氏名（本籍）	**桃崎智隆**（愛知県）
学位の種類	博士（理学）
学位記番号	甲第1324号
学位授与の日付	2024年3月18日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
学位論文題目	**Indexes for the Degree of Departure from Models of Symmetry in Square Contingency Tables** **（正方分割表における対称性に関するモデルからの隔たりの程度を測る指標）**
論文審査委員	（主査）教授　田畑　耕治 教授　明石　重男　　教授　宮本　暢子 教授　田中真紀子　　教授　瀬尾　　隆

論文内容の要旨

分割表データは医学や心理学，社会科学，教育，スポーツなど幅広い分野で観測され，その取り扱いや解析方法は 1 世紀以上も前から今日に至るまで多くの議論と研究がなされてきた．分割表は2つ以上のカテゴリカル変数から構成される．カテゴリカル変数には2つのカテゴリをもつ二値変数（例えば，「はい・いいえ」，「賛成・反対」）や，カテゴリ間に明確な順序がない名義カテゴリカル変数（例えば，国籍，宗派，ブランド），カテゴリ間に自然な順序が付けられる順序カテゴリカル変数（例えば，病気の進行度「ステージ1，2，3，4」，ある政策に対する意見「反対，中立，賛成」）がある．二値変数は名義もしくは，順序カテゴリカル変数として取り扱われる．分割表を構成するカテゴリカル変数に応じて解析手法の研究がなされている．

分割表解析において多くの人の関心ごとの1つは，カテゴリカル変数間の独立性（独立モデル），すなわち分割表におけるセル確率（同時分布）が周辺セル確率（周辺分布）の積で表されるということである．その際にピアソンのカイ二乗検定をはじめとする独立性の検定や，クラメール係数などの独立モデルからの隔たりの程度を測る指標が用いられる．

一方で，繰り返し測定やマッチドペア研究などで得られる，行と列変数が同じ分類からなる“正方”分割表においては，データの性質上変数間に関係性が見られ，また表の主対角線

上の観測度数が増えるため，ほとんどの分割表で独立モデルが成り立たなく，主対角線以外のセル確率や他のモデルに関心が移る．例えば，分割表における主対角線に関して対称的な位置にある2つのセル確率の組全ての同等性を表す「対称モデル」(Bowker, 1948) や，周辺セル確率の同等性を表す「周辺同等モデル」(Stuart, 1955) が挙げられる．これらのモデルが分割表データに当てはまるかどうかは適合度検定を用いて調べられるが，その制約の強さから成り立つことが多くない．そこで制約を緩めた正方分割表における対称性に関するモデルや非対称性に関するモデルを当てはめたり，当てはまらない原因を探るために残差分析を行なったり，モデルの分解等を用いて詳細な分析が進められる．さらに，自然に定義される想定したモデルからの最大の隔たりを表す確率構造の方向へ，想定したモデルからの隔たりの程度を測るための指標が用いられる．

これまでに対称性に関する種々のモデルからの隔たりの程度を測る指標が提案されてきた．名義カテゴリ正方分割表に対して，Tomizawa et al. (1998) は対称モデル，Tomizawa and Makii (2001) は周辺同等モデルからの隔たりの程度を測る指標をそれぞれ提案した．順序カテゴリ正方分割表に対しては，Tomizawa et al. (2001) や Iki and Tomizawa (2018) が対称モデル，Tomizawa et al. (2003) や Tahata et al. (2008) が周辺同等モデルからの隔たりの程度を測る指標をそれぞれ提案した．これらの指標の違いは，名義もしくは，順序カテゴリ正方分割表に適用可能かだけでなく，隔たりの程度を測る際に基準とするモデルや定義する最大の隔たりの確率構造が異なる．

本論文では分割表データの解析手法に関する先行研究を紹介し，2つの対称性に関する指標を提案する．本論文は4つの章で構成されており，以下にその概要を示す．

第1章では，分割表データの解析手法に関する先行研究を紹介し，各章の概要について述べる．第2章では，名義カテゴリ正方分割表に対する対称モデルからの隔たりの程度を測る2次元ベクトル型指標を提案する．提案指標で定義される最大の隔たりの確率構造は Tomizawa et al. (1998) で定義されるものと同等であるが，対称モデルからの隔たりの程度を，主対角線に関して対称的なセル確率の対数オッズの絶対値の観点から表せ，その隔たりの程度の表し方に新たな解釈性を与えることができる．提案指標の近似信頼領域を導出し，1955 年と 1995 年に日本で調査された父親とその息子の職業ステータスに関する実データ (Hashimoto, 1999, 2003) に提案指標を適用する．その結果，既存の指標では得られなかった職業バランスの崩れ方に関する新たな見解が得られることを示す．

第 3 章では，順序カテゴリ正方分割表に対する非対称性の程度とその方向性を測る指標を提案する．Iki and Tomizawa (2018) は2種類の非対称構造を対称モデルからの最大の隔たりの確率構造としており，それらの内どちらの方向へ隔たっているかを区別することはできなかった．そこで，指標の構成に逆余弦関数を用いることで，それら非対称性を区別し，それらの方向への隔たりの程度を表すことができる指標を提案する．数値実験では，提案指標と，非対称性の程度とその方向性を表す別の指標である Tahata et al. (2009), Iki and Tomizawa (2018) との比較を行い，提案指標が有用であることを示す．また，提案指標の近似信頼区間を導出し，エソメプラゾール投与群とプラセボ群における修正 LANZA スコアの前後比較に関する実データ (Sugano et al., 2012) に提案指標を適用する．その結果，

既存の指標では得られなかった２群間における修正 LANZA スコアの前後比較に関する新たな見解が得られることを示す.

第４章では，本論文の総括をし，分割表解析において指標を用いる際の注意点や，今後の研究の発展に関して述べる.

論文審査の結果の要旨

カテゴリカルデータの解析において，分割表は行変数と列変数の関係性を評価する基本的なツールである. 統計的独立性のためのピアソンカイ二乗検定はよく知られており，行変数と列変数の独立性を調べるために用いられる．また，統計的独立性が成り立たない場合には，調整済み残差（Haberman, 1973)，独立モデルを拡張した一様連関モデル（Goodman, 1979）などの当てはめ，連関の尺度（Kendall, 1945; Somers, 1962; Theil, 1970）を用いた解析が行われる.

行変数と列変数が同じ分類からなる分割表は，正方分割表と呼ばれることがある．正方分割表は，マッチドペアデータなどから得られるため統計的独立性よりも対称性の構造に関する解析が行われる．例えば，Bowker (1948）の対称モデル，Stuart (1955）の周辺同等モデル，Caussinus (1965）の準対称モデルなどがある．また，これらの対称性のモデルが，与えられた分割表データに対して適合しない場合には，モデルからの隔たりの程度を測る尺度が提案されている（例えば，Tomizawa, Seo and Yamamoto, 1998; Tomizawa and Makii, 2001; Tahata, Miyamoto and Tomizawa, 2004). さらに，Saigusa, Tahata and Tomizawa (2016）は，Tomizawa et al. (1998）の尺度を改良して部分対称性からの隔たりの程度を測る尺度を提案した．また，Iki and Tomizawa (2018) は，分割表の主対角セル確率を含む累積確率を新たに導入することにより Tomizawa et al. (1998）の尺度とは異なる対称性からの隔たりの程度を測る尺度を提案した.

本論文は，分割表解析における種々のモデルからの隔たりを測る尺度に関する調査結果をまとめており，特に，対称性に関する尺度に焦点を当てている．本論文の目的は，先行研究で解決されていない問題点を整理し，その問題点を解決する新たな対称性に関する尺度を提案することである．本論文は，４つの章から構成されている.

第１章では，分割表解析に関する種々のモデルからの隔たりを測る尺度が紹介され，各章の概要が述べられている.

第２章では，名義カテゴリ正方分割表に対する対称モデルからの隔たりの程度を測る２次元ベクトル型指標を提案している．この指標は，Saigusa et al. (2016）の部分対称性からの隔たりの程度を測る尺度と新たに提案する部分非対称性からの隔たりの程度を測る尺度を要素として構成される．横軸を Saigusa et al. (2016）の尺度，縦軸を提案する部分非対称性の尺度とした二次元平面において，(1）二つの尺度が同じ値をとる直線

上が Tomizawa, Miyamoto and Funato (2004) の条件付き差非対称モデルの構造と一致すること，(2) 二次元平面の原点(0,0)が対称モデルであること，(3) 二次元平面の点(1,1)が Tomizawa et al. (1998) で定義された対称性からの最大の隔たりの構造であること，の 3 つを示した．これらのことにより，Tomizawa et al. (1998) の尺度だけからでは得られない新たな解釈を得ることが可能になった．また，提案指標の近似信頼領域を導出し, 実際のデータに提案尺度を適用することにより新しい結果と解釈を与えている．

第 3 章では，順序カテゴリ正方分割表に対する非対称性の程度とその方向性を測る指標を提案している．Iki and Tomizawa (2018) が定義する対称性からの最大の隔たりの構造は，2 種類の非対称構造に分類することが出来る．しかし，最大の隔たりの構造を 2 種類に分類した場合，Iki and Tomizawa (2018) の尺度ではそれら 2 種類の非対称構造のどちらに近いのか判断する事ができない．提案尺度は，逆余弦関数を用いることにより，それら 2 種類の非対称構造のどちらの方向に，どの程度の隔たりがあるのかを測ることのできる指標となっている．ただし，尺度の値が 0 と対称モデルが成り立つことが同値ではないことに注意が必要である．また，デルタ法を用いて提案尺度の近似信頼区間を与えている．さらに，実際のデータに提案法を適用し，これまでにない新たな結果と解釈を与えている．

第 4 章では，第 2 章と第 3 章で述べられなかった尺度に関する様々な議論が展開されている．また，どのように尺度の開発を行うべきかに関する見解が述べられ，本論文の総括が示されている．

以上，本論文は理論面と応用面の両面において大変高く評価できるものであり，分割表統計解析の分野に，独創的な新しい解析法を与えており，この分野に大きな貢献をしている．よって理学的に価値ある知見と成果を得たもので博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める．