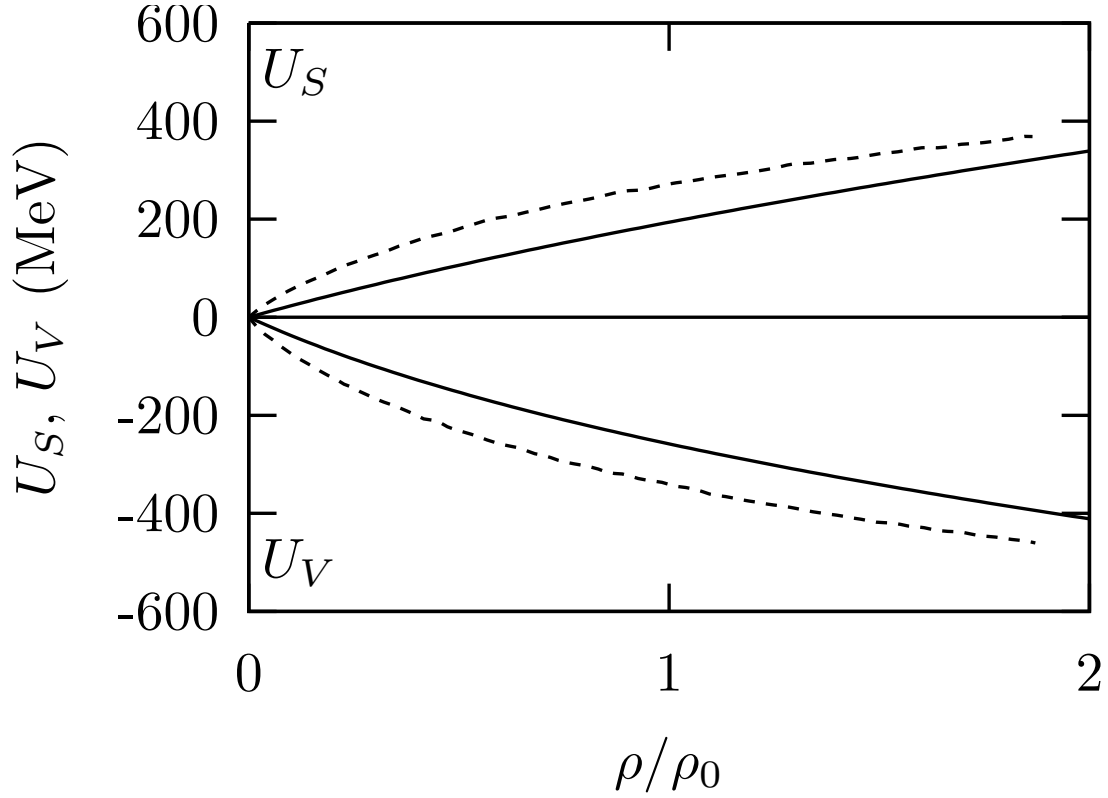


図 5.6 核密度 ρ に対する核物質中のスカラーポテンシャル U_S とベクターポテンシャル U_V の変化を示す。q-ZM2 モデルの結果を実線、比較のために QMF モデル [31] の結果を破線で示す。

表 5.3 は、標準核密度 ρ_0 における U_S 、 U_V 、 $U_V - U_S$ を示す。ZM2 に比べて改善しており、実験を再現している QMF モデルに対して 2/3 程度の値をとり、ZM モデルを含めた微分結合を用いたモデルのなかでも最も良い値が得られた。

表 5.3 飽和核密度 ρ_0 における U_S 、 U_V 、 $U_V - U_S$ を示す。

モデル	U_S (MeV)	U_V (MeV)	$U_V - U_S$ (MeV)
q-ZM2	-258	194	452
QMF [31]	-350	270	620
ZM2 [13, 15]	-167	109	277

第 6 章 q-ZM3 モデルの計算結果

本章では q-ZM3 モデルの結果について検討する。q-ZM3 モデルにおいては、標準核密度 ρ_0 において結合エネルギー E_b は極小を持つことがなく、核物質の飽和性を再現することができない。核密度 ρ に対する曲線の形状は、q-ZM1 モデルの場合に図 4.2 に示したように、引力と斥力の相殺にとっても敏感である。核子-中間子モデルである ZM モデルにおいても、ZM3 モデルが 3 種類の ZM モデルの中でも最も状態方程式が柔らかくなっており、q-ZM3 についてもより柔らかくなると類推できる。このことは、 $\rho \gtrsim \rho_0$ の領域で斥力が不足する結果である。q-ZM モデルを、文献 [36] を参考にして (3.7) 式の α を 0 から 1 の間の任意の値をとれるモデルに拡張する。q-ZM1 モデル、q-ZM2 モデル、q-ZM3 モデルはそれぞれ $\alpha = 0, 1/2, 1$ に対応する。 α と有効核子質量 M_{eff} の関係を図 6.1 に示す。

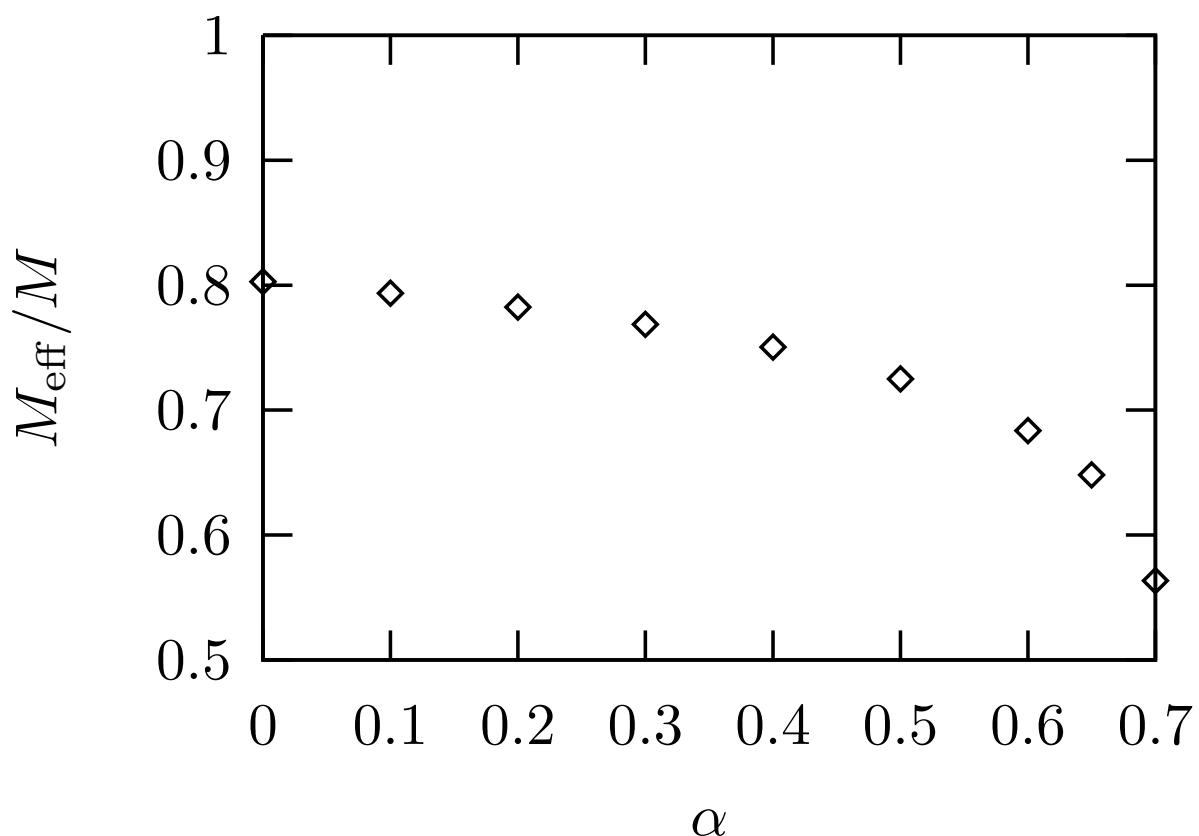


図 6.1 標準核密度 ρ_0 におけるパラメータ α と 有効核子質量 M_{eff} の関係を示す。有効核子質量 M_{eff} を核子質量 M の比で表す。

M_{eff} は $\alpha > 1/2$ の領域では急激に減少する。このことから、 $\alpha = 1$ に対応する q-ZM3 モデルでは核物質の飽和性が再現できないことが見て取れる。

ここで、平均場近似の範囲では核物質の飽和性を再現できないので、核物質の飽和性を与える候補として、核子のディラック真空を考えた時に生じる真空のゆらぎの効果を検討とする。真空のゆらぎの効果を検討するため、文献 [6, 9] の取り扱い方法を参考にする。等方的な σ 場中において、真空のゆらぎのために、 $(M - M_{\text{eff}})$ の変化によって生じる有限なエネルギー密度の修正項は文献 [9] の (5.65) 式

$$\Delta\mathcal{E}_{\text{VF}} = -\frac{1}{4\pi^2} \left[M^{*4} \ln \left(\frac{M^*}{M} \right) + M^3(M - M^*) - \frac{7}{2} M^2(M - M^*)^2 + \frac{13}{3} M(M - M^*)^3 - \frac{25}{12} (M - M^*)^4 \right] \quad (6.1)$$

で与えられる。q-ZM3 モデルでは $\Delta\mathcal{E}_{\text{VF}}$ を (3.33) 式に加えることで真空のゆらぎの効果を取り入れることができる。 $\Delta\mathcal{E}_{\text{VF}}$ は $(M - M_{\text{eff}})$ の 4 次の項まで含んでいて、q-ZM3 モデルにおいては $(M - M_{\text{eff}})$ が大きくなるため、q-ZM1、q-ZM2 モデルより大きな影響を受ける。以下では、 M_{eff} の評価を簡単にするために、次のように段階を踏んで計算する。最初に、(3.33) 式の σ を $\partial\mathcal{E}/\partial\sigma = 0$ を満足するように解いて、その時の σ を σ_0 とおく。但し、 $\Delta\mathcal{E}_{\text{VF}}$ は含めない。次に、(3.44) 式に $\Delta\mathcal{E}_{\text{VF}}$ を加えたエネルギー密度を用いて σ を計算する。

$$\sigma = -\frac{1}{m_\sigma^2} \left[-g_\sigma^*(\sigma_0)(\rho_s + \Delta\rho_{\text{VF}}) + \left(g_\omega^*(\sigma) \frac{\partial g_\omega^*(\sigma)}{\partial\sigma} \right) \right]_{\sigma=\sigma_0} \frac{1}{m_\omega^2} \rho^2 \quad (6.2)$$

但し、結合定数を定数として扱うために、 $\sigma = \sigma_0$ の場合の値 $g_\sigma^*(\sigma_0)$ 、 $g_\omega^*(\sigma_0)$ 、 $\partial g_\omega^*(\sigma)/\partial\sigma|_{\sigma=\sigma_0}$ を用いて近似する。ここで、 $\Delta\rho_{\text{VF}}$ はスカラー密度への真空のゆらぎの影響である。値は負であり ρ_s を減少させる。よって、スカラー密度は $\rho_s \rightarrow \rho_s + \Delta\rho_{\text{VF}}$ と修正される。有効核子質量は $M_{\text{eff}} = M - g_\sigma^*(\sigma_0)\sigma$ となり、 M_{eff} のセルフコンシステント方程式が得られる。

モデルのパラメータ (C_σ^2 、 C_ω^2) は、 $\Delta\mathcal{E}_{\text{VF}}$ を含んだ上で、核物質の飽和性を再現するように決定される。表 6.1 に、真空のゆらぎを取り入れた q-ZM3 モデルの結果と、真空のゆらぎを含んでいない ZM3 モデルの結果を示す。

モデル	C_σ^2	C_ω^2	E_b	ρ_0
q-ZM3	286.6	181.2	-15.5	0.16
ZM3 [14]	443.3	305.5	-15.76	0.149

表 6.1 各モデルについて、パラメータ C_σ^2 、 C_ω^2 、標準核密度 ρ_0 (fm^{-3}) における結合エネルギー E_b (MeV) を示す。

このパラメータを用いて計算すると、q-ZM1 モデル、q-ZM2 モデル、q-ZM3 モデルに対し

て、 $\Delta\rho_{\text{VF}}/\rho_s$ の比はそれぞれ 0.03、 0.07、 0.31 となる。 $\Delta\rho_{\text{VF}}$ の修正は、q-ZM1 モデルと q-ZM2 モデルについては小さい効果となるが、q-ZM3 モデルについては大きな影響を与える。

表 6.2 に標準核密度 ρ_0 における、 A_0 、 M_{eff}/M 、 K と $U_V - U_S$ の結果を示す。 M_{eff} は小

モデル	A_0	M_{eff}/M	K	$U_V - U_S$
q-ZM3	1.35	0.64	64.6	586.0
ZM3 [14]	1	0.72	155.74	470.71

表 6.2 標準核密度 ρ_0 における、 A_0 M_{eff}/M 、 $K(\text{MeV})$ 、 $U_S(\text{MeV})$ 、 $U_V(\text{MeV})$ の値を示す。

さく、 K は非常に小さく、 $U_V - U_S$ は大きすぎる。結論としては、真空のゆらぎの効果を取り入れることで、核物質の飽和性を再現することはできるが、それでも q-ZM3 モデルは良い物性値を得ることができない。

第 7 章 結論

本論文では、クォーク・中間子の微分結合を用いた核物質のモデルである q-ZM モデルを構築した。q-ZM モデルの特徴は、核物質中の核子にクォーク構造をもたせることで、他の核子からの影響による核子のクォーク構造の変化と、その変化の核物質への影響を議論できることである。

他のモデルとの違いは、Walecka モデルと ZM モデルは核子を内部構造を持たない素粒子として扱っていることである。また、QMF モデルは核子のクォーク構造を q-ZM モデルと同様に含んでいるが、クォークと σ 中間子の相互作用に直接結合を用いている点異なる。それに対して、q-ZM モデルではクォークと σ 中間子の相互作用に微分結合を用いており、それによりこのモデル特有な結果が得られている。

q-ZM モデルは、核子を構成子クォークモデルにより記述する第 1 ステップと、その核子から核物質を構成する第 2 ステップの 2 つステップからなる。

第 1 ステップでは、クォーク場と σ 中間子場、 ω 中間子場からなるラグランジアン密度から出発した。クォークは調和振動子型閉じ込めポテンシャルにより核子内に束縛され、そのクォークが核物質中の他の核子から生成される σ 中間子と ω 中間子と相互作用する。中間子場は第 2 ステップで求めた。クォークと σ 中間子の微分結合には任意性があり、3 種類の結合方法を検討した。それぞれ、q-ZM1、q-ZM2、q-ZM3 モデルとして議論した。対応する 3 種類のラグランジアン密度は、クォーク場と ω 中間子場に対してリスケールすることで、クォークと σ 中間子は直接結合し、3 種類の q-ZM モデルの差異を、クォーク- ω 中間子結合のみに繰り込めて統一した形式に変型できた。さらに、中間子場を平均場近似を用いて空間的に一様な定数の古典場 σ と ω に置き換えた。これらの変型により、核子中に束縛され、 σ と ω の平均場中を運動するクォークの Dirac 方程式が求まった。その Dirac 方程式を解くことにより、クォークの波動関数が求め、クォークのエネルギーから核子の有効質量が求めた。有効核子質量は σ 中間子の影響を受けているので、 σ の関数として求まった。

第 2 ステップでは、Walecka モデルと同形の核子と σ 中間子、 ω 中間子からなるラグランジアン密度から出発した。但し、核子と中間子間の結合定数は一定の値ではなく、 σ の関数として σ を通した間接的な核密度依存性を仮定した。核子と中間子の運動方程式を導いた後に、第 1 ステップと第 2 ステップを 2 つの量に着目して関連づけた。1 つ目は、第 2 ステップの核子- σ 中間子結合定数から求まる有効核子質量と、第 1 ステップの有効核子質量が等しいとすることである。これにより、核子- σ 中間子結合定数が決定された。2 つ目は、核物質全体では核子の密度はクォークの密度の 3 倍になることから、核子と ω 中間子の結合定数がクォークと ω 中間子の結合定数の 3 倍となるようにすることである。これにより、核子- ω 中間子結

合定数が決定された。この関連づけにより、核子の Dirac 方程式、 σ 中間子と ω 中間子の運動方程式を解くことできた。その解を用いて、核物質の結合エネルギーや圧力、核子の有効質量、スカラーポテンシャル、ベクターポテンシャルの核密度依存性、標準核密度における非圧縮率と歪みの係数を求めた。第 1 ステップで求めたクォークの波動関数から核子の平均二乗半径を求めた。

また、有効核子質量とクォーク質量の変化量の関係を検討することで、核子にクォーク構造を取り入れた影響が、核子にクォーク構造をもたない ZM モデルとの比較することで、主に 2 つの因子 A_0 と \tilde{M} で表せることがわかった。

数値計算の結果から以下のことがわかった。

q-ZM1 モデルと q-ZM2 モデルは、クォーク構造を持たない核子のモデルである ZM1 モデルと ZM2 モデルとそれぞれ比較すると、核密度に対する核子の結合エネルギーの変化がよく似ており、状態方程式の固さは同程度となるが、少しだけ柔らかくなった。

実験の解析から得られている結果として、標準核物質に対しては、2 つの核密度領域における圧力と、標準核密度における非圧縮率と歪みの係数の合わせて 4 つの物理量について、既に多くのモデルにおいて検討がなされている。今回の計算で、q-ZM1 モデルと q-ZM2 モデルの両方ともこの 4 つの結果すべてを満たしていた。このことから、q-ZM1 モデルと q-ZM2 モデルは、標準核物質を取り扱う範囲では、核物質中の核子にクォーク構造を取り込むことができ、かつ良く物性値を再現するモデルであると結論できる。

核子-中間子結合定数については、q-ZM1 モデルと q-ZM2 モデルの両方で、核子のクォーク構造から核密度に依存する核子- σ 中間子結合定数を導くことができた。核子- σ 中間子結合定数は核密度の増加とともに減少した。一方、核子- ω 中間子結合定数については、q-ZM1 モデルでは密度依存性を持たず一定であるのに対して、q-ZM2 モデルのみ核密度依存性を持つ。q-ZM2 モデルにおいて、核子のクォーク構造から核子- ω 中間子結合定数の密度依存性を決定できたことは大きな成果である。q-ZM2 モデルでは、核子- ω 中間子結合定数は核密度の増加とともに減少した。

スカラーポテンシャルとベクターポテンシャルについては、実験に合わせた QMF モデルと比較した場合、q-ZM1 モデルで半分程度、q-ZM2 モデルで 2/3 程度の値となり小さくなった。ZM モデルにおいても、小さな値が求まるので、微分結合を用いた影響と考えられる。但し、ZM モデルより大きめの値となり改善しており、q-ZM2 モデルが微分結合を用いたモデルの内でも最も良い値を与えた。

核物質中にあることで、核子が受けるクォーク構造の変化の評価の一つとして、核子の平均二乗半径を求めた。核子の平均二乗半径は核密度の増加に伴って緩やかに増大することがわかった。核子にクォーク構造をもつ QMF モデルも同様に増加することから、妥当なことだと考えられる。

核子にクォーク構造を取り込んだ影響を表す因子 A_0 は、核子有効質量とクォーク質量の変化量との関係から得られ、q-ZM モデルでは $A_0 = 1.35$ となった。ZM モデルでは、 $A_0 = 1$ でありその影響を因子として取り出すことができた。

一方、q-ZM3 モデルは、標準核密度において結合エネルギーの極小を持たず核物質の飽和性を再現できなかった。そこで、平均場近似をこえて飽和性を再現する効果として、真空のゆらぎの効果を取り入れることを考えた。その結果、飽和性を再現できたが、非圧縮率などの物性値があまり良くない値が得られた。以上のことから、q-ZM3 モデルは平均場近似も含め、利用可能なモデルと言えない。

今後の q-ZM モデルの研究課題として次の3つを上げる。第1に、核物質中にある核子のクォーク波動関数が得られたことから、核密度に対するクォーク構造の変化を調べることである。第2に、 σ を通して間接的ではあるが核密度に依存する核子-中間子結合定数が得られたことから、核密度に依存性を持つ核子-中間子結合定数からなるハドロンレベルの相対論的平均場モデルとして用いることである。第3に、標準核密度をこえる密度においても実験の解析に合う圧力が得られたことから、高密度核物質へ適用することである。モデルの拡張としては、 ρ 中間子を組み入れて、陽子と中性子数が異なる非対称核物質が扱えるようにすることがある。また、ストレンジネスをもつ重粒子を含むませることで、ハドロン物質を扱えるようにすることがある。

謝辞

修士課程、博士後期課程在学時から指導、助言そして数多くの議論をしていただいた二見靖彦名誉教授に心から感謝します。

有益な議論、主査として論文に対して助言をいただいた齋藤晃一教授に心から感謝します。

付録 A 自然単位系

自然単位系は、式中にたくさん現れる物理定数を減らして見やすくするために導入されたものである。物理量の単位を決めるには、質量 $[M]$ 、長さ $[L]$ 、時間 $[T]$ の3つのスケールを設定すれば良いので、(正確には5つであるが今回は言及しない)

$$\text{光速} : c = 3 \times 10^8 \text{m/s} = [L][T]^{-1} \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{aligned} \text{換算プランク定数} : \hbar (= h/(2\pi)) &= 6.6 \times 10^{-22} \text{MeV} \cdot \text{s} \\ &= [E][T] = [M][L]^2[T]^{-1} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

の2つを $c = \hbar = 1$ とし、さらにエネルギー $[E]$ の単位として MeV (メガ電子ボルト) を用いることで単位系を規定できる。 $\hbar c = 197 \text{ MeV} \cdot \text{fm} = [E][L]$ なので、 $1 \text{ fm}^{-1} = 197 \text{ MeV}$ と換算できる。

各基本的な物質量の単位は、

$$\text{長さ、時間} : \text{MeV}^{-1} \quad (\text{A.3})$$

$$\text{質量、エネルギー、運動量、ハミルトニアン、ラグランジアン} : \text{MeV} \quad (\text{A.4})$$

$$\text{ラグランジアン密度} : \text{MeV}^4 \quad (\text{A.5})$$

となる。ラグランジアン密度に含まれる場の量は

$$\text{クォーク場 } q, \text{ 核子場 } \psi : \text{MeV}^{3/2} \quad (\text{A.6})$$

$$\sigma \text{中間子場 } \sigma, \omega \text{中間子場 } \omega : \text{MeV} \quad (\text{A.7})$$

となる。

付録 B 相対論的表記と Bjorken-Drell メトリック

特殊相対論では、時間と空間を同等に扱うため物理量を 4 次元の量として扱う。自然単位系を用い、Bjorken-Drell[46] の文献を参考にすると、

$$4 \text{ 次元時空} : x^\mu = (t, x, y, z) = (t, \vec{x}) \quad (\text{B.1})$$

$$4 \text{ 元微分} : \frac{\partial}{\partial x^\mu} \equiv \partial_\mu = \left(\frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad (\text{B.2})$$

$$4 \text{ 元運動量} : p^\mu = (E, \vec{p}) \quad (\text{B.3})$$

と表せる。但し、 E はエネルギー、 \vec{p} は運動量である。Bjorken-Drell メトリックでは、 $x^\mu \equiv (x_0, x_1, x_2, x_3)$ と表記し、 μ は 0, 1, 2, 3 の値をとる。 x_μ のように μ が下付きのときは、 $x_\mu = (t, -x, -y, -z)$ 、つまり空間成分が反対符号を持つように定義する。

上付きと下付きに同じ添字をもつ場合は和を取り（アインシュタインの縮約）

$$4 \text{ 次元時空の長さ} : x^\mu x_\mu = x_0^2 - (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) \quad (\text{B.4})$$

$$\text{エネルギー保存} : p^\mu p_\mu = E^2 - \vec{p}^2 \quad (\text{B.5})$$

となる。

付録 C ラグランジアン密度

ラグランジアン密度は、場 $\phi(x)$ 、場の微分 $\frac{\partial\phi(x)}{\partial x_\mu}$ の汎関数

$$\mathcal{L}\left(\phi, \frac{\partial\phi}{\partial x_\mu}\right) \quad (\text{C.1})$$

であり、場が存在する空間 V について積分することで、ラグランジアンが

$$L = \int_V \mathcal{L}\left(\phi, \frac{\partial\phi}{\partial x_\mu}\right) d^3x \quad (\text{C.2})$$

と与えられる。最小作用の原理（ハミルトンの原理）

$$\delta \int L dt = \delta \int \mathcal{L}\left(\phi, \frac{\partial\phi}{\partial x_\mu}\right) d^3x dt \quad (\text{C.3})$$

$$= \delta \int \mathcal{L}\left(\phi, \frac{\partial\phi}{\partial x_\mu}\right) d^4x = 0 \quad (\text{C.4})$$

より、オイラーラグランジュ方程式

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi} - \frac{\partial}{\partial x^\mu} \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial\phi/\partial x^\mu)} \right) = 0 \quad (\text{C.5})$$

が得られる。この方程式に、具体的なラグランジアン密度を代入することで場の運動方程式が求まる。

付録 D γ 行列

核子（フェルミ粒子）の Dirac 方程式に含まれる γ 行列は、反交換関係

$$\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} \quad (\text{D.1})$$

$$g^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (\text{D.2})$$

を満たす 4 行 4 列の行列で、具体的な行列表現には任意性があるが、本論文では以下の表記を用いる [46]。

$$\gamma^0 = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 \\ 0 & -\mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (\text{D.3})$$

$$\gamma^k = \begin{bmatrix} 0 & -\sigma^k \\ \sigma & 0 \end{bmatrix} \quad k = 1, 2, 3 \quad (\text{D.4})$$

但し、 \mathbf{I} は 2 行 2 列の単位行列であり、 σ^k は 2 行 2 列のパウリ行列

$$\sigma^1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \sigma^2 = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} \quad \sigma^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (\text{D.5})$$

である。また、 γ^0 と等しい β と、 γ 行列に γ^0 を掛けた行列として α を

$$\beta = \gamma^0 = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 \\ 0 & -\mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (\text{D.6})$$

$$\alpha^k = \gamma^0 \gamma^k = \begin{bmatrix} 0 & \sigma^k \\ \sigma^k & 0 \end{bmatrix} \quad k = 1, 2, 3 \quad (\text{D.7})$$

と与える。

付録 E ラグランジアン密度のリスケール

まず、ZM1 モデルのラグランジアン密度 (2.2) 式をリスケールする。

$\tilde{M} = (1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M})^{-1}$ として、 $\psi \rightarrow \tilde{M}^{1/2} \psi$ とリスケールすると、

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{ZM1}} &= -\tilde{M}^{1/2} \bar{\psi} M \tilde{M}^{1/2} \psi \\
&\quad + \tilde{M}^{-1} \left(\tilde{M}^{1/2} \bar{\psi} \gamma^\mu i \partial_\mu (\tilde{M}^{1/2} \psi) - g_\omega \tilde{M}^{1/2} \bar{\psi} \gamma^\mu \omega_\mu \tilde{M}^{1/2} \psi \right) \\
&\quad - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) \\
&= -\bar{\psi} \tilde{M} M \psi + (\bar{\psi} \gamma^\mu i \partial_\mu \psi - g_\omega \bar{\psi} \gamma^\mu \omega_\mu \psi) \\
&\quad - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) \\
&= \bar{\psi} i \gamma_\mu \partial^\mu \psi - \bar{\psi} (M - \tilde{M}^1 g_\sigma \sigma) \psi + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) \\
&\quad + \tilde{M}^0 \left(-g_\omega \bar{\psi} \gamma_\mu \omega^\mu \psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu \right) \tag{E.1}
\end{aligned}$$

但し、 \tilde{M} を座標と位置によらないとし、 $M - \tilde{M} g_\sigma \sigma = \tilde{M} (M \tilde{M}^{-1} - g_\sigma \sigma)$
 $= \tilde{M} (M(1 + g_\sigma \sigma / M) - g_\sigma \sigma) = \tilde{M} M$ を用いた。

ZM2 モデルのラグランジアン密度 (2.3) 式をリスケールする。

$\psi \rightarrow \tilde{M}^{1/2} \psi$ 、 $\omega_\mu \rightarrow \tilde{M} \omega_\mu$ とリスケールすると、

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{ZM2}} &= -\tilde{M}^{1/2} \bar{\psi} M \tilde{M}^{1/2} \psi \\
&\quad + \tilde{M}^{-1} \left(\tilde{M}^{1/2} \bar{\psi} \gamma^\mu i \partial_\mu (\tilde{M}^{1/2} \psi) - g_\omega \tilde{M}^{1/2} \bar{\psi} \gamma^\mu \tilde{M} \omega_\mu \tilde{M}^{1/2} \psi \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{4} \tilde{M} F_{\mu\nu} \tilde{M} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \tilde{M} \omega_\mu \tilde{M} \omega^\mu \right) + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) \\
&= -\bar{\psi} \tilde{M} M \psi + \bar{\psi} \gamma^\mu i \partial_\mu \psi - \tilde{M} g_\omega \bar{\psi} \gamma^\mu \omega_\mu \psi \\
&\quad - \frac{1}{4} \tilde{M} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} \tilde{M} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) \\
&= \bar{\psi} i \gamma_\mu \partial^\mu \psi - \bar{\psi} (M - \tilde{M}^1 g_\sigma \sigma) \psi + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) \\
&\quad + \tilde{M}^1 \left(-g_\omega \bar{\psi} \gamma_\mu \omega^\mu \psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu \right) \tag{E.2}
\end{aligned}$$

ZM3 モデルのラグランジアン密度 (2.4) 式をリスケールする。

$\psi \rightarrow \tilde{M}^{1/2}\psi$ 、 $\omega_\mu \rightarrow \tilde{M}\omega_\mu$ とリスケールすると、

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{ZM3}} &= -\tilde{M}^{1/2}\bar{\psi}M\tilde{M}^{1/2}\psi \\
&\quad + \tilde{M}^{-1}\tilde{M}^{1/2}\bar{\psi}\gamma^\mu i\partial_\mu(\tilde{M}^{1/2}\psi) - g_\omega\tilde{M}^{1/2}\bar{\psi}\gamma^\mu\tilde{M}\omega_\mu\tilde{M}^{1/2}\psi \\
&\quad - \frac{1}{4}\tilde{M}F_{\mu\nu}\tilde{M}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\tilde{M}\omega_\mu\tilde{M}\omega^\mu + \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2) \\
&= -\bar{\psi}\tilde{M}M\psi + \bar{\psi}\gamma^\mu i\partial_\mu\psi - \tilde{M}^2g_\omega\bar{\psi}\gamma^\mu\omega_\mu\psi \\
&\quad - \frac{1}{4}\tilde{M}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\tilde{M}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu + \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2) \\
&= \bar{\psi}i\gamma_\mu\partial^\mu\psi - \bar{\psi}(M - \tilde{M}^1g_\sigma\sigma)\psi + \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2) \\
&\quad + \tilde{M}^2\left(-g_\omega\bar{\psi}\gamma_\mu\omega^\mu\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu\right)
\end{aligned} \tag{E.3}$$

以上の変型から、(2.8) 式が得られる。

次に、q-ZM1 モデルのラグランジアン密度 (3.1) 式をリスケールする。

$\tilde{m} = (1 + g_\sigma^q\sigma/m_q)^{-1}$ として、 $q \rightarrow \tilde{m}^{1/2}q$ とリスケールすると、

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{q-ZM1}} &= -\tilde{m}^{1/2}\bar{q}m_q\tilde{m}^{1/2}q - \tilde{m}^{1/2}\bar{q}\chi_c\tilde{m}^{1/2}q \\
&\quad + \tilde{m}^{-1}\left(\tilde{m}^{1/2}\bar{q}\gamma^\mu i\partial_\mu(\tilde{m}^{1/2}q) - g_\omega^q\tilde{m}^{1/2}\bar{q}\gamma^\mu\omega_\mu\tilde{m}^{1/2}q\right) \\
&\quad - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu + \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2) \\
&= -\bar{q}\tilde{m}m_qq - \bar{q}\tilde{m}\chi_cq + (\bar{q}\gamma^\mu i\partial_\mu q - g_\omega^q\bar{q}\gamma^\mu\omega_\mu q) \\
&\quad - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu + \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2) \\
&= \bar{q}i\gamma_\mu\partial^\mu q - \bar{q}(m_q - \tilde{m}g_\sigma^q\sigma)q - \bar{q}\tilde{m}\chi_cq + \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2) \\
&\quad - \tilde{m}^0g_\omega^q\bar{q}\gamma_\mu\omega^\mu q - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu
\end{aligned} \tag{E.4}$$

但し、 \tilde{m} を座標と位置によらないとし、

$m_q - \tilde{m}g_\sigma^q\sigma = \tilde{m}(m_q\tilde{m}^{-1} - g_\sigma^q\sigma) = \tilde{m}(m_q(1 + g_\sigma^q\sigma/m_q) - g_\sigma^q\sigma) = \tilde{m}m_q$ を用いた。

q-ZM2 モデルのラグランジアン密度 (3.2) 式をリスケールする。

$q \rightarrow \tilde{m}^{1/2}q$ 、 $\omega_\mu \rightarrow \tilde{m}^{1/2}\omega_\mu$ とリスケールすると、

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{q-ZM2}} &= -\tilde{m}^{1/2}\bar{q}m_q\tilde{m}^{1/2}q - \tilde{m}^{1/2}\bar{q}\chi_c\tilde{m}^{1/2}q \\
&\quad + \tilde{m}^{-1} \left(\tilde{m}^{1/2}\bar{q}\gamma^\mu i\partial_\mu(\tilde{m}^{1/2}q) - g_\omega^q\tilde{m}^{1/2}\bar{q}\gamma^\mu\tilde{m}^{1/2}\omega_\mu\tilde{m}^{1/2}q \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{4}\tilde{m}^{1/2}F_{\mu\nu}\tilde{m}^{1/2}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\tilde{m}^{1/2}\omega_\mu\tilde{m}^{1/2}\omega^\mu \right) + \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2) \\
&= -\bar{q}\tilde{m}m_qq - \bar{q}\tilde{m}\chi_cq + \bar{q}\gamma^\mu i\partial_\mu q - \tilde{m}^{1/2}g_\omega^q\bar{q}\gamma^\mu\omega_\mu q \\
&\quad - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu + \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2) \\
&= \bar{q}i\gamma_\mu\partial^\mu q - \bar{q}(m_q - \tilde{m}g_\sigma^q\sigma)q - \bar{q}\tilde{m}\chi_cq + \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2) \\
&\quad - \tilde{m}^{1/2}g_\omega^q\bar{q}\gamma_\mu\omega^\mu q - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu
\end{aligned} \tag{E.5}$$

q-ZM3 モデルのラグランジアン密度 (3.3) 式をリスケールする。

$q \rightarrow \tilde{m}^{1/2}q$ とリスケールすると、

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{q-ZM3}} &= -\tilde{m}^{1/2}\bar{q}m_q\tilde{m}^{1/2}q - \tilde{m}^{1/2}\bar{q}\chi_c\tilde{m}^{1/2}q \\
&\quad + \tilde{m}^{-1}\tilde{m}^{1/2}\bar{q}\gamma^\mu i\partial_\mu\tilde{m}^{1/2}q - g_\omega^q\tilde{m}^{1/2}\bar{q}\gamma^\mu\omega_\mu\tilde{m}^{1/2}q \\
&\quad - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu + \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2) \\
&= -\bar{q}\tilde{m}m_qq - \bar{q}\tilde{m}\chi_cq + \bar{q}\gamma^\mu i\partial_\mu q - \tilde{m}g_\omega^q\bar{q}\gamma^\mu\omega_\mu q \\
&\quad - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu + \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2) \\
&= \bar{q}i\gamma_\mu\partial^\mu q - \bar{q}(m_q - \tilde{m}g_\sigma^q\sigma)q - \bar{q}\tilde{m}\chi_cq + \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2) \\
&\quad - \tilde{m}^{1/2}g_\omega^q\bar{q}\gamma_\mu\omega^\mu q - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu
\end{aligned} \tag{E.6}$$

以上の変型から、(3.7) 式が得られる。

付録 F 中心力ポテンシャル中のクォークの Dirac 方程式

クォークの波動関数を

$$q(r) = \begin{pmatrix} i \frac{G_k(r)}{r} \Phi_{kn} \\ -\frac{F_k(r)}{r} \Phi_{-kn} \end{pmatrix} \quad (\text{F.1})$$

とにおいて、Dirac 方程式 (3.19) に代入すると、

$$\begin{cases} \left(\frac{d}{dr} + \frac{k}{r} \right) G - \left(\varepsilon^* + m_q + \frac{1}{2}kr^2 \right) F = 0 \end{cases} \quad (\text{F.2a})$$

$$\begin{cases} \left(\frac{d}{dr} - \frac{k}{r} \right) F - \left(\varepsilon^* - m_q - \frac{1}{2}kr^2 \right) G = 0 \end{cases} \quad (\text{F.2b})$$

となる。ここで、数値計算で解きやすいように、 $g = \frac{G}{r}$ 、 $f = \frac{F}{r}$ と置くと、

$$\begin{cases} \left(\frac{d}{dr} + \frac{k}{r} \right) (rg) - \left(\varepsilon^* + m_q + \frac{1}{2}kr^2 \right) (rf) = 0 \end{cases} \quad (\text{F.3a})$$

$$\begin{cases} \left(\frac{d}{dr} - \frac{k}{r} \right) (rf) - \left(\varepsilon^* - m_q - \frac{1}{2}kr^2 \right) (rg) = 0 \end{cases} \quad (\text{F.3b})$$

$\frac{dg}{dr}$ と $\frac{df}{dr}$ について変形すると、

$$\begin{cases} \frac{dg}{dr} = -\frac{1+k}{r}g + \left(\varepsilon^* + m_q + \frac{1}{2}kr^2 \right) f \end{cases} \quad (\text{F.4a})$$

$$\begin{cases} \frac{df}{dr} = -\frac{1-k}{r}f - \left(\varepsilon^* - m_q - \frac{1}{2}kr^2 \right) g \end{cases} \quad (\text{F.4b})$$

となる。 $r = 0$ での境界条件は、 $r \rightarrow 0$ で、 $\frac{dg}{dr}$ と $\frac{df}{dr}$ が発散しない場合は、 $r = 0$ のまわりで

$$\begin{cases} g(r) = g_0 + g_1r + g_2r^2 + \cdots \end{cases} \quad (\text{F.5a})$$

$$\begin{cases} f(r) = f_0 + f_1r + f_2r^2 + \cdots \end{cases} \quad (\text{F.5b})$$

と級数展開して、微分方程式に代入すると

$$\begin{aligned}
& g_1 + 2g_2r + 3g_3r^2 + \cdots \\
& = -\frac{1+k}{r}(g_0 + g_1r + g_2r^2 + \cdots) + \left(\varepsilon^* + m_q + \frac{1}{2}kr^2\right)(f_0 + f_1r + f_2r^2 + \cdots) \quad (\text{F.6})
\end{aligned}$$

となり、 r の次数で比較すると

$$r^{-1} \quad 0 = -(1+k)g_0 \quad g_0 = 0 \quad (k \neq -1) \quad (\text{F.7})$$

$$r^0 \quad 0 = -(1+k)g_1 + (\varepsilon^* + m_q)f_0 \quad g_1 = \frac{\varepsilon^* + m_q}{1+k}f_0 \quad (\text{F.8})$$

$$r^1 \quad 0 = -(1+k)g_0 + (\varepsilon^* + m_q)f_1 \quad g_2 = \frac{\varepsilon^* + m_q}{1+k}f_1 \quad (\text{F.9})$$

となる。また、

$$\begin{aligned}
& f_1 + 2f_2r + 3f_3r^2 + \cdots \\
& = -\frac{1-k}{r}(f_0 + f_1r + f_2r^2 + \cdots) - \left(\varepsilon^* - m_q - \frac{1}{2}kr^2\right)(g_0 + g_1r + g_2r^2 + \cdots) \\
& \hspace{15em} (\text{F.10})
\end{aligned}$$

となり、 r の次数で比較すると

$$r^{-1} \quad 0 = -(1-k)f_0 \quad f_0 = 0 \quad (k \neq 1) \quad (\text{F.11})$$

$$r^0 \quad 0 = -(1-k)f_1 - (\varepsilon^* - m_q)g_0 \quad f_1 = \frac{\varepsilon^* - m_q}{1-k}g_0 \quad (\text{F.12})$$

$$r^1 \quad 0 = -(1-k)f_0 - (\varepsilon^* - m_q)g_1 \quad f_2 = \frac{\varepsilon^* - m_q}{1-k}g_1 \quad (\text{F.13})$$

$$(\text{F.14})$$

となる。 $r = 0$ で、 $k = -1$ の場合の境界条件は

$$\begin{aligned}
& \begin{cases} g = g_0 & (\text{定数}) \\ f = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{dg}{dr} = 0 \\ \frac{df}{dr} = -\frac{\varepsilon^* - m_q}{2-k}g_0 \end{cases} \quad (\text{F.15})
\end{aligned}$$

となる。

付録 G 核物質のスカラー密度とバリオン密度

標準核物質を考えているので、核子のスピン (1/2) とアイソスピン (1/2) の自由度 $\gamma = 2 \times 2 = 4$ である。核子と反核子のフェルミ分布関数をそれぞれ n_k と \bar{n}_k とする。標準核物質の基底状態つまり絶対零度 $T = 0$ においては、 $n_k = \theta(k_F - k)$ 、 $\bar{n}_k = 0$ となる。

スカラー密度は、

$$\rho_s = \langle \bar{\psi} \psi \rangle = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int d^3k \frac{M_{\text{eff}}}{E^*} (n_k + \bar{n}_k) \xrightarrow{T=0} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} 4\pi \int_0^{k_F} dk k^2 \frac{M_{\text{eff}}}{E^*} \quad (\text{G.1})$$

$$= \frac{\gamma}{(2\pi)^3} 4\pi M_{\text{eff}} \int_0^{k_F} dk \frac{k^2}{\sqrt{k^2 + M_{\text{eff}}^2}} \quad (\text{G.2})$$

$$= \frac{\gamma}{2\pi^2} M_{\text{eff}} \left[\frac{1}{2} \left(k \sqrt{k^2 + M_{\text{eff}}^2} - M_{\text{eff}}^2 \log \left(k + \sqrt{k^2 + M_{\text{eff}}^2} \right) \right) \right]_0^{k_F} \quad (\text{G.3})$$

$$= \frac{\gamma}{4\pi^2} M_{\text{eff}} \left(k_F \sqrt{k_F^2 + M_{\text{eff}}^2} - M_{\text{eff}}^2 \log \frac{k_F + \sqrt{k_F^2 + M_{\text{eff}}^2}}{M_{\text{eff}}} \right) \quad (\text{G.4})$$

$$= \frac{\gamma}{4\pi^2} M_{\text{eff}} \left(k_F E_F - M_{\text{eff}}^2 \log \frac{k_F + E_F}{M_{\text{eff}}} \right) \quad (\text{G.5})$$

となる。但し、 $E_F = \sqrt{k_F^2 + M_{\text{eff}}^2}$ である。

バリオン密度 (核密度) は

$$\rho = \langle \psi^\dagger \psi \rangle = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int d^3k (n_k - \bar{n}_k) \xrightarrow{T=0} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} 4\pi \int_0^{k_F} dk k^2 \quad (\text{G.6})$$

$$= \frac{\gamma}{(2\pi)^3} 4\pi \frac{1}{3} k_F^3 = \frac{\gamma}{6\pi^2} k_F^3 \quad (\text{G.7})$$

$$k_F = \left(\frac{6\pi^2}{\gamma} \rho \right)^{\frac{1}{3}} \quad (\text{G.8})$$

となる。

付録 H 核物質のエネルギー密度、圧力、スカラーポテンシャル、ベクターポテンシャル

核物質のエネルギー密度は、

$$E_{\text{total}} = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int d^3k E^*(n_k + \bar{n}_k) + \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 \quad (\text{H.1})$$

$$\xrightarrow{T=0} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} 4\pi \int_0^{k_F} dk k^2 \sqrt{k^2 + M_{\text{eff}}^2} + \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2 \left(\frac{g_\omega^*}{m_\omega^2} \rho \right)^2 \quad (\text{H.2})$$

$$= \frac{\gamma}{2\pi^2} \left[\frac{1}{8} \left\{ k(k^2 + M_{\text{eff}}^2)^{\frac{3}{2}} + k^3 \sqrt{k^2 + M_{\text{eff}}^2} - M_{\text{eff}}^4 \log \left(k + \sqrt{k^2 + M_{\text{eff}}^2} \right) \right\} \right]_0^{k_F} + \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2} \frac{g_\omega^{*2}}{m_\omega^2} \rho^2 \quad (\text{H.3})$$

$$= \frac{\gamma}{16\pi^2} \left\{ k_F E_F^3 + k_F^3 E_F - M_{\text{eff}}^4 \log \frac{k_F + E_F}{M_{\text{eff}}} \right\} + \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2} \frac{g_\omega^{*2}}{m_\omega^2} \rho^2 \quad (\text{H.4})$$

となる。但し、 $E_F = \sqrt{k_F^2 + M_{\text{eff}}^2}$ である。

結合エネルギーの極値では圧力が 0 になる。圧力は

$$P = \frac{1}{3} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int d^3k \frac{k^2}{E^*} (n_k + \bar{n}_k) - \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 \quad (\text{H.5})$$

$$\xrightarrow{T=0} \frac{1}{3} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} 4\pi \int_0^{k_F} dk k^2 \frac{k^2}{\sqrt{k^2 + M_{\text{eff}}^2}} - \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2 \left(\frac{g_\omega(\sigma)}{m_\omega^2} \rho \right)^2 \quad (\text{H.6})$$

$$= \frac{\gamma}{6\pi^2} \left[\frac{1}{8} \left\{ k(2k^2 - 3M_{\text{eff}}^2) \sqrt{k^2 + M_{\text{eff}}^2} + 3M_{\text{eff}}^4 \log \left(k + \sqrt{k^2 + M_{\text{eff}}^2} \right) \right\} \right]_0^{k_F} - \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2} \frac{g_\omega^{*2}}{m_\omega^2} \rho^2 \quad (\text{H.7})$$

$$= \frac{\gamma}{48\pi^2} \left\{ k_F E_F (2k_F^2 - 3M_{\text{eff}}^2) + 3M_{\text{eff}}^4 \log \frac{k_F + E_F}{M_{\text{eff}}} \right\} - \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2} \frac{g_\omega^{*2}}{m_\omega^2} \rho^2 \quad (\text{H.8})$$

となる。

Dirac 方程式は、スカラーポテンシャル $U_S(r)$ とベクターポテンシャル $U_V(r)$ とすると

$$[i\gamma_\mu\partial^\mu - M + U_S(r) + \gamma^0 U_V(r)]\psi = 0 \quad (\text{H.9})$$

で与えられ定常状態の場合は

$$[-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta(M + U_S(r))]\psi = (E - U_V(r))\psi \quad (\text{H.10})$$

となる。(3.31)、(3.34)、(3.35) と比較して、

$$\begin{aligned} U_S &= -g_\sigma^*(\sigma)\sigma = M_{\text{eff}} - M \\ U_V &= g_\omega^*(\sigma)\omega_0 = E - E^* \end{aligned} \quad (\text{H.11})$$

となる。

付録 I スカラー密度とバリオン密度の関係

Dirac 方程式 (3.31) の第 2 量子化された平面波の解は [46]、

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{s, \vec{k}} \left[b_s(\vec{k}) U(\vec{k}, s) e^{-ikx} + d_s^\dagger(\vec{k}) V(\vec{k}, s) e^{ikx} \right] \quad (\text{I.1})$$

となり、ここで正エネルギー解

$$U(\vec{k}, s) = \sqrt{\frac{E_k^* + M^*}{2E_k^*}} \left(\frac{1}{\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{k}}{E_k^* + M^*}} \right) \phi_s \quad (\phi_s \text{ はスピン関数}) \quad (\text{I.2})$$

で与えられる。基底状態は $|\rangle = \prod_{|\vec{k}| < k_F} \prod_s b_s^*(\vec{k}) |0\rangle$ であるから

$$\rho_S = \langle \bar{\psi} \psi \rangle = 2 \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_s \int_0^{k_F} d^3 \vec{k} \bar{U}(\vec{k}, s) U(\vec{k}, s) \quad (\text{I.3})$$

となる。因子 2 はアイソスピンによる。一方 ρ は

$$\rho = \langle \psi^* \psi \rangle = 2 \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_s \int_0^{k_F} d^3 \vec{k} U^\dagger(\vec{k}, s) U(\vec{k}, s) \quad (\text{I.4})$$

となる。

$$\bar{U}(\vec{k}, s) U(\vec{k}, s) = \left[\frac{E_k^* + M^*}{2E_k^*} \right] \phi_s^\dagger \left[1 - \frac{(\vec{\sigma} \cdot \vec{k})(\vec{\sigma} \cdot \vec{k})}{(E_k^* + M^*)^2} \right] \phi_s = \frac{M^*}{E_k^*} \quad (\text{I.5})$$

また

$$U^\dagger(\vec{k}, s) U(\vec{k}, s) = 1 \quad (\text{I.6})$$

であるから

$$\rho_S = \frac{4}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3 \vec{k} \frac{M^*}{E_k^*} \quad (\text{I.7})$$

$$\rho = \frac{4}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3 \vec{k} 1 = \frac{2}{3\pi^2} k_F^3 \quad (\text{I.8})$$

となる。 ρ_S と ρ の関係を見るために ρ_S を書き直すと

$$\rho_S = \frac{4}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3 \vec{k} \frac{M^*}{E_k^*} \frac{\rho}{\rho} \quad (\text{I.9})$$

$$= \left(\left[\frac{4\pi k_F^3}{3} \right]^{-1} \left[\int_0^{k_F} d^3 \vec{k} \frac{M^*}{E_k^*} \right] \right) \rho \quad (\text{I.10})$$

となる。右辺の () 内は M^*/E_k^* のフェルミ海についての平均を表す。

$\frac{M^*}{E_k^*} \simeq \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$ (ローレンツ因子) となるから

$$\rho_S = \overline{\left\langle \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right\rangle} \rho \quad (\text{I.11})$$

と表せる。

付録 J σ の個数

核子 1 個に対する平均場近似したときの σ の個数を、 σ のエネルギー密度と σ 中間子の質量から概算する。標準核密度 ρ_0 において、

σ 中間子の質量 m_σ	550 MeV
σ 中間子の期待値 σ	25 MeV
σ のエネルギー密度 $\frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2$	12 MeV/fm ³
標準核密度 ρ_0	0.16 fm ⁻³

を用いると、

$$\left(\frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2/\rho_0\right)/m_\sigma = 0.14 \quad (\text{J.1})$$

となる。標準核密度において、核子間の平均距離は 1.8 fm であり、 σ 中間子の到達距離（コンプトン波長程度）が 0.4 fm 程度なので大きな値を持たないことは妥当と考えられる。

参考文献

- [1] C. F. von Weizsäcker, Z. Phys. **96**, 431 (1935).
- [2] V. G. J. Stoks, R. A. M. Klomp, C. P. F. Terheggen, and J. J. de Swart, Phys. Rev. C **49**, 2950 (1994).
- [3] R. B. Wiringa, V. G. J. Stoks, and R. Schiavilla, Phys. Rev. C **51**, 38 (1995).
- [4] R. Machleidt, Phys. Rev. C **63**, 024001 (2001).
- [5] J. D. Walecka, Ann. Phys. **83**, 491 (1974).
- [6] S. A. Chin, Ann. Phys. **108**, 301 (1977).
- [7] B. D. Serot and J. D. Walecka, Phys. Rev. B **87**, 172 (1980).
- [8] C. J. Horowitz and B. D. Serot, Nucl. Phys. A **368**, 503 (1981).
- [9] B. D. Serot and J. D. Walecka, Adv. Nucl. Phys. **16**, 1 (1986).
- [10] J. Boguta and A. R. Bodmer, Nucl. Phys. A **292**, 413 (1977).
- [11] K. Miyazaki, Prog. Theor. Phys. **93**, 137 (1995).
- [12] K. Minagawa, M. Kawabata, K. Saito, Prog. Theor. Phys. **118**, 175 (2007).
- [13] J. Zimanyi and S. A. Moszkowski, Phys. Rev. C **42**, 1416 (1990).
- [14] A. Delfino, C. T. Coelho, M. Malheiro, Phys. Lett. B **345**, 361 (1995).
- [15] A. Delfino, C. T. Coelho, M. Malheiro, Phys. Rev. C **51**, 2188 (1995).
- [16] M. Chiapparini, A. Delfino, M. Malheiro, A. Gattone, Z. Phys. A **357**, 42 (1997).
- [17] K. Miyazaki, Prog. Theor. Phys. **91**, 1271 (1994).
- [18] M. Gell-Mann, Phys. Lett. **8**, 214 (1964).
- [19] G. Zweik, CERN report No. 8182/TH 401 (1964).
- [20] J. Aubert et al., Phys. Lett. B **123**, 275 (1982).
- [21] A. Chodos, R. L. Jaffe, K. Johnson, C. B. Thorn, and V. F. Weisskopf, Phys. Rev. D **9**, 3471 (1974).
- [22] P. A. M. Guichon, Phys. Lett. B **200**, 235 (1988).
- [23] K. Saito and A. W. Thomas, Phys. Lett. B **327**, 9 (1994).
- [24] K. Saito and A. W. Thomas, Nucl. Phys. A **574**, 659 (1994).

- [25] K. Saito and A. W. Thomas, Phys. Lett. B **335**, 17 (1994).
- [26] K. Saito and A. W. Thomas, Phys. Lett. B **363**, 157 (1995).
- [27] Xuemin Jin and B. K. Jennings, Phys. Rev. C **54**, 1427 (1996).
- [28] N. Isgur and G. Karl, Phys. Rev. D **18**, 4187 (1978).
- [29] H. Toki, U. Meyer, A. Faessler and R. Brockmann, Phys. Rev. C **58**, 3749 (1998).
- [30] H. Shen and H. Toki, Phys. Rev. C **61**, 045205 (2000).
- [31] Y. H. Tan, H. Shen, and P. Z. Ning, Phys. Rev. C **63**, 055203 (2001).
- [32] R. Brockmann and R. Machleidt, Phys. Rev. C **42**, 1965 (1990).
- [33] M. Kawabata, S. Akiyama, Y. Futami, T. Nakasone, and T. Yukino, Phys. Rev. C **77**, 054314 (2008).
- [34] M. Kawabata, and Y. Futami, Phys. Rev. C **90**, 064307 (2014).
- [35] S. Fleck, W. Bentz, K. Shimizu and K. Yazaki, Nucl. Phys. A **510**, 731 (1990).
- [36] A. Delfino, M. Chiapparini, M. Malheiro, L. V. Belvedere, A. O. Gattone, Z. Phys. A **355**, 145 (1996).
- [37] M. Dutra, O. Loureno, S. S. Avancini, B. V. Carlson, A. Delfino, D. P. Menezes, C. Providencia, S. Typel, and J. R. Stone, Phys. Rev. C **90**, 055203 (2014).
- [38] P. Danielewicz, R. Lacey, and W. G. Lynch, Science **298**, 1592 (2002).
- [39] W. G. Lynch, M. B. Tsang, Y. Zhang, P. Danielewicz, M. Famiano, Z. Li, and A. W. Steiner, Prog. Part. Nucl. Phys. **62**, 427 (2009).
- [40] E. Khan, J. Margueron, and I. Vidaa, Phys. Rev. Lett. **109**, 092501 (2012).
- [41] E. Khan and J. Margueron, Phys. Rev. C **88**, 034319 (2013).
- [42] M. Farine, J. M. Pearson, and F. Tondeur, Nucl. Phys. A **615**, 135 (1997).
- [43] T. S. Biro and J. Zimanyi, Phys. Lett. B **391**, 1 (1997).
- [44] G. Hua, Y. X. Liu, S. Yang, Phys. Rev. C **63**, 044320 (2001).
- [45] P. A. M. Guichon, K. Saito, E. Rodionov and A. W. Thomas, Nucl. Phys. A **601**, 349 (1996).
- [46] J. D. Bjorken, S. D. Drell, Relativistic Quantum Mechanics, McGraw-Hill, (1964).