博士論文

ジェットエンジン動静翼列干渉場における
ファン着氷の成長と離脱に関する数値的研究

NUMERICAL INVESTIGATION
ON GROWTH AND SHEDDING OF FAN ICING
IN ROTOR/STATOR INTERACTION FIELD
OF JET ENGINE

2015 年 2 月

東京理科大学大学院
工学研究科　機械工学専攻

林　亮輔

目次

第 1 章　緒論 1
1.1　研究背景 1
1.2　着氷現象 4
1.2.1　着雪と着氷 4
1.2.2　着氷の種類 4
1.2.3　着氷害と対策 7
1.3　航空機着氷 10
1.3.1　過冷却雲粒 10
1.3.2　航空機着氷の発生箇所 10
1.3.3　航空機における防氷・除氷技術 11
1.3.4　FAA における着氷に関する規定 12
1.3.5　着氷に起因する航空事故 14
1.3.6　航空機着氷に関する研究の歴史 16
1.3.7　航空機着氷に関する近年の研究 19
1.4　氷の付着と離脱に関する研究 22
1.5　本研究の目的 25
1.6　本論文の概要と構成 26
第 2 章　着氷シミュレーション手法 28
2.1　緒言 28
2.2　マルチフィジックス CFD 28
2.2.1　シングルフィジックスとマルチフィジックス 28
2.2.2　弱連成と強連成 29
2.2.3　ラグランジュ法とオイラー法 29
2.3　着氷シミュレーションアルゴリズム 30
2.4　液滴軌道計算手法 32
2.4.1　計算における仮定 32
2.4.2　支配方程式 32
2.4.3　離散化 33
2.4.4　液滴収集効率 33
2.5　熱力学計算手法 34

2.5.1 概要 34
2.5.2 対流熱伝達 35
2.5.3 氷の粗さモデル 35
2.5.4 Original Messinger モデル 36
2.5.5 Extended Messinger モデル 40
2.6 着氷形状再現手法 44
2.7 氷の離脱現象のモデル化 45
第 3 章 NACA 翼における着氷シミュレーション手法の検証 47
3.1 緒言 47
3.2 比較対象の実験と CFD 47
3.3 数値計算手法 48
3.4 着氷モデルによる比較検証 48
3.4.1 計算対象および計算格子 48
3.4.2 計算条件および境界条件 49
3.4.3 結果および考察 49
3.5 着氷形状再現手法による比較検証 53
3.5.1 計算対象および計算格子 53
3.5.2 計算条件および境界条件 54
3.5.3 結果および考察 54
3.6 結言 56
第 4 章 軸流ファンにおける氷の離脱現象のモデル化 58
4.1 緒言 58
4.2 比較対象の実験 59
4.3 数値計算手法 60
4.4 計算対象および計算格子 61
4.5 計算条件および境界条件 62
4.6 結果および考察 62
4.6.1 翼表面静温分布および液滴収集効率 62
4.6.2 氷の離脱判定 63
4.6.3 氷の成長と離脱シミュレーション 65
4.6.4 氷の離脱モデルの誤差評価 65
4.6.5 氷の成長と離脱による流れ場の変化 69
4.7 結言 72
第 5 章 エンジンファン着氷の成長と離脱に関する数値的研究 73
5.1 緒言 73
5.2 数値計算手法 74

5.3 計算対象および計算格子 ... 74
5.4 計算条件および境界条件 ... 75
5.5 結果および考察 ... 76
5.5.1 着氷前の流れ場 ... 76
5.5.2 着氷前の液滴軌道 ... 77
5.5.3 氷の成長と離脱シミュレーション ... 79
5.5.4 氷の成長と離脱による流れ場の変化 ... 81
5.6 結言 ... 85
第 6 章 総論 ... 87
6.1 結論 ... 87
6.2 今後の課題 ... 89
参考文献 ... 91
本論文を構成する主論文 ... 99
謝辞 ... 101
付録 A 数値流体力学 ... 102
A.1 プリプロセッサー ... 102
A.2 ソルバー ... 103
A.2.1 有限差分法 ... 103
A.2.2 有限体積法 ... 103
A.2.3 有限要素法 ... 104
A.2.4 渦法 ... 104
A.2.5 粒子法 ... 104
A.3 ポストプロセッサー ... 105
付録 B 格子生成計算手法 ... 106
B.1 格子の種類 ... 106
B.1.1 境界適合格子 ... 106
B.1.2 非構造格子 ... 107
B.2 格子トポロジー ... 107
B.3 座標変換 ... 108
B.4 格子生成法 ... 109
B.4.1 Transfinite 補間法 ... 110
B.4.2 楕円型格子生成法 ... 111
B.4.3 双曲型格子生成法 ... 111
B.4.4 楕円-双曲型格子生成法 ... 112
B.4.5 重合格子法 ... 112
B.4.6 マルチ・ブロック法 ... 114

付録 C　流れ場計算手法 116
C.1　流体の流れと熱移動の基礎方程式 116
C.1.1　質量保存 116
C.1.2　運動量保存 117
C.1.3　エネルギー保存 121
C.1.4　記述方法 123
C.2　補助方程式 125
C.2.1　状態方程式 125
C.2.2　内部エネルギー 125
C.2.3　フーリエの法則 126
C.2.4　サザーランドの式 126
C.2.5　コリオリ力と遠心力 126
C.3　圧縮性流れ 127
C.4　乱流モデル 128
C.4.1　レイノルズ平均 129
C.4.2　ファーブル平均 129
C.4.3　レイノルズ応力 130
C.4.4　2 方程式モデル 130
C.4.5　k-εモデル 131
C.5　圧縮性流れへの適用 133
C.6　離散化 133
C.6.1　有限差分法 133
C.6.2　時間の離散化スキーム 134
C.6.3　空間の離散化スキーム 136
C.6.4　保存スキーム 137
C.7　境界条件 138

第1章 緒論

1.1　　研究背景

航空用ジェットエンジンは，離陸から着陸に渡り多種多様の粒子を吸入する．まず，離陸あるいは着陸の際には砂粒子の吸入を免れない．これらの砂粒子の吸入により発生するのがサンドエロージョン (sand erosion) である．サンドエロージョンとは，気流中に含まれる固体粒子 (砂) が固体表面に衝突することにより，材料が損傷する現象である．ジェットエンジンにおいては，特に圧縮機が深刻な危害を被っている (図 1-1 参照)．また，巡航時に吸い込んだ埃や灰などの粒子がジェットエンジン燃焼機を通過する際に融解し，融解したそれらの固体粒子が比較的温度の低いタービン翼やエンドウォールに付着し堆積するといった現象が発生する (図 1-2 参照)．これをデポジション (deposition) というが，タービン翼冷却孔で発生すれば，冷却効率を低下させ，場合によってはエンジン停止さえ引き起こす．さらに，ジェットエンジンは，雲の中を通り抜ける際に多量の過冷却液滴を吸い込む．ここで問題となるのが着氷 (ice accretion) である．着氷とは過冷却液滴が固体表面に衝突し過冷却状態が解除され，衝突領域付近に氷層

Fig. 1-1　Erosion of Compressor(1)

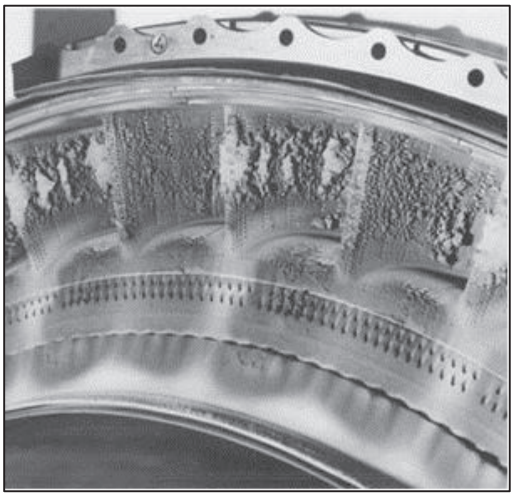


Fig. 1-2　Deposition of Turbine(2)

を形成する現象である．図 1-3 が着氷したエンジンファンである．ファン着氷は流路を狭窄させるため，流入流量低下の原因となる．また，エンジンファンはターボ機械であるため，遠心力によりファンから離脱した氷片がエンジンコア内に吸い込まれ，内部コンポーネントを損傷するといった問題も生じる．

ジェットエンジン内の流れを取り扱う際は，これら固体・液体粒子とエンジンの気流との連成問題 (couple problem) を解かなければならない．ここで，有効であるのがマルチフィジックス数値流体力学 (multiphysics CFD) である．CFD (Computational Fluid Dynamics) は実際に試験装置を作り実験するより時間的にも経済的にも有利であり，任意の点における様々なデータの取得が可能という利点を有する．また，最近ではオープンソースの CAE (Computer Aided Engineering) ソフトである Open FOAM の登場もあり，CFD を利用した研究が盛んに行われているが，そのシミュレーション手法は様々である．近年，計算機は急速に発展しているが，スーパーコンピューターを用いた大規模計算が行えるのは一部の研究機関であり, DNS (Direct Numerical Simulation) や LES (Large Eddy Simulation) によるシミュレーション手法は実用的とは言い難い．一方，RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes Simulation) を用いた手法は，計算コストが LES より 1/10～1/100 程低く，パーソナルコンピューターでも現象によっては三次元

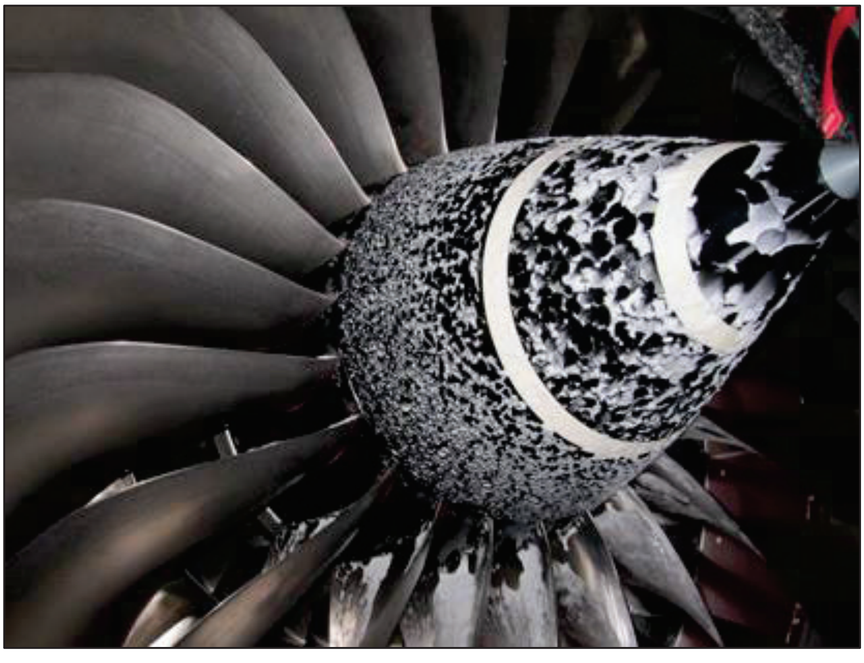


Fig. 1-3　Icing of Inlet Fan(3)

解析が可能である．RANS は LES に比べモデル選択の幅が広く，設定パラメーターが多いため，シミュレーション手法の確立が難しい．しかし，RANS は現象のモデル化や適切な物理モデルの選択さえ十分に行えれば，極めて有効な手段となり得る．ジェットエンジンは，複数の翼や多段の翼列で構成されているため，シミュレーションする際の計算コストの増加は免れない．従って，RANS を用いた，実用的であり，なおかつ実際の物理現象に則した解を得るためのシミュレーション手法を確立することは，産業的に非常に重要である．

着氷現象は，大気中の水分含有率 (liquid water content, LWC) や液滴の中位体積直径 (median volume diameter, MVD) や気流の温度，衝突液滴の質量や密度，衝突壁面の温度や粗さなど，多くの物理現象が複雑に絡み合って生じる．また，“氷”の物性は雪氷学の分野においても不明な点が多く，構造 (多形，密度，拡散係数など) や熱的性質 (比熱，融解熱，膨張係数，熱拡散率，熱伝導率，飽和蒸気圧など)，力学的性質 (弾性率，粘性，塑性，硬さ，付着など) が完全には解明されていない．なぜなら，氷はどんなに精製してもなお多くの異物を含むものであり，我々の扱っている氷は異物を含んだ氷の物性であるからである．つまり，もし超純氷が開発されれば，氷に対してまったく新しい性質が発見されないとも限らない(4)．従って，着氷現象は，前述したエロージョンやデポジションなどの現象と比べ，そのモデル化は極めて難しい．

最初の着氷モデルは 1953 年に Messinger によって開発された(5)．これを Messinger モデルといい，NASA をはじめとする主要な機関において世界的に広く用いられている．しかし，Messinger モデルは解析条件によっては，着氷形状の再現性に多くのエラーを含む．従って，NASA などではエラーを軽減するために，Messinger モデルに修正を加えて使用している．しかし，NASA が所有する着氷シミュレーションソフトである FENSAP ICE や LEWICE は公開されておらず，ブラックボックスと化している．また，Messinger モデルが開発されてから 60 年余りになるが，未だ多くの機関で Messinger モデルのみを用いているのが実情である．

ジェットエンジンメーカーにおいて，安全かつ効率の良いエンジンを開発するために，着氷は最重要課題の一つである．また，エンジンを製造する際は，FAR (Federal Aviation Regulation) の厳しい規定を満たし，耐着氷性を証明しなければ

ならない．これを成し遂げるためには，最終的に着氷試験が必要であるが，エンジンの設計・開発段階における着氷シミュレーションは，極めて有効な手段になり得る．また，スケール則が成り立たない着氷現象を扱う場合，実スケールで解析を行える CFD はさらに有効である．着氷 CFD には，着氷現象再現モデルが必要であるが，前述したように着氷現象のモデル化は非常に難しく，汎用性・普遍性に富んだ着氷モデルは公開されていない．また，エンジンなどのターボ機械で問題となる成長した氷の離脱現象に関する研究は，ほとんど行われていない．本研究は，普遍的着氷モデルの構築と成長した氷の離脱現象再現手法の提案を行い，今後の産業界における安全なエンジン製造に貢献することを目的とする．

1.2　着氷現象

1.2.1　着雪と着氷

本論文は着氷をテーマに構成されるが，着氷と類似した現象であるのが着雪 (snow accretion) である．着雪とは，含水雪片が物体に付着する現象である．また，雪が物体上に堆積することを冠雪という．着雪と冠雪は，降雪量や風速などの気象条件や，付着・堆積する物体形状によって発生と成長の状況が変化する．これらが発生すると，道路標識においては交通の安全性の低下，橋梁においては落下した雪による人や物体への衝突などの問題が生じる(6).

一方，着氷とは国際的には ice accretion や icing と称されるが，大気中の過冷却液滴や水蒸気が固体表面に衝突し，氷層を形成する現象である．以下，着氷について詳述する．

1.2.2　着氷の種類

着氷は形状や発生温度により，霧氷 (rime ice) と雨氷 (glaze ice) の二つに大別される．霧氷は低い温度 (-15 ˚C 以下) で発生するため液滴は衝突すると瞬時に凍結する．そのため，衝突点に集中して厚い氷層が形成されることが特徴である．一方，雨氷は比較的暖かい温度 (-10 ~ 0 ˚C) で発生するため，衝突直後に液滴は凍結せず衝突面を流れながら徐々に凍結する．これをランバック (runback) というが，ランバックによりホーンのような着氷形状となることが雨氷の特徴である．図 1-4 に霧氷と雨氷の違いの概略図を示す．過冷却液滴の大きさや気

温，風速などの条件によって着氷の形態や硬さなどの性質は異なる[7]．

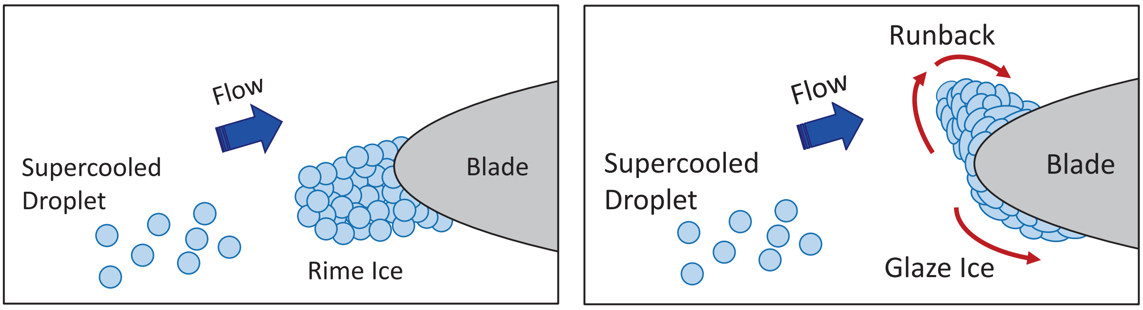
A　霧氷

霧氷と雨氷について簡単に前述したが，ここでは霧氷についてさらに詳細に述べる．霧氷は，樹霜（air hoar），樹氷（soft rime），粗氷（hard rime）の三種類に分かれる．樹霜とは，空気中の水蒸気が冷えた物体の表面に昇華凝結してできる霜のことである．また，霧や雲の中の過冷却液滴には冷たい物体に衝突すると，瞬時に凍りつく性質がある．一つの霧粒が物体の表面に衝突して凍りつき，その上に次の霧粒が凍りつけば，凍った霧粒は次々に重なって成長する．こうして成長する氷に樹氷と粗氷がある．

樹霜とは，湿った空気中の水蒸気量が氷表面に対して過飽和のとき，水蒸気が零度以下に冷えた木の枝などに触れ，接触表面に昇華凝結する現象である．樹霜は風速の低い空気中で発生し成長する（図 1-5 参照）．水蒸気量と大気温度によって，樹枝状，板状，針状の結晶構造を成す．樹霜の付着力は非常に弱く，弱い風や衝撃を受けると簡単に落ちてしまう．従って，本研究で扱う航空機や電線などでは問題にならない．

樹氷は，霧粒などの過冷却液滴が，冷却されている物体に衝突し，瞬間的に凍りつき，その上に次々と霧粒が重なって成長する．成長速度が大きく，風上方向に成長する．一般的に霧氷と称される場合は，この樹氷を指す．図 1-6 に樹氷を示す．

粗氷は，成長過程においては樹氷と同様であるが，半透明で硬い氷になるという点で樹氷とは異なる．図 1-7 に粗氷を示す．霧粒が大きく，凍結速度が遅い場



(a) Rime Ice　　(b) Glaze Ice

Fig. 1-4　Schematic Diagram of Difference between Rime and Glaze Icing

合に生じ易い．氷の質は緻密であり，物体との付着力は著しく強い．気温が-10〜-2 ˚C 程度で発生し易い．

B　雨氷

図 1-8 に雨氷を示す. 過冷却した雨が氷点下に冷えた物体に衝突して形成される透明な氷である．過冷却した雨滴が衝突して凍りきらないうちに次の雨滴が衝突し，表面が濡れた状態で成長するため，気泡を含まずに透明な氷となる．雨氷には，樹氷・粗氷にように過冷却した微細な雲粒から成長するものもあり，本研究で対象とする航空機で問題となるのはこちらの雨氷である．雨氷はランバックを伴うため霧氷に比べ，着氷領域の予測が難しい．また，ホーン状の氷を形成するため，航空機主翼などに発生すると前縁の翼形状を著しく変えてしまうため，性能低下を生じさせ易く危険視される．

Fig. 1-5　Air Hoar(8)

Fig. 1-6　Soft Rime(9)

Fig. 1-7　Hard Rime(10)

Fig. 1-8　Glaze Ice(10)

1.2.3 着氷害と対策

着氷現象は，本論文で主に扱う航空機の他に，電線・風車・船舶・鉄道においても発生する．ライフラインで発生すれば，電力供給や交通を停止させたり，航空機や船舶などの輸送機器では，事故の原因となったりと，人命を脅かす大惨事を引き起こし兼ねない．以下，電線着氷と船舶着氷を例に挙げ着氷害を説明する．なお，航空機着氷 (aircraft icing) に関しては本論文において主要なテーマであるため，第 1.3 節にて詳述する．

A 電線着氷

電線着氷 (electric wire icing) は北米やカナダなどの寒冷地で特に大きな問題となるが，国内においても，日本海側や積劉山脈では問題視される．図 1-9 に電線着氷を示す．電線着氷では，氷の荷重による電線の破断や，鉄塔の倒壊などが危惧される．着氷量や着氷形状などの着氷の性質は，気温や密度などの気象条件や電線の形状・寸法により千差万別であるが，電線や鉄塔において，密度が大きく電線への付着力が大きい雨氷や粗氷による被害が生じ易い．特に，付着力が大きい氷は，電線の振動により脱落し難くなるため，電線の周りに筒状に大きく成長する場合がある．電線着氷の成長過程を図 1-10 に示す．送電線を例とすると，過去 50 年間に国内で発生した電線着氷よる被害事例の内訳は，電線が約 70%，鉄塔が約 30%である．

付着力の強い氷は電線の風上側に付着し，付着した氷の重量による遍心荷重によって電線の表面を撚りに沿って回転し電線を捻じらせる．さらに，負荷量を増大させると共に，断面積が増加して風荷重も増加させる．この対策として付着した氷が電線の撚りに沿って移動するのを防ぐためのリングや，電線自体の捻じれを抑制するための捻じれ防止ダンパーなどが実用化されている．また，電流を利用した発熱により氷を溶かす融雪スパイラル・ロッドも考案されている(13)．

B 船舶着氷

本論文では，空で発生する着氷に関して中心的に述べるが，ここでは海で起きる船舶着氷 (ship icing) について紹介する．1955 年 1 月にアイルランドの北方で，二隻のイギリスのトロール漁船が相次いで沈没した．事故調査の結果，着氷が原因であることが判明し，世界初の着氷海難事例となった．船舶は，多量の氷

が付着すると，船の重心が高くなり復元力を失って瞬時に転覆してしまう．船舶着氷の要因は，海水飛沫である．海水の飛沫には，白波が砕けて発生する波しぶきと，船体と海面とが衝突して生じる海水飛沫がある．海の荒れ具合を示す指標を風浪階級というが，風浪階級が上がるとき，海水飛沫も増加するので，これが船舶着氷の主要因となる．海水飛沫は時間的にも空間的にも不規則であり，一度に被る水の量にはかなりのむらが生じるため，被った飛沫の一部が着氷し，残りは海に落ちる．図 1-11 に船舶着氷を示す．海水は塩分を含むので，氷ができても完全に凍結することはなく，表面に常に塩分の膜が生成される．従って，船舶着氷は多量の飛沫に伴って風下に流されながら凍るという特徴を有する．船舶着氷の発生要因は，海水飛沫と凍結に二分されるが，飛沫の発生要因は風浪階級に代表され，凍結要因は着氷表面と大気の気温との温度差と，凍結壁面近傍の流速から求められる強制対流熱伝達に代表される．

Fig. 1-9　Electric Wire Icing(12)

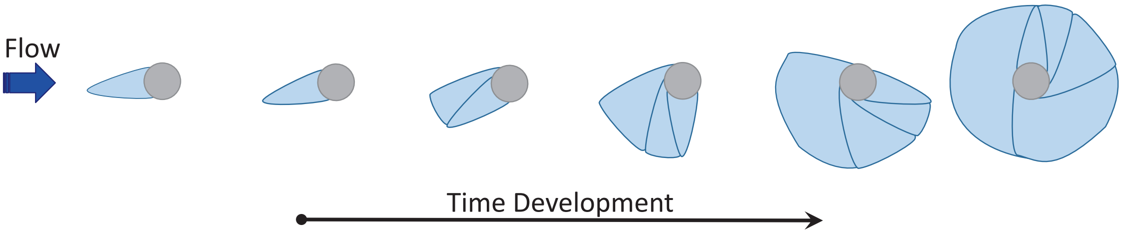


Fig. 1-10 Ice Growth of Conductor Cable

寒さが厳しく大しけの天候となると，着氷が激しくなり，乗組員は掛矢などを用いて氷を叩き落とさなければならない．しかし，この氷割作業が必要な時は，天候が悪く，危険を伴う．また，氷の成長が早いときは，氷を落とすそばから新たな着氷が発生するため，氷の成長速度に除氷速度が追いつかないという事態も起こり得る．防氷装置の理想は着氷を生じさせないことであるが，除氷効率を高めるだけでも，着氷海難防止には大きく貢献できる．防氷・除氷の方法には，熱的，機械的，化学的方法の 3 つの方法がある．熱的方法として，電熱や配管に通した機関冷却水の排熱で船体表面温度を零度以上に上昇させ凍らなくさせる方法がある．経費はかかるが確実な方法であるため，アンテナやレーダー，救命装置など重要な箇所に用いられている．機械的方法としては，空気を取り込むエアバッグ方式や，電磁誘導で金属板を動かす電磁方式などで剥がし落とす方法と，叩き落とすのを容易にする柔軟表面材方式などが講じられる．化学的方法には，塩や不凍液などで氷点を下げる，付着力の弱いコーティング塗料を塗布するなどである．いずれの方法も，船全体に施すことはコスト的に難しく，適材適所の方法を用いているのが現状である．しかし，漁船では，甲板上での漁猟作業で擦れたり削れたり魚油が付いたりするため，防除氷効果の耐久性・持続性が求められ，実用的な防氷・除氷装置が完備されていないのが現状である[15]．

Fig. 1-11 Ship Icing[14]

1.3　航空機着氷

1.3.1　過冷却雲粒

航空機が雲を通過する際に，機体は雲粒に衝突し，また，ジェットエンジンは多くの雲粒を吸引する．雲は，体積の大きい空気の塊が露点，あるいは霜点以下に冷却されることにより，微小な水滴 (雲粒) または 氷粒 (氷晶) になることから生成される．雲粒 (cloud droplet) と氷晶 (ice crystal) を総称して，雲粒子 (cloud particle) と呼ぶ．雲粒の冷却は主に，上昇する空気塊の断熱膨張に起因する．大気中の雲においては，雲頂温度が約-5 °C まで低下するまで氷晶は存在しない．さらに，温度が低下すると氷晶の割合が多くなり，-20 °C まで下がると，どの雲にも氷晶が現れる．しかし，-20 °C になっても雲粒が存在することも少なく，全ての雲粒が氷晶に変化するのは，-40 °C 前後である(16)．これらの雲粒に見られるような氷点以下になっても凍結しない状態を過冷却という．雲の中では，過冷却雲粒が卓越して多く存在するが，背が高く雲頂温度が低い雲の中では，過冷却雲粒が存在せずに，氷晶のみである場合もある．これまで問題となっていたのは，過冷却雲粒による着氷であるが，近年では氷晶による着氷が危険視されている．

1.3.2　航空機着氷の発生箇所

航空機着氷の発生箇所は，主翼・尾翼，ピトー管などの計器，着陸装置，操縦翼面など様々である．計器に着氷すれば，パイロットは大気の状態がわからなくなり，着陸装置に着氷すれば，ブレーキが利かなくなったりする．主翼・尾翼における着氷では，翼形状の変化に伴う揚力の低下，翼表面が粗くなることによる空気抵抗の増加に伴う抗力の増加，機体重量の増加など多くの問題が生じる．また，着氷はエンジン内においても発生する．エンジン着氷の発生箇所は，主に，ノーズコーン (nose cone)，スプリッター (splitter)，ファン動翼 (fan rotor blade)，ファン出口案内翼 (fan exit guide vane, FEGV)，低圧圧縮機 (low pressure compressor, LPC) などである．また，近年では，高圧圧縮機 (high pressure compressor, HPC) における発生事例も報告されている．エンジン着氷では，堆積した氷が吸い込み空気流路を縮小させることに起因するエンジンの性能低下や，ファンに着氷した氷が成長しファンから離脱することによるコアコンポーネン

トの損傷が問題となる．

1.3.3　航空機における防氷・除氷技術

航空機着氷は安全な航行の妨げとなるため，航空機には着氷を防ぐための防氷装置 (anti-icing system)，堆積した氷を取り除くための除氷装置 (de-icing system) が備わっている．これらの防除氷装置への要求は，信頼性が高いこと，維持し易いこと，軽量であること，エンジン性能に影響を及ぼさないことなどである．図 1-12 は，代表的な除氷装置であるデアイサーブーツ (deicer boots) である．本除氷装置は，翼前縁をゴム状のブーツで覆い，ゴムの収縮・膨張により力学的に氷を取り除く装置である．これと類似した除氷装置として，電磁コイルに通電して発生する電磁力により除氷部位に衝撃力を与えて除氷する装置もある．また，翼前縁から音波などの圧力波を発生し，過冷却液滴と翼が衝突する前に液滴の過冷却状態を解除し氷に変化させ，翼への着氷を防ぐといった装置も開発されている．

航空機の胴体前方部などには初期の着氷状態を検知するための着氷検知器が取り付けられており，着氷が検知されれば自動的に防氷が行われている．ピトー管などは，電気的にヒーターを過熱させて防氷を行っている．主翼前縁やエンジンの空気取り入れ口では，圧縮機で作られた暖かい空気をダクトから送ること

Fig. 1-12 Deicer Boots(17)

により，熱的に着氷を防いでいる．この防氷装置をブリードエア (bleed air) という．しかし，ブリードエアはエンジンの抽気を使用するため，エンジン性能の損失を招く．最近では，化学塗料を用いて翼に超撥水性のコーティングを施すことにより，過冷却液滴を衝突面から転げ落とし易くするようなコーティング剤の開発も行われている．しかし，このコーティング剤には耐久性などの問題があり，コスト的にも負担が大きい．このように，主翼・尾翼はともかく，エンジン着氷に関しては，防除氷装置が完備されていないのが現状である．従って，着氷が発生し難いと予測される広域を航路とすることなどの対策を取っている．

1.3.4 FAA における着氷に関する規定

米連邦航空局 (Federal Aviation Administration, FAA) では，航空輸送の安全維持に関する規定を FAR (Federal Aviation Regulation) によっていくつか設けている．米国内における航空機の開発・製造・修理・運航の全ては，FAA の認証を必要とする．当然のことながら，耐着氷性に対しても規定があり，世界中の航空機に関わる企業は全て，この規定を満たさなければならない．まず着氷が発生する LWC や MVD，大気温度などのエンジンエンヴェロープが FAR (Federal Aviation Regulation) Part 25 Appendix C によって規定されている．また，Part 33 では防氷システム作動時のエンジンへの要求が以下のように定められている．

- アイドル状態を含めた推力範囲において，エンジン作動に影響する，あるいは深刻な推力低下を引き起こす着氷があってはならない．
- 規定された条件下で 30 分間アイドル状態を保持し，保持中に適切な推力への加速ができなければならない．

国内においても 2013 年 11 月，FAA の着氷に関する規制の強化に伴い，日本航空 (JAL) が所有する機材が一部変更になった．このとき対象となったのが，JAL が運航する General Electric (GE) 製のエンジンである GEnx シリーズを備え付けた Boeing 787-8 と Boeing 747-8 である．同じく Boeing 787-8 を運航する全日空 (ANA) の機材のエンジンは Rolls-Royce 製の Trent シリーズであったため，対象にはならなかった．GEnx シリーズで問題となったのは，熱帯収束帯を通過する際の着氷によるエンジンの推力低下であった．FAA はこの問題に対し，航行中の危険な着氷を予防する特別安全措置を命じた．この勧告を受け，JAL は対

象の区域を運航するシンガポール便やシドニー便などの機材を Boeing 787-8 と Boeing 747-8 から Boeing 777 などに変更した．この熱帯収束帯における着氷の原因は，積乱雲の中に多く存在する氷晶である．氷晶により発生する着氷をアイス・クリスタル着氷（Ice Crystal Icing, ICI）と呼ぶが，ICI の詳細に関しては後述する．図 1-13 は，近年のエンジン出力損実が確認された大気条件における高度と大気温度の関係を表している．ICI 現象が発覚されて以降，図 1-13 で示されるように今まで想定されていなかった FAR Paer 25 Appendix C の着氷エンヴェロープの範囲外における着氷によるエンジン出力損失がしばしば発生している．この問題に対して，新たにエンジン作動を確認すべきエンヴェロープが FAR Part 33 Appendix D において提案されている．このように，年々厳しくなる FAR の着氷に関する規定に，エンジンメーカーは対応しなければならない．

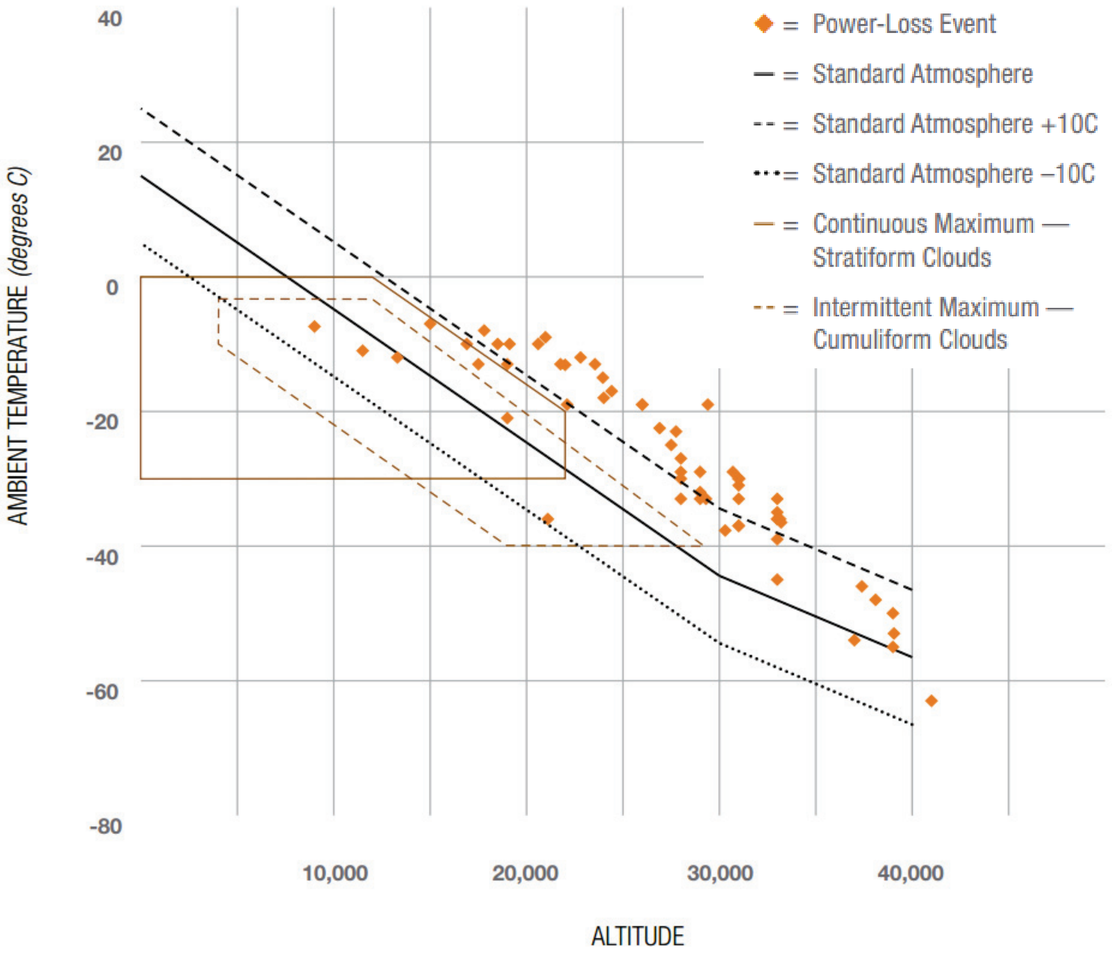


Fig. 1-13 Altitude and Temperature Occurrence of Engine Power Loss(18)

1.3.5 着氷に起因する航空事故

航行の安全を脅かす航空機着氷の対策として，前述した防除氷装置の装備やFAR による対策が講じられているのにも関わらず，着氷に起因する航空機事故が世界各地で起きているのが現状である．着氷による航空機事故は全体から見ると割合は少ないが，1982 年から 2000 年までに 583 件も発生している(19)．本節では着氷による航空事故事例をいくつか紹介する．

1982 年 1 月 13 日，エア・フロリダ航空 90 便が墜落事故を起こした．機材はBoeing 737-222 であった．ワシントン国際空港を離陸直後に事故は起きた．事故当時の天候は記録的寒気であり，数日に渡って日常生活にも支障をきたすほどであった．ワシントン国際空港は正午に滑走路が使用可能となったが，再びいつ閉鎖になるかわからない状況であった．事故原因は，このような悪天候であったにも関わらず，エンジン防氷装置を作動させずに離陸させたことである．これにより，エンジン圧力比測定のための圧縮機入口センサー開口部が氷雪によって閉塞し，パイロットは通常より遅い誤った速度で機体を離陸させた．離陸直後，機体は失速しポトマック川橋梁をかすめて渋滞中の自動車数台を巻き込み，氷の張った川面に墜落した．乗員乗客 74 名と事故に巻き込まれた自動車に乗っていた 4 名が死亡した．生存者は 5 名であった．エア・フロリダ航空はこの事故を発端に経営が悪化し，事故発生から 2 年後に倒産している．

同じくアメリカ合衆国で 1994 年 10 月 31 日，アメリカン・イーグル航空 4184便がインディアナ州ローズローン近郊で墜落した．機材は ATR 72 という ATR社製のターボプロップ旅客機であった．事故原因は主翼における着氷である．4184 便はインディアナ州インディアナポリスからシカゴに向かうコミューター路線であり，事故当時は運行乗務員 2 名と客室乗務員 2 名と乗客 64 名が搭乗していた．着陸する予定であったシカゴのオヘア国際空港はダイヤの乱れにより混雑していたため，4184 便は空中待機を管制から命じられ，40 分以上も旋回飛行していた．当時の天候は荒天であり上空の気温が低く特殊な気象状態であったことから，着氷性の雨により両翼前縁の除氷装置の効かない領域に雨氷が発生した．着氷により操縦不能に陥り，時速 800 km の速度のままインディアナ州ローズローン近郊のとうもろこし畑に墜落した．この事故により，機体の尾翼付近以外が粉々になり，乗員乗客 68 名は全員死亡した．事故後，FAA は除氷装置面

積を拡大する耐空性改善命令を発し，着氷し易い寒冷な天候下では同機材の運航を控えるように各航空会社に勧告した．

近年では，2012 年 4 月 2 日に UT エアー120 便がチュメニ国際空港を離陸後すぐに墜落事故を起こしている．図 1-14 は事故後の機材であり，本事故も ATR 72 であった．原因は着氷条件下にも関わらず，パイロットが防氷装置を作動させなかったことである．本事故では，乗員乗客 43 名中 30 名が死亡した．また，まだ記憶に新しいのは，2014 年 12 月 28 日に起こったインドネシア・エアアジア航空 8501 便の墜落事故である．現地時間の午前 5 時 35 分に，インドネシアのジャワ島東部のスラバヤにあるジュアンダ国際空港を離陸した 8501 便は，シンガポールのチェンギ国際空港へ向かっていたが，現地時間の午前 6 時 17 分に消息を絶った．その後の捜索により，航空機の墜落と乗員乗客 162 名全員の死亡が確認された．機材は，Airbus A 320-216 であった．当該機が飛行していた空域は激しい雷雨に見舞われ，事故当時周辺には高度 48,000 フィートにも及ぶ積乱雲があった．8501 便が避けようとした積乱雲の中は，氷点下 80 度の超低温であり，多くの氷粒子を含むという．事故原因は，高度を上げようとした際に，積

Fig. 1-14 Icing Accident of UT Air 120[20]

乱雲の中くの氷粒子が機体やエンジンに着氷したことである．エンジン着氷により，エンジン出力が急激に低下し，機体後方から急降下したと考えられている．図 1-15 は海から引き揚げられた尾翼であり，8501 便は急降下した後，海面に衝突し大破した．

以上のように，着氷に起因する航空機事故が古くから起こっており，現在も多数の人命を奪う大惨事が後を絶えない．事故にまでは至っていないが，第 1.3.4 節で示したように，最新鋭の機材である Boeing 787 でさえ，エンジン着氷による出力損失の事例が数多く報告されている．従って，着氷現象についてさらに解明し，実用的な防除氷装置を開発することや，着氷が生じ易い気象条件を把握することは急務である．

1.3.6 航空機着氷に関する研究の歴史

一般的に航空機着氷に関する研究は，着氷予測，防除氷技術の開発，着氷の航空機へ及ぼす影響調査の三つに大別される．本節では，着氷の代表的な研究機関である NASA (National Aeronautics and Space Administration) の Glen Research

Fig. 1-14 Icing Accident of Indonesia AirAjia 8501(21)

Center (GRC) における研究事例と共に着氷の研究の歴史を振り返る．GRC は，着氷環境の特徴，航空機における着氷の物理現象の解明，着氷が航空機の空力やエンジン性能に及ぼす影響，防除氷装置の開発，試験と CFD による航空機着氷の再現など包括的に着氷に関する研究を行ってきた[(22)].

GRC における着氷研究は，GRC が設立してまもなく始まった．GRC 設立の翌年の 1942 年には，着氷風洞 (icing research tunnel, IRT) の構想が練られ始め，1944 年に最初の着氷風洞設立は完成した．この着氷風洞は，初期の着氷研究の先駆けとなった．自然な着氷の再現には，大気中の雲の液滴直径や LWC の範囲であり，飛行時の速度において液滴が物体に衝突した際に氷が堆積する温度である過冷却液滴を含む雲を生成しなければならない．当時要求された液滴直径は 10 ~ 30 μm，LWC は 0.5 ~ 1.5 g/m^3 であった．これに対し，着氷風洞のおける初期の液滴直径は，目標とは二桁も異なる 2,000 μm であったが，ノズルの設計とスプレー形状を試行錯誤した末，最初の試験開始から 5 年で要求された雲の生成に成功した．このときに開発されたノズルとスプレー形状は，現在の GRC における過冷却液滴噴射システムの基盤として用いられている．以降，ノズル設計，スプレー形状，ファンドライブモーター，制御システム，冷却システムなどに何年も改良を加え，現在の着氷風洞が完成した．この成果として，GRC で作られた着氷風洞は，世界中の着氷風洞の原型となっている．最終的な液滴噴射システムは図 1-16 のようになる．なお，GRC の着氷風洞の詳細に関しては，文献 (24) を参照されたい．着氷性の雲のさらなる理解や測定精度の向上のため，Hovenac ら[(25)]は 1986 年，液滴直径と LWC の測定方法を開発した．2008 年，Ide と Sheldon[(26)]もまた，直接的に LWC を測定する単純な方法の開発に成功した．Lilie ら[(27)]は，彼らの開発したプルーブを改良し，実際の航空機の備え付ける計器を開発した．近い将来，近年問題視されている氷粒による着氷に対応して，氷粒を含む雲中の氷粒濃度を測定するためのプルーブも開発される予定である．

これまで述べてきた実験による着氷の再現に加え，NASA では液滴軌道から航空機表面における氷の成長，防氷システムにおける防氷過程までをシミュレーションする計算手法も開発してきた．初期の NACA (現在の NASA の前身) の計算手法の開発は，もっぱら液滴軌道に従事していた．1951 年，Bergrun[(28)]は亜音速で飛行する航空機の任意断面に衝突する液滴の衝突率や衝突分布を経験的

に計算する方法を開発した．これらの理論的研究は当時の防除氷システムの開発に用いられた．数値計算による初期の着氷研究の中でもう一つ代表的であったのは，防氷システム周りの熱の計算である．GRC の中で最も古い防氷システムの研究は，1953 年に Lewis(29)によって行われたレドーム (レーダーアンテナを保護するための覆い) の熱による防護の計算である．この研究は防氷システムをして実用化され，fully evaporative システムと running wet システムとして用いられた．1970 年代から 1980 年代のコンピューターの急速な発展と共に，GRC の着氷研究プログラムにおいて着氷条件に関する数値計算は成果を上げてきた．この年代のおわりには，コンピューターを用いた着氷シミュレーションの開発が始まり NASA において重要な研究の一部となった(30)．最初の研究は大学と共同で行われた液滴軌道，着氷，着氷前後の空力のシミュレーションであった．この研究結果は，ポテンシャル流れ，液滴軌道，氷の成長をシミュレーションできる Lewice ice accretion program (LEWICE) と呼ばれる着氷コードに発展した(31)．このように，LEWICE は GRC で開発された着氷シミュレーションのためのハウ

Fig. 1-16 Spray Bar System for IRT at NASA GRC(23)

スコードである．LEWICE は二次元コードであり，計算対象や飛行条件，着氷条件を入力することで，着氷量や着氷位置，着氷形状などを再現することができる．その後，LEWICE は 1993 年に Bidwell と Potapczuk[32]によって三次元化され，現在も多くの航空機や航空機のサブシステムの着氷解析に用いられている．さらに，最近の改修では LEWICE は粗大過冷却液滴 (supercooled large droplet, SLD) による着氷にも対応できるようになった[33]．なお，SLD 着氷の詳細に関しては後述する．また，回転翼機の着氷解析についても 1990 年代に NASA が最初に行っている．NASA の研究者である Britton[34]は，LEWICE コードと回転翼機の性能評価コードを結び付けて，弱連成解析により回転翼機における着氷前と着氷後の翼周りの流れのシミュレーションを行った．回転翼機着氷におけるこの計算手法は，回転翼機における着氷シミュレーションの模範となった．

本節では，NASA で行われた研究について述べたが，着氷に関する研究は世界各地の研究機関で行われている．フランスの ONERA (Office National d'Etudes et de Recherches Aéospatiales) は CAPTA コード[35]を，イギリスの DRA (Defense Research Agency) は TRAJICE コード[36]を，イタリアの CIRA (Centro Italiano Ricerche Aerospaziali)は Multice コード[37]を各々開発している．国内の研究機関である JAXA (Japan Aerospace Exploration Agency) においても，鎌形ら[38]が JAXA の所有する CFD 汎用プログラム UPACS (Unified Platform for Aerospace Computational Simulation) に着氷計算モジュールを導入している．彼らは，開発した着氷コードを用い，エンジンファン着氷によるファン性能低下の評価を行った．

1.3.7 航空機着氷に関する近年の研究

前節で述べたように着氷に関する研究は古くから行われている．大気中の過冷却液滴が衝突し氷層を形成するだけの従来の着氷シミュレーション手法に関しては，ほぼ完成の域に達していると言っても過言ではないだろう．しかし，第 1.2 節で述べたように着氷現象は非常に複雑であり，これまでは確認されていなかったような新しい着氷現象が報告されている．つまり，液滴の衝突から氷の成長だけを理解しただけでは，着氷現象の完全な解明には至らず，まだ依然として多くの不明なメカニズムを着氷現象は含んでいる．近年，航空機着氷に関する研

究の中で盛んに行われているテーマとして，SLD 着氷 (supercooled large droplet icing), アイス・クリスタル着氷 (ice crystal icing)，氷の離脱現象 (ice shedding phenomenon) の三つが挙げられる. 以下では, これら新しい着氷現象について述べる.

A　SLD 着氷

SLD 着氷とは，直径数百μm 以上の粗大過冷却液滴 (Supercooled Large Droplet, SLD) による着氷である．SLD には壁面への衝突時に，従来の液滴と異なる特徴がある. それは, 液滴径が大きいため壁面に付着する質量と着氷せずに小さな液滴となり飛び散る質量に分かれる現象 (スプラッシュ現象), 全質量が付着せずに壁面から跳ね返る現象 (バウンド現象) である．また，液滴の浮遊時も，液滴直径が大きいため, 液滴が球形から変形したり分裂したりすることもある. これらの SLD 着氷特有の現象により問題となることは，これまでは想定されていなかった箇所において着氷が生じることである. 当然, そこには防除氷装置は備わっていないため，事故に直結する恐れがある．また，着氷形状も従来の着氷と異なるため，パイロットが着氷に気づき難いという問題も生じる．第 1.3.5 節で紹介した 1994 年に生じたアメリカン・イーグル航空 4184 便の事故原因は，SLD 着氷と言われている．この航空事故を受け，FAA は NASA と共同し SLD 着氷を含む新しい着氷エンベロープを作成した(39).

従来の着氷シミュレーションでは，浮遊時の液滴は球形であり変形や分裂はせず，衝突すれば全質量が壁面に付着すると仮定されている．従って，SLD 着氷をシミュレーションする際は，液滴衝突時のスプラッシュ現象やバウンド現象, 液滴浮遊時の変形や分裂などのモデル化を行わなければならない. 前節で紹介した NASA の所有する LEWICE コードでは，2000 年代前半に Wright によって SLD モデルが導入されている．彼は，Trujillo ら(41)が開発したスプラッシュモデルをバウンド現象も再現できるように修正した(42)．彼の開発したスプラッシュ・バウンドモデルでは，液滴径，液滴衝突速度，液滴衝突角，液滴質量に依存して，スプラッシュ・バウンド・付着の判定を行う．また，Tan ら(43)は二次元 NACA 翼を用いて液滴の分裂現象のシミュレーションを行い，ウェーバー数による液滴分裂の評価を行った．国内においても磯部ら(44)がエンジンファンを対

象に SLD 着氷シミュレーションを行った．彼らは，スプラッシュ・バウンド現象によりファンハブ側前縁付近の着氷量が変化することを示した．

B　アイス・クリスタル着氷

2008 年，Wall Street Journal は，ここ 20 年間でエンジン内の着氷による 100 件以上のエンジンの出力損失トラブルが発生していると報じた(45)．また, Boeing 社も 1991 年から 2004 年の間に，GE 製の CF6-80C2 エンジンを搭載した Boeing 767 が 17 件のフレームアウトを起こしたと報じた(46)．Mason(47)らはこれらの事故原因を調査し，雲中に含まれる氷粒 (アイス・クリスタル) によるものであると発表し，アイス・クリスタル着氷 (ice crystal icing, ICI) が新しく危険な着氷とされた．ICI の報告前までは，ノーズコーン，ファン，ファン出口案内翼，スプリッター, 低圧圧縮機初段が，ジェットエンジンにおいて着氷の発生し得る箇所とされていた．しかし，ICI は気体温度が約 30 度である高圧圧縮機初段において発生する．何故, エンジンコアの気体温度が氷点を上回る環境において着氷が発生するのかは，未だ十分に明らかになっておらず，ICI の発生メカニズムに関する研究が現在盛んに行われている．

Mason らは，ICI によるエンジン出力損失が発生した航空機や，発生場所の雲などの気象条件を調査し，ICI の生成過程について以下のように仮説を立てた．

(1)　雲中の氷粒がエンジンに吸い込まれる．

(2)　吸い込まれた氷粒がエンジン内においてファンやケーシングなどに衝突し跳ね返りながらエンジンコアへ進む．

(3)　エンジンコアへ進入した氷粒が高圧圧縮機翼に衝突し溶け，水膜を翼表面に形成する．

(4)　高圧圧縮機翼表面に形成された水膜に新たに進入した氷粒がトラップされ，高圧圧縮機翼の表面温度が低下する．

(5)　高圧圧縮機翼の表面温度が氷点まで下がり，氷層を形成する．

また，Decang ら(48)は氷粒の溶解モデルを構築し，エンジン内の氷粒の追跡計算を行った．彼らの研究により，氷粒の直径が 200 μm 以上であれば氷粒が完全に溶けずに燃焼機まで到達することが示されている．ICI をシミュレーションする上で大きな問題となるのは，既存の着氷モデルは壁面温度が氷点以上の環境で

は機能しないことである．この問題に対応し ICI をシミュレーションするために，古田ら[49]は新しい着氷シミュレーション手法を開発した．彼女らは，既存の着氷シミュレーションアルゴリズムに壁面内の熱伝導計算を組み込み，圧縮機静翼における ICI シミュレーションを行った．彼女らが得た知見により，大気中の氷含有率 (ice water content, IWC) が著しく高い場合，氷点以上の温度環境でも着氷が生じることが示された．

C　氷の離脱現象

エンジンファンなどのターボ機械では，着氷して成長した氷が回転の慣性力により壁面から離脱する現象が発生する．このターボ機械特有の現象をアイス・シェディング (ice shedding) という．ジェットエンジンで発生した場合，離脱した氷片がエンジンコアに吸い込まれ，コアコーポネントに衝突し損傷させることや，燃焼機まで到達した際にはフレームアウトを起こすことが危惧されている．また，氷の離脱現象は，ヘリコプターのような回転翼航空機においても問題視される．ヘリコプターで着氷が発生した場合，固定翼航空機に比べメインローターが小さいことや高速で回転していることから，その危険性が深刻となる．さらに，氷の離脱現象が発生すると，翼から離脱した氷片が民家に落下することによる人的被害や，機体に衝突することによる機械的損傷が生じることが危惧される．従って，着氷現象に付随して発生する氷の離脱現象の研究が行われてはいるが，大気中の氷の密度や氷と壁面の付着力，氷間の接触力など氷の物性値には詳細に明らかになっていないパラメーターが多く，本現象の取り扱いは非常に難しい．

1.4　氷の付着と離脱に関する研究

さて，前節において近年問題視されている着氷現象に関して，簡単に述べたが本節からは，本論文の主テーマである氷の離脱現象について述べたい．なお，前節で示した近年の着氷に関する主な研究トピックである SLD 着氷や ICI に関しては，1990 年代以降，研究が盛んに行われているが，ジェットエンジンにおける氷の離脱現象に関する研究はほとんど行われていない．

前述した完全には明かされていない氷の物性値の中でも，氷と壁面の付着力は氷の離脱現象の再現には非常に重要である．氷の付着力は当然のことながら

付着する物質によって異なり，様々な物質の付着に関する研究は，イギリスを中心に 1950 年代に精力的に進められた(50) - (52)．現在の氷の付着力に関する知見の多くはこの時代に得られたものがほとんどであると言われている(53)．Jellinek(54)は，金属製の円板とプラスチック製の円板の間に氷を挟み，氷の付着特性を調査した．同様の実験が Reich(56)によっても行われており，彼は二枚の平行に設置した平板を用いて実験を行った．このように氷の付着力試験が行われているが，前述したように氷の付着力は物質によって異なるため，氷の離脱シミュレーションに氷の付着力を用いる際は，研究対象の物質の付着力を用いる必要がある．それら付着力を完全に網羅したハンドブックはないが，1970 年までの測定と文献は Jellinek(57)によって報告されている．氷の付着メカニズムとして，氷が物質に付着するときの力は，(1) 化学結合, (2) ファンデルワールス力, (3) 静電相互作用の三つとされている．ファンデルワールス力は，どの物質間でも作用する普遍的な力であるが，他の二つの力はその物質の性質で決まる．これら三つの力の中で最も大きい力は，静電相互作用である(55)．つまり，金属のように物質表面にもともと電荷が存在したり集まる性質があれば，静電相互作用によって付着力が強まるということになる．一般に，金属に対する氷の付着力はプラスチックより桁違いに大きい．

ステンレススチールを例に金属に対する氷の付着力について説明する．一般に大まかに付着力というと，付着面と垂直方向に引張りの力が作用する場合の「引張り付着力」と，付着面と水平方向にせん断の力が作用する場合の「せん断付着力」がある．本研究で扱うエンジンファンに着氷した氷に作用する付着力は，遠心力と反対の向きに作用するため後者となる．従って，本論文の次章以降において付着力と表現する場合，せん断付着力を意味することを注記しておく．Jellinek(58)と Raraty ら(59)は，せん断付着力が温度低下に伴い増加し，約-13°C を下回るとほぼ一定 (約 2000 kPa) となることを実験的に示した．また，彼らは氷の離脱の様子が約-13°C を境として，高温領域と低温領域で異なることを明らかにした．高温領域では，氷と物質との付着面から氷が剥がれるが，低温領域では，氷内部で破壊が生じることにより剥がれる．つまり，低温領域における氷の離脱の場合，物質に対する付着力が氷間の接触力より大きいことになる．Jellinek は，前者を「付着破壊 (adhesive breake) 」，後者を「凝集破壊 (cohesive breake) 」と

呼んだ．一方，引張り付着力はさらに複雑であると言われている．Jellinek(60)は，引張り付着力が引張り速度，氷試料の寸法などによって変わり，温度依存性があまり生じないことを示した．引張り付着力は，1300 - 6100 kPa の幅広い範囲となる．彼の知見によれば，引張り付着力は付着面積が増えると増加するが，資料体積が増えると激減するという．引張り付着力の場合，氷が剥がれる様子としては，付着破壊はほとんど確認されず，多くは凝集破壊であった．

これまで，雪氷分野における氷と物質との付着力に関する研究について述べたが，氷の付着や付着した氷の離脱に関する研究は航空分野においても行われている．Fortin ら(61)は 1/18 スケールの模型を用いて，回転翼における氷の離脱試験を行った．彼らの研究により，付着力が温度環境によって変化することなどが示された．国内においても室岡ら(62)が軸流ファンを用いて翼の防氷コーティングの試験を行った．彼らは，コーティング剤によって氷の付着力が変化することを示した．なお，航空分野における氷の離脱現象は本論文の最重要テーマであるため，本節ではこれ以上述べず，第 4 章および第 5 章において研究例を紹介し詳細に後述する．またジェットエンジンではないが，寒冷地に設置された産業

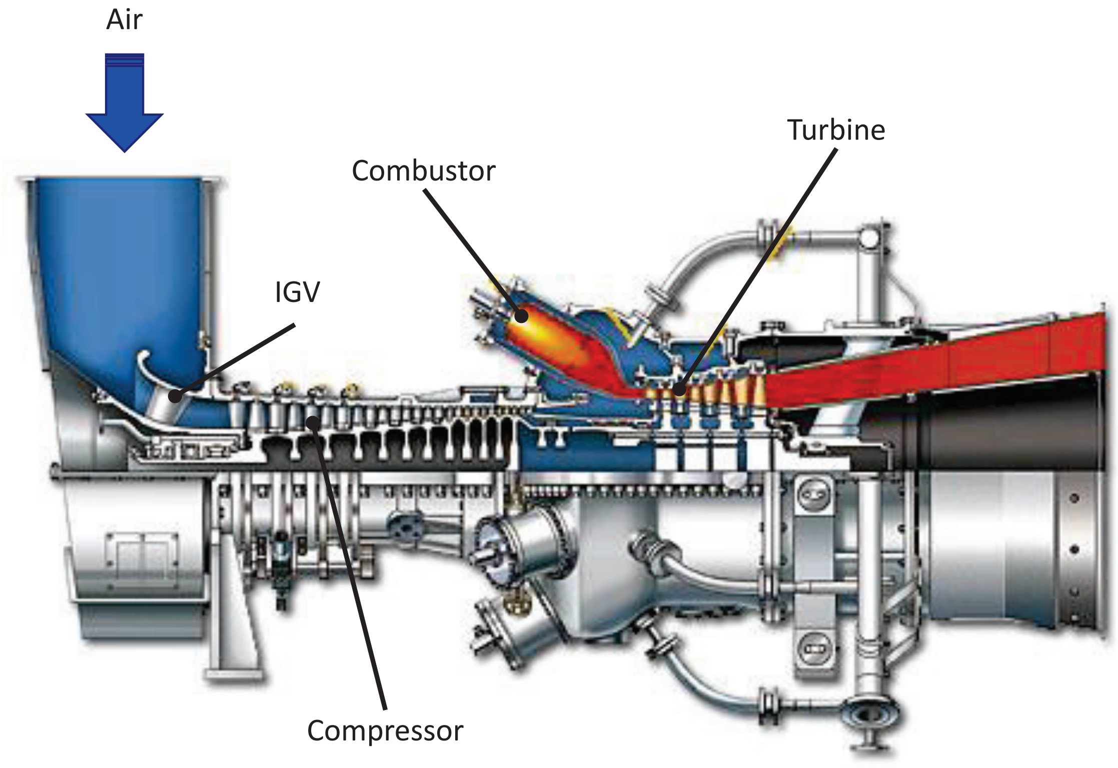


Fig. 1-17 Industrial Gas Turbine(64)

用ガスタービンにおいても氷の離脱現象が問題となっており対策が講じられている[63]．図 1-17 に産業用ガスタービンの一例を示す．産業用ガスタービンの圧縮機入口では，流路が狭まるために流束が増加し静温が減少する．低い大気温度かつ高湿度の条件が重なると，圧縮機入口において，静温が露点以下かつ吸気が過飽和状態となり，余剰水分が凝縮することにより液化し，圧縮機入口案内翼 (inlet guide vane, IGV) などに着氷が生じることがある．着氷が生じた状態で運転を続けると，時間経過に伴い氷は大きく成長し，ついには壁面から離脱する．この離脱した氷塊がコアに吸い込まれ，氷塊が大きい場合には圧縮機翼に衝突することにより圧縮機翼を損傷させ，運転に支障をきたす．この問題に対して，喚起空気を電気ヒーターにより加熱したり，着氷の発生状況をモニタリングするために観察窓を設けたりといった対策が講じられた．

1.5　本研究の目的

本研究の目的は，氷の離脱現象再現モデルの開発と，ジェットエンジンのファン着氷における氷の成長と離脱がエンジン内流れ場に及ぼす影響の解明である．最終的には，本研究で開発した氷の成長・離脱シミュレーション手法をエンジンメーカーに提案し，安全なエンジン開発に貢献することを目的としている．第 1.3.6 節で説明したように過冷却液滴が衝突し氷が成長するだけの着氷シミュレーション手法は，ほぼ確立されている．加えて，第 1.3.7 節では近年の着氷シミュレーションの動向について述べ，SLD 着氷やアイス・クリスタル着氷に関しては各方面で盛んに研究が行われていることを明示した．しかし，氷の離脱シミュレーションに関しては，ヘリコプターなどの回転翼機では何件か研究が行われているが，著者らの知る限りではエンジンファンにおける氷の離脱シミュレーションは世界的にも珍しい．また，本現象はその取扱いが難しい上にエンジン出力損失やコアコンポーネントの機械的損失に直結するため，エンジンメーカーにおいて無視はできない深刻な問題である．従って，氷の離脱現象のシミュレーション手法の提案や，氷の成長および離脱がエンジン内流れ場に及ぼす影響を明らかにすることは有意義である．

氷の離脱現象のシミュレーション手法を提案するためには，まず氷の成長シミュレーション手法を確立しなければならない．着氷シミュレーションは，第

1.3.6 節で述べたように NASA などの研究機関で古く行われているが，各々の研究機関で用いている着氷モデルの詳細は一般的には公表されていない．従って，本研究では氷の成長シミュレーションコードを構築し，著者らのハウスコードによって得られた解析値を公表されている試験値や数値解析値と比較し，ハウスコードの検証を行う．検証には，文献が豊富な二次元 NACA 翼を用いる．次に，氷の離脱モデルを提案する．本研究では，実際にジェットエンジンに適用する前に，試験用の軸流ファンを用いて氷の離脱現象をシミュレーションし，著者らが開発した氷の離脱モデルを検証する．氷の離脱モデルには，氷付着力試験で得られた氷の壁面付着力を用いる．また，試験では氷が成長すると流入流量が低下し，氷が離脱すると流入流量が回復するといった流入流量の時系列データが得られている．この試験値を用いて，シミュレーション結果と比較し検証を行う．最後に，著者らが開発した氷の離脱シミュレーション手法を実際のジェットエンジンに適用させ，エンジンファンにおける氷の離脱シミュレーションを行う．本研究では，氷の離脱が発生する位置や時間などの条件や，氷の成長や離脱がエンジン内流れ場へ及ぼす影響などを数値的に明らかにする．

1.6 本論文の概要と構成

本論文の内容について，その概要と構成を以下に簡単に述べる．

第 1 章は緒論であり，着氷現象の定義や航空機着氷の危険性，過去に行われている着氷に関する研究や近年の動向について概論を述べた．加えて，本研究の位置づけを明確にし，本研究を行う意義を唱えた．

第 2 章では，着氷シミュレーションを行うための計算手法を説明する．一般的である格子生成手法や流れ場計算手法など計算手法については触れず，着氷シミュレーション特有の液滴軌道計算手法や熱力学計算手法について説明する．また，本研究では，氷の離脱現象を取り扱うため，従来の着氷シミュレーションより着氷形状が複雑になり，従来の格子を再構成する着氷形状再現手法の適用は困難である．従って，本研究では新しい着氷形状再現手法の提案も第 2 章において行う．最後に，氷の離脱現象のモデル化について述べ，第 2 章を閉じる．

第 3 章では，二次元 NACA 翼を対象に，第 2 章で説明した着氷シミュレーション手法の検証計算を行う．具体的には，二つの着氷モデルを有する著者らのハ

ウスコードの予測性能の検証と，新しい着氷形状再現手法の検証を行う．

第 4 章では，第 2 章で説明した氷の離脱モデルの比較検証を行う．比較対象は，過去に北海道工業大学などで行われた，軸流ファンにおける着氷試験である．本試験により，氷の成長と離脱による流量変化の時系列データが得られているため，本試験値を著者らのシミュレーション結果と比較する．

第 5 章では，本論文のタイトルであるエンジンファンにおける氷の離脱シミュレーションを行う．本研究は，ジェットエンジン内において着氷量が多くエンジン性能に影響を及ぼし易いエンジンファンとファン出口案内翼を解析対象とし，これら動静翼列における流れ場の干渉問題や，氷の成長と離脱がエンジン内流れ場に及ぼす影響を数値的に明らかにする．

第 6 章は総論であり，本研究で得られた成果の総括を行うと共に今後の課題を述べ，本論文を閉じる．

第2章 着氷シミュレーション手法

2.1 緒言

数値流体力学 (Computational Fluid Dynamics, CFD) とは，流体現象を記述する方程式をコンピューターにより解き，様々な流れを解明する学問である．実験では測定できない，もしくは測定が難しい箇所や，そもそも再現不可能な現象に対して，CFD は非常に有効な手法である．また，CFD によるシミュレーションであれば，実スケールモデルでの解析が可能であり，これは本研究対象であるスケールの影響を受け易い着氷現象において，さらに優位に働く．本章では，本研究テーマである着氷シミュレーション特有の数値計算手法に限定して述べることにする．なお，CFD に関する一般的な内容は付録 A を参照されたい．

2.2 マルチフィジックス CFD

2.2.1 シングルフィジックスとマルチフィジックス

着氷現象のように流体現象に加え，液滴の凍結現象など何か別の物理現象を同時に扱う問題をマルチフィジックス問題 (multiphysics problem) といい，マルチフィジックス問題を扱う数値流体力学をマルチフィジックス CFD (multiphysics CFD) という．例えば，流体現象と燃焼化学反応を扱う燃焼機内流れのシミュレーションや，流体現象と壁面の壊食現象を扱う砂粒子によるサンドエロージョンのシミュレーションなどがマルチフィッジクス CFD である．これに対し，流体現象のみを扱うシミュレーションをシングルフィジックス CFD (single physics CFD) という．シングルフィジックス CFD は，計算手法がほぼ確立しており汎用ソフトも広く普及しているため，自動車や航空宇宙業界はもちろんのこと，電気・電子や建築・土木業界など，産業界で広く利用されている．これら業界において，開発段階において実験ではなく CFD を利用することは，時間と費用の大きな削減に直結する．CFD により得られる解も定常流であれば，

実用的な精度である．しかし，マルチフィジックス CFD に関しては現象にはよるが，計算手法が確立されていないのが現状である．その理由として，複数の物理現象の相互干渉について未解明な場合が多いこと，各物理現象の時間や空間のスケールが著しく異なる場合が多いことが挙げられる．このため，産業界において実用レベルに達しているシミュレーションはほとんどない．マルチフィジックス CFD の実用化は，産業界における CFD 技術の革新的な一歩となるだろう．

2.2.2 弱連成と強連成

マルチフィジックス CFD を扱う際に，重要となる要素の一つが，流体現象と他の物理現象のカップリング手法 (coupling procedure) である．一般的にカップリング手法には，弱連成 (weak coupling) と強連成 (strong coupling) がある．流体現象の時間スケールと他の物理現象の時間スケールが著しく異なる場合，各々の支配方程式を分離して解くことができる．これが弱連成解析であり，本論文のテーマである着氷シミュレーションには，弱連成解析を用いられる．この理由については，後述する．一方，強連成解析とは，流体の支配方程式と他の物理現象の支配方程式を同時に解析することである．流体と他の現象の時間スケールに大きな差がない，もしくは同じ場合，双方の干渉問題を考慮し，強連成解析を行わなければならない．しかし，現在の研究では，強連成解析を産業界において設計段階で用いることは，計算負荷の問題などから難しい．従って，弱連成解析を用いて，いかに精度良くシミュレーションを行うかが，マルチフィジックス CFD の産業界への適用の鍵となる．弱連成解析を用いたシミュレーションは着氷現象の他にも，サンドエロージョン現象[(65)]やデポジション現象[(66)]，砂漠における砂の輸送現象[(67)]などがある．

2.2.3 ラグランジュ法とオイラー法

流体運動の記述は，ラグランジュ法 (Lagrangian method) とオイラー法 (Eulerian method) の二つに大別される．ラグランジュ法は，前述した粒子法のように流体を分散相としてある流体粒子に着目し，それを追跡し流体運動の変化を調べる方法である．一方，オイラー法とは，有限差分法のように流体を連続相として観測点を固定し，そこを通過する流体運動を調べる方法である．着氷現象

のように，流体と何か別の粒子を同時にシミュレーションする場合，そのカップリング手法には，ラグランジュ・ラグランジュカップリング，オイラー・ラグランジュカップリング，オイラー・オイラーカップリングの三通りがある．オイラー法は，取り扱いが容易であり計算負荷も軽い．また，ラグランジュ法は，個々の粒子を追跡できるため，壁面の衝突特性などを精度良く捉えることが可能である．ラグランジュ・ラグランジュカップリングは，ダム崩壊問題や気泡巻き込み問題を対象に研究が行われている(68)．しかし，その取り扱いの難しさや，計算負荷の高さなどの問題から，まだ基礎研究レベルであり実用レベルには達していない．従って，着氷現象をシミュレーションする場合，オイラー・オイラーカップリングとオイラー・ラグランジュカップリングの二通りが考えられる．本研究では，液相の解法には液滴の壁面への衝突の詳細が把握できるラグランジュ法を用いるため，オイラー・ラグランジュカップリングを採用すが，理由については後述する．一方，ONERA などの機関ではオイラー・オイラーカップリングを用いている場合もある(69)．

2.3　着氷シミュレーションアルゴリズム

これまで述べてきたように，着氷シミュレーションには，マルチフィジックス CFD の取り扱いが必要不可欠であり，解析対象周りにおける気体の流れ，過冷却液滴の挙動，過冷却液滴衝突面における熱力学的特性，着氷による解析対象の形状変化に伴う気体の流れの変化を再現しなければならない．また，本研究では，エンジンファンにおいては世界的にもほとんど取り扱われていない壁面と氷の離脱判定も行う．着氷現象の場合，氷成長の時間スケールのオーダーが，氷成長に伴う流れ場の変化の時間スケールのオーダーより三桁以上大きいため，弱連成解析を用いることができる．従って，シミュレーションアルゴリズムが図 2-1 のようになる．図中 (a) は着氷後の格子再構成を必要とするシミュレーション手法，図中 (b) は氷の離脱現象再現のための着氷後の格子再構成が不要のシミュレーション手法である．従来の着氷シミュレーション手法では，着氷箇所の形状変化を再現するための格子再構成が必要である．しかし，従来手法により，氷の離脱を伴う着氷形状を再現するのは，その形状の複雑さ故に困難である．従って，本研究では従来のシミュレーション手法に加え，氷の離脱現象をシミュレー

ションするために，新しく，格子再構成を必要としないシミュレーション手法も用いる．この新しい着氷形状再現手法の詳細に関しては後述する．また，本研究では前述したように，流れ場計算にはオイラー法，液滴軌道計算にはラグランジュ法を用いるオイラー・ラグランジュカップリング手法を適用する．着氷シミュレーションにおいて，最重要なパラメーターは壁面表層温度と過冷却液滴衝突特性である．本研究では，気相 (流れ場計算) と液相 (液滴軌道計算) を分離して解くため，流れ場を単相流と仮定できる．つまり，流れ場をオイラー的に取り扱うことはしごく一般的である．しかし，液滴軌道計算には，個々の液滴軌道を詳細に解析することが可能であるラグランジュ法を用いている．オイラー法はラグランジュ法に比べ，計算負荷は軽いが，液滴衝突分布の詳細が捉えられないため，本研究の液滴軌道計算にはラグランジュ法を適用する．以下では，着氷シミュレーション特有の液滴軌道計算や熱力学計算，また，本研究で新しく提案す

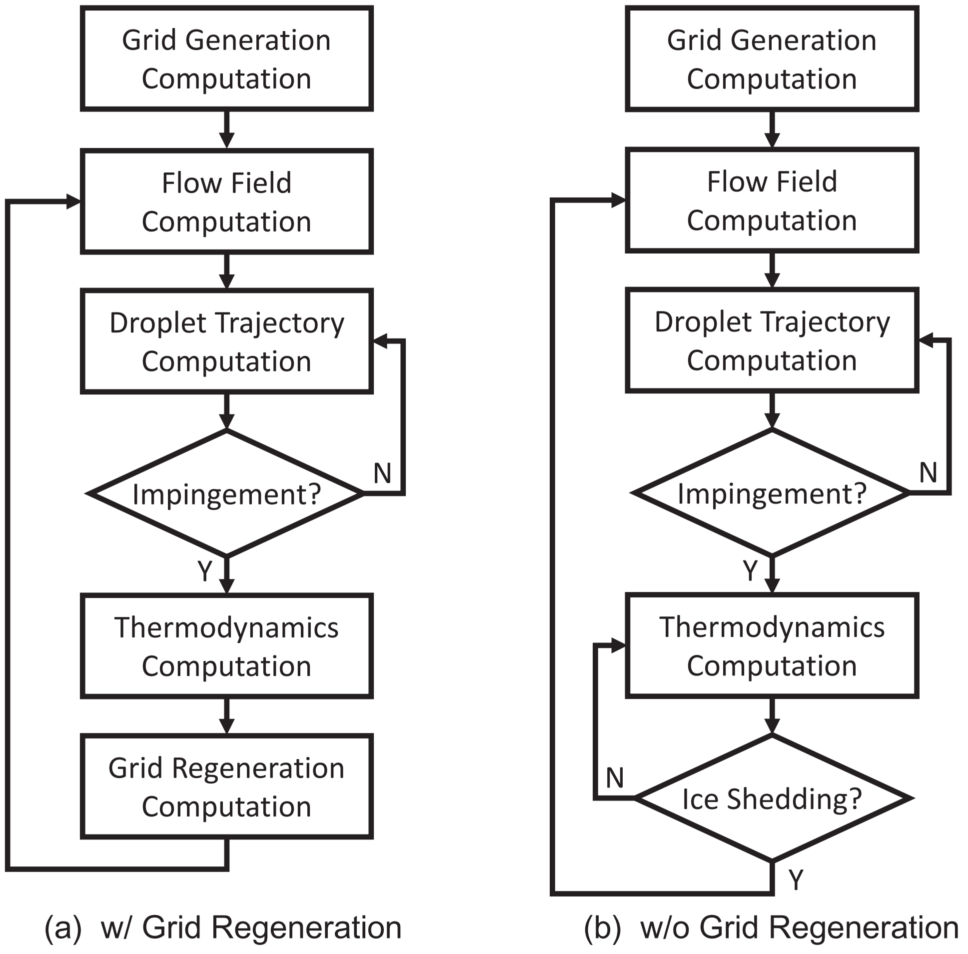


Fig. 2-1　Algorithms of Icing Simulation

る着氷形状再現手法と氷の離脱モデルについて詳述する．なお，格子生成手法や流れ場計算手法に関しては，特別な手法は用いていないため，本章には記さない．格子生成手法については付録 B を，流れ場計算手法については付録 C を各々参照されたい．

2.4 液滴軌道計算手法

2.4.1 計算における仮定

本研究では以下に示す仮定の下，計算を行う．

(1) 液滴は球形であり，崩壊及び回転はしない．

(2) 液滴間衝突は無視する．

(3) 液滴は気体に影響を及ぼさない (One-way Coupling).

(4) 初期位置において，液滴の速度は気体の速度に等しい．

(1) については，液滴が大きい場合に問題となるが，本研究で扱う液滴直径は 40 μm 以下であるため，本研究では問題にはならない．なお，液滴が大きい場合の計算手法に関しては，文献 (70) を参照されたい．

2.4.2 支配方程式

液滴軌道計算の支配方程式には，簡易化した Basset-Boussinesq-Oseen 方程式 (以下，B-B-O 方程式) を用いる．

$$\frac{d\vec{U}_d}{dt} = \frac{3}{4} C_D \frac{\rho_a}{\rho_d} \frac{1}{d_d} \vec{U}_r \left|\vec{U}_r\right| - \left\{ 2\vec{\Omega} \times \vec{U}_d - \vec{\Omega} \times \left(\vec{\Omega} \times \vec{r}_d \right) \right\} \tag{2.1}$$

ここで，U_d は液滴の速度，U_r 気体と液滴の相対速度，t は時間，d_d は液滴直径，ρ_a と ρ_d は気体と液滴の密度である．右辺第二項は遠心力とコリオリ力を表し，Ω は回転速度，r_d は液滴の半径位置である．抗力係数 C_D は液滴のレイノルズ数 Re_d を用い，以下の Schiller and Naumann(71)の式のようになる．

$$C_D = \frac{24}{\mathrm{Re}_d} \left(1 + 0.15 \mathrm{Re}_d^{\ 0.687} \right) \tag{2.2}$$

式 (2.1) 中では，流体加速による圧力勾配力，仮想質量力，Basset 履歴項，重力と浮力，マグナス揚力，サフマン揚力を省略しているが，一般的に，右辺の流体抗力と回転による慣性力が約 8 割以上を占めることが知られているため，これは問題にはならない．

2.4.3　離散化

時間の離散化に関しては，次式のように前進差分を用いる．

$$x_d^{n+1} = x_d^n + \Delta t u_d^n \tag{2.3}$$

$$u_d^{n+1} = u_d^n + \Delta t f_d^n \tag{2.4}$$

ここで，n は計算回数，Δt は時間刻み，f_d は単位質量当たりの液滴に作用する力である．また，液滴の運動を追跡する際は，周囲流体の情報が必要となる．本研究では，液滴がどのセルに属するかを探索し，周囲流体の情報を対象液滴に補間している．

2.4.4　液滴収集効率

液滴収集効率とは単位時間・単位面積当たりの液滴の衝突分布であり，収集効率は着氷シミュレーションにおいて，翼表面温度と並び最重要なパラメーターの一つである．まず，壁面における液滴衝突判定の概略図を図 2-2 に示す．本研究では図のように，壁面上における液滴に近い点を原点とする位置ベクトルと壁面法線単位ベクトルの内積から液滴と壁面の距離を求め，その距離が液滴半径以下であれば衝突とする．衝突と判定された液滴を各々の壁面セルにおいてカウントし，以下のように液滴衝突特性を求める．

検査体積内に流入する液滴の質量流量 Q_{in} は，

$$Q_{in} = A_{in} U_{in} LWC \tag{2.5}$$

であり，ここで A_{in} は液滴の流入面積，U_{in} は液滴の流入速度，LWC は液滴の水

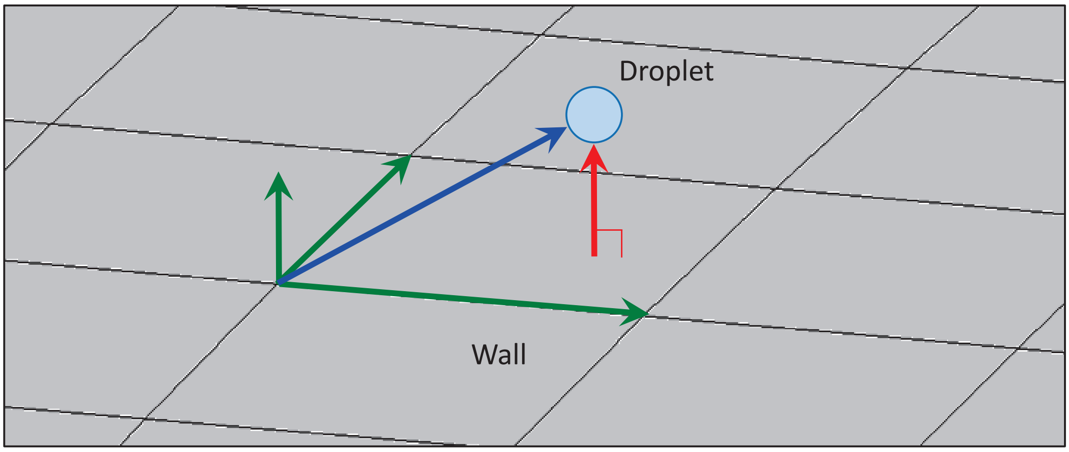


Fig. 2-2　Schematic Diagram of Droplet Impingement Judgment on Wall

分含有量である．1 秒当たりに流入する液滴の個数 N_{in} は次式のようになる．

$$N_{in} = \frac{Q_{in}}{\rho_d V_d} \tag{2.6}$$

ここで，V_d は液滴の体積である．以上より，総液滴数に対する液滴の衝突率 P_{im} と単位時間･面積当たりの液滴の局所的な衝突分布，即ち，収集効率βが求まる．

$$P_{im} = \frac{N_{im}}{N_{com}} \tag{2.7}$$

$$\beta = P_{im} \frac{N_{in}}{A_{cell}} \tag{2.8}$$

ここで，N_{im} は衝突液滴の個数，N_{com} は計算液滴の個数，A_{cell} はセル面積である．

2.5 熱力学計算手法

2.5.1 概要

流れ場計算から得られた壁表面温度，主流速度や圧力，液滴軌道計算から得られた液滴収集効率より熱力学計算が行われ，氷層厚さ・着氷形状・着氷領域を得ることができる．これらの導出には，着氷モデルが用いられる．最初の着氷モデルは，1953 年に Messinger[5]によって開発された Messinger モデルである．Messinger モデルは，検査体積内の質量保存則とエネルギー保存則に基づき，開発から 60 年余り経つが，NASA や ONERA，DRA をはじめとする世界的に主要な研究機関において広く用いられ，着氷モデルの主流となっている．しかし，Messinger モデルには霧氷から雨氷の変化が急であり，雨氷着氷の予測性能が悪いという欠点がある．この問題を解決するために，NASA などでは独自の Messinger モデルに独自の修正を加えてシミュレーションを行っている．また，Özgen ら[73]は 2009 年に，Messinger モデルに相変化の条件式を加えた Extended Messinger モデルを開発した．Extended Messinger モデルは Messinger モデルに比べ，ランバックの予測性能が良く，霧氷から雨氷への変化をスムーズに再現することができる．なお，本論文ではこれら二つの着氷モデルを明確に区別するため，Messinger によって開発された着氷モデルを Original Messinger モデル，Özgen らによって開発された着氷モデルを Extended Messinger モデルと称する．また，着氷現象は多くの物理現象が複雑に絡み合う故に，これら着氷モデルを用いるた

めには，壁面粗さや壁面熱伝達率などのパラメーターが必要である．本節では，これらの着氷モデルを用いる下準備として必要なパラメーターに関しても，詳細に説明する．

2.5.2 対流熱伝達

対流熱伝達 h_c は，層流域と乱流域で以下のように定義される(72)．

$$\begin{cases} h_c = \dfrac{0.296 k_a U_e^{1.435}}{\sqrt{\nu \int_0^s U_e^{1.87} ds}} & \text{（層流）} \\ h_c = St \rho_a C_{pa} & \text{（乱流）} \end{cases} \tag{2.9}$$

ここで，k_a は空気の熱伝導率，U_e は境界層外端の速度である．St は熱伝達率と熱容量の比を表す無次元数スタントン数であり，以下のようになる．

$$St = \frac{c_f / 2}{\Pr_t + \dfrac{\sqrt{c_f / 2}}{St_k}} \tag{2.10}$$

ここで，c_f は壁面摩擦係数，St_k は粗さスタントン数であり，粗さ高さ k_s と粗さレイノルズ数 Re_k を用いて以下のようになる．

$$c_f = 2\left(\frac{u_\tau}{V_e}\right)^2 \tag{2.11}$$

$$St_k = 1.156 \,\mathrm{Re}_k^{-0.2} \tag{2.12}$$

$$\mathrm{Re}_k = \frac{u_\tau k_s}{\nu} \tag{2.13}$$

2.5.3 氷の粗さモデル

着氷後の表面粗さの取り扱いは着氷後の流れ場を解くために重要であり，表面粗さモデルの研究は多く行われている．Shin ら(75)は砂粒子を用いた試験に基づき，氷の粗さ k_s を以下のように定式化した．

$$\begin{aligned} k_s &= 0.6839 \times 0.001177 \\ &\times (0.5714 + 0.2457 LWC + 1.2574 LWC^2)(0.047 T_{sur} - 11.27) C \end{aligned} \tag{2.14}$$

ここで，LWC は大気中の水分含有率，T_{sur} は壁面温度，C はコード長である．本式は，初期の LEWICE コードに導入された．その後，1995 年に改良され LEWICE の粗さモデル(76)は以下のようになった．

$$k_s = \left(\frac{4\sigma\mu_w{}^2}{\rho_w f_i \tau_w} \right)^{1/3} \tag{2.15}$$

ここで，σは表面張力，μ_wは水の粘性係数，ρ_wは水の密度，τ_wは壁面せん断応力である．f_iは氷結の指標である氷結率であり着氷モデルの中で最も重要なパラメーターであるため，詳細に後述する．現在の LEWICE(77)では，以下のようにモデル化されている．

$$k_s = \frac{1}{2}\sqrt{0.15 + \frac{0.3}{f_{i,stag}}} \tag{2.16}$$

ここで，$f_{i,stag}$は淀み点における氷結率である．また，CIRA の所有する CIRAAMIL コードでは，以下のようになっている．

$$k_s = \frac{3}{4}\frac{\tau_w}{\mu_w}\sqrt{\frac{e_f{}^3}{g}} \tag{2.17}$$

ここで，e_fは水膜厚さであり，詳細は文献 (78) を参照されたい．なお，本研究では検証の結果，式 (2.14) を採用する．

2.5.4 Original Messinger モデル

Original Messinger モデル (以下，OMM) は 1953 年に Messinger によって開発された．OMM は検査体積内における質量とエネルギー保存に基づいて構築された着氷モデルである (図 2-3 参照)．OMM では，検査体積内に流入するエネルギーとしてランバックイン・空力・液滴衝突が，検査体積から流出するエネルギーとしてランバックアウト・対流・蒸発 (昇華)・潜熱が各々考慮されている．以下では，支配方程式から各項の導出まで詳細に述べていく．

A 支配方程式

図 2-3 に示した質量とエネルギー収支に基づき，OMM の支配方程式は以下のようになる．

$$m_{im} + m_{rin} = m_{ac} + m_{es} + m_{rout} \tag{2.18}$$

$$Q_{im} + Q_{rin} + Q_{fri} = Q_{ac} + Q_{es} + Q_{rout} + Q_{con} \tag{2.19}$$

ここで，m_{im}，m_{rin}，m_{ac}，m_{es}，m_{rout}は，各々，壁面に衝突する液滴，隣のセルから流入する水，堆積する氷，蒸発 (昇華) する水 (氷)，隣のセルへ流出する水の

単位時間当たりの質量である．Q_{im}，Q_{rin}，Q_{con}，Q_{fri}，Q_{ac}，Q_{es}，Q_{rout}，Q_{con} は，各々，衝突する液滴，隣のセルから流入する水，空力，摩擦，堆積する氷，昇華・蒸発する氷・水，隣のセルへ流出する水，対流の単位時間当たりのエネルギーである．式 (2.18)，(2.19) より，氷結率 f_i を求める．

$$f_i = \frac{m_{ac}}{m_{im} + m_{rin}} \tag{2.20}$$

氷結率とは，水の凍結を表す指標であり，1 ならばセル内の水は全て凍結し，0 ならば凍らずに水の状態のまま隣のセルに流れ込む．

B　衝突する液滴の質量およびエネルギー

着氷シミュレーションでは，衝突する液滴の質量およびエネルギーの項が支配的となる．従って，液滴軌道計算において，液滴の衝突位置を正確に見積もることは非常に重要である．単位時間当たりに衝突する液滴の質量は，

$$m_{im} = \rho_d \beta V_d A_{cell} \tag{2.21}$$

となる．また，衝突する液滴の比エンタルピーH_{im} は，

$$H_{im} = C_{pw}(T_\infty - T_f) + \frac{1}{2} U_{im}{}^2 \tag{2.22}$$

となる，ここで，C_{pw} は水の比熱，T_∞は主流温度，T_f は水の凝固点，U_{im} は液滴の衝突速度である．よって，衝突する液滴の単位時間当たりのエネルギーは以下の

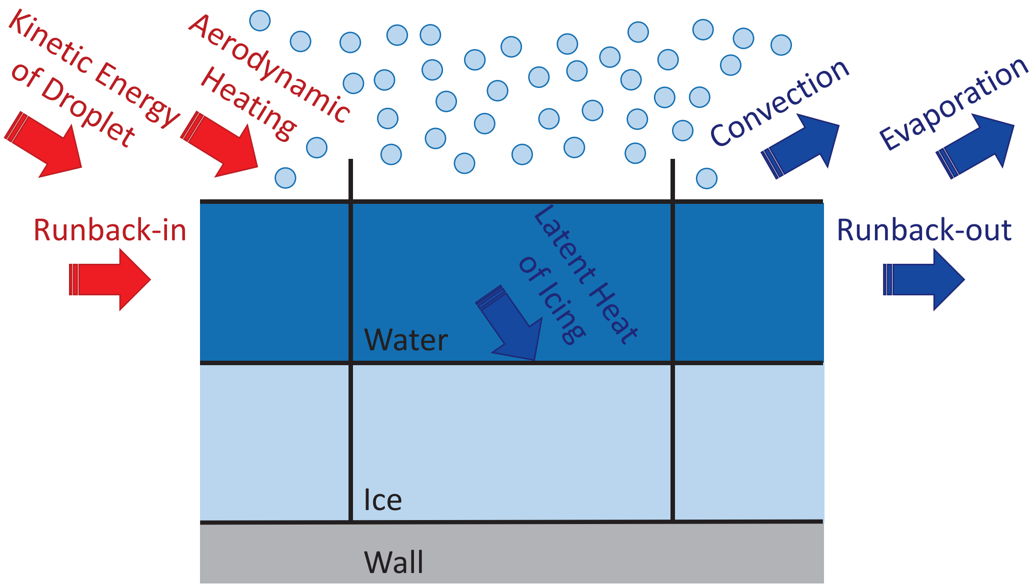


Fig. 2-3　Image of Original Messinger Model

ようになる.

$$Q_{im} = H_{im} m_{im} = \left\{ C_{pw}(T_\infty - T_f) + \frac{1}{2} U_{im}{}^2 \right\} \rho_d \beta V_d A_{cell} \tag{2.23}$$

C　蒸発 (昇華) する水 (氷)の質量およびエネルギー

単位時間当たりの水の蒸発・氷の昇華のエネルギーは以下のようになる.

$$Q_{es} = \chi_{es} e_0 (T_{sur} - T_{be}) \tag{2.24}$$

ここで，χ_{es}は蒸発 (昇華) 係数，e_0は飽和係数，T_{sur}は固体表面の温度，T_{be}は境界層外端の温度である．蒸発 (昇華) 係数と飽和係数は文献 (74) により，

$$\begin{cases} \chi_{es} = \dfrac{0.622 h_c L_e}{C_{pa} P_{ta} Le^{2/3}} & \text{（蒸発）} \\ \chi_{es} = \dfrac{0.622 h_c L_s}{C_{pa} P_{ta} Le^{2/3}} & \text{（昇華）} \end{cases} \tag{2.25}$$

$$e_0 = 27.03 \tag{2.26}$$

となる．ここで，L_eは蒸発の潜熱，L_sは昇華の潜熱，P_{ta}は空気の全圧，Leは熱と物質の移動速度の比を表すルイス数という無次元数である．また，単位時間当たりの水の蒸発・氷の昇華の質量は，以下のようになる.

$$\begin{cases} m_{es} = \dfrac{Q_{es}}{L_e} & \text{（蒸発）} \\ m_{es} = \dfrac{Q_{es}}{L_s} & \text{（昇華）} \end{cases} \tag{2.27}$$

蒸発 (昇華) する質量は，液滴衝突の質量に比べ小さいため，着氷シミュレーションへの影響は少ない．蒸発 (昇華) する水 (氷) の比エンタルピーは,

$$\begin{cases} H_{es} = L_e + C_{pw}(T_{sur} - T_f) & \text{（蒸発）} \\ H_{es} = L_s + C_{pi}(T_{sur} - T_f) - L_f & \text{（昇華）} \end{cases} \tag{2.28}$$

となる．ここで，C_{pi}は氷の比熱，L_fは凝固の潜熱である.

D　対流熱伝達

検査体積の外部境界から空力的に誘起される熱流，対流と摩擦によって決定される．単位時間当たりの摩擦熱は以下のようになる.

$$Q_{fri} = h_c A_{cell} r_{recover} \frac{u_\tau{}^2}{2C_{pa}} \tag{2.29}$$

ここで，$r_{recover}$ は回復係数であり，プラントル数 Pr を用いて，

$$\begin{cases} r_{recover} = \mathrm{Pr}^{1/2} & （層流） \\ r_{recover} = \mathrm{Pr}^{1/3} & （乱流） \end{cases} \tag{2.30}$$

と表せる．また，対流熱は以下のようになる．

$$Q_{con} = h_c A_{cell}(T_s - T_\infty) \tag{2.31}$$

E　ランバックの質量およびエネルギー

霧氷条件においては，ランバックはほとんど発生しないが，雨氷条件においてはランバックの予測が非常に重要となる．雨氷条件では，着氷形状や最大氷層厚さ，着氷限界位置などは，ランバック現象に強く依存する．式 (2.18)，(2.20) より，単位時間当たりにランバックアウトする質量は，

$$m_{rout} = (1 - f_i)(m_{im} + m_{rin}) - m_{es} \tag{2.32}$$

となる．また，ランバックアウトする比エンタルピーH_{rout}と単位時間当たりのエネルギーは以下のようになる．

$$H_{rout} = C_{pw}(T_{sur} - T_\infty) + \frac{1}{2}{u_\tau}^2 \tag{2.33}$$

$$Q_{rout} = m_{rout} H_{rout} = m_{rout}\left\{C_{pw}(T_{sur} - T_\infty) + \frac{1}{2}{u_\tau}^2\right\} \tag{2.34}$$

F　着氷する質量およびエネルギー

式 (2.20) より単位時間当たりに着氷する質量は，以下のようになる．

$$m_{ac} = f_i(m_{im} + m_{rin}) \tag{2.35}$$

また，着氷する比エンタルピーと単位時間当たりのエネルギーは，

$$H_{ac} = C_{pi}(T_{sur} - T_f) \tag{2.36}$$

$$Q_{ac} = m_{ac} H_{ac} = m_{ac} C_{pi}(T_{sur} - T_f) \tag{2.37}$$

となる．

G　氷結率

氷結率は水の凍結を表す指針であり，着氷シミュレーションの予測性能を向上させるためには，氷結率を正確に見積もらなければならない．式 (2.19) より，

$$m_{im}H_{im} + m_{rin}H_{rin} + Q_{fri} = m_{es}H_{es} + m_{out}H_{out} + m_{ac}H_{ac} + Q_{con} \tag{2.38}$$

となる．さらに，式 (2.20) より，

$$
\begin{aligned}
& m_{im}H_{im} + m_{rin}H_{rin} + Q_{fri} \\
& = m_{es}H_{es} + \{(1-f_i)(m_{im}+m_{rin}) - m_{es}\}H_{rout} + f_i(m_{im}+m_{rin})H_{ac} + Q_{con}
\end{aligned}
\tag{2.39}
$$

となる．これを氷結率について解くと，氷結率は以下のようになる．

$$
f_i = \frac{m_{im}H_{im} + m_{rin}H_{rin} + Q_{fri} - m_{es}H_{es} - (m_{im}+m_{rin}-m_{es})H_{rout} - Q_{con}}{(m_{im}+m_{rin})(H_{ac}-H_{rout})} \tag{2.40}
$$

2.5.5 Extended Messinger モデル

霧氷条件では，固体表面に水膜はほとんど形成されず，着氷形状は液滴の衝突位置によりほぼ決定されるため，一般的に霧氷着氷シミュレーションは実験値とよく一致する．一方，雨氷条件では，液滴は衝突点で瞬時には凍らずに，水膜を形成し固体表面をゆっくり流れながら凍るため，着氷形状はより複雑になる．OMM は水の状態変化が考慮されていないため，雨氷着氷形状の再現性に劣ることが指摘されてきた(79)．この問題を解決するために，Myers ら(80)は薄い水膜を形成しながら，ゆっくり凍結されることを考慮した着氷モデルを開発した．彼らは，一次元の数学モデルに基づき OMM を拡張した．2009 年，Özgen ら(73)は Myer らが開発した一次元数学モデルを二次元に拡張した Extended Messinger モデル (以下，EMM) を開発した．EMM は，相変化を再現する一般的な手法であるステファン問題に基づく．霧氷条件では，液滴は衝突点で瞬時に凍結するため，単純な質量保存のみ考慮すれば着氷が予測できる．一方，温度が高くなり雨氷条件になれば，氷表面には水膜が形成される．雨氷の層の下には霧氷の薄い層が形成されており，雨氷の形成は霧氷から変遷することにより始まる．OMM は霧氷から雨氷への変遷が急であるが，EMM はこの変遷が滑からである．従って，EMM は着氷現象の物理をより正確に再現できる．以下，EMM の詳細を示す．

A 支配方程式

EMM は，氷および水のエネルギー保存式，質量保存式，氷と水の界面における相変化の式の 4 つの支配方程式から成る．

$$
\frac{\partial T_i}{\partial t} = \frac{k_i}{\rho_i C_{pi}} \frac{\partial^2 T_i}{\partial {y_{iw}}^2} \tag{2.41}
$$

$$\frac{\partial T_w}{\partial t} = \frac{k_w}{\rho_w C_{pw}} \frac{\partial^2 T_w}{\partial {y_{iw}}^2} \tag{2.42}$$

$$\rho_i \frac{\partial B_i}{\partial t} + \rho_w \frac{\partial B_w}{\partial t} = \dot{m}_{im} + \dot{m}_{in} - \dot{m}_{es} \tag{2.43}$$

$$\rho_i L_f \frac{\partial B_i}{\partial t} = k_i \frac{\partial T_i}{\partial y_{iw}} - k_w \frac{\partial T_w}{\partial y_{iw}} \tag{2.44}$$

ここで，$\dot{m}_{im}$，$\dot{m}_{rin}$，$\dot{m}_{es}$は，各々，壁面に衝突する液滴，隣のセルから流入する水, 蒸発 (昇華) する水 (氷) の質量流束である. T_iとT_wは氷と水の表面温度, B_iとB_wは氷層と水膜の厚さ，k_iとk_wは氷と水の熱伝導率，y_{iw}は壁面からの距離である．ρ_iは氷の密度であり，霧氷時はρ_g，雨氷時はρ_rとなる．

B　モデル構築の仮定

EMM では，氷層と水膜の厚さを求めるために，以下の仮定に基づき境界条件と初期条件を課している．

(1)　氷は固体表面において完全の接触しており，初期の温度は空気の温度 T_a に等しい．

$$T_i(0,t) = T_a \tag{2.45}$$

(2)　氷と水の界面において，温度は連続であり，凝固点に等しい．

$$T_i(B_i,t) = T_w(B_w,t) = T_f \tag{2.46}$$

(3)　霧氷時の空気と氷の界面や雨氷時の空気と水の界面において，熱流束は対流$\dot{Q}_{con}$，ふく射$\dot{Q}_r$，衝突液滴の冷却$\dot{Q}_d$，ランバック$\dot{Q}_{rin}$，蒸発 (昇華) $\dot{Q}_{es}$，空力熱$\dot{Q}_a$，衝突液滴の運動$\dot{Q}_k$の熱流束によって決定される．

$$\begin{cases} -k_w \dfrac{\partial T_w}{\partial t} = \left(\dot{Q}_{con} + \dot{Q}_{es} + \dot{Q}_d + \dot{Q}_r\right) - \left(\dot{Q}_a + \dot{Q}_k + \dot{Q}_{rin}\right) & \text{（霧氷）} \\ -k_i \dfrac{\partial T_i}{\partial t} = \left(\dot{Q}_{con} + \dot{Q}_{es} + \dot{Q}_d + \dot{Q}_r\right) - \left(\dot{Q}_a + \dot{Q}_k + \dot{Q}_{rin} + \dot{Q}_l\right) & \text{（雨氷）} \end{cases} \tag{2.47}$$

(4)　固体表面における初期状態では，着氷はしていない．

$$B_i = B_w = 0,\ \ t = 0 \tag{2.48}$$

C　質量流束

C1　衝突する液滴

衝突する液滴の質量流速は，以下のようになる．

$$\dot{m}_{im} = \rho_d \beta V_d \tag{2.49}$$

OMM と同様に EMM の場合も，着氷量は衝突液滴の項に強く依存する.

C2　蒸発 (昇華) する水 (氷)

水の蒸発・氷の昇華する質量収束は以下のようになる.

$$\begin{cases} \dot{m}_{es} = \dfrac{Q_{es}}{L_e} & \text{（蒸発）} \\ \dot{m}_{es} = \dfrac{Q_{es}}{L_s} & \text{（昇華）} \end{cases} \tag{2.50}$$

EMM の場合も OMM と同様に，蒸発 (昇華) する項は他の項に比べ小さい.

D　熱流束

D1　対流

対流による熱流束は以下のようになる.

$$\dot{Q}_{con} = h_c\left(T_{sur} - T_a\right) \tag{2.51}$$

D2　衝突液滴の冷却

衝突液滴の冷却による熱流束は以下のようになる.

$$\dot{Q}_d = \dot{m}_{im} C_{pw}\left(T_{sur} - T_a\right) \tag{2.52}$$

D3　水 (氷) の蒸発 (昇華)

水の蒸発・氷の昇華による熱流束は以下のようになる.

$$\dot{Q}_{es} = \chi_{es} e_0 (T_{sur} - T_{be}) \tag{2.53}$$

蒸発 (昇華) 係数χ_{es}，飽和係数 e_0 の導出方法は OMM の場合と同様である.

D4　ふく射

ふく射による熱流束は以下のようになる.

$$\dot{Q}_r = 4\varepsilon_r \sigma_r T_a^3\left(T_{sur} - T_a\right) \tag{2.54}$$

ここで，ε_r は氷の放射率，σ_r はステファン・ボルツマン定数である.

D5　衝突液滴の運動

衝突液滴の運動による熱流束は以下のようになる.

$$\dot{Q}_k = \dot{m}_{im}\frac{U_{im}^2}{2} \tag{2.55}$$

D6　ランバック

ランバックによってもたらされる熱流束は以下のようになる.

$$\dot{Q}_{in} = \dot{m}_{in}C_{pw}\left(T_f - T_{sur}\right) \tag{2.56}$$

D7　凝固

凝固の潜熱による熱流束は以下のようになる.

$$\dot{Q}_l = \rho_r L_f \frac{\partial B_i}{\partial t} \tag{2.57}$$

E　霧氷における氷の成長と温度

霧氷の場合，液滴は衝突した瞬間に凍結するため，氷層厚さは式 (2.43) の質量保存式から直接求めることができる.

$$B_i(t) = \frac{\dot{m}_{im} + \dot{m}_{rin} - \dot{m}_{es}}{\rho_r}t \tag{2.58}$$

氷層が 2.4 cm 以下の場合 (多くの場合)，氷層の温度分布は以下の式によって求めることができる.

$$\frac{\partial^2 T_i}{\partial y_{iw}{}^2} = 0 \tag{2.59}$$

上式を二回積分し，式 (2.45), (2.47) を適用すると，霧氷における氷層の温度分布が求まる.

$$T_i(y_{iw}) = T_{sur} + \frac{\left(\dot{Q}_a + \dot{Q}_k + \dot{Q}_{rin} + \dot{Q}_l\right) - \left(\dot{Q}_{con} + \dot{Q}_{es} + \dot{Q}_d + \dot{Q}_r\right)}{k_i}y_{iw} \tag{2.60}$$

F　雨氷における氷の成長と温度

氷層の厚さが 2.4 cm 以下，水膜の厚さが 3 mm 以下の場合 (多くの場合)，水膜の温度分布は以下のようになる.

$$\frac{\partial^2 T_i}{\partial y_{iw}{}^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 T_w}{\partial y_{iw}{}^2} = 0 \tag{2.61}$$

上式を二回積分し，氷層の温度分布に式 (2.45), (2.46) を，水膜の温度分布に式

(2.46), (2.47)適用すると式 (2.61) は以下のようになる.

$$T_i(y_{iw}) = T_{sur} + \frac{T_f - T_{sur}}{B_i} y_{iw} \tag{2.62}$$

$$T_w(y_{iw}) = T_{sur} + \frac{(\dot{Q}_a + \dot{Q}_k + \dot{Q}_{rin}) - (\dot{Q}_{con} + \dot{Q}_{es} + \dot{Q}_d + \dot{Q}_r)}{k_i}(y_{iw} - B_i) \tag{2.63}$$

式 (2.43) の質量保存式を一回積分すると水膜の厚さが得られる.

$$B_w = \frac{\dot{m}_{im} + \dot{m}_{rin} - \dot{m}_{es}}{\rho_w}(t - t_g) - \frac{\rho_g}{\rho_w}(B_i - B_g) \tag{2.64}$$

ここで, t_g と B_g は雨氷の形成が始まる時間と氷層厚さである. 上式を相変化の条件式である式 (2.44) に代入すると, 雨氷の場合における氷層厚さが求まる.

$$\rho_g L_f \frac{\partial B_i}{\partial t} = \frac{k_i(T_f - T_{sur})}{B_i} + k_w \frac{(\dot{Q}_{con} + \dot{Q}_{es} + \dot{Q}_d + \dot{Q}_r) - (\dot{Q}_a + \dot{Q}_k + \dot{Q}_{rin})}{k_w} \tag{2.65}$$

式 (2.58), (2.65) より雨氷の形成が始まる時間と氷層厚さは以下のようになる.

$$B_g = \frac{k_i(T_f - T_{sur})}{(\dot{m}_{im} + \dot{m}_{rin} - \dot{m}_{es})L_F + (\dot{Q}_a + \dot{Q}_k + \dot{Q}_{rin}) - (\dot{Q}_{con} + \dot{Q}_d + \dot{Q}_{es} + \dot{Q}_r)} \tag{2.66}$$

$$t_g = \frac{\rho_r}{(\dot{m}_{im} + \dot{m}_{rin} - \dot{m}_s)} B_g \tag{2.67}$$

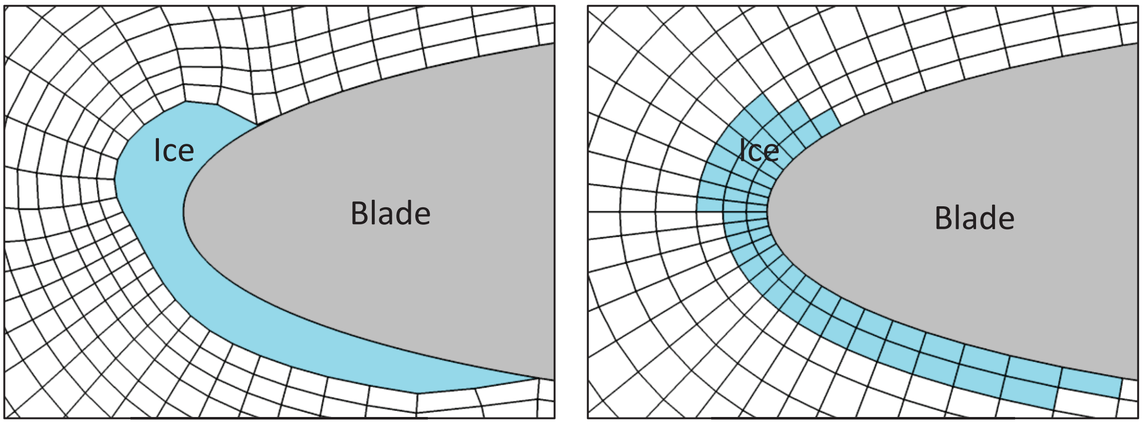
2.6　着氷形状再現手法

着氷による剥離や流量の変化, 全圧損失などの流れ場の変化を再現するためには, 着氷形状を再現しなければならない. 本節では図 2-4 に示される二つの着氷形状再現手法について説明する. 図中 (a) は格子を氷層に沿って再構成する従来の着氷形状再現手法, 図中 (b) は本研究で新たに開発した格子再構成を必要としない着氷形状再現手法である. 従来の手法である格子再構成は, 解析対象が二次元 NACA 翼のような簡単な形状であれば全く問題ない. しかし, 解析対象がエンジンファンのような三次元翼となった場合や, 氷層が厚く形状が複雑となった場合には, 複雑な格子生成に関する知識や経験を要する. CFD を扱う上では, 格子生成は非常に重要であり, これに悩まされた経験があるユーザーは多いだろう. また, 本研究では従来の着氷に加え, 着氷後の氷の離脱現象も扱う. 氷の離脱現象は, あるスパン断面から一編に氷片が剥がれるため, 離脱箇所においては着氷形状の変化が急である. 従って, 従来の着氷形状再現手法では氷の離

脱現象まで再現することは非常に難しい．著者らは，この問題を解決するために Icing Cell 法（以下，ICM）を開発した．本手法では，着氷し易い箇所に予め格子を密に設置し，計算セルを流体セル（fluid cell）と着氷セル（icing cell）に二分し，セルの埋め合わせによって着氷を再現する．ICM は格子再構成を必要としないため，CFD ユーザーの格子生成のノウハウも不要であり，汎用性も高い．着氷箇所の格子密度が高いため，格子数が増加し計算負荷が増すという欠点があるが，近年の計算機の計算速度や並列処理能力の向上を考えれば，許容範囲だろう．ICM の利点としてもう一つ挙げられるのは，計算プログラムの自動化の簡易さである．着氷シミュレーションでは，図 2-1 において示した計算ループを着氷時間によって何回か繰り返さなければならない．従来の着氷形状再現手法では，格子再構成の際に計算ループを止めて，格子に問題がないかを確認してから，再び流れ場計算へと移っていた．しかし，ICM では計算セルを埋めるだけであるため，格子の確認を必要する必要がなく，何回でも自動的に計算ループを繰り返すことが可能である．これらの利点から，本研究では ICM を推奨する．着氷後の流れ場のシミュレーションにおいて，ICM では図 2-4 のように氷層が凸凹になることが懸念されるだろう．本件に関しては，次章において二次元 NACA 翼を用いて従来手法と ICM による数値解析値の比較検証を行う．

2.7　氷の離脱現象のモデル化

エンジンファンなどのターボ機械では，着氷現象に付随して氷の離脱現象が生じる．本現象は，回転体壁面に堆積した氷が成長することにより，氷に作用す



(a) Previous Method　　(b) Icing Cell Method

Fig. 2-4　Grid Systems for Reproducing the Ice Layer

る遠心力が強くなり，これら遠心力などの外力が氷と壁面の付着力を上回ったときに，壁面から氷片が剥がれ落ちる現象である．本研究で扱うエンジンファンの他にも，航空機の主翼やヘリコプターの回転翼において発生するが，本節ではターボ機械において発生する氷の離脱現象に焦点を当てる．ファンに堆積した氷に作用する力として，翼表面と氷の界面における付着力，氷間の接触力，遠心力，空気力などが挙げられる．空気力は，接触力や遠心力と比べ三桁程オーダーが異なり微小であるため無視できる．また，氷の接触間のモデル化に関しては，非常に難しい．何故なら，密度や硬さ，接触力など氷に物性値には雪氷分野における知見でさえも，未解明な部分が多いからである．従って，本研究では氷の離脱現象を単純化し，堆積した氷に作用する力として，遠心力と氷と壁面の付着力にみを考慮し，モデル化を行った．これらの力は次式から求められる．

$$F_a = \tau A_{cell} \tag{2.68}$$

$$F_c = \rho_i A_{cell} B_i r \Omega^2 \tag{2.69}$$

ここで，F_a は付着力，F_c は遠心力，τは単位面積当たりの付着力，r は回転軸からの距離，B_i は氷の厚さである．単位面積当たりの付着力に関しては，室岡ら[62]によって行われた氷付着力試験の値を採用する．なお，第 1.4 節で述べたように，氷と壁面の付着力には，付着面と垂直方向に引張りの力が作用する場合の「引張り付着力」と，付着面と水平方向にせん断の力が作用する場合の「せん断付着力」がある．ここで，ファンなどの回転翼に作用する付着力を考えて場合，遠心力と反対向きに働く「せん断付着力」となる．従って，本研究では氷の成長に伴い増加する遠心力が，氷と壁面の付着力を上回ったとき，氷の離脱が発生すると判断する．Brouwers ら[85]は，回転翼を用いて翼端付近から氷が離脱する傾向を実験的に示した．この実験事実を参考にして，本研究ではどこか 1 セルで氷の離脱判定が下されれば，そのセルから翼端までの全てのセルにおいて，氷が離脱したものと仮定する．本判定方法の詳細に関しては，第 4.6.2 節において後述する．

第3章 NACA 翼における着氷シミュレーション手法の検証

3.1 緒言

本章では，第 2 章で示した着氷シミュレーション手法の検証を行う．本研究では，まず，第 2.5.4 節で説明した OMM と第 2.5.5 節で説明した EMM による着氷モデルの比較検証を行う．さらに，第 2.6 節で示した着氷後に格子再構成を行う従来手法 (以下，RGM) と格子再構成を行わない ICM による着氷形状再現手法の比較検証も行う．比較対象の実験データには本論文の主要テーマであるターボ機械などの三次元データを用いたいところではあるが，着氷試験の三次元データは乏しく，ほとんど得られていない．従って，本検証では二次元翼における実験と CFD の結果を採用する．

3.2 比較対象の実験と CFD

1986 年から 1991 年にかけて，アメリカの NASA とフランスの ONERA とイギリスの DRA が各々の機関で開発された着氷コードを改修するために共同研究を行った[81]．各々の機関の着氷コードは共通して，流れ場計算モジュール，液滴軌道計算モジュール，熱力学計算モジュールから構成される．二次元翼を計算対象に各々の保有する着氷コードを用いて着氷シミュレーションを行い，液滴収集効率や壁面熱伝達率，着氷形状などの実験値と比較検証した．比較対象の実験は迎角 4 度の NACA0012 翼を用い，NASA Lewis Icing Research Tunnel (IRT) で行われた．温度が着氷量や着氷形状を左右する最も重要なパラメーターの一つであるため，静温を-27.8 °C から-2.8 °C まで変化させ，着氷現象の温度依存性が調査された．本研究では，NASA・DRA・ONERA の共同研究によって得られた試験値および数値解析値と，著者らのハウスコードによる数値解析値を比較検証する．

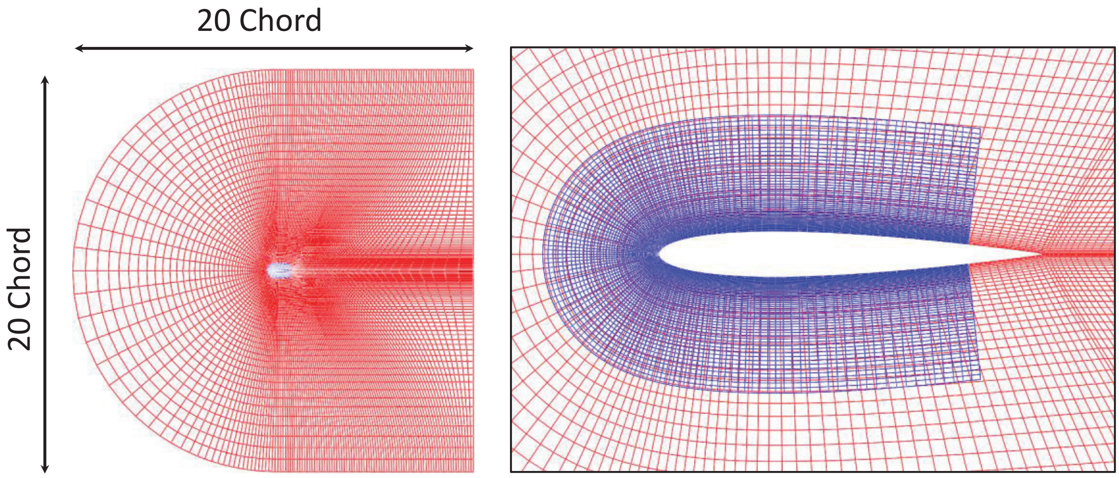
3.3　数値計算手法

本研究で用いた数値計算手法は，第 2.1 節における着氷シミュレーションアルゴリズムに準ずる．流れ場は，二次元圧縮性乱流場と仮定し，支配方程式は付録 C.1 で示す質量・運動量・エネルギーの各保存式から成る．空間の離散化においては，対流項に Yee-Harten の二次精度風上型 TVD スキーム(82)を，その他の項に二次精度中心差分を，時間の離散化には LU-ADI 法(83)を各々適用させる．乱流モデルには，Kato-Launder 修正(84)を施した k-εモデルを用いる．液滴軌道計算の支配方程式には，式 (2.1) の簡易化した B-B-O 方程式を用いる．なお，式 (2.1) の右辺第二項の回転による慣性力は二次元 NACA 翼では作用しないため，抗力のみを考慮した形となる．熱力学計算には，第 2.5.4 節の OMM と第 2.5.5 節の EMM を各々用いて解析を行う．

3.4　着氷モデルによる比較検証

3.4.1　計算対象および計算格子

計算対象は，第 3.2 節で示した NASA・ONERA・DRA の共同研究で用いた二次元 NACA0012 翼である．本翼は着氷試験によく用いられており，試験値が豊富である．計算領域は，流入・流出の境界条件が流れ場に影響しないように十分確保し，20 chord × 20 chord とする．計算格子を図 3-1 に示す．着氷シミュレーションでは，着氷箇所の静温分布や液滴衝突位置を正確に解析する必要がある



(a) Over View　　(b) Enlarged View

Fig. 3-1　Computational Grids for NACA0012 Airfoil

ため, 図 3-1 のようにサブグリッドを設けた重合格子法により計算格子を生成する．本手法では，熱力学計算と着氷後の格子再構成はサブグリッドのみで行えばよい．メイングリッドの格子数は 15,691 点，サブグリッドの格子点数は 10,251 点，総格子点数は 25,942 点である．なお，本手法による着氷シミュレーションではサブグリッドの格子が粗すぎると着氷形状を正確に再現できない場合がある．この解の格子依存性に関しては，表 3-1 に示す 3 通りの格子で確認済みである．表中の Medium 以上の格子密度であれば，着氷シミュレーションに影響しないことを確認したため，本検証では Medium の格子密度を採用する．

3.4.2　計算条件および境界条件

本検証における計算条件を表 3-2 に示す．計算条件は，NASA IRT で行われた実験()に準じており，静温を-27.8 °C から-2.8 °C まで変化させた 6 ケースについて解析を行う．本条件では，静温と全温の他の主流速度や LWC，MVD などのパラメーターは全て固定している．液滴軌道計算における液滴投入数は 1,000,000 個である．また，流入境界では全温・全圧を固定，マッハ数を外挿し，流出境界では静圧を固定，その他を外挿する境界条件を課している．壁面は，滑りなし・断熱条件であり，壁関数を適用する．なお，着氷シミュレーションは第 2.3 節で述べたイタレーションを数回行うが，本計算では着氷時間 480 秒に対し 120 秒毎に 4 分割して解析を行う．これに関しては，4 分割以上であれば着氷形状に依存しないことを確認済みである．これらの計算条件の下，OMM と EMM による着氷形状の比較検証を行う．

3.4.3　結果および考察

図 3-2 に各々の計算条件における前縁付近の着氷形状を示す. 軸は翼コード長 c で無次元化している．著者らのハウスコードによる CFD の予測性能を検証するため，NASA による実験値と CFD，ONERA による CFD，DRA による CFD の

Table 3-1　Sub-grid Resolution for Validation of Icing Model

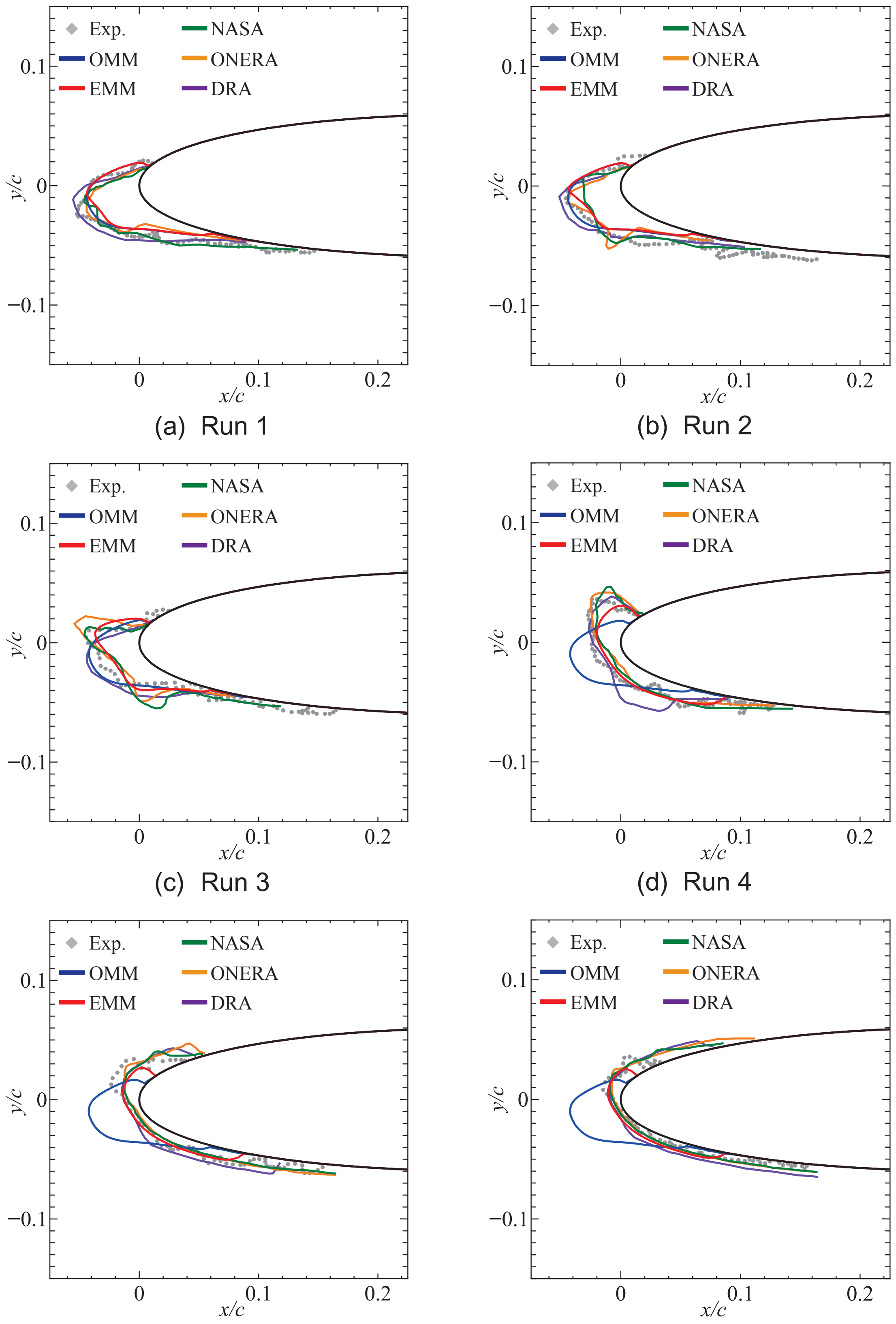
Coarse	1,701 (81 × 21)
Medium	10,251 (201 × 51)
Fine	24,381 (301 × 81)

結果も併せる．なお，NASA，ONERA，DRA の着氷モデルは OMM を用いている．まず，実験値に関してであるが，実験では三次元翼のあるスパン位置における着氷形状を抽出している．従って，どのスパン位置を抽出するかによる誤差や，得られた着氷形状を取りだすときに生じる誤差があるということを念頭に置いておきたい．一般的に，着氷試験において生じる誤差は約 30%と言われている．

霧氷条件である Run 1 と Run 2 において，これらの計算条件に関してはランバックが発生しないため，どの数値解も実験値と比べ大した相違はない．しかし，Run 3 から Run 6 のように大気が暖かくなり始めると，各機関における着氷コードの違いと著者らのハウスコードにおける OMM と EMM の着氷モデルの違いによる着氷形状への影響が露呈される．Run 3 の静温以上 (-13.9 °C) になるとホーンが形成され始めるが，著者らの OMM による解析値と DRA の解析値は，Run

Table 3-2　Computational Conditions for NACA0012 Airfoil

		Run 1	Run 2	Run 3	Run 4	Run 5	Run 6
Chord Length	[m]	0.530	0.530	0.530	0.530	0.530	0.530
Angle of Attack	[deg.]	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0
Inflow Velocity	[m/s]	58.10	58.10	58.10	58.10	58.10	58.10
Static Temperature	[°C]	-27.8	-19.8	-13.9	-6.7	-3.9	-2.8
Total Temperature	[°C]	-26.0	-18.0	-12.0	-5.0	-2.0	-1.0
Static Pressure	[kPa]	95.61	95.61	95.61	95.61	95.61	95.61
LWC	[g/m^3]	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30
MVD	[μm]	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0
Exposure Time	[s]	480.0	480.0	480.0	480.0	480.0	480.0



(a) Run 1 (b) Run 2
(c) Run 3 (d) Run 4
(e) Run 5 (f) Run 6

Fig. 3-2 Ice Shape for Validation of Icing Model

3 の温度におけるホーンが再現できていない．この影響は，温度上昇に伴い大きくなる．Run 3 の静温以上 (-13.9 °C) になると，どの数値解も実験値との誤差が大きい．これらの誤差の要因は，ランバックの予測性能である．これまで述べてきたように，大気温度が暖かい場合に生じる雨氷条件ではランバックが生じ，雨氷における着氷形状はランバック量に強く依存する．まず，著者らのハウスコードにおける OMM と EMM の相違点であるが，OMM による解析値ではランバック量の予測性能が悪くホーンの再現ができていないため，雨氷条件下では実験値と比較した誤差は非常に大きい．これは，OMM では式 (2.20) で示した氷結率がほとんどの格子点で 1 から変化しないからである．一方，EMM による解析値は，実験で得られている温度による着氷形状の違いがよく捉えられている．EMM を用いて Run 4 を解析した場合の前縁付近における氷結率の 20 ~ 80 秒間の変化を図 3-3 に示す．図中の横軸は翼コード長で無次元化した前縁からの距離であり負の領域は翼下面を正の領域は翼上面を表す．図 3-3 より，シミュレーション開始から 20 秒後は氷結率が 1 であり淀み点近傍に着氷しているが，30 秒後は氷結率が 0 付近の値になる領域が淀み点を中心に広がることが確認できる．その後，氷結率が 0 付近になる領域は，時間経過に伴い広がっていく．氷結率が 0 であるということは，ランバックが生じているということである．このように，

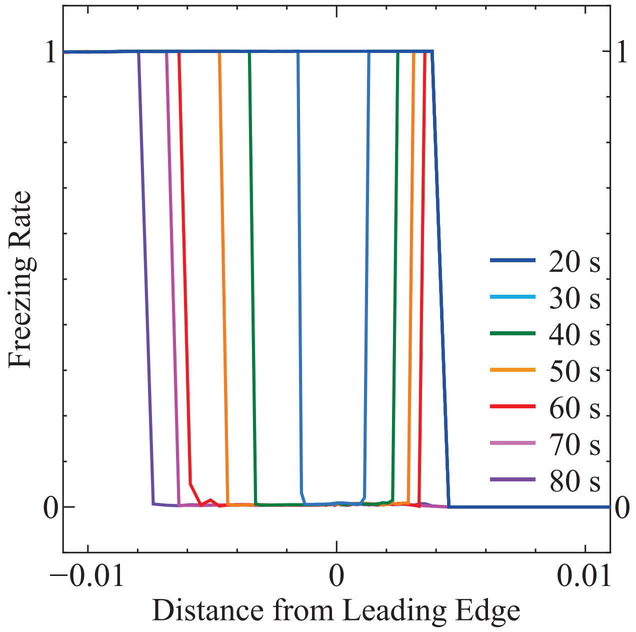


Fig. 3-3　Temporal Change of Freezing Rate Distribution by EMM (Run 4)

EMM では相変化の条件式を導入し，式 (2.67) で示したように雨氷が形成され始める時間を定式化しているため，ある時間を経過するとランバックが再現できるようになる．OMM では，前述したように氷結率が 1 からほとんど変化しないため，ランバックの再現が難しい．Run 5 と Run 6 における EMM による結果は，多少誤差が大きくなってしまってはいるが，これらの温度領域についてはランバック量が他に比べ多いため予測がさらに難しく，比較対象にした三つの機関における解析値にもばらつきがあること，前述したように実験値も 30%程度の誤差を含むことを考えれば，許容範囲内である．従って，EMM を用いた著者らのハウスコードによる着氷シミュレーションでは，静温の違いによる着氷形状の違いを妥当に再現できることが示された．OMM に関してはランバックが発生しない霧氷条件に限っては用いることができるが，雨氷条件における誤差が過大なため，著者らは着氷モデルには EMM を用いることを推奨する．

最後に NASA，ONERA，DRA の着氷コードは OMM を用いているのにも関わらず，著者らのハウスコードでは再現できなかった雨氷条件におけるランバックやホーン形状が，再現できていることについて述べておきたい．著者らのハウスコードの OMM は元論文(5)の計算モデルをそのまま用いたが，これまでに示した多くの論文で指摘されてきたように，元の OMM では雨氷条件におけるランバック現象が再現できない．この問題に対処するために，比較検証に用いた NASA，ONERA，DRA の着氷コードは OMM のランバック項に修正を加えている．ランバック項をどのように修正して解析しているかは，各機関で異なり，各機関の着氷コードは公表されていないため，不明である．従って，OMM はランバック項のモデル化が難しく汎用性に欠けると言える．この点からも，著者らはランバックを伴う雨氷条件における着氷シミュレーションには，汎用性に富んだ EMM を使用することを推奨する．

3.5 着氷形状再現手法による比較検証

3.5.1 計算対象および計算格子

計算対象は，第 3.3 節と同様の二次元 NACA 翼である．計算格子も同様であり，重合格子法を用いて構成される．なお，ICM では着氷形状をセルの埋め合わせで表現するために，従来手法に比べ，解が格子に依存し易い可能性が懸念さ

れる．従って，本節では表 3-3 のように計算格子を密に設定し，解の格子依存性についても明らかにする．

3.5.2 計算条件および境界条件

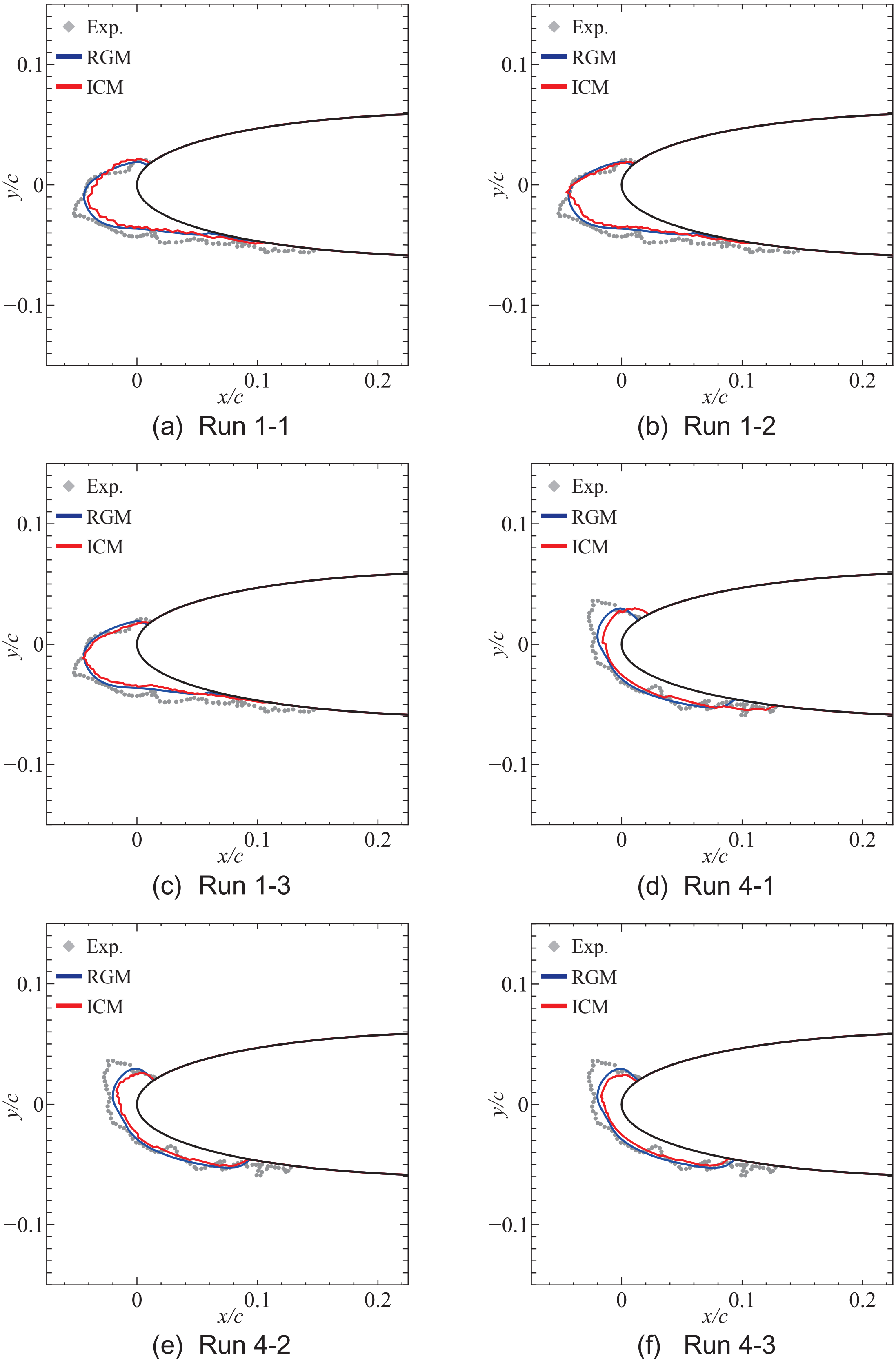
第 3.3 節において，著者らのハウスコードによる着氷シミュレーションの予測性能が検証されたため，本節では霧氷条件と雨氷条件から各々1 ケースを選定し，着氷形状再現手法の検証を行う．計算条件は，表 3-2 中の Run 1 と Run 4 である．霧氷条件には OMM を，雨氷条件には EMM を用いる．その他の計算条件および境界条件に関しては，第 3.4.2 節に示した通りである．また，前述したように解の格子依存性について 3 つの異なる格子を用いて明らかにするため，計算ケースは，Run 1-1 (霧氷・Coarse 格子)，Run 1-2 (霧氷・Medium 格子)，Run 1-3 (霧氷・Fine 格子)，Run 4-1 (雨氷・Coarse 格子)，Run 4-2 (雨氷・Medium 格子)，Run 4-3 (雨氷・Fine 格子) の全 6 ケースである．

3.5.3 結果および考察

各々のケースにおける着氷形状を図 3-4 に示す．まず，霧氷条件である図中 (a) - (c) に関してであるが，本研究で提案した着氷形状再現手法である ICM を用いた解析結果は，従来手法の RGM と同等の予測性能であることが確認できる．Run 1-1 のように格子密度が粗い場合，多少は格子の凹凸が形状に表れてしまうが，着氷限界位置と着氷量に関しては従来手法と同様に再現できている．一方，雨氷条件である図中 (d) - (f) に関しては，霧氷形状との違いを再現できてはいるが，弱い解の格子依存性がある．雨氷条件では，Run 4-1 のように格子密度が粗い場合，着氷限界位置を大きく見積もってしまう傾向がある．本シミュレーションでは，対象セルでランバックが発生すると，その予測されたランバック量を隣のセルに輸送している．従って，翼周り方向の格子幅が大きいと，ランバックする距離が長くなるため，着氷限界位置を過剰評価する傾向がある．しかし，

Table 3-3 Sub-grid Resolution for Validation to Reproduce the Ice Layer

Coarse	7,421 (181 × 41)
Medium	17,111 (241 × 71)
Fine	30,401 (301 × 101)



(a) Run 1-1 (b) Run 1-2 (c) Run 1-3 (d) Run 4-1 (e) Run 4-2 (f) Run 4-3

Fig. 3-4 Ice Shape for Validation to Reproduce the Ice Layer

この傾向は格子を再構成する従来手法を用いても表れてしまうため，ICM による着氷形状再現手法の問題ではない．ランバックを伴う雨氷条件における解の格子依存性の問題は，両着氷形状再現手法に共通している．以上より，雨氷着氷時における翼周り方向の格子密度に注意すれば，本研究で開発した ICM による着氷予測性能は，従来手法である RGM と同等であることが立証された．ICM による着氷シミュレーションは，RGM に比べ格子数が多くなり計算コストが増してしまうが，格子再構成が不要であるため，複雑形状への対応が可能である．また，ユーザーの主観による格子再構成を伴わず汎用性が高いため，図 2-1 で示した繰り返し計算のプログラムの自動化が容易に行える．従って，氷の離脱が発生し着氷形状が複雑になるような場合や，エンジン着氷のような大規模解析を行うような場合は，ICM を用いたほうが有利である．

3.6　　結言

本章では，OMM と EMM による着氷モデルの検証，従来手法と ICM による着氷形状再現手法の検証を行った．これらの検証により得られた知見を以下に示す．

(1) EMM を用いた著者らのハウスコードによる着氷シミュレーションでは，実験同様に温度変化による着氷形状の差異を表現できる．

(2) EMM を用いた著者らのハウスコードの予測性能は，着氷の代表的な研究機関である NASA や ONERA, DRA の有する着氷シミュレーションコードと同様である．

(3) 霧氷条件では，ランバックが発生しないため，OMM と EMM の予測性能の違いは表れない．

(4) 雨氷条件では, ランバックが発生するため, EMM の予測性能が OMM を上回る．

(5) 雨氷条件において OMM を用いる際，ランバックの項に修正を加えなければ，着氷形状を正確に再現することはできない．

(6) EMM は，霧氷・雨氷の切り替えが特別な措置なしに行うことができ汎用性が高いため，着氷シミュレーションには EMM を用いることを推奨する．

(7) 本研究で開発した着氷形状再現手法である ICM による着氷シミュレーションは，従来の格子再構成をする着氷形状再現手法と同等の予測性能である．

(8) ICM による着氷シミュレーションは，格子数が多くなるため計算負荷は増すが，格子再構成が不要であるため複雑形状への対応が容易である．

(9) ICM による着氷シミュレーションは，汎用性が高く，着氷プログラムの自動化を容易に行うことができる．

(10) 着氷形状が複雑になる氷の離脱を伴う着氷シミュレーションやジェットエンジン動静翼列のような大規模着氷シミュレーションを行う場合は，格子再構成を伴う従来手法より ICM を用いたほうが有利である．

第4章 軸流ファンにおける氷の離脱現象のモデル化

4.1 緒言

氷が堆積するだけの着氷現象に関しては，これまで散々述べてきたが，本章からは本論文の主テーマである着氷現象に付随する氷の離脱現象 (ice shedding phenomenon) に関して述べたい．ジェットエンジンの場合には，ファンに堆積した氷が成長し，高速で回転しているファンの遠心力により翼表面から氷が剥がれ落ちる．離脱した氷片はエンジンコアに吸い込まれ，コアコンポーネントに損傷を与える．本現象は，大気中の氷の密度，氷と壁面の付着力，氷と氷の接触力など，氷の物性値には不明な点が多く，非常に複雑である．Papadakis ら[86]は，氷片を模擬した長方形平板にかかる力とモーメント係数を風洞設備で測定し，得られた空力データを用い主翼から飛散する氷片の追跡計算を行った．また，Baruzzi ら[87]は氷片を模擬した立方体に対する流体構造連成問題を解き，飛散する氷片の運動を解くことに成功した．しかし，彼らの研究は離脱後の氷片のみを対象にしたものであり，氷の成長や離脱の発生要因に関しては，取り扱っていない．また，Brouwers ら[85]は，ロータークラフトで発生する氷の離脱現象を解明するために，シミュレーションモデルを開発し，ホバリングを模擬した実験と比較検証した．実験では，静温 (-11.5 ~ -6.5 °C) と MVD (15 ~ 35 μm) を変数に氷の離脱現象の発生が研究された．彼らは温度が高くなりランバックが発生しチップ側の氷層が厚くなると，チップ側において氷の離脱現象が発生する知見を示した．しかし，彼らの数値解析値と実験値の間には，氷の離脱が発生する時間と発生位置に大きく誤差を含むため，氷の離脱現象の再現性に劣る．

一方，現存する着氷モデルのほとんどは，氷の成長のみを再現するものであり氷の離脱は考慮されておらず，時間進行に伴い氷は成長し続ける．従って，本研究では，対象周りの気相の流れから，過冷却液滴の衝突，氷の成長，氷の離脱ま

でを一貫してシミュレーションできる新しい着氷モデルを開発する．本研究は，氷の離脱現象モデル開発のための基礎研究であり，まずは氷に作用する遠心力と壁面付着力のみを考慮した簡単なモデルを用い，氷の離脱が再現できるかということに重点を置く．開発された氷の離脱現象モデルは，過去に株式会社 IHI 瑞穂工場・北海道工業大学・北見工業大学で実施された，氷の成長と離脱による流量変化の実験値と比較検証される．さらに，氷の成長や離脱がファンの性能に及ぼす影響についても同時に明らかにする．本研究により，遠心力と付着力のみの簡易的なモデルで氷の離脱現象が再現できること，氷の成長と離脱が翼性能に及ぼす影響が示される．

4.2　　比較対象の実験

2009 年 6 月から 2011 年 3 月にかけて，室岡ら[88]は株式会社 IHI 瑞穂工場・北海道工業大学・北見工業大学において，軸流ファンを用いて防氷技術開発のための着氷試験を行った．提案された防氷技術としては，翼表面を化学塗料でコーティングした防氷コーティング翼，翼型をスイープさせた防氷スイープ翼であった．図 4-1 に試験装置を示す．室岡らは，低温環境下で軸流ファンに水を噴射す

Fig. 4-1　Icing Test Facility for Axial Fan

ることにより，実機エンジンと同様に着氷する試験方法を確立し，提案した防氷翼に関する防氷技術を実験的に調査した．防氷スイープ翼の実験において，彼らはスイープの影響を明らかにするためにスイープさせていないベース翼の着氷試験も行った．着氷し易い条件で行うために，翼のスタガー角が設計点から 10 度ずらされた．本研究も同条件で行うものとする．図 4-2 は，ベース翼における流量の時間変化のグラフである．試験により，氷の成長による流量の減少と氷の離脱による流量の回復が確認されている．本研究では，図 4-2 に示した氷の成長と離脱による流量変化の実験値と著者らの数値解析値と比較する．また，室岡らは防氷コーティング翼の試験を行う前段階として，図 4-3 に示すような回転板の先端に氷塊を付着させた試験装置を用いて，氷の付着力試験を行った．試験には 3 種類の化学塗料が用いられ，コーティングの影響を解明するためにコーティングなしの試験片に対しても，氷付着力試験が行われた．本研究では，コーティングなしの試験で得られた氷付着力を採用して，シミュレーションを行う．

4.3　数値計算手法

本研究における数値計算手法は，図 2-1 (b) で示したシミュレーションアルゴリズムに準ずる．流れ場は三次元圧縮性乱流場と仮定し，離散化手法や乱流モデ

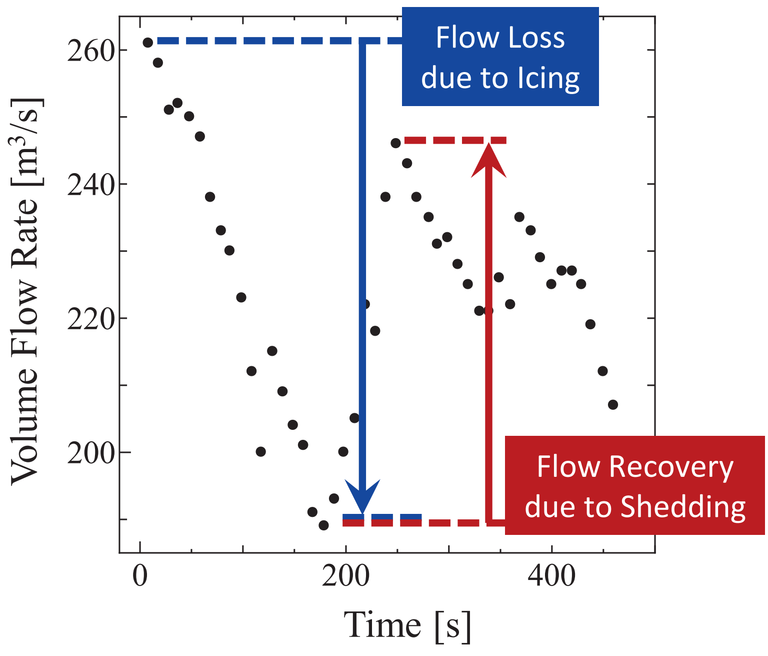


Fig. 4-2　Flow Rate Change due to Icing and Shedding in Axial Fan

ルに関しては第 3.3 節で述べた手法と同様である．液滴軌道計算手法に関しても第 3.3 節と同様であるが，支配方程式には回転による慣性力を考慮した式 (2.1) を用いる．着氷モデルには OMM を用いる．著者らの経験では，本シミュレーションのように着氷時間が長い三次元解析の場合，EMM より OMM を用いたほうが, 計算が安定するからである. しかし, 第 3.4 節において OMM を用いた場合，ランバック量の過少評価により着氷量や着氷形状に誤差が生じることを述べた. 本研究は，実験においてランバックがほとんど生じておらず着氷形状が霧氷であることを確認済みである．従って，本研究においては OMM を用いても問題にはならない．着氷形状再現手法には，第 2.6 節で提案した ICM を採用する．

4.4　　計算対象および計算格子

本研究では，室岡ら(62)が行った軸流送風機の着氷試験に従い，昭和電機製の軸流送風機 (快流シリーズ A2D6H-411) を対象とする．本軸流送風機は 12 枚の翼から構成されるが，周期性を考慮して翼 1 枚のみを計算対象とする．また，計算格子を図 4-4 に各々示す．本計算格子は，重合格子法により生成される．サブグリッドは，着氷セルの判定をするため，着氷し易い翼前縁付近で，翼表面法線方向の領域を広く，格子密度を密に設定する．また，正圧面側においては，氷層は薄いが着氷し易いため，同じく格子密度は密とする．総格子点数は，6,272,284 点である．

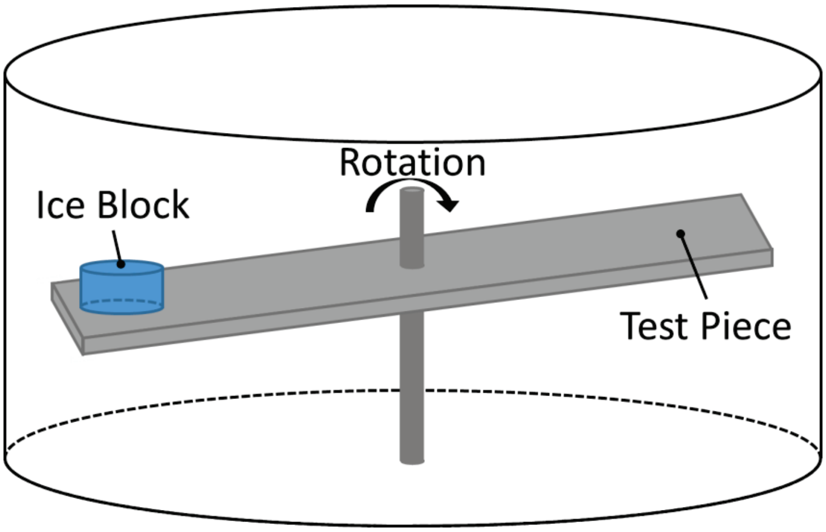


Fig. 4-3　Schematic View of Ice Adhesion Facility

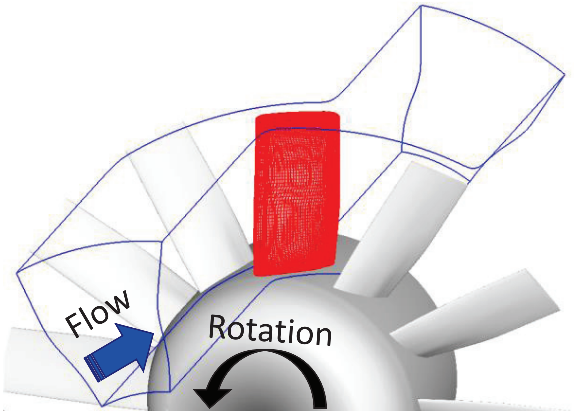
4.5　　計算条件および境界条件

計算条件を表 4-1 に示す．MVD 30 μm の液滴を 1 個ずつランダムに流入境界から 500,000 個投入し，局所的な液滴衝突特性を得る．流入境界では全温・全圧を固定，マッハ数を外挿し，流出境界では静圧固定，その他を外挿する．壁面では，滑りなし・断熱・壁関数条件を課す．また，ピッチ方向は周期境界条件とする．解析時間に関しては，室岡らの試験では 480 秒間に渡り行われたが，本研究では遠心力と付着力のみの単純なモデルで氷の離脱現象が再現できるかということが重要であるため，最初の離脱が発生するまでとする．

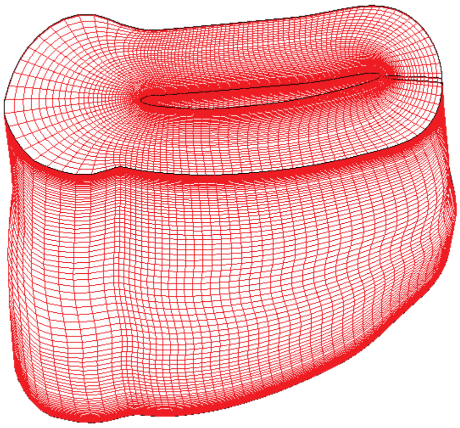
4.6　　結果および考察

4.6.1　　翼表面静温分布および液滴収集効率

翼表面における静温分布を図 4-5，液滴収集効率を図 4-6 に示す．着氷シミュレーションは，これら 2 つのパラメーターに大きく左右される．静温分布は正



(a) Main Grid



(b) Sub-grid (every 2 grid point)

Fig. 4-4　Computational Grids for Axial Fan

Table 4-1　Computational Conditions for Axial Fan

Rotating Speed	[rpm]	1,800
Initial Mass Flow Rate	[kg/s]	5.21
Static Temperature	[°C]	-5.0
LWC	[g/m^3]	1.54
MVD	[μm]	30

圧面翼端付近を除いた領域では，氷点以下となる．また，液滴は負圧面にはほとんど衝突せず，正圧面に多く衝突し，特に，前縁に衝突が集中する．これらの領域は，静温も氷点以下であるため，着氷が発生し易い．

4.6.2　氷の離脱判定

本研究では，第 2.7 節で述べたように付着した氷に作用する力に関して，氷の

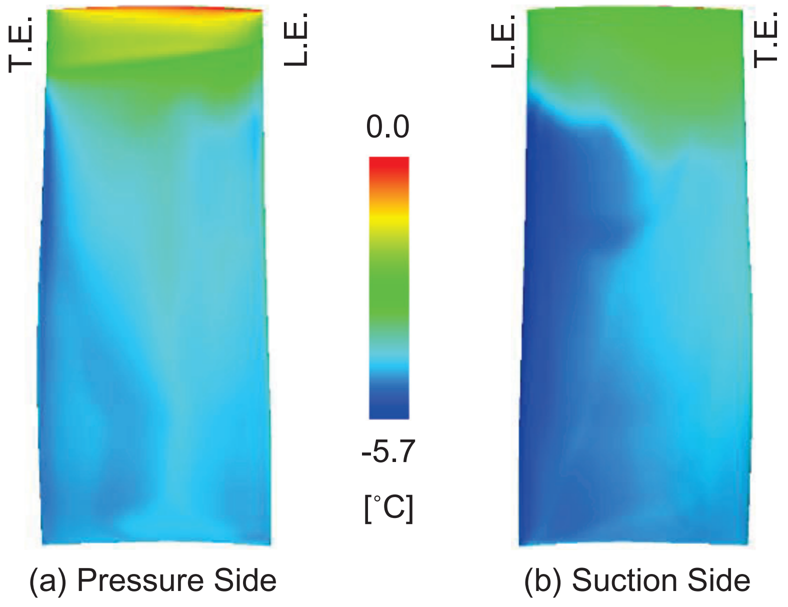


Fig. 4-5　Surface Temperature of Axial Fan

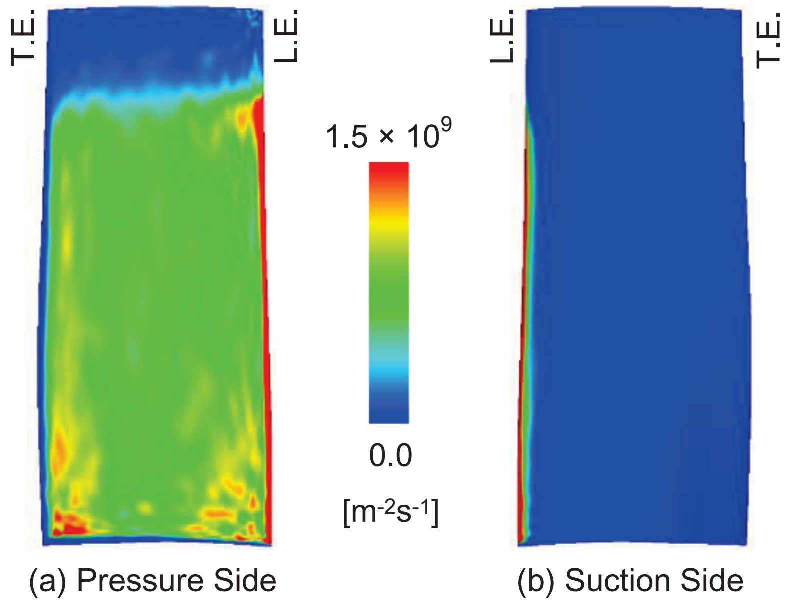


Fig. 4-6　Droplet Collection Efficiency of Axial Fan

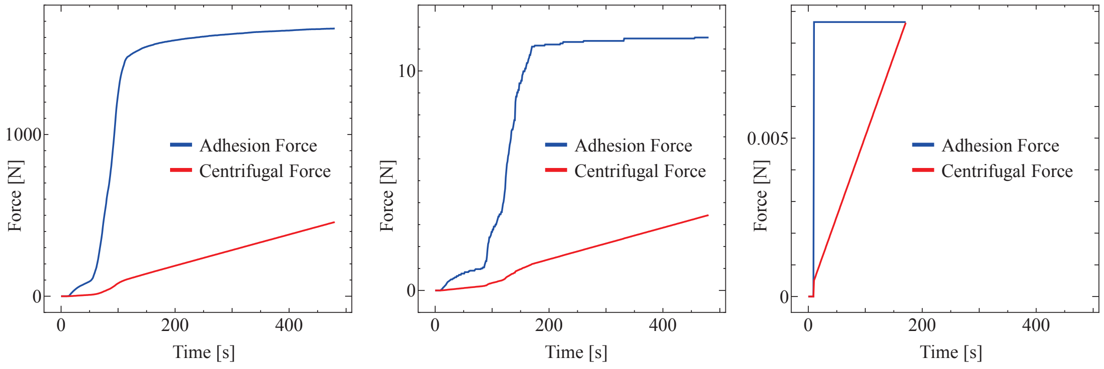
成長に伴い増す遠心力と，遠心力と反対向きに働く氷と壁面の付着力のみを考慮している．従って，遠心力が付着力を上回ったときに，氷の離脱が発生すると判定することができる．本離脱判定の下し方について，以下の 3 つの方法について試した．

(1) 各セルの遠心力と付着力を導出し，翼全体の遠心力と付着力の積分値を用いて，離脱判定を行い，離脱判定が下れば，翼全体において氷が離脱したとする．

(2) 各セルの遠心力と付着力を導出し，翼周方向に遠心力と付着力を積分し，各スパン断面において離脱判定を行い，どこかのスパン断面で離脱判定が下れば，そのスパンからチップ方向にかけた領域の断面において氷が離脱したと判定する．

(3) 各セルの遠心力と付着力を導出し，各セルにおいて離脱判定を行い，どこかのセルで離脱の判定が下れば，そのセルからチップ方向にかけた領域のセルにおいて氷が離脱したと判定する．

本研究では試験と同様の 480 秒間，氷の成長・離脱シミュレーションを行った．判定方法 (1) と (2) では氷の離脱は確認されず，判定方法 (3) においてのみ氷の離脱が確認された．本研究では，セル当たりに作用する力を考えた場合，遠心力が氷の成長に伴い増加するのに対し，付着力は一定である．つまり，氷層が薄くても着氷すれば，氷の付着力が働くことになる．図 4-7 に付着力と遠心力の時間履歴を示す．図中 (a) - (c) は順に判定方法 (1) - (3) を表す．ここで，(b) は最大氷層厚さのスパン断面，(c) は最大氷層厚さのセルに働く力である．図 4-7 (a),



(a) Method-1 (b) Method-2 (c) Method-3

Fig. 4-7 Temporal Change of Force Acting on Accreted Ice

(b) に示すように，翼全体や翼周り方向の積分値で離脱判定を行った場合，氷層が薄く遠心力に対し付着力が大きいセルの付着力が支配的になり，遠心力が付着力を上回ることはなく，氷の離脱は生じない．しかし，セル毎に付着力と遠心力を見積もった場合，氷層が局所的に厚くなる箇所では，図 4-7 (c) のように遠心力が付着力を上回るほど大きくなるため，氷の離脱が発生する．このとき，離脱発生セルにおける付着力は，8.67×10^{-3} N であった．従って，氷と壁面の付着力は氷層厚さによらず一定であることから，氷の離脱は氷層が厚く遠心力が大きくなる点で局所的に発生すると言える．加えて，その局所的な点が周囲における氷の離脱現象を誘発し，Brouwers らの実験[85]で示されているように，ある断面からチップ方向へ一辺に氷が離脱するといった現象を引き起こすと著者らは推測する．

4.6.3　氷の成長と離脱シミュレーション

図 4-8 に翼正圧面における氷の成長と離脱の時間履歴を示す．前述したように，表面温度が氷点以下であり液滴衝突量が多い前縁に，着氷が集中的に生じる．その後，着氷した氷が成長し，171 秒後に氷の離脱現象の発生が確認される．発生箇所は図示した通り，遠心力が比較的大きく氷層が厚い，約 79.8%スパン位置の前縁である．チップ側前縁から氷が剥がれる傾向は，Brouwers らの実験[85]と類似している．また，氷の成長と離脱による流量変化の実験値との比較を図 4-9 に示す．図中の流量は，実験における着氷前の流量で無次元化をしている．実験では試験開始から 179 秒後に流量が回復し始めたことから，氷の離脱現象が発生した時間は 179 秒であったと考えられる．本研究における氷の離脱発生時間は 171 秒であり，概ね一致している．従って，本研究で開発した氷の離脱モデルは，氷の離脱現象発生時間については，妥当な予測性能を有することが立証された．

4.6.4　氷の離脱モデルの誤差評価

本研究において開発した氷の離脱モデルが発生時間については，高い予測性能を有することを前述した．実験における氷の離脱発生時間は 179 秒，本シミュレーションにおける発生時間は 171 秒である．つまり，実験とシミュレーションの間に 8 秒の誤差が生じているため，本節では氷の離脱モデルの予測性能

に関して述べる．本研究では，第 2.7 節において述べたように氷と壁面の間に作用する付着力と回転による遠心力のみを考慮した簡単なモデルを構築した．付着力の導出には式 (2.68) を用いているが，式 (2.68) は氷の付着力試験において得られた値である氷の付着力を含む．従って，氷の付着力に誤差を含んでいれば，氷の離脱が発生する時間も変わる．図 4-10 は，氷の付着力の誤差を仮定した場合の氷の離脱が発生する時間の変化である．横軸は氷の付着力の誤差を，縦軸は氷の離脱発生時間を各々表す．図 4-10 より，氷の付着力の誤差に対して氷の離脱が発生する時間が線形に変化しており，付着力の誤差 1%に対して発生時間が 1.7 秒変化する．本計算条件は霧氷であり，衝突した液滴の質量のほとんど氷に

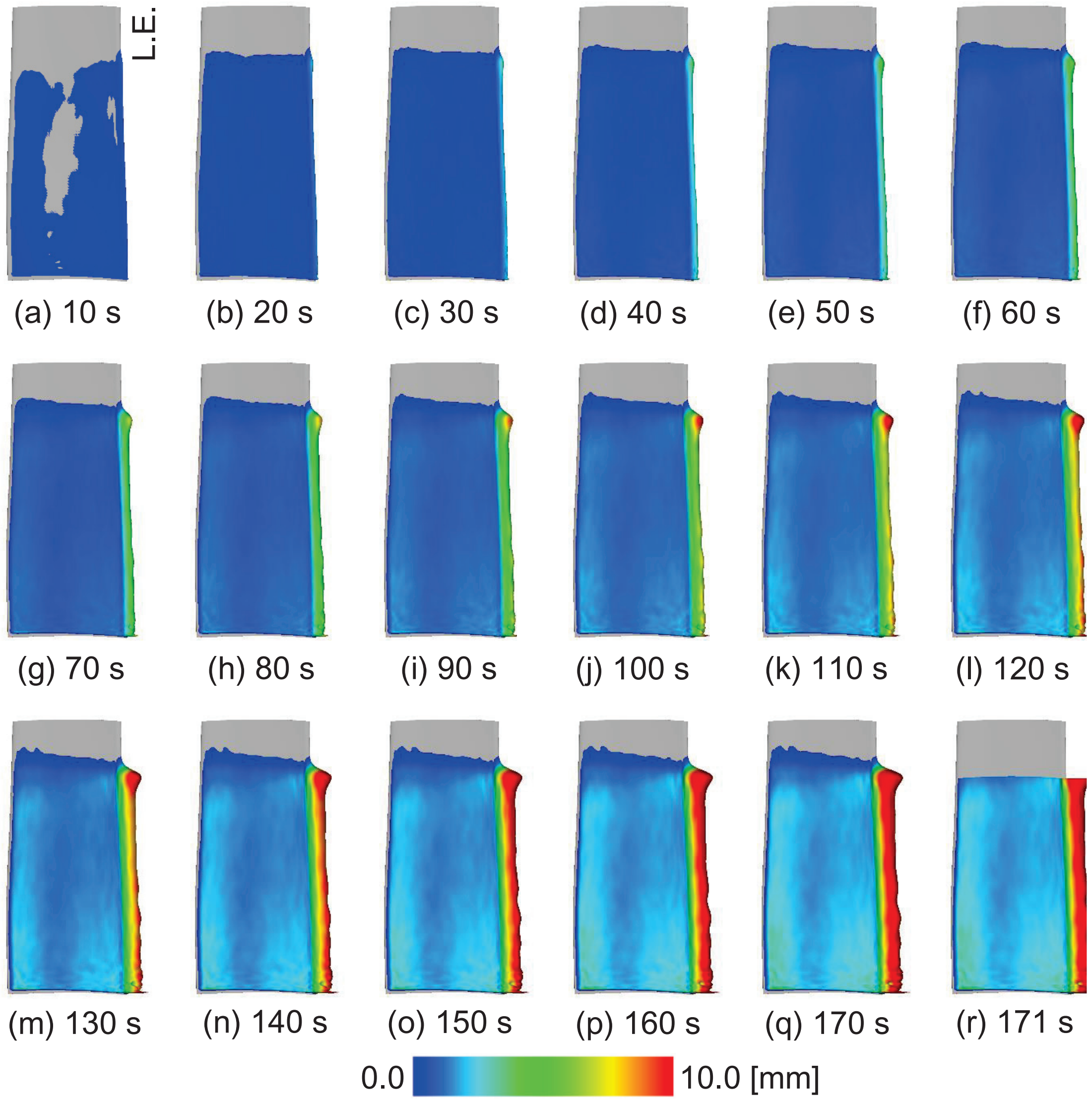


Fig. 4-8 Temporal Evolution of the Ice Layer on Axial Fan

変化する．つまり，流入する液滴数は時間に対して線形的に増えるため，氷の成長も線形となる．これは，図 4-7 (c) において示されているように，遠心力の増加も線形であることを意味する．本研究において提案した氷の離脱モデルでは，氷の離脱は遠心力が付着力を上回ったときに発生すると仮定している．従って，

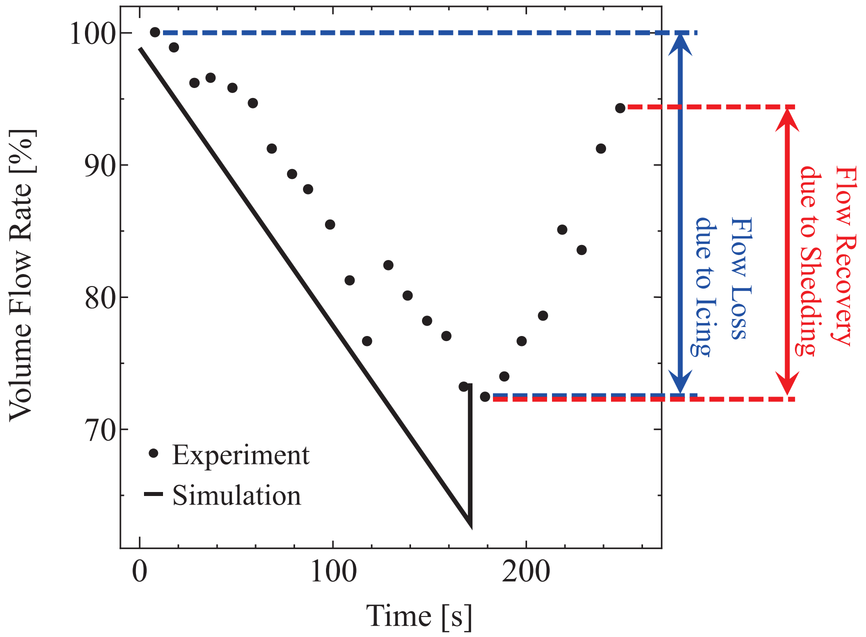


Fig. 4-9　Temporal Change of Volume Flow Rate in Axial Fan

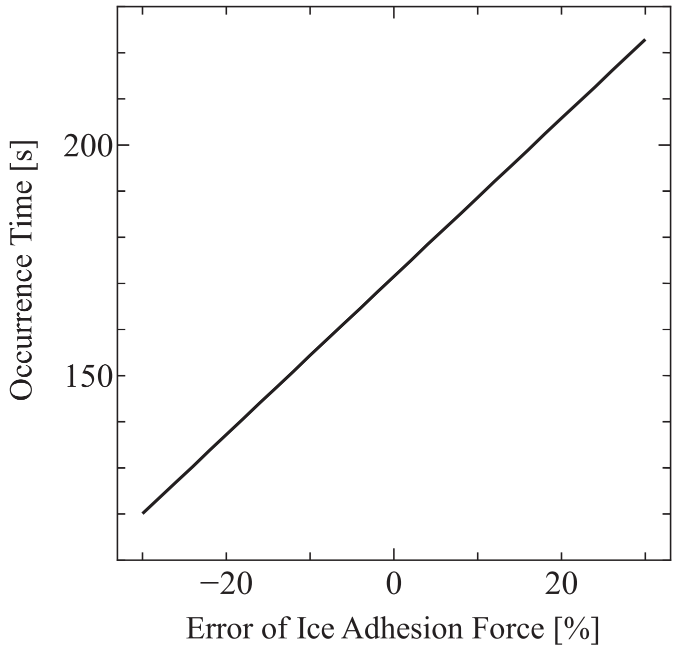


Fig. 4-10 Error of Ice Adhesion Force vs. Occurrence Time of Ice Shedding

図 4-10 のように付着力の誤差に対して氷の離脱が発生する時間の変化が線形となった．しかし，ランバックが発生する雨氷条件になると氷の成長が非線形となり，図 4-10 で示した傾向は変わることが予測されるため，雨氷条件における氷の離脱シミュレーションが今後必要である．

続いて，流量に着目した場合における本研究で提案した氷の離脱モデルの誤差評価を行う．表 4-2 に，実験値で無次元化した着氷前の体積流量・氷の離脱発生時間・氷の離脱発生スパン位置の関係を示す．表 4-2 より，着氷前の流量が増加すると離脱発生時間が早くなること，離脱発生スパン位置がチップ側に移ることが確認できる．表 4-2 中の Run 5 と Run 7 における 85%スパン断面における速度ベクトル分布を図 4-11 に示す．図 4-11 より，低流量側ではチップ側において流れが剥離しているが，高流量側では剥離が生じていない．低流量側ではチップ側における流れの剥離により，前縁付近における液滴収集効率の最大値がハブ側へ移る．従って，低流量側では氷層厚さの最大値もハブ側へ移り，最大氷層厚さ位置における遠心力が高流量側と比べて小さくなることにより，氷の離脱が発生する時間が遅くなる．以上のように，着氷前の初期流量が低いと流れの剥離が生じ，液滴収集効率と氷層厚さのスパン方向における最大位置に誤差が生じることにより，氷に作用する遠心力が変化し，離脱が発生する時間が正確に予測できない．従って，氷の離脱現象を予測する際には，着氷前の初期流量を正確に再現することも重要である．

Table 4-2　Initial Flow Rate vs. Occurrence Time vs. Occurrence Position

	Flow Rate	Time [s]	Span [%]
Run 1	0.809	274.3	60.6
Run 2	0.852	223.4	70.6
Run 3	0.910	177.2	74.7
Run 4	0.965	170.8	82.9
Run 5	0.986	165.6	85.3
Run 6	1.002	138.5	84.5
Run 7	1.060	92.8	92.3
Run 8	1.281	69.6	99.6

4.6.5 氷の成長と離脱による流れ場の変化

本節では，氷の成長や離脱が流れ場へ及ぼす影響について述べる．まず，図 4-9 で示した氷の成長と離脱による流量の時系列値に関してだが，本研究では，実験のような氷の離脱現象発生後の著しい流量回復が確認されていない．実験では，最初の離脱現象発生直前における着氷による流量低下は 27.6%，発生直後における氷の離脱による流量回復は 21.8%であった．一方，本研究では，着氷による流量低下は 34.4%であり，氷の離脱による流量回復は僅か 10.6%である．つまり，氷の成長による流量低下は再現できているが，離脱による流量回復には大きい誤差を含んでいる．この誤差要因は，離脱する氷の体積の不一致による．実験では，初期流量の 94.3%まで氷の離脱現象発生後の流量が回復していることから，大きい氷片がハブ側から剥がれ落ちた可能性が考えられる．また，実験では 70 秒に渡り，徐々に流量が回復していることから，氷の離脱現象が複数回発生している．これは，どこかの翼で 1 回目の氷の離脱が発生した場合，高速で回転している送風機全体のつり合いが失われ振動が生じ，他の翼において次々と氷の離脱が発生することが原因であると考えられる．本研究では，最初の 1 回目の離脱が発生する時間までしか，シミュレーションを行っていない．また，ピッチ方向は周期境界を適用しているため，翼 1 枚分しかシミュレーションを行っ

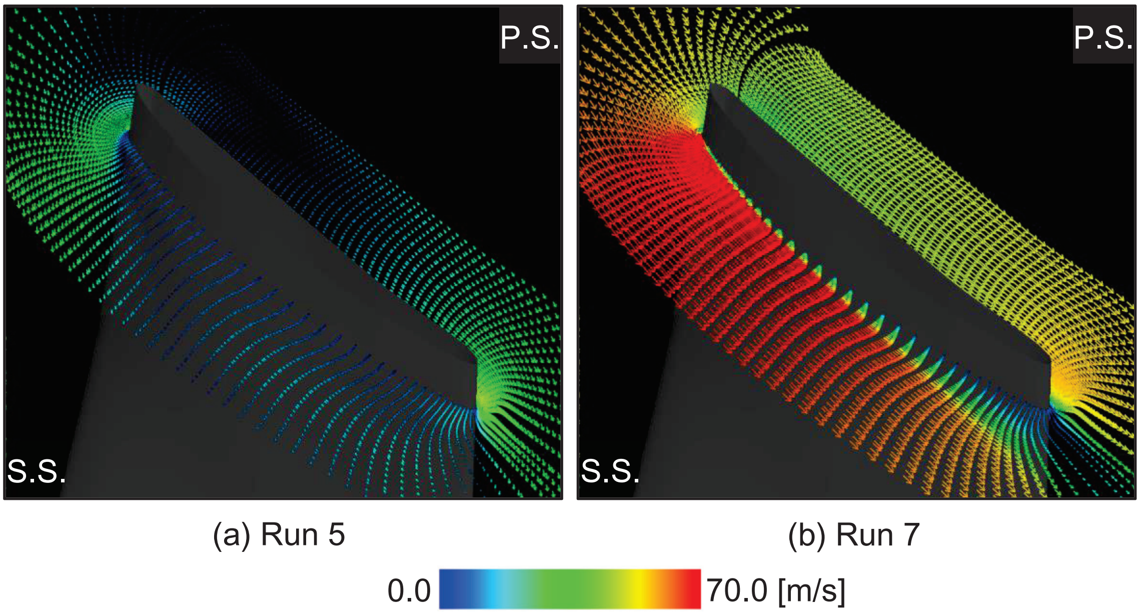


Fig. 4-11 Velocity Vector of Axial Fan at 85% Span Section

ていない．つまり，実験で発生したと予測される翼振動による氷の離脱を再現するためには，送風機の全周解析や振動モードの考慮が必要である．しかし，これらを考慮したシミュレーションは，計算負荷の面から実用的ではなく，本研究の目的としている産業界におけるエンジンの設計ツールから逸れてくる．また，1 回目の氷の離脱が発生すると次々と氷の離脱が発生するということは，1 回目の離脱が発生すればエンジンが危険にさらされるということである．つまり，安全なエンジンを設計する上で重要であるのは，1 回目の氷の離脱の発生時間を正確に予測することであり，本研究で提案する氷の離脱モデルは安全なエンジン設計に貢献できると著者らは考える．

図 4-12 は，氷の離脱発生断面付近における速度ベクトルである．図中 (a) は氷の離脱発生前，(b) は発生後を各々表す．離脱前は，堆積した氷がブロッケージになり，翼負圧面側における着氷箇所周りの流れが減速している．しかし，氷が離脱すると，翼負圧面側における流れの加速や，加速領域の拡大が確認できる．このような氷の離脱発生断面付近の負圧面側における加速領域により，図 4-9 で示した離脱後の流量回復が引き起こされたと考えられる．

最後に，氷の成長や離脱がもたらす翼性能の変化について述べる．図 4-13 は，ファン後縁近傍における全圧分布の軸断面図であり，図中 (a) は着氷前，(b) は氷の離脱発生直前，(c) は離脱発生直後を各々表す．まず，着氷前に関してだが，約 50-75%スパン位置において高圧領域が形成されているが，約 75%スパン以降

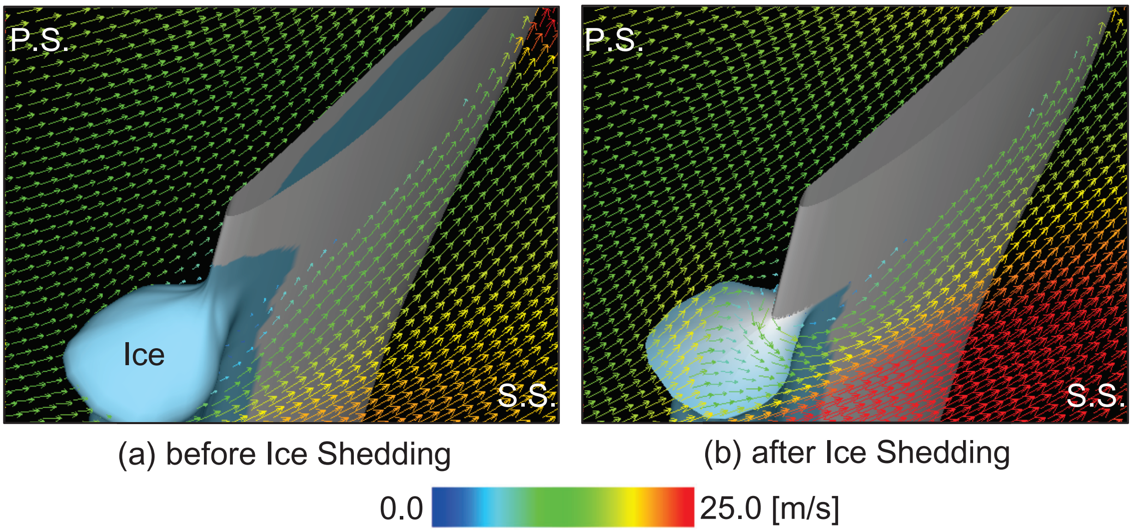


Fig. 4-12 Velocity Vector of Axial Fan at Shedding Span Section

においては，ケーシング壁面を除いて高圧領域が形成されていない．これは，約75%スパン位置以降では，翼前縁から大きく剥離しているからである．本計算条件は実験に即しており，実験では，氷が離脱し易い条件，つまり，着氷し易い条件で行うために，翼のスタガー角が設計点から10度ずらされた．これが翼端側における大規模な剥離を引き起こした．また，離脱発生直前に関しては，着氷により流量が低下したため，着氷前のような顕著な高圧領域は確認されない．本シミュレーションでは，前縁に大きい氷が付着しているため，翼後縁の低圧領域も翼端方向へ拡大している．さらに，氷の離脱発生直後に関しては，前述したように79.8%スパン位置で氷の離脱が発生したことにより，ミッドスパン付近において着氷前ほどではないが，高圧領域が形成されている．これは，図4-12で示した離脱発生箇所において流れが加速したことによる流量回復に起因するものと考えられる．従って，氷の成長によりファンの性能は低下するが，氷の離脱が発生すれば性能は回復する．

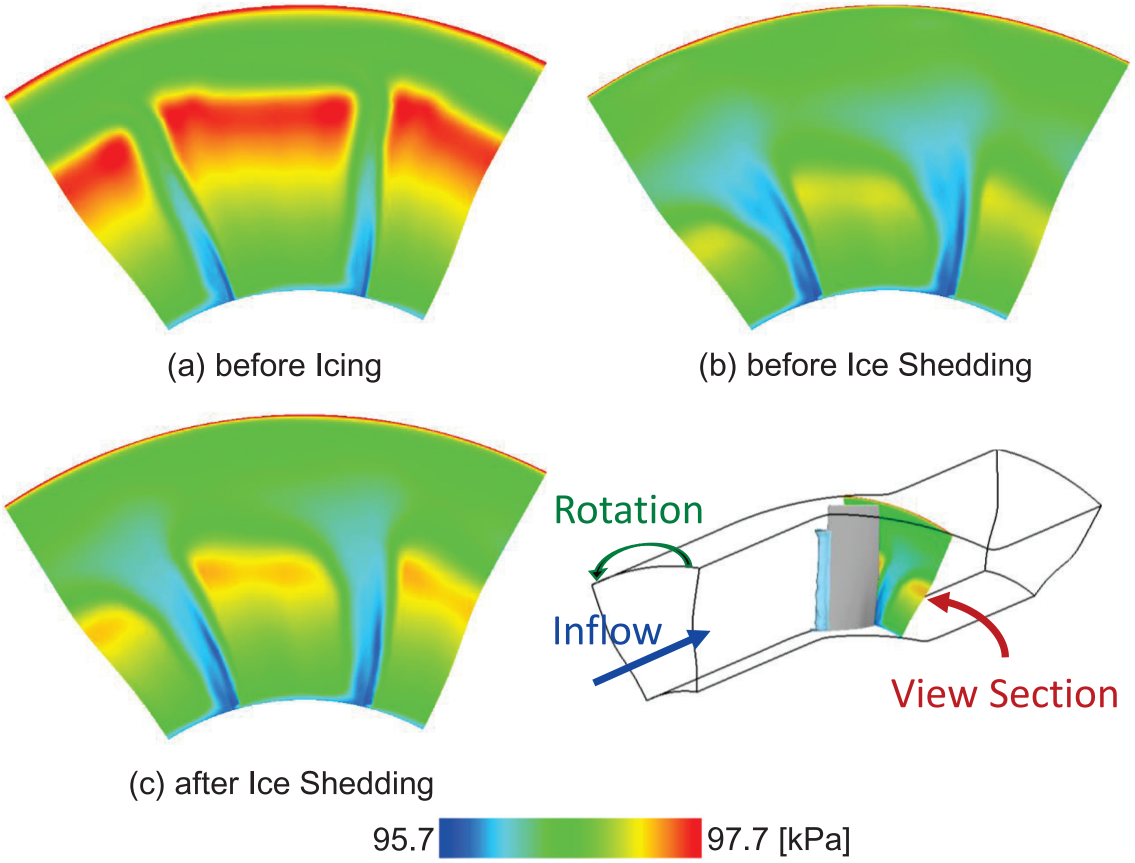


Fig. 4-13 Total Pressure of Axial Fan near Trailing Edge

4.7　結言

本章では，氷の離脱モデルを開発し，氷の成長と離脱による流量変化の実験値との比較検証，氷の成長と離脱がファンの性能に及ぼす影響を数値的に明らかにした．本研究により得られた知見を以下に示す．

(1)　本研究では，氷の離脱モデルを開発し，各セル毎に氷離脱判定を行うことにより，氷の離脱現象のシミュレーションに成功した．

(2)　本研究で開発した氷の離脱モデルは，離脱現象が発生する時間においては，妥当な予測性能を有する．

(3)　霧氷条件の場合，氷の付着力の誤差により氷の離脱の発生時間が線形に変化する．

(4)　本研究で用いた軸流ファンでは，着氷前の流量を増やすと，液滴収集効率の最大位置がチップ側へと移るため，氷の離脱が発生する時間が早くなる．

(5)　本研究で開発した氷の離脱モデルは，離脱する氷の体積に誤差を含み，離脱による著しい流量回復が再現できない．

(6)　氷が離脱すると，着氷により阻害されていた氷の離脱発生箇所の流速が回復する．

(7)　氷が成長するとファン性能は低下するが，離脱すると性能が回復するため，ファンのみに着目すれば，氷の離脱は良い働きをする．

第5章 エンジンファン着氷の成長と離脱に関する数値的研究

5.1 緒言

ジェットエンジンにおける着氷発生箇所は，ノーズコーン・ファン・ファン出口案内翼 (fan exit guide vane, FEGV)・スプリッター・圧縮機である (図5-1参照). エンジンには実用的な防除氷装置が完備されていないため，エンジン着氷はしばしば出力損失を引き起こすなど深刻な問題の要因となる. 従って，エンジン着氷シミュレーションに関する研究が近年盛んに行われている. Veillard ら(89)は，1.5 段の圧縮機を対象に着氷シミュレーションを行い，液滴の衝突位置や氷の成長などを評価した. 但し，彼らの研究では着氷後の流れ場シミュレーションは行われていない. また，2011 年に著者らは，エンジンファンと FEGV を対象に着氷シミュレーションを行った. 先行研究により，ファンと FEGV における着氷量や着氷領域，着氷がエンジン内の流れ場に及ぼす影響などを数値的に明らかにした. しかし，これらの研究は，過冷却液滴が衝突して氷が成長するだけのシミュレーションである. つまり，時間経過に伴い氷は成長し続ける. これは，エンジンファン着氷の場合，着氷に付随して氷の離脱現象が発生するため非現実

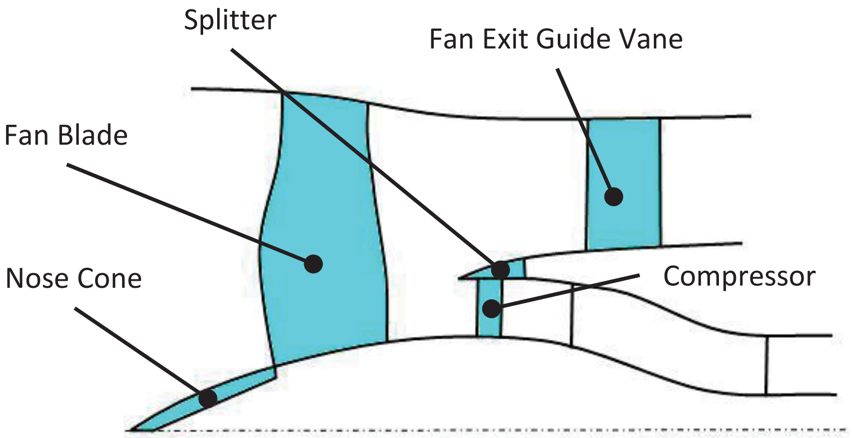


Fig. 5-1　Icing Areas of Jet Engine

的である．しかし，着氷後の氷の離脱シミュレーションは，著者らの知る限りではほとんど行われていない．

本章では，第 4 章において著者らが開発した氷の離脱モデルをジェットエンジン動静翼列干渉場に適用し，エンジン着氷における氷の離脱シミュレーションを行う．本研究により，氷の成長と離脱がエンジン内流れ場に及ぼす影響が示される．

5.2 数値計算手法

本研究における計算手法は，第 4.3 節で述べた手法と同様である．即ち，本研究においても流れ場は標準的な k-εモデルを用いている．本研究で扱うターボ機械の複雑な流れ場を CFD により解析する場合，本研究で用いた RANS ではなく，LES や DES (RANS と LES のハイブリッド手法) を用いたシミュレーションも数多く行われている．RANS では再現できない小さい渦を再現する場合や非定常性が重要である現象を再現する場合は，LES や DES の選択が必要である．しかし，これまで述べてきたように着氷シミュレーションは，液滴衝突の壁面温度分布と収集効率に強く依存するため，本研究では小さい渦や弱い非定常性を再現する必要はない．また，本研究の最終目的は産業界におけるエンジン設計に利用することができる氷の成長・離脱シミュレーション手法の提案である．本目的を達成するためには，計算時間も重要であり，RANS に比べ計算時間が 10 ~ 100 倍となる LES や DES は実用的ではない．従って，本研究では計算コストが比較的軽い，かつ，壁面温度を着氷シミュレーションする上では十分な精度で予測可能である乱流モデルの選択を行った．

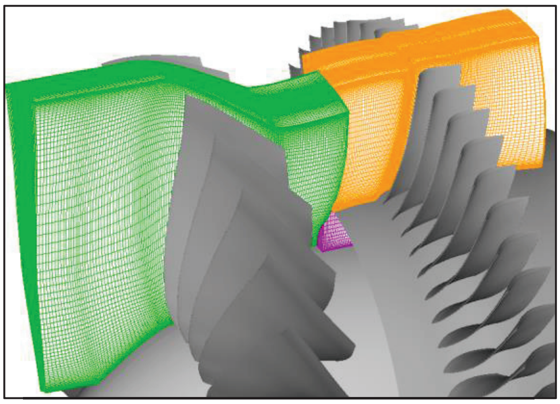
5.3 計算対象および計算格子

計算対象は，エンジンファンおよび FEGV である．本動静翼列は，24 枚のファンと 60 枚の FEGV から構成されるが，計算負荷削減と周期性を考慮し，1 枚のファンと 2 枚の FEGV についてのみ解析を行う．図 5-2 に計算格子を示す．本研究では，マルチ・ブロック法によりファン流路，バイパス側流路，コア側流路を構成し，重合格子法により翼周りのサブグリッドを設置する．氷の成長と離脱の計算を行うのはサブグリッドのみである．なお，着氷の再現手法に関しては，

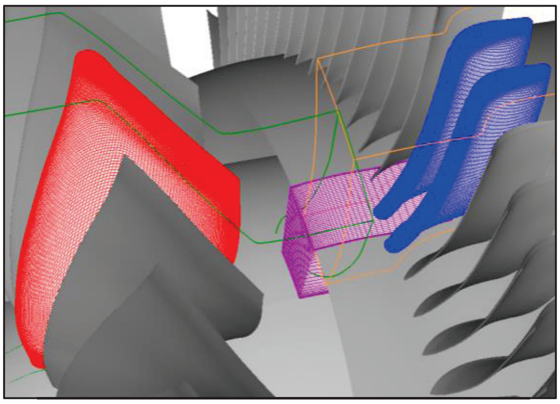
ファン周りの格子には ICM を適用させるが，FEGV は氷層が薄く ICM を適用させるためには，格子を非常に密に設定しなければならない．これは計算負荷を著しく増加させてしまう．従って，FEGV には従来の格子を再構成する手法を用いる．なお，総格子点数は，3,827,516 点である．

5.4　　計算条件および境界条件

計算条件を表 5-1 に示す．着氷シミュレーションにおいて LWC と MVD は非常に重要なパラメーターである．雲中の LWC はおおよそ 0.0～3.0 g/m^3 の範囲内で分布しており，1.0 g/m^3 を超えると着氷の危険性が現れ始めるため，本研究では LWC を 1.0 g/m^3 に設定した．また，MVD については，雲粒の約 75%が 20 μm 以下であると言われている．流入境界からは，500,000 個の液滴をランダムに投入する．境界条件としては，流入境界では全温・全圧を固定しマッハ数を外挿し，流出境界では静圧を固定する．壁面には，滑りなし・断熱・壁関数条件を課す．



(a) Multi-block Method for Passages



(b) Overset-grid Method for Blades

Fig. 5-2　Computational Grids for Jet Engine

Table 5-1　Computational Condition for Jet Engine

Inlet Mach Number		0.44
Inlet Total Temperature	[˚C]	-50.0
Inlet Total Pressure	[kPa]	101.3
LWC	[g/m^3]	1.0
MVD	[μm]	20.0

5.5 結果および考察

5.5.1 着氷前の流れ場

動静翼列干渉場における着氷前の静温分布を図 5-3 に示す．図中 (a) は位相角 0 °のとき，(b) は位相角 120 °のとき，(c) は位相角 240 °のときの瞬時値であり，左から順にファン 15, 50, 85%スパンにおける断面図である．ファン 15%スパン断面ではコア側へ，50, 80%スパンではバイパス側へと気流が輸送される．本研究は流入全温が低い霧氷条件を対象としたため，静温が全体的に氷点を下回る．ファン前縁付近の負圧面側における静温は著しく低く，-60 °C 程である．また，チップ側になるにつれてファン後流の静温が高くなり，高温の後流がバイパス側へ流れる．一方，FEGV においては，翼負圧面の前縁付近からミッドコード辺りまで低温領域が形成される．FEGV 通過後，静温は一気に上昇する．また，FEGV 側はファン後流の影響を受け，非定常的に流れ場が変化する．図 5-4 にファンと FEGV の翼表面における静温分布を示す．ファンのチップ側では氷点を

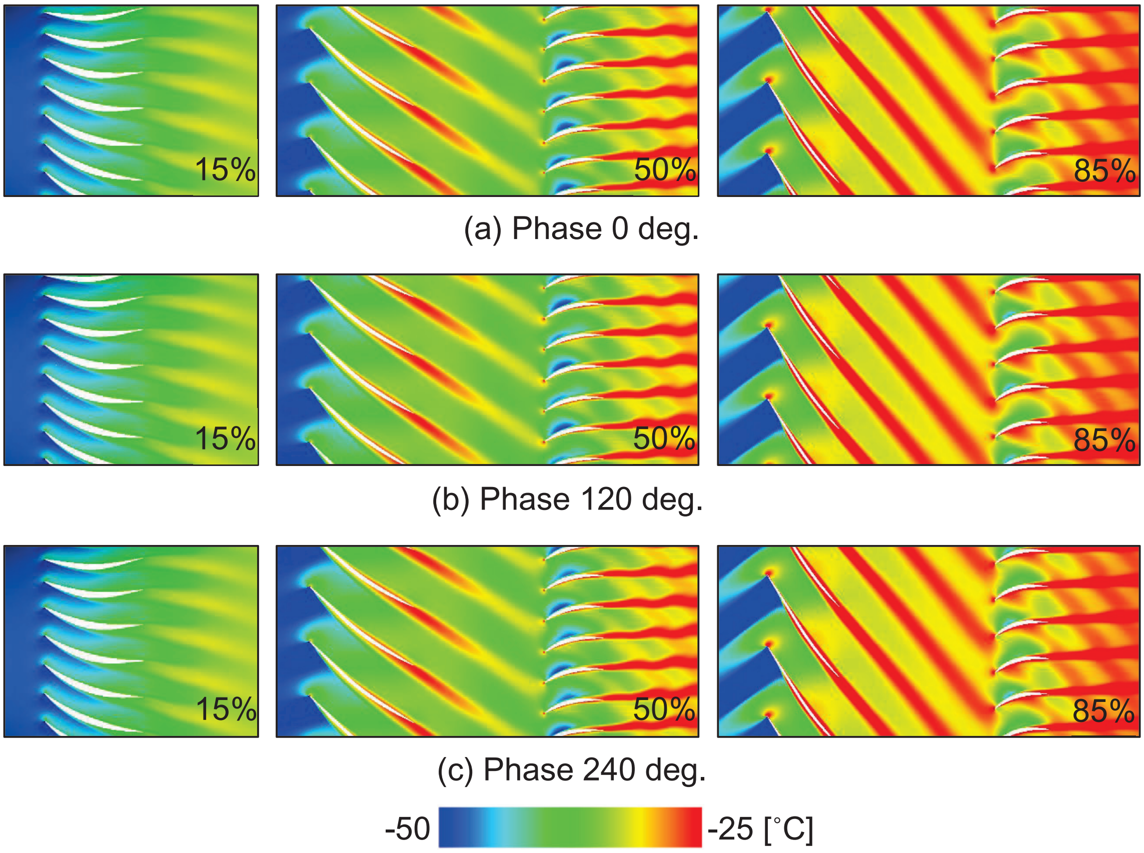


Fig. 5-3　Static Temperature at Span Section of Engine Fan

上回る領域が一部あるが，翼表面は，大部分が氷点以下の静温となる．ファンでは，チップからハブへと静温が低下し，負圧面側前縁では最も低い静温となる．FEGV では，前述したように負圧面側の前縁付近からミッドコードの領域においては比較的静温が低い．

5.5.2 着氷前の液滴軌道

10, 50, 90%スパン位置から投入した場合の液滴軌道を図 5-5 に液滴を示す．液滴の色は速度を表し，ハブ側からチップ側へ速度が上昇している．ハブ側では液滴の多くがファン前縁に衝突し，チップ側ではファンに衝突する液滴数が減り FEGV まで到達する液滴が増える．図 5-6 は，各々の翼表面における液滴収集効率である．本計算対象では，ファン正圧面側におけるハブ側前縁付近に液滴が集中して衝突する．続いて衝突頻度が高い箇所は，ハブからチップにかけたファン前縁である．FEGV の前縁にも多少は衝突するが，ファンに比べると衝突個数のオーダーが 1 程桁低い．また，ファンも FEGV も負圧面側には，液滴がほとん

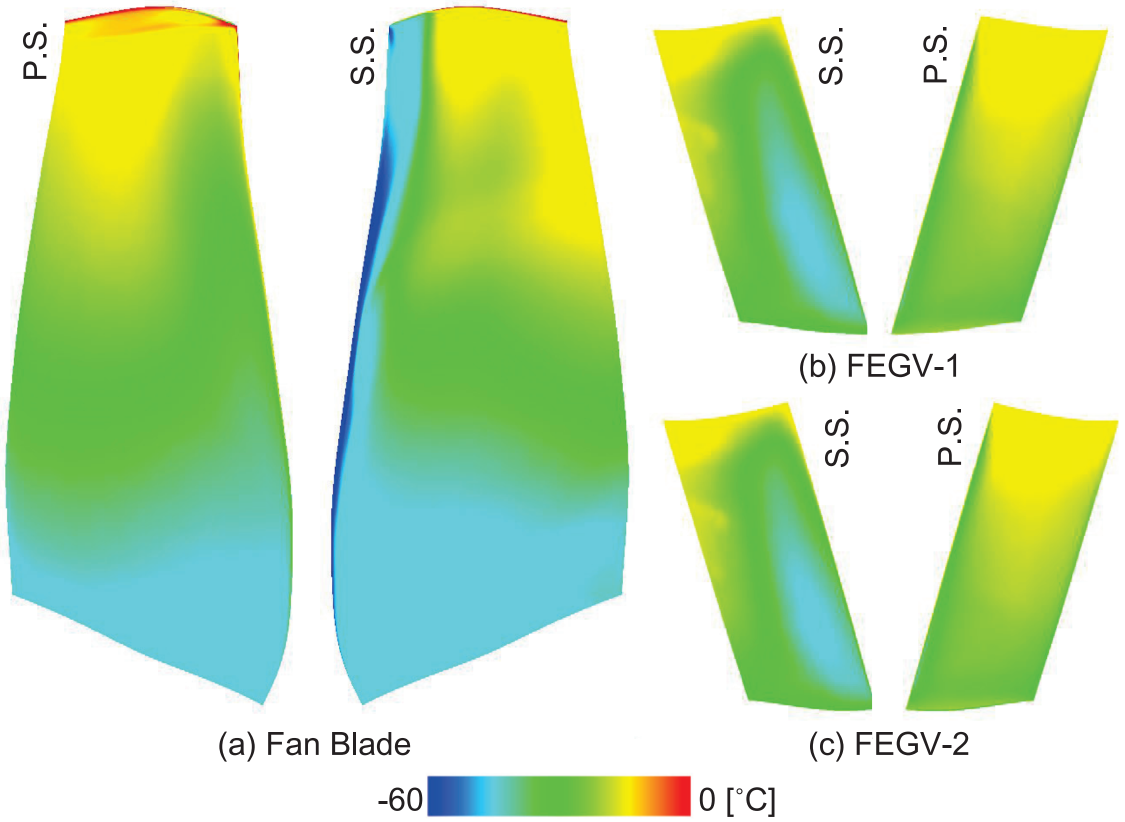


Fig. 5-4　Surface Temperature of Engine Blades

ど衝突しない．

図 5-4 の翼表面における静温分布と図 5-6 の翼表面における液滴収集効率より，翼表面温度が氷点以下であり，液滴が多く衝突するファン正圧面ハブ側前縁

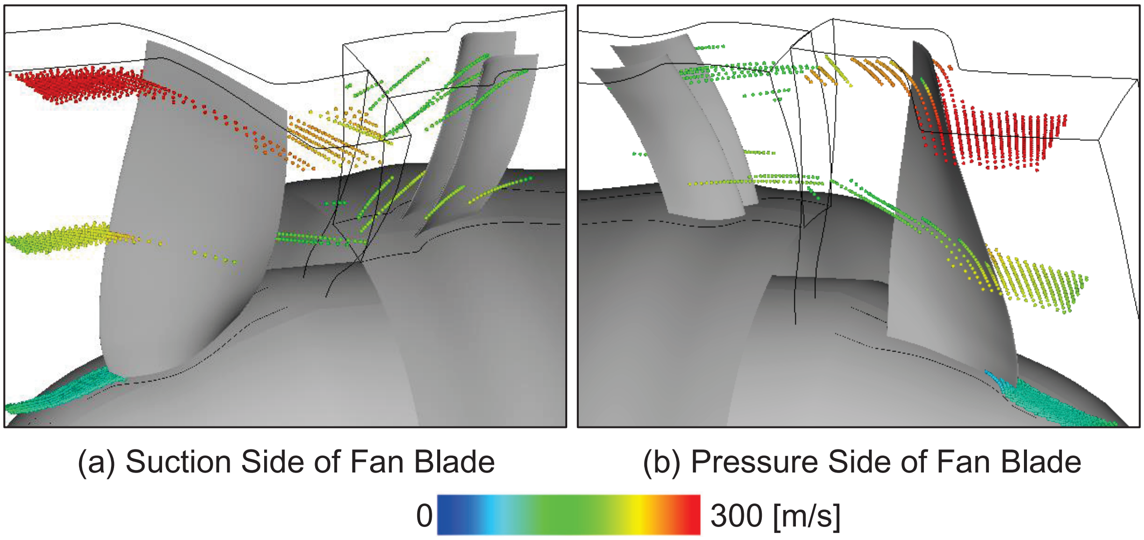


Fig. 5-5　Droplet Trajectory colored by Velocity in Jet Engine

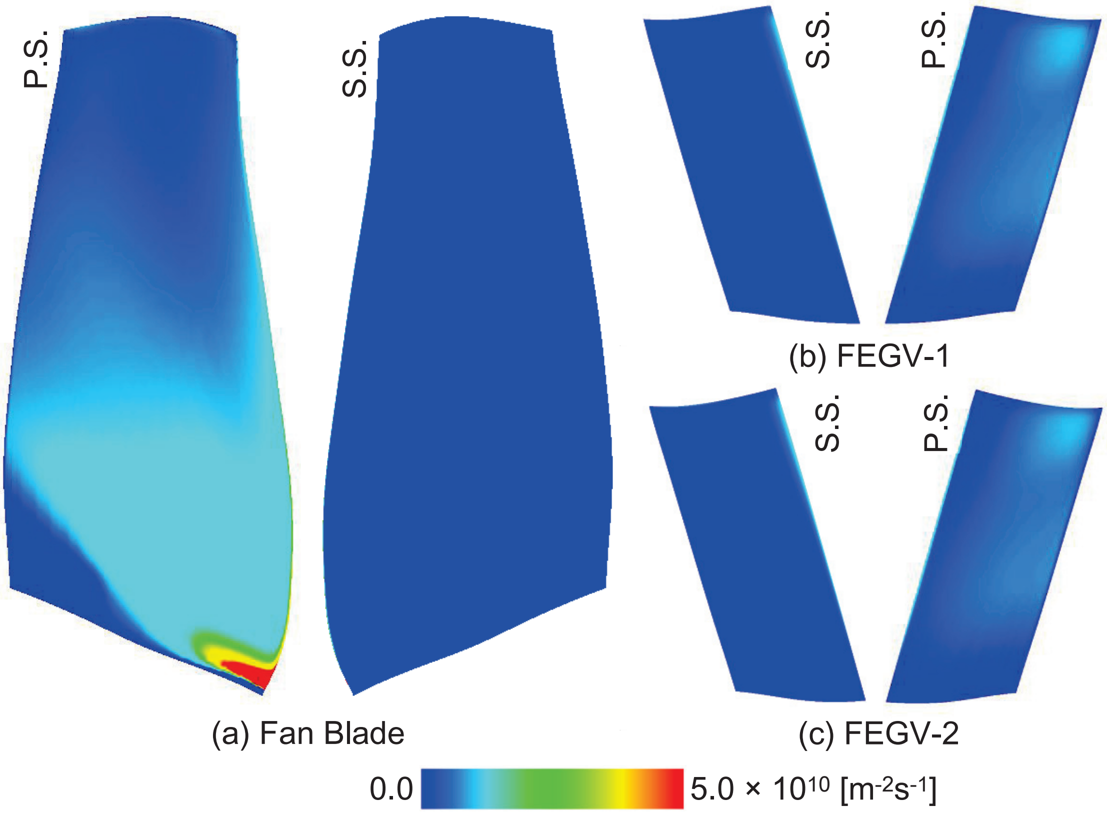


Fig. 5-6　Droplet Collection Efficiency of Engine Blades

付近が最も着氷し易い領域となる．なお，翼表面における静温分布と液滴収集効率は，着氷シミュレーションをする上で最重要なパラメーターであり，後述する着氷形状や着氷量を大きく左右することに留意されたい．

5.5.3　氷の成長と離脱シミュレーション

氷の離脱発生直前における各々の翼の氷層厚さ分布を図 5-7 に示す．ファンでは，液滴の衝突数が多い正圧面ハブ側前縁に厚い氷層が形成される．その最大氷層厚さは 7.18 mm であり，これは翼コード長の 4.24%である．ファンにおいては，正圧面と前縁に着氷領域が拡がり，前縁を除く負圧面側では液滴が衝突しないため，着氷は生じない．FEGV においては，液滴が衝突する前縁と正圧面のミッドコード付近から後縁にかけて着氷領域が広がる．しかし，図 5-6 で示したようにFEGVは液滴の衝突数が少ないため，ファンに比べると氷層は非常に薄い．FEGV-1 で最大氷層厚さ 0.48 mm, FEGV-2 で最大氷層厚さ 0.46 mm であり，各々，翼コード長に対し 0.49%，0.47%である．また，投入した液滴の総質量に対する

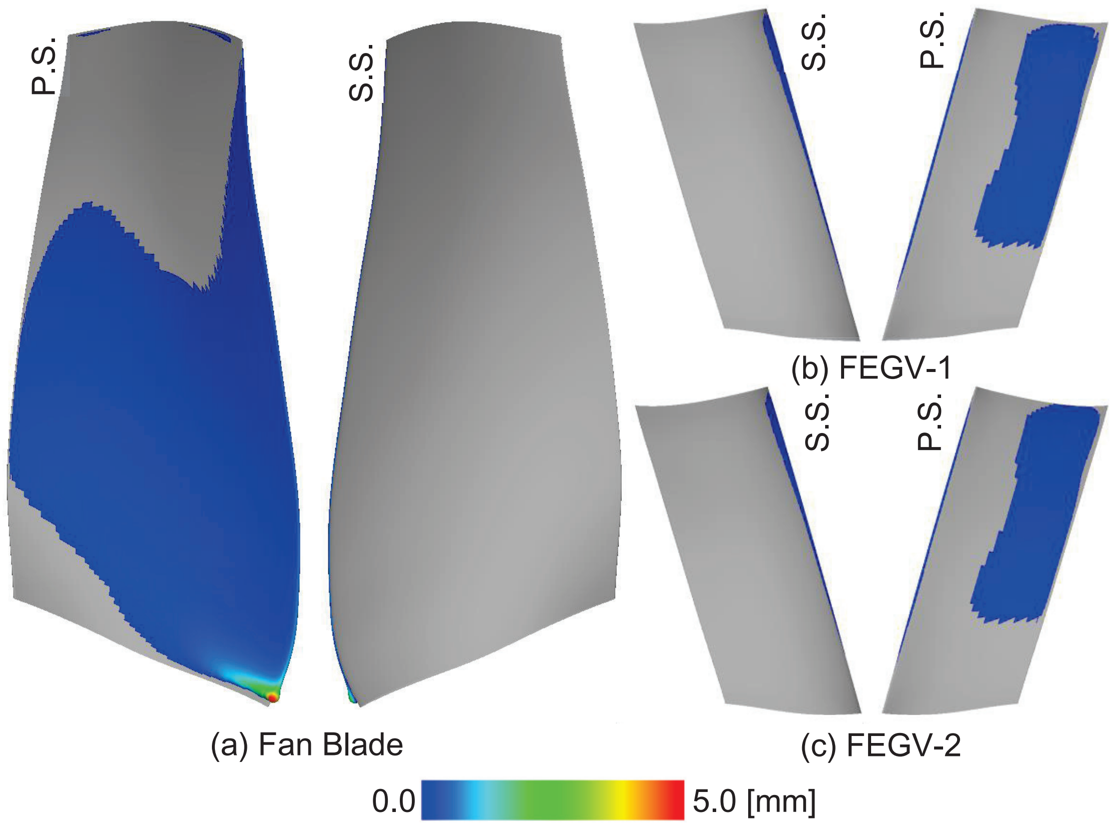


Fig. 5-7　Ice Thickness of Engine Blades

ファンの着氷質量は 55.35%，FEGV-1 の着氷質量は 7.09%，FEGV-2 の着氷質量は 7.08%となる．

最も着氷量の多いファン正圧面側における氷の成長と離脱の時間履歴を図 5-8 に示す. 時間経過に伴い, ファン正圧面ハブ側前縁を中心に着氷領域が広がる. その後，氷は成長を続け着氷計算開始から 6.82 秒後に氷の離脱が発生する．発生箇所は氷層厚さが最大となる 5.92%スパン位置である. 第 4 章で行った軸流フ

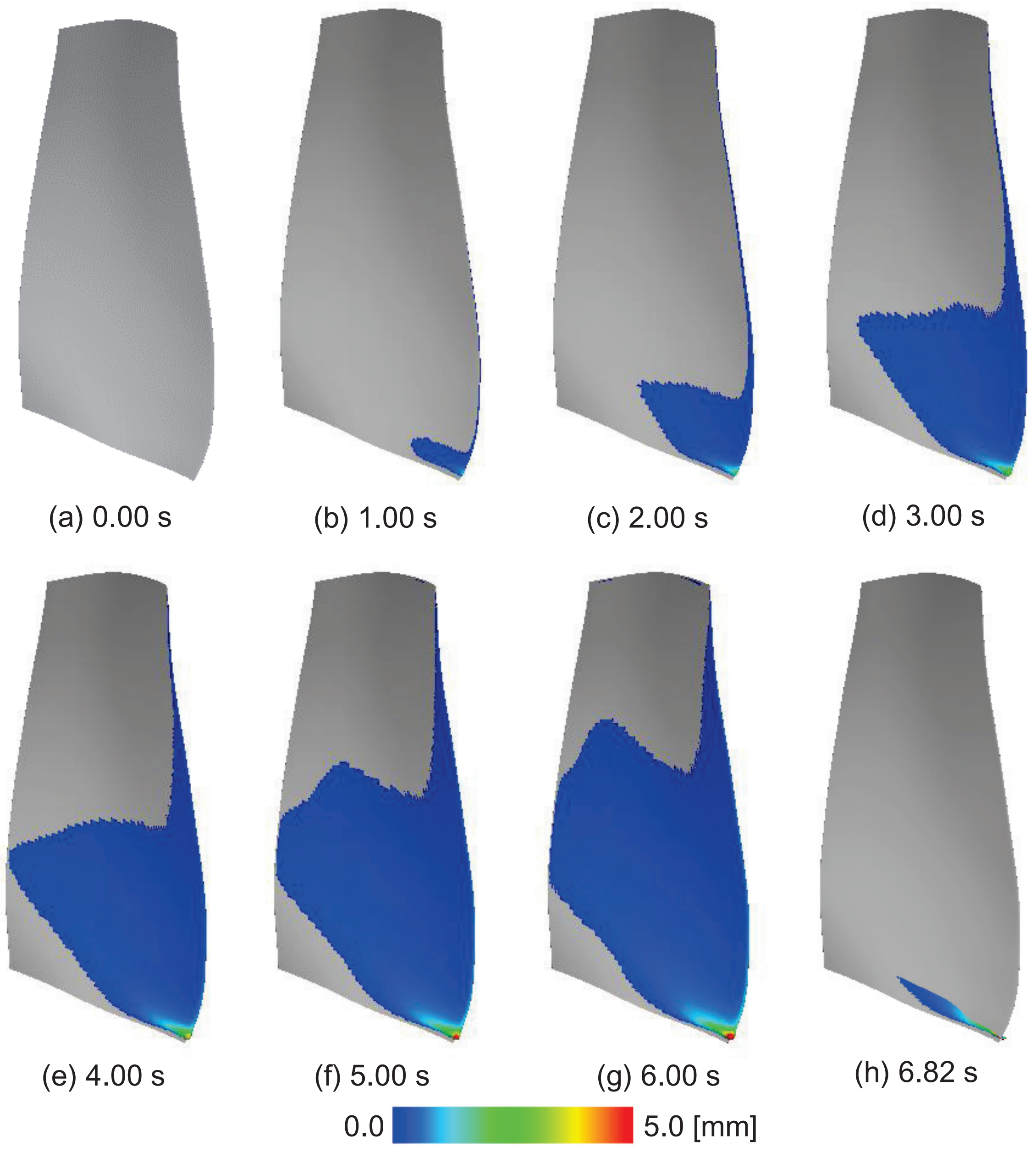


Fig. 5-8　Temporal Evolution of the Ice Layer on Fan Blade

ァンを用いた氷の離脱シミュレーションでは，約 170 秒後に氷の離脱を確認した．本研究では，解析条件が異なるが，エンジンファンでは回転数が非常に速いため，氷の離脱現象が起こり易い傾向であることが想定される．

5.5.4 氷の成長と離脱による流れ場の変化

図 5-9 に氷が離脱した箇所付近における流線を示す．図中 (a) は着氷前，(b) は着氷後，(c) は離脱後である．着氷箇所付近の流線は，氷に近づくと速度を失い氷の下側に流れ込む．そして，速度を失った流れに遠心力が働き，ハブ側からチップ側へ巻き上げられるようにして向かう．氷が離脱すると，最大氷層厚さ位置で低速になっていた速度が回復し，着氷前の状態に近い流線を描く．この最大氷層厚さ位置付近における流れの変化は，ファン後流の流量にも表れている．表 5-2 は着氷と氷の離脱によるファン流入境界，バイパス側流出境界，コア側流出境界における着氷前の流量を基準とした質量流量の変化率である．本研究では，ファンハブ側に厚い氷層が形成されているため，着氷後はコア側の流量が着氷前に比べ9.20%低下する．氷の離脱が発生すると，流量の低下率は7.70%となる．氷の離脱によりコア側の流量は回復するが，氷がまだ残っているため，着氷前の流量までは回復しない．一方，バイパス側の着氷後の流量低下率は 0.96%に留まっている．ファンのチップ側と FEGV は氷層が薄いため，コア側のような流量低下は確認されない．また，氷の離脱発生後は流量の増加率が 0.90%と着氷前の流量より増えている．これは，図 5-9 で示したようにファンのハブ側において離脱せずに残った氷の影響でハブ側の流れが変化し，チップ側へ流れが輸送されたことによるものであると考えられる．

次に，ファン後縁付近と FEGV 後縁付近における軸方向断面の全圧分布を図 5-10，5-11 に各々示す．なお，図 5-3 で示したように FEGV 周りは非定常場なので，周期平均を施してある．図 5-10 より，ファン後縁では，着氷後にピッチ方向の高圧領域が縮小しているが，氷が離脱すると着氷前のように全圧が回復する．一方，図 5-11 より，着氷後の FEGV 後縁ではハブ側の高圧領域が縮小しており，氷の離脱後は流量が増えるため全圧が上昇している．前述したように FEGV は氷層が薄くほとんど着氷しないが，ファン後流に干渉されるため，ファンにおける氷の成長と離脱による流れ場の変化の影響を受け，FEGV 周りの全圧

も時々刻々と変化する．

最後に図 5-10 のファン性能の変化量を流入出の全圧比と次式より求めた段負

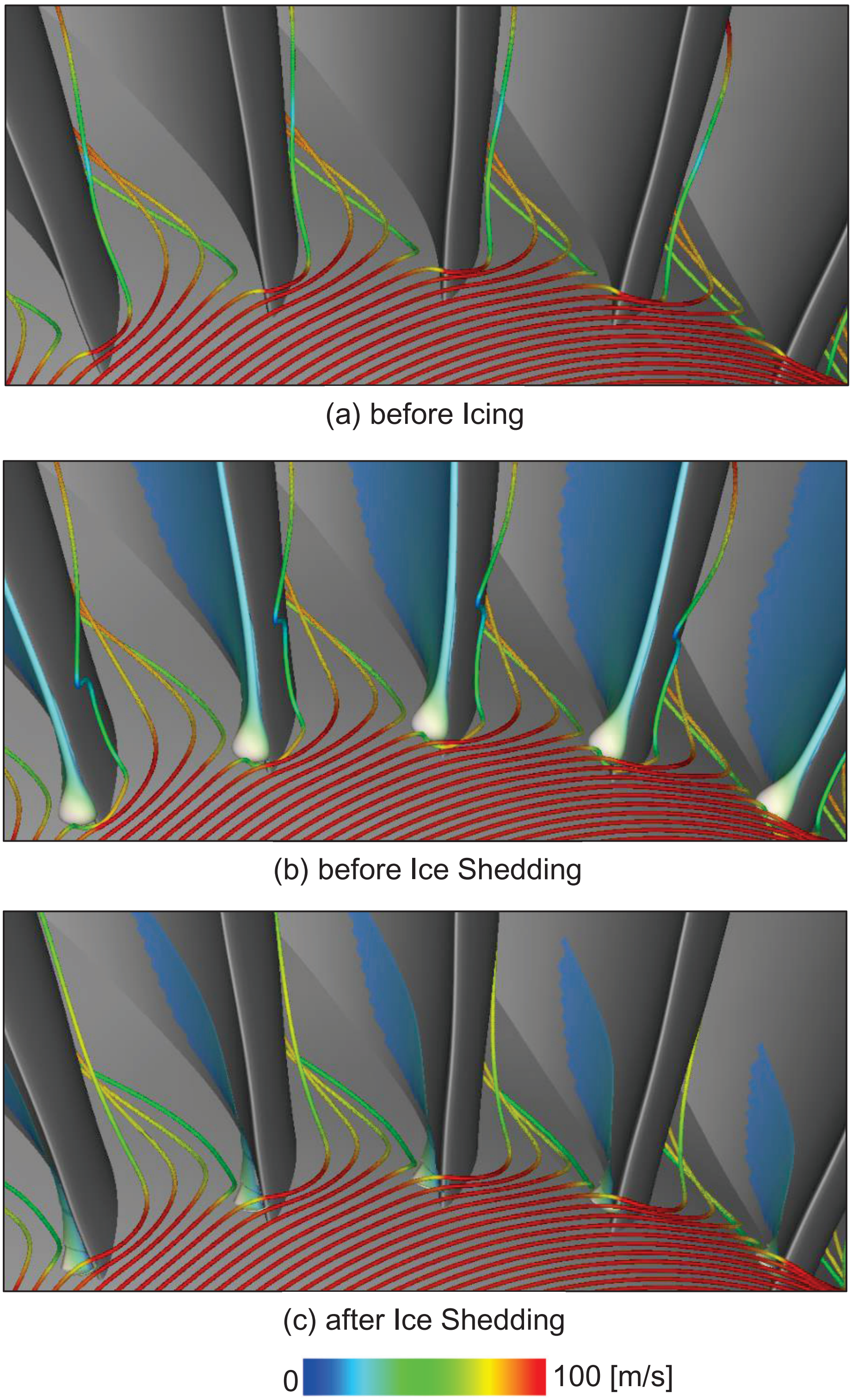
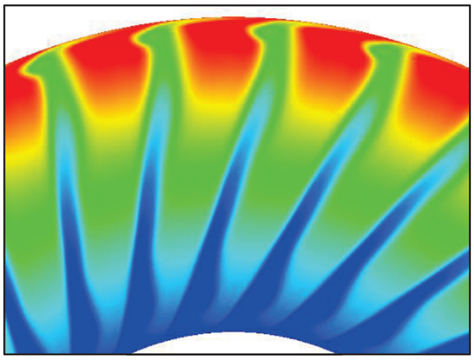


Fig. 5-9　Streamline at Hub Side of Fan Blade

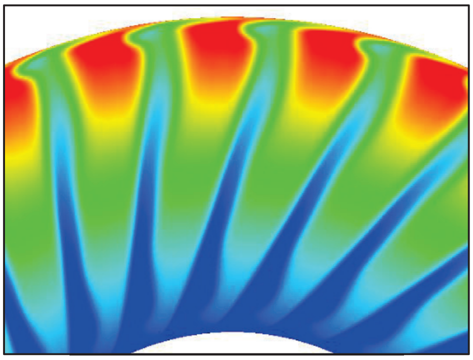
荷を用いて定量的に評価する.

Table 5-2　Change of Mass Flow Rate in Jet Engine

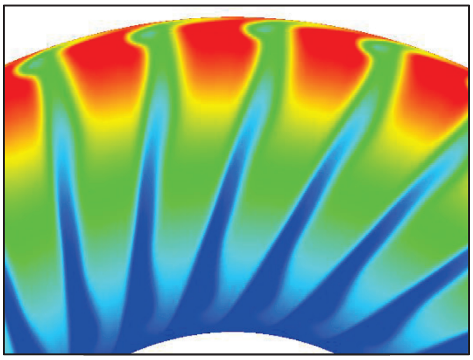
	Fan Inlet	Core Outlet	Bypass Outlet
before Ice Shedding [%]	-2.072	-9.199	-0.962
after Ice Shedding [%]	-0.266	-7.698	+0.900



(a) before Icing

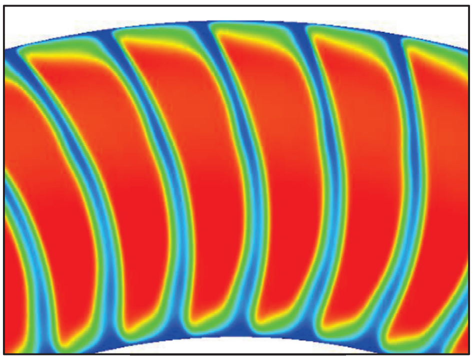


(b) before Ice Shedding

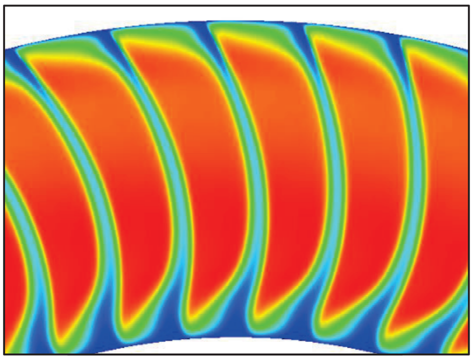


(c) after Ice Shedding

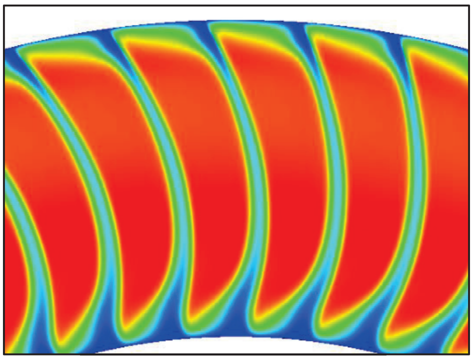
Fig. 5-10 Total Pressure of Fan Blade



(a) before Icing



(b) before Ice Sgedding



(c) after Ice Shedding

Fig. 5-11 Total Pressure of FEFV

$$\varphi = \frac{Pt_{out} - Pt_{in}}{Pt_{out} - Ps_{out}} \tag{5.1}$$

ここで，φは段負荷，Pt_{in}は流入全圧，Pt_{out}は流出全圧，Ps_{out}は流出静圧である．表 5-3 に全圧比を表 5-4 に段負荷を各々示す．表 5-3 より，着氷前を基準にし，氷の成長と離脱による全圧の変化率を求めると，氷の成長により 1.42%の低下，離脱により 0.38%の低下が確認できる．また，段負荷は氷の成長により 1.36%の低下，離脱により 1.08%の低下となった．表 5-3, 5-4 より定量的に評価しても，図 5-10 で示したような，氷の成長・離脱によるエンジン性能の低下・回復が確認された．図 5-12 は，着氷前・氷の離脱直前・離脱直後における段負荷のスパン方向分布である．図 5-12 より，約 30%スパンからチップ側にかけて，氷の成長と離脱による段負荷の変化が大きい．本計算条件では，図 5-9 で示したようにファン前縁ハブ側における着氷により，気体の流れがチップ側に輸送されたた

Table 5-3　Total Pressure Ratio

before Icing	1.363
before Ice Shedding	1.347
after Ice Shedding	1.358

Table 5-4　Stage Load

before Icing	1.233
before Ice Shedding	1.216
after Ice Shedding	1.219

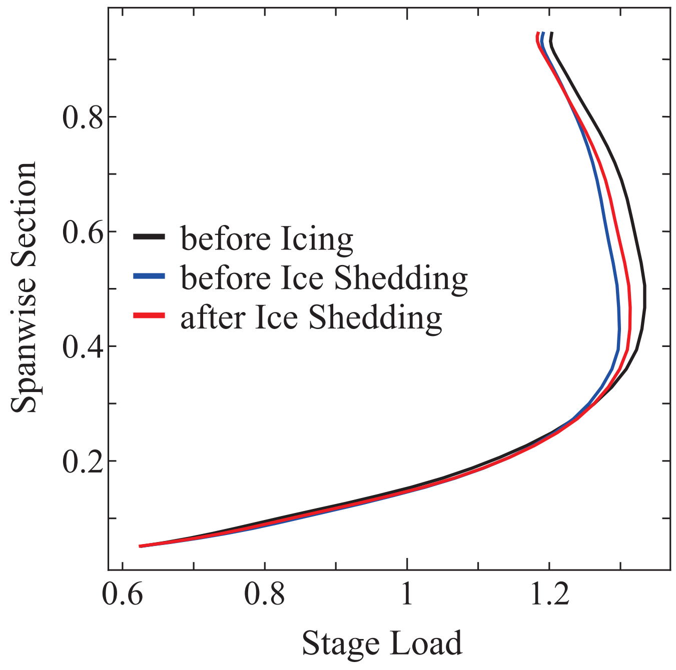


Fig. 5-12 Stage Load at Whole Cross Span Section

め，約 30%スパンよりチップ側の性能が変化した．表 5-3, 5-4 より，全圧比と段効率を用いて評価した氷の成長と離脱に伴うエンジンファン性能の変化率は約 1%と然程大きくはない．しかし，表 5-2 で示したようにコア側へ輸送される流量低下は約 10%と著しい．つまり，エンジン全体で評価すると氷の成長と離脱によるエンジン性能への影響は大きく，エンジン着氷は非常に危険である．

氷の離脱現象はファンや FEGV にのみ着目すれば，離脱前より性能が向上するため，好都合である．しかし，ジェットエンジン全体で考えると，離脱した氷片がエンジンコアに与える負の因子は，氷が成長するほど大きい．着氷させないことが最善ではあるが，現在の技術では，航行中のエンジン着氷は避けられない．以上より，ジェットエンジンに対して，氷が大きく成長しないうちに，氷を離脱させることが可能な新しい防氷技術の開発を提案する必要がある．そのような防氷技術を開発するにあたり，本研究で提案した氷の離脱シミュレーション手法は，氷の離脱現象および氷の成長と離脱によるエンジン内流れ場の変化が再現できるため，安全なエンジン設計に利用できる．しかし，第 4 章で示したように離脱する氷の体積には誤差を含むため，この問題の解決には，氷の離脱現象発生要因のさらなる解明が必要である．今後，雪氷分野の研究者と連携し，氷と氷の接触力や氷の密度，硬さなど未解明でありモデル化が難しい氷の物性値に関する新しい知見を得ることが必要である．

5.6 結言

本章では，第 4 章において開発した氷の離脱モデルをジェットエンジン動静翼列干渉場に適用し，エンジン内における氷の離脱シミュレーションを行った．本研究により得られた知見を以下に示す．

(1) 着氷計算開始から 6.82 秒後に最大氷層厚さ位置である 5.92%スパン位置において氷の離脱が発生する．

(2) コア側では，着氷後は着氷前に比べ流量が 9.20%低下し，その低下率は氷が離脱すると回復し 7.69%となる．

(3) バイパス側では，ファンのチップ側および FEGV の氷層が薄いため流量はほとんど変化しない．

(4) ファン後流では，着氷により全圧が低下するが，氷が離脱すると全圧が

回復する．

(5) FEGV では，氷層が薄いがファン後流の影響を受けるため，氷の成長と離脱により全圧が変化する．

(6) エンジンファンでは，着氷後は着氷前に比べ全圧比が 1.42%低下し，その低下率は氷が離脱すると回復し 0.38%となる．

(7) エンジンファンでは，着氷後は着氷前に比べ段負荷が 1.36%低下し，その低下率は氷が離脱すると回復し 1.08%となる．

(8) 氷の成長と離脱に伴うエンジンファン性能の変化率は約 1%と然程大きくはないが，コア側へ輸送される流量低下は約 10%と著しく，エンジン着氷は非常に危険である．

第6章 総論

6.1　　結論

本研究では，氷の離脱現象をシミュレーションするための新たな計算手法を提案した．現存の着氷モデルでは，氷の成長はシミュレーションできるが，氷の離脱はシミュレーションできない．

第 3 章では，氷の離脱モデルを検証する前に，著者らのハウスコードを用いた氷の成長シミュレーションの検証を行った．二つの検証を行い，各々，OMM と EMM による着氷モデルの検証と，格子再構成を行う従来手法と ICM による氷層の再現手法の検証である．以下，得られた知見である．

(1)　OMM を用いた著者らのハウスコードによる着氷シミュレーションでは，実験同様に，温度変化による着氷形状の差異を表現できる．

(2)　OMM を用いた著者らのハウスコードの予測性能は，着氷の代表的な研究機関である NASA や ONERA, DRA の有する着氷シミュレーションコードと同様である．

(3)　霧氷条件では，ランバックが発生しないため，OMM と EMM の予測性能の違いは表れない．

(4)　雨氷条件では, ランバックが発生するため, EMM の予測性能が OMM を上回る．

(5)　雨氷条件において OMM を用いる際，ランバックの項に修正を加えなければ，着氷形状を正確に再現することはできない．

(6)　EMM は，霧氷・雨氷の切り替えが特別な措置なしに行うことができ汎用性が高いため，着氷シミュレーションには EMM を用いることを推奨する．

(7)　本研究で開発した着氷形状再現手法である ICM による着氷シミュレーションは，従来の格子再構成をする着氷形状再現手法と同等の予測性能

である．

(8) ICMによる着氷シミュレーションは，格子数が多くなるため計算負荷は増すが，格子再構成が不要であるため複雑形状への対応が容易である．

(9) ICMによる着氷シミュレーションは，汎用性が高く，着氷プログラムの自動化を容易に行うことができる．

(10) 着氷形状が複雑になる氷の離脱を伴う着氷シミュレーションやジェットエンジン動静翼列のような大規模着氷シミュレーションを行う場合は，格子再構成を伴う従来手法よりICMを用いたほうが有利である．

第4章では，軸流ファンの着氷試験における氷の成長と離脱による流量変化の実験値を用いて，著者らが開発した氷の離脱モデルの検証を行った．以下，得られた知見である．

(1) 本研究では，氷の離脱モデルを開発し，各セル毎に氷離脱判定を行うことにより，氷の離脱現象のシミュレーションに成功した．

(2) 本研究で開発した氷の離脱モデルは，離脱現象が発生する時間においては，妥当な予測性能を有する．

(3) 霧氷条件の場合，氷の付着力の誤差により氷の離脱の発生時間が線形に変化する．

(4) 本研究で用いた軸流ファンでは，着氷前の流量を増やすと，液滴収集効率の最大位置がチップ側へと移るため，氷の離脱が発生する時間が早くなる．

(5) 本研究で開発した氷の離脱モデルは，離脱する氷の体積に誤差を含み，離脱による著しい流量回復が再現できない．

(6) 氷が離脱すると，着氷により阻害されていた氷の離脱発生箇所の流速が回復する．

(7) 氷が成長するとファン性能は低下するが，離脱すると性能が回復するため，ファンのみに着目すれば，氷の離脱は良い働きをする．

第5章では，第4章において検証した氷の離脱モデルを用いて，ジェットエンジン動静翼列干渉場における氷の離脱シミュレーションを行った．以下，得られた知見である．

(1) 着氷計算開始から6.82秒後に最大氷層厚さ位置である5.92%スパン位置

において氷の離脱が発生する．

(2) コア側では，着氷後は着氷前に比べ流量が 9.20%低下し，その低下率は氷が離脱すると回復し 7.69%となる．

(3) バイパス側では，ファンのチップ側および FEGV の氷層が薄いため流量はほとんど変化しない．

(4) ファン後流では，着氷により全圧が低下するが，氷が離脱すると全圧が回復する．

(5) FEGV 後流では，氷層が薄いがファン後流の影響を受けるため，氷の成長と離脱により全圧が変化する．

(6) エンジンファンでは，着氷後は着氷前に比べ全圧比が 1.42%低下し，その低下率は氷が離脱すると回復し 0.38%となる．

(7) エンジンファンでは，着氷後は着氷前に比べ段負荷が 1.36%低下し，その低下率は氷が離脱すると回復し 1.08%となる．

(8) 氷の成長と離脱に伴うエンジンファン性能の変化率は約 1%と然程大きくはないが，コア側へ輸送される流量低下は約 10%と著しく，エンジン着氷は非常に危険である．

6.2 今後の課題

本研究では，氷の離脱現象を考慮した新しい着氷シミュレーションモデルを提案し，軸流ファンにおける実験値との比較検証を行った上で，ジェットエンジンに適用させエンジンファン着氷における氷の成長と離脱がエンジン内流れ場に及ぼす影響を数値的に明らかにした．本論文の最後に，今後の課題について述べる．

第 4 章では，本研究において開発した氷の離脱モデルの検証を行った．検証には，軸流ファンにおける着氷試験で得られた氷の成長と離脱による流量変化の実験値を用いた．本研究では，氷の離脱が発生する時間に関しては正確に再現できているが，氷の離脱後の流量回復に関しては実験値との誤差が大きい．離脱する氷の体積に誤差を含んでいる可能性や，1 回目の氷の離脱発生時間までしかシミュレーションを行っていないこと，実験の誤差などが原因として考えられる．また，ターボ機械における着氷試験がほとんど行われていないことから，1

ケースしか検証が行えていない．今後は，ターボ機械における着氷試験を行い，実験と数値計算の双方の側面から氷の離脱現象の再現性を向上させることが課題である．

第 5 章では，ジェットエンジン動静翼列干渉場における氷の離脱シミュレーションを行った．本研究では，氷の離脱する時間や離脱後のエンジン性能を数値的に明らかにしたが，離脱した氷片の軌道計算は行っていない．エンジン内で氷の離脱が発生した場合，離脱した氷によるエンジンコアコンポーネントの機械的損失が問題となる．従って，離脱した氷片の軌道計算を行い，どのコンポーネントが損傷するかを予測することは非常に有意義である．また，氷の離脱現象は ICI の原因としても考えられている．つまり，離脱した氷片が圧縮機翼などに衝突し，再び着氷する現象をシミュレーションすることも今後の課題となる．

参考文献

(1) http://www.fieldsystems.com/turbine-overhauls/, (参照日 2014 年 3 月 24 日).

(2) http://www2.mne.psu.edu/psuexccl/Research.html, (参照日 2014 年 3 月 24 日).

(3) http://www.gebusinessaviationnotes.com/2012/01/, (参照日 2014 年 3 月 24 日).

(4) 日本雪氷学会, "雪と氷の事典" , 朝倉書店, 第二刷 (2005), pp. 239-276.

(5) B. L. Messinger, "Equilibrium Temperature of an Unheated Icing Surface as a Function of Airspeed", AIAA Journal of Aeronautical Sciences, Vol. 20, No.1 (1953), pp. 29-42.

(6) 日本雪氷学会, "雪と氷の事典" , 朝倉書店, 第二刷 (2005), pp. 556-557.

(7) 日本雪氷学会, "雪と氷の事典" , 朝倉書店, 第二刷 (2005), pp. 645-649.

(8) http://notesfromrumblycottage.wordpress.com/2010/12/24/the-beauty-of-hoarfrost/, (参照日 2014 年 3 月 27 日).

(9) http://www.redorbit.com/education/reference_library/earth/weather_and_seasons/2582852/soft_rime/notesfromrumblycottage.wordpress.com/2010/12/24/the-beauty-of-hoarfrost/, (参照日 2014 年 3 月 27 日).

(10) http://naturenetwi.blogspot.jp/2012/01/crystals-and-flakes.html, (参照日 2014 年 3 月 27 日).

(11) http://weathersavvy.com/Q-Winter_Rime_Glaze.html, (参照日 2014 年 3 月 27 日).

(12) http://www.ibtimes.co.uk/amazing-scenes-severe-storm-encases-slovenian-town-ice-1434997, (参照日 2014 年 3 月 27 日).

(13) 日本雪氷学会, "雪と氷の事典" , 朝倉書店, 第二刷 (2005), pp. 563-567.

(14) http://www.kaiho.mlit.go.jp/mainiti/topics/2002/12/t021213/, (参照日 2014 年 3 月 28 日).

(15) 日本雪氷学会, "雪と氷の事典" , 朝倉書店, 第二刷 (2005), pp. 568-572.

(16) 日本雪氷学会, "雪と氷の事典", 朝倉書店, 第二刷 (2005), pp. 59-60.

(17) http://www.airliners.net/aviation-forums/trip_reports/read.main/218189, (参照日 2014 年 3 月 31 日).

(18) Boeing Company, A Quaeterly Publication Boeing.com Comercial Aeromagazine, Vol. 28, No. 4 (2007), pp. 15.

(19) K. R. Petty and C. D. J. Floyd, “A Statistical Review of Aviation Airframe Icing Accidents in the US”, Proceedings of 11th Conference on Aviation, Range, and Aerospace Hyannis, (2004).

(20) http://englishrussia.com/2012/04/03/utair-plane-crashes-outside-tyumen/, (参照日 2014 年 6 月 2 日).

(21) http://matome.naver.jp/odai/2141974288677063401, (参照日 2015 年 2 月 1 日).

(22) M. G. Potapczuk, “Aircraft Icing Research at NASA Glenn Research Center”, ASCE Journal of Aerospace Engineering, Vol. 26, No. 2 (2001), pp. 260-276.

(23) http://www.grc.nasa.gov/WWW/k-12/IRT/spraybars.htm, (参照日 2014.9.12)

(24) T. B. Irvine, J. R. Oldenburg and D. W. Sheldon, “New Icing Cloud Simulation System at the NASA Glenn Research Center Icing Research Tunnel”, NASA TM-1999-208891 (1999).

(25) E. Hovenac, “Calibration of Droplet Sizing and Liquid Water Content Instruments: Survey and Analysis”, NASA CR-175099 (1986).

(26) R. F. Ide and D. W. Sheldon, “2006 Icing Cloud Calibration of the NASA Glenn Icing Research Tunnel”, NASA TM-2008-215177 (2008).

(27) L. Lilie, D. Bouley and C. Sivo “Instrument for aircraft-icing and cloud-physics measurements—Data on cloud water content are deduced fromhot-wire power a levels”, (2006).

(28) N. R. Bergrun, “An Empirical Method Permitting Rapid Determination of the Area, Rate, and Distribution of Water-drop Impingement on an Airfoil of Arbitrary Section at Subsonic Speeds”, NASA TN-2476 (1951).

(29) J. P. Lewis, “An Analytical Study of Heat Requirements for Icing Protection of Radomes” NASA RM-E53A22 (1953).

(30) J. J. Reinmann, R. J. Shaw and W. A. Olsen, “NASA Lewis Research Center’s Program on Icing Research”, NASA TM-83031 (1982).

(31) C. D. MacArthur, “Numerical Simulation of Airfoil Ice Accretion”, NASA 83-0112 (1983).

(32) C. S. Bidwell and M. G. Potapczuk, “User’s Manual for the NASA Lewis Three-

dimensional Ice Accretion code (LEWICE3D)", NASA TM-105974 (1993).
(33) W. B. Wright, "Validation Results for LEWICE 3.0", NASA CR-2005-213561 (2005).
(34) R. K. Britton, "Development of an Analytical Method to Predict Helicopter Main Rotor Performance in Icing Conditions", NASA CR-189110 (1992).
(35) T. Hedde and D. Guffond, "Improvement of the ONERA 3-D Icing Code, Comparison with 3D Experimental Shapes", AIAA Paper No. 93-0169 (1993).
(36) R. W. Gent, "Trajice2 - A Combined Water Droplet and Ice Accretion Prediction Code for Airfoils", Royal Aerospace Establishment, Tech. Report No. TR90054 (1990).
(37) G. Mingione and V. Brandi, "Ice Accretion Prediction on Multielement Airfoils", AIAA Journal of Aircraft, Vol. 35, No. 2 (1998), pp. 240 - 246.
(38) 鎌形 桂太, 山本 充俊, 賀澤 順一, 山本 誠, "着氷現象によるファン動翼性能劣化に関する数値解析", 日本ガスタービン学会 第 41 回定期講演会講演論文集 (2013).
(39) S. G. Cober, G. A. Isaac and J. W. Strapp, "Characterizations of Aircraft Icing Environments that Include Supercooled Large Drops", AMS Journal of Applied Meteorology, Vol. 40, (2001), pp. 1984-2002.
(40) W. B. Wright, "Validation results for LEWICE 3.0", NASA CR-2005-213561 (2005).
(41) M. F. Trujillo, W. S. Matthews, C. F. Lee and J.E. Peters, "Modeling and Experiment of Impingement and Atomization of a Liquid Spray on a Wall", International Journal of Engine Research, Vol. 1, No. 1 (2000), pp. 87 - 104.
(42) W. B. Wright, "Further Refinement of the LEWICE SLD Model", NASA CR-214132 (2006).
(43) J. Tan, M. Papadakis and M. K. Sampath, "Computational Study of Large Droplet Breakup in the Vicinity of an Airfoil", FAA Technical Report (2005).
(44) K. Isobe and M. Yamamoto, "Numerical Simulation of Ice Accretion on the Rotor Blade of a Jet Engine Considering Splash and Bounce", Proceedings of SAE 2013 AeroTech Congress & Exhibition, (2013).
(45) A. Pasztor, "Airline Regulators Grapple with Engine-Shutdown Peril", Wall St. Journal, April **7**, (2008), pp. A1.
(46) J. Mason, "747 CF6-80C2 Icing Events", Boeing Commercial Airplanes, (2004).

(47) J. G. Mason, J. W. Strapp and P. Chow, “The Ice Particle Threat to Engines in Flight”, Proceedings of 44th AIAA Aerospace Science Meeting and Exhibit (2006).

(48) L. Decang and H. W. David, “Heat and Mass Transfer for Ice Particle Ingestion Inside Aero-Engine”, ASME Journal of Turbomachinary, Vol. 133, No. 3 (2010).

(49) K. Furuta and M. Yamamoto, “Numerical Simulation on Ice Growth in High-Temperature Environment”, Proceedings of ASME Turbo Expo 2014, (2014).

(50) F. P. Bowden and D. Tabor, “The Friction and Lubriation of Solids”, Part 1 (1956), Oxford University Press, pp. 392.

(51) F. P. Bowden and D. Tabor, “The Friction and Lubriation of Solids”, Part 2 (1961), Oxford University Press, pp. 544.

(52) 木村 好次, 岡部 平八郎, “トライボロジー概論”, 養賢堂 (1997), pp. 225.

(53) 前野 紀一, “氷の付着と摩擦”, 日本雪氷学会誌 雪氷, Vol. 68, No. 5 (2006), pp. 449-455.

(54) H. H. G. Jellinek, “Adhesive Properties of Ice” Journal of Colloid Science, Vol. 14, No. 3 (1959), pp. 268-280.

(55) 前野 紀一, 黒田 登志雄, “雪氷の構造と物性”, 基礎雪氷学講座 I, 古今書院, (2006), pp. 209.

(56) A. Reich, “Interface Influences upon Ice Adhesion to Airfoil Materials”, AIAA Paper 1994-714, (1994).

(57) H. H. G. Jellinek, “Ice Adhesion and Sdhesion: A Survey Snow Removal and Ice Control Research”, Proceedings of International Synposium (1970), pp.46-77.

(58) H. H. G. Jellinek, “Adhesve Properties of Ice”, U.S. Army SIPRE Research Report, Vol. 38 (1957), pp.1-20.

(59) L. E. Raraty and D. Tabor, “The Adhesion and Strength Properties of Ice”, Proceedings of Rpiyal Soc. Land, A 245 (1958), pp. 184-201.

(60) H. H. G. Jellinek, “The Tensile Strength Properties od Ice Sdhering to Stromless Seel”, U.S. Army SIPRE Research Report, Vol. 23 (1957), pp.1-22.

(61) G. Fortin and J. Perron, “Spinning Rotor Blade Tests in Icing Wind Tunnel”, Proceedings of 1st AIAA Atmospheric and Space Environments Conference, (2009).

(62) T. Murooka, S. Shishido, R. Hiramoto and T. Minoya, “Surface Coating Effect on Protection of Icing for Axial Fan Blade”, Proceedings of SAE International

Conference on Aircraft and Engine Icing (2011).
(63) 瀬立 良太. 木塚 宣明, “過酷環境に対する中小型ガスタービンについて”, 日本ガスタービン学会誌, Vol. 42 (2014), No. 6, pp. 13-18.
(64) https://www.khi.co.jp/english/gasturbine/tech/gasturbine/flexible.html, (参照日 2014 年 12 月 6 日).
(65) M. Suzuki and M. Yamamoto, “Numerical Simulation of Particulate Erosion in a Compressor Blade”, Proceedings of ECCOMAS IV International Conference on Computational Methods for Coupled Problems in Science and Engineering (2011).
(66) M. Makita, M. Suzuki and M. Yamamoto, “Numerical Simulation of Particle Deposition around Cooling Hole of Turbine Vane”, Proceedings of IACM-ECCOMAS 2nd South-East Conference on Computational Mechanics (2009).
(67) M. Matsui, M. Suzuki and M. Yamamoto, “Three-dimensional multi-physics CFD simulations of sand transfer around a cube”, American Journal of Environmental Protection (2013), pp. 188-193.
(68) 高橋 亮平, 鈴木 正也, 山本 誠, 北田 浩, “固液分離装置内三相流を予測するためのMPS法コードの開発”, 日本機械学会 第25回計算力学講演会講演論文集 (2012).
(69) H. Beaugendre, F. Morency and W. G. Habashi, “Development of a Second Generation In-Flight Icing Simulation Code”, ASME Journal of Fluids Engineering, Vol. 128, No. 2 (2006).
(70) W. B. Wright, M. G. Potapczuk and L. H. Levinson, “Comparison of LEWICE and GlennICE in the SLD Regime”, Proceedings of 46th AIAA Aerospace Science Meeting and Exhibit (2008).
(71) L. Schiller and A. Naumann, “A drag coefficient correlation”, Z. Ver. Deutsch, 77 (1935), pp. 318-320.
(72) R. W. Gent, N. P. Dart, J. T. Cansdale, “Aircraft Icing”, Phil. Trans R Soc Lond A 358:2873–2911 (2000).
(73) S. Özgen and M. Canibek, “Ice Accretion Simulation on Multi-Element Airfoils using Extended Messinger Model”, Springer Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 45, No. 3 (2009), pp. 305-322.
(74) T. G. Myers, “Extension to the Messinger Model for Aircraft Icing”, Journal of AIAA, Vol. 39, No. 2 (2001), pp. 211-218.
(75) J. Shin and T. H. Bond, “Experimental and Computational Ice Shapes and

Resulting Drag Increase for a NACA 0012 Airfoil", NASA TM-105743, (1992).
(76) W. B. Wright, "User Manual for the Improved NASA Lewice Ice Accretion Code LEWICE 1.6", NASA CR-198355 (1995).
(77) W. B. Wright, "User's Manual for LEWICE 3.2", NASA CR-214255 (2008).
(78) G. Fortin, J. Perron, G. Mingione and E. Luliano, "CIRAAMIL Ice Accretion Code Improvement", Proceedings of 1st AIAA Atmospheric and Space Environment Conference (2009).
(79) Y. Bourgault, H. Beaugendre and W. G. Habashi, "Development of a Shallow-Water Icing Model in FENSAP-ICE", Journal of AIAA, Vol. 37, No.42 (2000), pp. 640-646.
(80) T. G. Myers, J. P. F. Charpin and C. P. Thompson, "Slowly Accreting Ice due to Supercooled Water Impacting on a Cold Surface", AIP Journal of Applied Physics, Vol. 14, No. 1 (2002), pp. 240-257.
(81) W. B. Wright, R. W. Gent and D. Guffond "DRA/NASA/ONERA Collaboration on Icing Research", NASA CR-202349, (1997).
(82) H. C. Yee, "Upwind and symmetric Shock-Capturing Schemes", NASA-TM-89464, (1987).
(83) K. Fujii and S. Obayashi, "Practical Application of Improved LU-ADI Scheme for the Three-dimensional Navier-Stokes Computations of Transonic Viscous Flows", *AIAA Paper*, (1987), 86-0513.
(84) M. Kato and B. E. Launder, 1993, "The modeling of turbulent flow around stationary and vibrating square cylinder", Proceedings of 8th Symposium on Turbulent Shear Flows, 10-4-1-10-4-6.
(85) E. W. Brouwers, J. L. Palacios, E. C. Smith and A. A. Peterson, "The Experimental Investigation of a Rotor Hover Icing Model with Shedding", Proceedings of American Helicopter Society 66th Annual Forum (2010).
(86) M. Papadakis, H. Yeong and I. G. Suares, "Simulation of Ice Shedding from a Business Jet Aircraft", Proceedings of 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit (2007).
(87) G. Baruzzi, P. Lagace, M. Aube and W. G. Habashi, "Development of a Shed-ice Trajectory Simulation in FENSAP-ICE", Proceeding of SAE Aircraft and Engine Icing International Conference (2007).
(88) 日本航空宇宙工業会 革新航空機技術センター, "航空用エンジンにおけるファンへの着氷低減技術の研究", 航空機工業の競争力強化に関する調査

研究 成果報告書, No 2201 (2011), ISSN 1880-3660.
(89) X. Veillard and W. G. Habashi, “Icing Simulation in Multistage Jet Engine”, Journal of Propulsion and Power, Vol. 27, No. 6 (2011), pp. 1231-1237.
(90) E. Jeff , C. Tim and L. Anthony, “A Vortex Particle Method for Compressible Flows”, Proceedings of 15th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, AIAA 2001-2641 (2001).
(91) 新井 淳, 越塚 誠一, “大きな密度変化に対する MPA-AS 法の拡張”, 日本機械学会 第 20 回計算力学講演会講演論文集 (2001), pp. 469-470.
(92) 山本 誠, “粒子法の産業応用と将来展望”, JSAE Symposium 粒子法・格子ボルツマン法の基礎と応用, No. 20-13 (2014).
(93) 堀内 久史, 山本 誠, “海中防波堤による津波抑制の数値的研究”, 日本機械学会 第 26 回計算力学講演会講演論文集 (2013).
(94) N. Fujioka, T. Nonomura, A. Oyama, M. Yamamoto, K. Fujii, “Computational Analysis of Aerodynamic Performance of Mars Airplane”, Proceedings of 29th International Symposium on Space Technology and Science, (2013).
(95) L. E. Eriksson, “Generation of Boundary-cinforming Grids around Wing-body Cinfiguration Using Transfinite Interpolation”, AIAA Journal, Vol. 20, No.10 (1982), pp. 1313-1320.
(96) J. F. Thompson, F. C. Thames and C. W. Mastin, “Automatic Numerical Generation of Body-fitted Curvilinear Cordinate System for Field Containing any Number of Arbitrary Two-Dimensional Bodies”, Journal of Comp. Phys., Vol. 15, No. 3 (1974), pp. 299-319.
(97) J. L. Steger and D. S. Chaussee, “Generation of Body Fitted Coordinates Using Hyperbolic Partial Differential Equations”, SIAM Journal of Sci. Stat. Comput, 1, 431, (1980).
(98) 山本 一臣, “楕円－双曲型格子生成法と圧縮機流れへの応用”, 第 10 回 航空機計算空気力学シンポジウム 論文集, (1992).
(99) J. L. Steger, F. C. Dougherty and J. A. Benek, “A Chimera Grid Scheme”, ASME Journal of FED, Vol. 5, (1983).
(100) K. D. Lee and P. E. Rubbert, “Transonic Flow Computations Using Grid Systems with Block Structure”, 7th International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics Lecture Notes in Physics, Volume 141, (1981), pp. 266-271.
(101) 松下 洋介, 斎藤 泰洋, 青木 秀行, 三浦 隆利, “数値流体力学”, 森喜多出

版株式会社, 第 2 版 (2011), pp. 10.

(102) 日本機械学会, “計算力学ハンドブック 第Ⅱ巻 差分法・有限体積法 (熱流体偏)”, 初版 (2006), pp. 48-62.

(103) A. Harten, “On a Class of High Resolution Total-Variation-Stable Finite-Difference Schemes”, SIAM Journal of Numerical Analysis, Vol. 21, No 1 (1984), pp. 1-23.

本論文を構成する主論文

(1) R. Hayashi, K. Kawakami, M. Suzuki, M. Yamamoto, S. Shishido, T. Murooka, and H. Miyagawa,
Numerical Simulation of Icing Phenomena in Fan Rotor-Stator Interaction Field,
Proceedings of 11th International Gas Turbine Congress, IGTC2011-ABS-0241 (2011), pp. 1 - 5.

(2) R. Hayashi and M. Yamamoto,
Numerical Simulation of Ice Accretion Phenomena in Rotor-Stator Interaction Field,
Proceedings of ASME Turbo Expo, GT2013-95448 (2013), pp. 1 - 9.

(3) R. Hayashi and M. Yamamoto,
Two- and Three-Dimensional Validation of Icing Model,
Proceedings of APCOM & ISCM, 1837 (2013), pp. 1 - 8.

(4) R. Hayashi and M. Yamamoto,
Numerical Simulation on Ice Shedding Phenomena in Turbomachinery,
Proceedings of ASME Turbo Expo, GT2014-25839 (2014), pp. 1 - 8.

(5) R. Hayashi and M. Yamamoto,
Icing Simulation on Jet Engine with Temperature Change of Super-cooled Droplet,
Proceedings of WCCM & ECFD, 1920 (2014), pp. 1 - 11.

(6) 林 亮輔, 山本 誠,
エンジンファン着氷における氷の離脱現象のモデル化,
日本機械学会論文集, Vol. 80, No. 815 (2014), pp. 1-12.

(7) 林 亮輔, 山本 誠,
エンジンファン着氷における氷の離脱現象の数値的研究,
日本機械学会 第 27 回計算力学講演会論文集, 52 (2014), pp. 1-3.

(8) R. Hayashi and M. Yamamoto,

Numerical Simulation on Ice Shedding Phenomena in Turbomachinery, American Journal of Energy and Power Engineering, Accepted.

謝辞

まず，学部四年から六年間に渡り，御指導・御鞭撻を頂いた山本 誠 教授に厚く御礼申し上げます．また，学位論文を査読し助言を下さった，前川 博 教授 (電機通信大学)，吉本 成香 教授，佐々木 信也 教授，石川 仁 教授，荒井 正行 教授に感謝致します．室岡 武 氏 (株式会社 IHI)，平元 理峰 准教授 (北海道科学大学) には，貴重な氷付着力試験のデータを頂き，御礼申し上げます．

学外においても，山本 誠 教授には研究会や学会などで多くの発表機会を頂きました．国際会議では，本阿弥 眞治 教授にも御同行して頂くことがあり，学会での振舞い方や質疑の応答などについて御指導頂き，誠に感謝しております．

最後にはなりましたが，山本研究室の方々にも，謝意を表したいと思います．特に，鈴木 正也 氏には，山研助教であった卒論・修論の際も，山研を離れてからもこれまで，研究に関して大変お世話になりました．また，坪井 涼 氏 には，卒論の際や研究室の雑務に関して色々と教えて頂きました．山研で学位を取得した先輩である両名に深く感謝致します．その他の先輩にもお世話になりました．学部四年時には，滑 慶則 氏，湯浅 貴博 氏に，修士一年時には，川上 敬 氏，中野 潤一 氏に多くの助言を頂き感謝しております．また，同期生とは，公私ともに楽しむことができました．宇賀神 誠也 氏，中村 亮太 氏，松井 和人 氏には就活に関しても助言を頂き，希望通りのエンジンに携わる仕事に就くことができました．その他の同期も含め，感謝致します．後輩の質問から，私自身が学ぶことも多々ありました．特に，博士後期課程に進学してからの三年間を共に過ごした岩下 広明 氏を筆頭にする山研 23 期生と，毎月の研究報告会後に翌朝まで，熱い答弁を交えられたことは忘れません．後輩の方々，ありがとうございました．最後に今一度，山本先生に感謝の意を表し，本論文を締めくくりたいを思います．山本先生，本当にありがとうございました．

平成 27 年 2 月　林 亮輔

付録A 数値流体力学

数値流体力学 (computational fluid dynamics, CFD) とは，コンピューターにより流体の運動に関する方程式を解き，流体の現象をシミュレーションする学問である．1970 年代以降，シミュレーション手法の確立やモデル開発の進歩と共に，目覚ましい発展を遂げてきた．中でも，ハードウェアの急速な発展が後を押しており，その演算速度は 10 年前の 100 倍ほどといわれるほどである．流体解析の商用ソフトである Front Flow や ANSYS Fluent などの開発もさることながら, 2004 年以降にオープンソース化されたフリーの CAE (computer aide education) ソフトである OpenFOAM の開発もあり, CFD ユーザーはますます増え，CFD は身近なものになりつつある．OpenFOAM では，非圧縮や圧縮性流れ，混相流，燃焼流, 様々な乱流モデルや離散化スキームなどの多くが実装されており, 再現できない流れがないわけではないが, 多種多様な流れが再現可能である．しかし, これを成し遂げるにはモデルやスキームの正しい選択が必要であり，そのためには CFD と物理現象の理解が必須である．CFD が身近なものとなった今では, CFD によって得られた解が実現象に則しているものか判断できる目をユーザーは養わなければならない．全ての CFD プログラムは，プリプロセッサー (pre-processor)，ソルバー (solver)，ポストプロセッサー (post-processor) の三つの要素から構成されている．本付録では，CFD プログラムの各構成要素について説明すると共に，現在までに開発されている代表的なシミュレーション手法を紹介し，その特徴を示していく．

A.1　プリプロセッサー

プリプロセッサー (pre-processor) とは，流体の問題を CFD プログラムに入力する段階である. 計算領域の設定, 計算格子の生成, 初期条件や境界条件の選択, 乱流モデルや離散化スキームなどがプリプロセスである．特に，CFD には格子生成が非常に重要であり，CFD による解析値が格子に依存しないように，計算

格子を生成しなければならない．後述するソルバーとは異なり，プリプロセッサーの段階は CFD 技術者のノウハウが要求されることが多く，産業界における CFD によるプロジェクトの 50%以上は，格子生成などのプリプロセッサーに費やされると言われている．

A.2　ソルバー

ソルバー (solver) は，CFD プログラムの中核を担い，有限差分法，有限体積法，有限要素法，渦法，粒子法などに大別される．ソルバーに関しては，研究開発が進んでおり，ANSYS CFX など汎用化された商用ソフトも普及している．従って，このような商用ソフトを利用する場合は，ユーザーは適切なソルバーを選択することさえできれば，現象によっては解析が可能となる．以下では，各ソルバーの概要について説明しておく．

A.2.1　有限差分法

有限差分法 (finite different method, FDM) は，微分方程式の微分を差分に置き換えて解く方法であり，18 世紀にオイラーが考えたと言われる最も古い解法である．物理現象の支配方程式を FDM で解く場合にまず行うことは，連続である領域に有限な格子を分割させ，領域内の関数を格子点上の値に置き換えることである．これを離散化 (discretization) という．基本的には全ての領域を構造格子で構成する必要があるため，解析対象が複雑形状となる場合，格子生成が難しくなるが，FDM は極めて単純で有効な手法である．また，高次精度の手法が容易に導出できることも大きな利点である．本論文では，FDM によって着氷シミュレーションを行っている．

A.2.2　有限体積法

有限体積法 (finite volume method, FVM) とは，解析領域を有限個の隣接する検査体積 (control volume, CV) に分割し，保存方程式を各々の CV に対して解く手法である．各 CV の中央に格子点を定義し，そこに計算されるべき変数が配置される．FVM は構造格子および非構造格子の双方に適用可能であるため，複雑形状周りの流れに向いており計算負荷も比較的軽い．但し，高次精度化が難しい点が不利である．

A.2.3 有限要素法

前述した FVM と多くの点で類似している手法が有限要素法 (finite element method, FEM) である. FEM では, 一般的に領域は非構造格子で分割される. FVM と異なる点は, 領域内の全積分の前に方程式に重み関数をかけることである. 複雑形状への適用が容易であり, 高次精度化も比較的簡単に行えるが, 計算負荷が重いことが問題となる.

A.2.4 渦法

渦法 (vortex method) は, 流れ場の連続的な渦度分布を多数の微小渦要素によって離散化し, 渦度輸送方程式を解く手法である. 各渦要素の渦度変化と渦要素の移動を追従することにより, 非定常解析する. 格子生成を必要とせず原理的には数値粘性を含まない点が特徴的である. また, RANS 型乱流モデルが不要であり, 移動・変形境界が自在に扱えることも大きな利点である. 近年, 渦法に関する研究が急速に発展しており, 一般的には解析対象は非圧縮性流体に限られるが, 圧縮性流体への適用も図られている(90).

A.2.5 粒子法

粒子法 (particle method) は, 連続体を有限個の粒子によって表し, その挙動を粒子の運動によって解析する手法である. 各粒子は速度や圧力などの変数を保持しながら移動する. 粒子法は離散化手法の違いから, カーネル関数の重ね合わせで空間分布を構築する SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) 法と, 粒子間相互作用モデルを用いる MPS (Moving Particle Semi-implicit) 法に分けられる. 図 A-1 は, MPS 法による津波シミュレーションの一例である. 図 A-1 のように, 粒子法では格子を用いる必要がないため, 界面の大変形を容易に扱うことができる. また, 粒子法には対流項が現れないため, 対流項の離散化に伴う数値拡散や数値振動が基本的には生じない. これらの特徴から, 粒子法は自由界面を伴う流れや混相流などのシミュレーションに有利である. 原理的には非圧縮流れに対する手法であるが, 擬似圧縮性を導入し圧縮性流れに対する計算手法も研究されている(91). しかし, 格子法と比較し計算負荷が重い点で不利である. 格子法の場合であれば, 流れの変化が著しい壁面付近などは格子を密集させ解像度を

上げ，一様流となる領域では格子を粗くすることにより，計算負荷を減らす工夫をすることが可能である．一方，粒子法の場合は，離散化に等方的な重み関数を用いているため，格子法のように局所的に解像度を変化させることができない．また，プログラムの構造上，並列化が困難である．従って，産業界において実用段階には達していないが，これらの課題が解決されれば格子法では再現不可能な現象がシミュレーションできるため，現在，研究が行われている(92)．

A.3　　ポストプロセッサー

ポストプロセッサー (post-processor) とは，ソルバーで得られた膨大な量のデータから有益な情報を出力する重要な段階である．流れ場の可視化や定量的評価のための表やグラフなどがポストプロセスである．最近ではポストプロセス処理の研究も多く行われ，Micro AVS や FIELD VIEW などの商用可視化ソフトも開発され広く用いられており，それらは多機能の可視化ツールを有する．このような可視化技術の発展の背景にもハードウェアの急速な進歩が欠かせなかった．例えば，ソルバーで得られた速度データから流線を可視化するためには積分の処理が必要であり，圧力の等高線を可視化するためにはプロットすべき線分の集合を作らなければならない．視点を変えたりスクロースしたりするのに非現実的な時間を要するという問題を解決するために，これらの演算処理には高いグラフィック能力を有するワークステーションが必要である．つまり，ハードウェアの低価格化やワークステーションの普及がポストプロセスの進歩にもたらした影響は大きい．

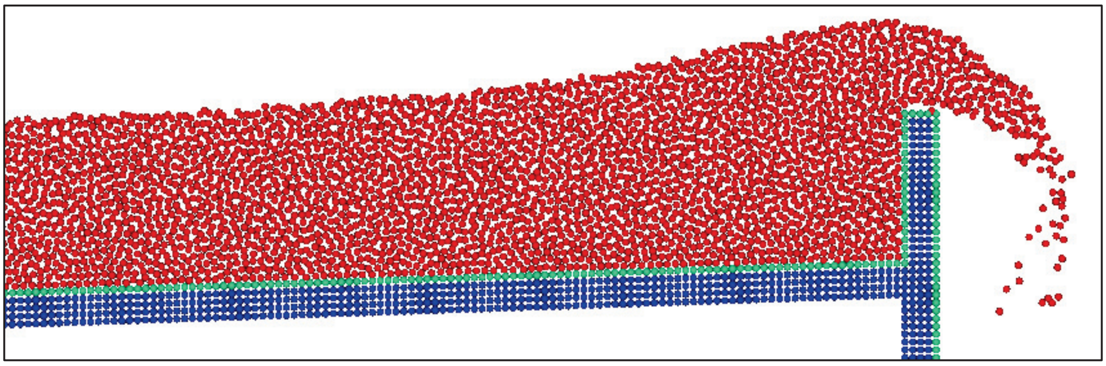


Fig. A-1 Tsunami Simulation by MPS Method(93)

付録B 格子生成計算手法

格子生成は，プリプロセッサーの重要な役割を担う．特に，ソルバーが確立されつつある現在では，格子生成が CFD によって得られる解を大きく左右すると言っても過言ではないだろう．一般的に，格子を密に設定すれば解析の精度は向上するが，格子点数の増加は当然のことながら計算コストの増加を招く．この問題をクリアするための最適な計算格子として，不等間隔格子が用いられる．これは，境界や壁面付近など流れの変化が起き易い箇所の格子を密に設定し，比較的変化しない箇所を粗に設定するものである．近年では，計算対象に合わせて自動的に格子を生成する技術の研究もされている．しかし，このような技術が商用の CFD ソフトに組み込まれるようになるには，多くの基礎研究が必要であると言われている．従って，要求される解析値の精度と計算コストというトレードオフの関係を考え，最適な格子を生成できるかどうかは CFD ユーザー次第である．本付録では，本研究で用いた格子生成手法について詳述する．

B.1 格子の種類

計算格子は図 B-1 に示すように，図中 (a) 構造格子，(b) 非構造格子に大別される．また，構造格子には，(a) 境界適合格子と (c) 直交格子があるが，本研究では境界適合格子を用いているため，以下では境界適合格子と非構造格子について説明する．

B.1.1 境界適合格子

境界適合格子は，物体境界線に沿って格子を形成するため，特に，壁面摩擦係数や境界層剥離などの予測性能が高く，有限差分法により離散化する場合に多く用いられている．また，高次精度計算アルゴリズムが多く開発されていることも大きな利点の一つである．このような利点から，本研究では境界適合格子を用いている．しかし，境界適合格子では，複雑形状周りを単一の格子で再現するこ

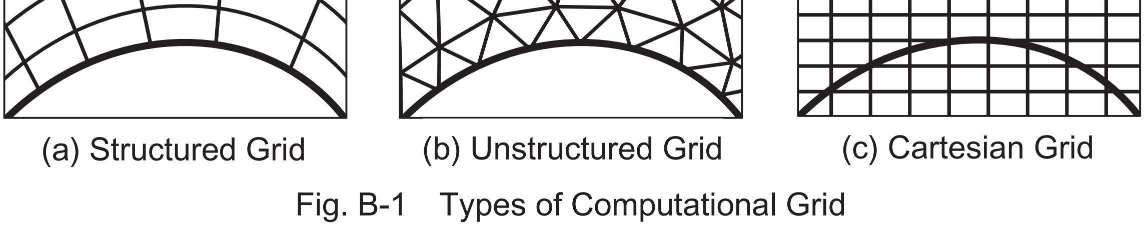
とが難しい．そのような場合には，後述する重合格子法やマルチ・ブロック法を利用しなければならない．また，格子生成に費やす時間が多いことも欠点の一つである．

B.1.2　非構造格子

非構造格子は，格子点の並びに規則性を必要としないため，FVM あるいは FEM により離散化する場合によく用いられる．従来は，計算負荷などの面から敬遠されがちであったが，近年のハードウェアの急速な発展を背景に，その複雑形状周りの格子生成の容易さから，広く用いられている．非構造格子のもう一つの大きな利点は，格子の細分化が容易な点である．任意の点の追加や削除を簡単に行えるため，特に，衝撃波や自由せん断層を伴う流れでは，格子解像度を上げ，精度良く捉えることができる．一方，最大の欠点として，境界層を解像するには境界適合格子と比べ不利であることが挙げられる．境界層はその性質から壁面垂直方向に物理量が輸送する．従って，境界層を捉えるためには，境界に沿って格子を生成する境界適合格子を用いたほうが自然である．そのような場合には，図 B-2 に示すように，物体近傍では境界適合格子を，物体遠方では非構造格子を用いるといったハイブリッドな手法により格子を形成すればよい．

B.2　格子トポロジー

境界適合格子では，解析対象の形状によって多種のトポロジーの格子が用いられる．二次元翼を例に代表的な格子トポロジーを図 B-3 に示す．図中 (a) は O 型格子であり，格子点の無駄が少なく翼周りの格子生成によく用いられる．O 型格子を用いる場合は，翼後縁を少し丸めると格子生成が簡単になる．(b) は C 型格子であり，O 型格子と同様によく用いられる．C 型格子では，翼後流の格子



(a) Structured Grid　(b) Unstructured Grid　(c) Cartesian Grid

Fig. B-1　Types of Computational Grid

を密にしたり粗にしたりすることが容易に設定できる．(c) の H 型格子は，翼列の格子生成をする場合に用いられ，格子形状が比較的簡単である．(d) は L 型格子であり，後述するマルチ・ブロック法を利用する際に利用される．

B.3　座標変換

境界適合格子を用いた数値計算では，直交格子で記述された流体の方程式を，

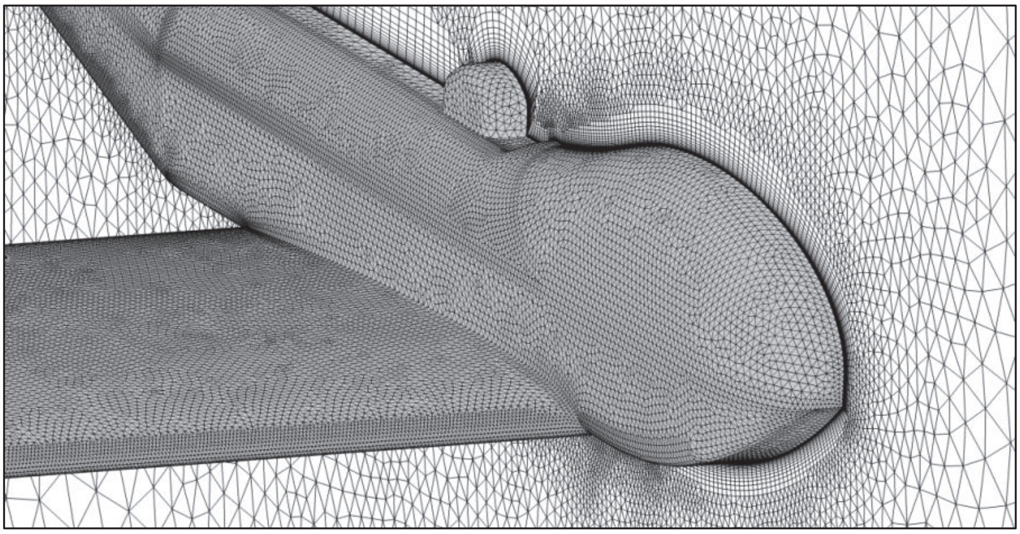
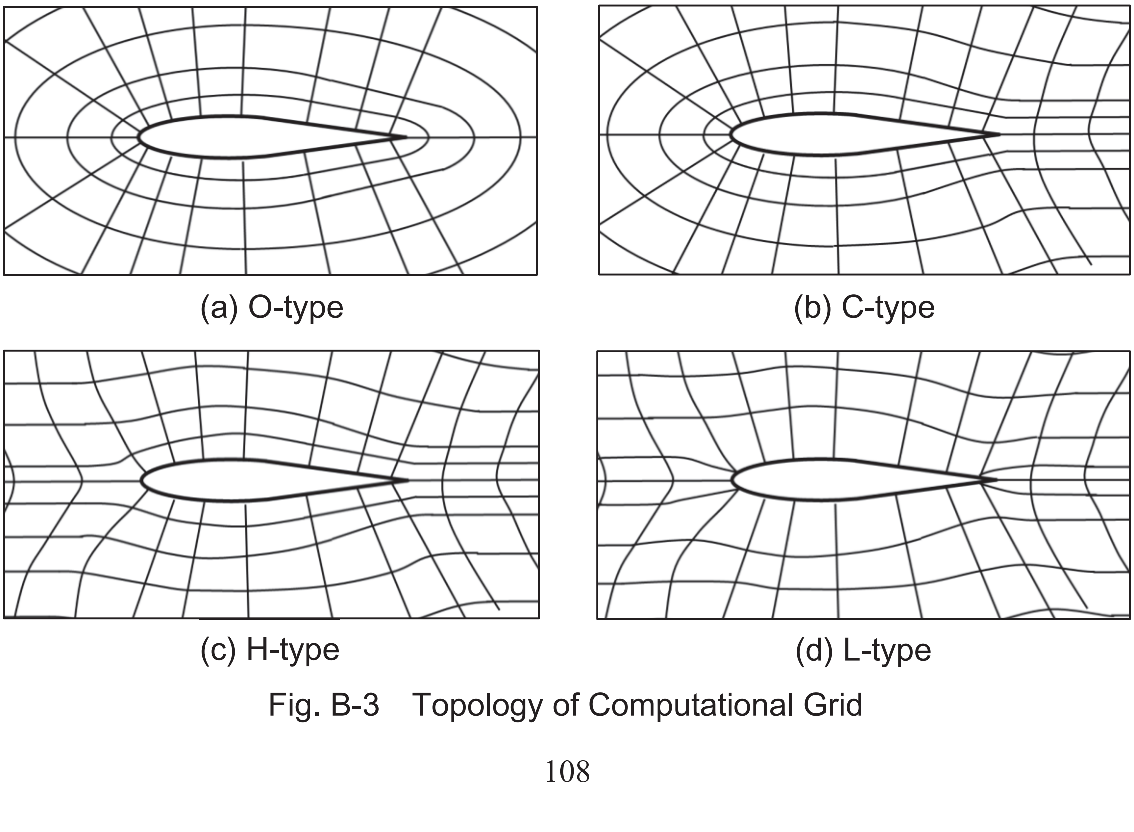


Fig. B-2　Hybrid Grid from Structured and Unstructured Grid(94)



(a) O-type　(b) C-type

(c) H-type　(d) L-type

Fig. B-3　Topology of Computational Grid

一般座標に変換して計算を行う．直交座標で複雑形状周りの流れを解こうとすると，境界条件や格子解像度などの様々な弊害が生じるからである．以下では，簡単のため二次元場を仮定する．物理空間 (x, y) から計算空間 (ξ, η) への変換は以下のように表せる．

$$\begin{cases} \xi = \xi(x, y) \\ \eta = \eta(x, y) \end{cases} \tag{B.1}$$

また，同様に，

$$\begin{cases} x = x(\xi, \eta) \\ y = y(\xi, \eta) \end{cases} \tag{B.2}$$

となる．チェーン則により，式 (B.1) (B.2) は以下のように変換できる．

$$\begin{pmatrix} d\xi \\ d\eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_x & \xi_y \\ \eta_x & \eta_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} \tag{B.3}$$

$$\begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_\xi & x_\eta \\ y_\xi & y_\eta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\xi \\ d\eta \end{pmatrix} \tag{B.4}$$

式 (B.3) (B.4) をまとめると，

$$\begin{pmatrix} \xi_x & \xi_y \\ \eta_x & \eta_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_\xi & x_\eta \\ y_\xi & y_\eta \end{pmatrix}^{-1} = J \begin{pmatrix} y_\eta & -x_\eta \\ -y_\xi & x_\xi \end{pmatrix} \tag{B.5}$$

となり，ここで，J はヤコビアン (jacobian) と呼ばれる．

$$\frac{1}{J} = x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi \tag{B.6}$$

以上より，メトリックス (metrix) を得ることができる．

$$\begin{cases} \xi_x = J y_\eta \\ \xi_y = -J x_\eta \\ \eta_x = -J y_\xi \\ \eta_y = J x_\xi \end{cases} \tag{B.7}$$

B.4　　格子生成法

格子生成法は，代数的方法と偏微分方程式を解く方法に二分される．代数的方法は，格子点の制御が簡単であり，格子生成の計算時間を費やすこともない．一方，偏微分方程式による方法は格子の制御が難しいが，それを確実に行えば，直行性もあり滑らかな格子を得ることができる．また，境界適合格子を用いて三次

元的な複雑形状周りを再現する場合，単一の格子で再現することは非常に難しい．このような場合には，重合格子法やマルチ・ブロック法を用いるとよい．以下では，本研究で用いた主な格子生成法について説明する．

B.4.1 Transfinite 補間法

Transfinite 補間法は，Eriksson(95)によって実用化された代数的格子形成法の一種である．ここでは，簡単のため二次元空間における Transfinite 法の格子形成を示す．パラメーターi, j ($i_{min} \leqq i \leqq i_{max}$, $j_{min} \leqq j \leqq j_{max}$,) で表される座標ベクトル$\vec{f}(i,j) = (x(i,j), y(i,j))$を考える．$\vec{f}$の境界値が既知であるとして，領域内を次式のように補間する．

$$\vec{f}_1(i,j) = \alpha_1(i)\vec{f}(i_{min}, j) + \alpha_2(i)\vec{f}(i_{max}, j) \tag{B.8}$$

$$\vec{f}(i,j) = \vec{f}_1(i,j) + \beta_1(j)\left[\vec{f}(i, j_{min}) - f_1(i, j_{min})\right] + \beta_2(j)\left[f(i, j_{max}) - f_1(i, j_{max})\right] \tag{B.9}$$

ここで，$\alpha_1(i), \alpha_2(i), \beta_1(j), \beta_2(j)$ は混合関数と呼ばれるもので，単調に変化し以下の条件を満たさなければならない．

$$\begin{cases} \alpha_1(i_{min}) = 1, & \alpha_1(i_{max}) = 0 \\ \alpha_2(i_{min}) = 0, & \alpha_2(i_{max}) = 1 \\ \beta_1(j_{min}) = 1, & \beta_1(j_{max}) = 0 \\ \beta_2(j_{min}) = 0, & \beta_2(j_{max}) = 1 \end{cases} \tag{B.10}$$

例として式 (B.10) の条件を満たす最も簡単な関数は以下の線形補間式である．

$$\begin{cases} \alpha_1(i) = \dfrac{i_{max} - i}{i_{max} - i_{min}}, & \alpha_2(i) = 1 - \alpha_1(i) \\ \beta_1(j) = \dfrac{j_{max} - j}{j_{max} - j_{min}}, & \beta_2(j) = 1 - \beta_1(j) \end{cases} \tag{B.11}$$

短形に近い領域に等間隔で格子を形成する場合では, 以上で述べた Transfinite 補間法による格子生成で十分であるが，円柱や翼を一周するようになった場合に Transfinite 補間法では，格子の直行性の維持や格子点の制御が難しい．そのような場合には，後述する偏微分方程式による方法を用いたほうがよい．また，Transfinite 補間法は簡単であるため，偏微分方程式による方法を用いる際の初期条件としても利用できる．

B.4.2 楕円型格子生成法

楕円型格子生成法は，Thompson ら[96]によって提案された偏微分方程式による代表的な格子生成法である．格子生成には，楕円型偏微分方程式を用いるのだが，大きな利点は空間を閉じる境界さえ指定してやれば，内部領域が決定され簡単に滑らかな格子が形成できることである．通常は格子点分布を制御するために以下のポアソン方程式を用いる．

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = P(\xi, \eta) \\ \dfrac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = Q(\xi, \eta) \end{cases} \tag{B.12}$$

式 (B.12) を計算空間へ変換するために，独立変数と従属変数を入れ替えると，x, y に関する楕円型偏微分方程式が得られる．

$$\begin{cases} \alpha x_{\xi\xi} - 2\beta x_{\xi\eta} + \gamma x_{\eta\eta} = -J^{-2}\left[P(\xi,\eta)x_{\xi} + Q(\xi,\eta)x_{\eta}\right] \\ \alpha y_{\xi\xi} - 2\beta y_{\xi\eta} + \gamma y_{\eta\eta} = -J^{-2}\left[P(\xi,\eta)y_{\xi} + Q(\xi,\eta)y_{\eta}\right] \end{cases} \tag{B.13}$$

$$\begin{cases} \alpha = {x_{\eta}}^2 + {y_{\eta}}^2 \\ \beta = x_{\xi}x_{\eta} + y_{\xi}y_{\eta} \\ \gamma = {x_{\xi}}^2 + {y_{\xi}}^2 \end{cases} \tag{B.14}$$

ここで, J はヤコビアンである. 式 (B.14) を解くことにより格子生成が行える.

B.4.3 双曲型格子生成法

双曲型格子生成法は，Steger と Chaussee[97]によって提案された偏微分方程式による格子生成法である．前述した楕円型格子生成法と大きく異なる点は，壁面付近における格子の直行性が簡単に維持できることである．本格子生成法では，直交条件と格子セルの体積に関する条件から構成される双曲型偏微分方程式を，物体表面の内部境界を初期値として，外部境界へと前進的に解く．二次元空間における物理空間を (x, y)，計算空間を (ξ, η) で表すと，格子の直交条件および格子セルの面積 ΔS は以下のように表せる．

$$\begin{cases} x_{\xi}x_{\eta} + y_{\xi}y_{\eta} = 0 \\ x_{\xi}y_{\eta} - y_{\xi}x_{\eta} = \Delta S \end{cases} \tag{B.15}$$

双曲型格子生成法を用いる方法は，前進的に格子を生成していくため，予め外部領域を指定することができない．従って，その適用対象は航空機全機周りなどの

外部流に限られる．しかしながら，短時間で格子形成ができ，壁面付近の格子の直行性の制御が簡単であるという利点は大きい．

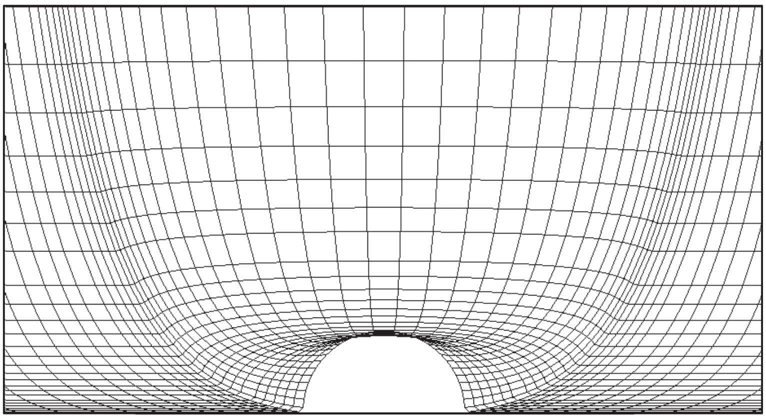
B.4.4　楕円-双曲型格子生成法

偏微分方程式による格子生成法として，楕円型格子生成法と双曲型格子生成法について前述したが，楕円型格子生成法ではポアソン方程式のソース項に与えるパラメーターの設定が難しく，実用には試行錯誤が必要である．一方，双曲型格子生成法は，本研究で対象としたようなエンジン内流れを代表とする内部流れには適用できない．これらの問題を解決するために，山本ら[98]は重み関数を用いることにより，楕円型の偏微分方程式を局所的に双曲型に退化させる楕円-双曲型格子生成法を提案した．楕円-双曲型格子生成法では，直行性が要求される物体近傍では双曲型の重みを重くし，物体遠方では楕円型の重みを重くした滑らかな格子が形成できる．図 B-4 に円柱周りを対象に，(a) Transfinite 補間法，(b) 楕円型格子生成法，(c) 楕円-双曲型格子生成法を用いた場合の格子を示す．Tranfinite 補間法では，円柱の境界付近で格子が破綻している．また，楕円型格子生成法では，格子が滑らかに形成されているが円柱の前縁や後縁の直行性が維持されていない．しかし，楕円-双曲型格子生成法を用いると図 B-4 (c) で示されているように，円柱近傍では直交性が維持され，円柱遠方では滑らかな格子が形成できている．このように，楕円-双曲型格子生成法を用いた場合，直行性と滑らかさが維持できるため，本研究で対象とした複雑な形状であるエンジンファンなどには，楕円-双曲型格子生成法を適用している．

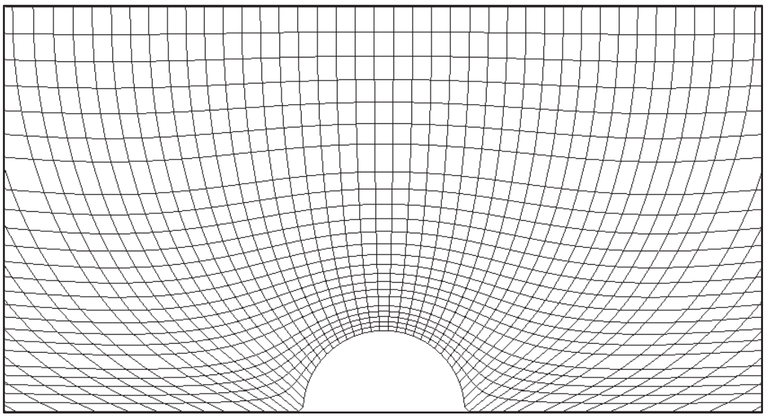
B.4.5　重合格子法

重合格子法 (overset-grid method) は，Steger[99]らによって提案された，解析対象周りの格子を独立して形成する方法である．例えば，エンジン内流れでは，図 B-5 (a) に示すように翼列周り形成するサブグリッド (図中赤) と流路を構成するメイングリッド (図中青) の二つの異なる格子を用い，1 イタレーション毎に互いの格子で情報のやり取りを行いながら解析を行う．また，本研究で対象とした翼周りの着氷現象を扱う場合，着氷する翼前縁付近は特に格子を密に設定する必要がある．このとき，全体の格子解像度を上げてしまうと，計算負荷が著しく重くなってしまうため，図 B-5 (b) のように必要な領域のみにサブグリッドを

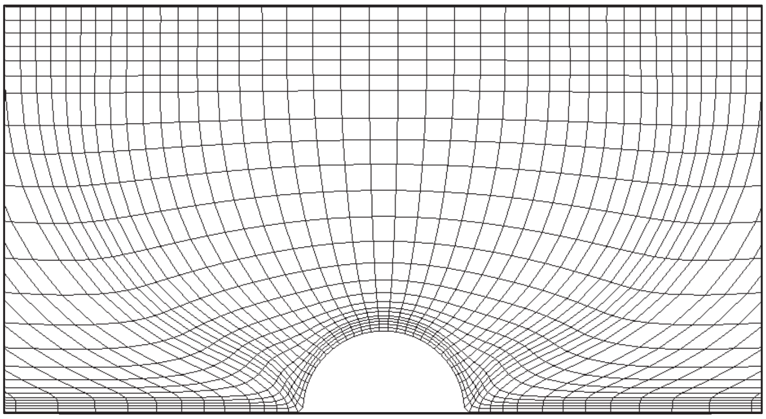
設置してやればよい．以上のように，解析対象が複雑になった場合に重合格子法を用いると比較的簡単に格子生成が行える．また，重合格子法の利点として，格子同士が完全に独立しているため，一方の格子を時間的に移動させることもで



(a) Transfinite Interpolation Method



(b) Elliptic Grid Generation Method



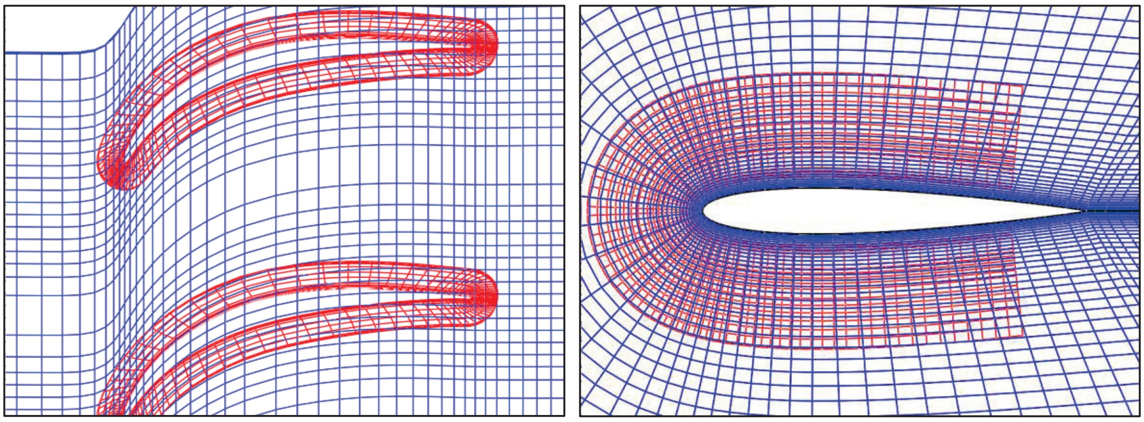
(c) Elliptic-Hyperbolic Grid Generation Method

Fig. B-4　Grid Generation Method

きることが挙げられる．欠点としては，1 イタレーション毎に補間計算により計算負荷が多少重くなってしまうことや，高次精度のスキームを利用して流れ場を解いても補間により精度が落ちてしまうことなどである．

B.4.6　マルチ・ブロック法

マルチ・ブロック法 (multi-block method) は，Lee ら[100]によって提案された解析対象を複数の領域に分けて格子を形成する方法である．例として，図 B-6 にマルチ・ブロック法によって形成された孔周りの格子を示す．本格子は三つのブロックから構成されるが，マルチ・ブロック法では隣接する格子点同士で情報を共有するため，隣接する格子点は完全に一致させる必要がある．流れ場の計算は各ブロックで各々行い，1 イタレーション毎に情報を交換する．マルチ・ブロック法は重合格子法と異なり格子点が完全に一致しているため，補間による計算



(a) Stator Cascade in Jet Engine　　(b) Main Wing Icing

Fig. B-5　Overset-grid Method

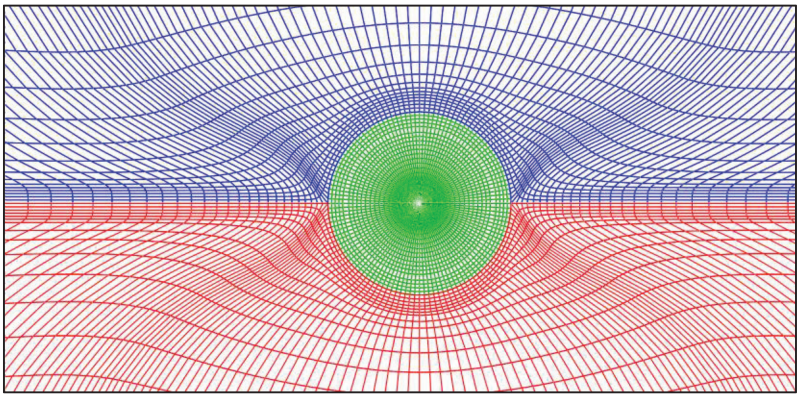


Fig. B-6　Multi-block Method

精度が落ちることを気にする必要はない．しかし，ブロックの接続境界では格子を密に設定したほうがよいため，計算負荷が増加しまうことや，高次精度のスキームを利用していても接続境界では，スキームの精度を落とさなければならないことがあるなどの不利な面もある．本研究では，エンジン内の流路を再現する際にマルチ・ブロック法を利用している．

付録C 流れ場計算手法

本研究では，主に，ジェットエンジンファン周りの流れを扱い，流れ場を圧縮性乱流場と仮定したシミュレーションを行った．一般的に，マッハ数が 0.3 を超える場合は流体の圧縮性を考慮しなければならない．圧縮性とは，密度が圧力変化に応じて変化することである．また，乱流とは，時間的あるいは空間的に不規則に変化する流れのことである．航空機やロケット，自動車周りの流れなど工学的に重要な流れの多くは乱流である．本付録では，本研究における流れ場計算で用いた支配方程式や乱流モデルなどについて述べる．

C.1　流体の流れと熱移動の基礎方程式

流体の流れの基礎方程式には，以下の物理的な保存側の数学的な意味から成っている(101).

(1)　流体の質量は保存する．

(2)　運動量の変化割合は，流体粒子に及ぼす力の総和に等しい (ニュートンの第二法則).

(3)　エネルギーの変化割合は，流体粒子に加える熱量の割合と流体粒子になされる仕事の割合の総和に等しい (熱力学第一法則).

(1) は質量保存則, (2) は運動量保存則, (3) はエネルギー保存則である．つまり，流体は質量・運動量・エネルギーの三つの保存式により記述することができる．以下では，各々の式について説明する．

C.1.1　質量保存

検査体積内の質量収支を考える．検査体積内では，「質量が増加する割合」と「質量が流入する正味の割合」が等しくなる．質量が増加する割合は次式のように表すことができる．

$$(\text{質量が増加する割合}) = \frac{\partial}{\partial t}\left(\rho \Delta x \Delta y \Delta z\right) = \frac{\partial \rho}{\partial t}\left(\Delta x \Delta y \Delta z\right) \tag{C.1}$$

また，図 C-1 のように検査体積内の質量の流入出を考えると，

$$
\begin{aligned}
&(\text{質量が流入する正味の割合}) \\
&=\left[\rho u-\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}\frac{1}{2}\Delta x\right]\Delta y\Delta z-\left[\rho u+\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}\frac{1}{2}\Delta x\right]\Delta y\Delta z \\
&+\left[\rho v-\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}\frac{1}{2}\Delta y\right]\Delta x\Delta z-\left[\rho v+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}\frac{1}{2}\Delta y\right]\Delta x\Delta z \\
&+\left[\rho w-\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}\frac{1}{2}\Delta z\right]\Delta x\Delta y-\left[\rho w+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}\frac{1}{2}\Delta z\right]\Delta x\Delta y
\end{aligned}
\tag{C.2}
$$

となる．式 (C.1) と式 (C.2) は等しいので，流体の質量保存式は，以下のようになる．

$$
\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}=\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u_j)}{\partial x_j}=0 \tag{C.3}
$$

式 (C.3) は連続の式とも呼ばれ，左辺第一項は密度の時間変化の割合であり，左辺第二項以降は正味の流入出量を表す対流項である．

C.1.2　運動量保存

本節では，運動量の保存式からナビエ・ストークスの導出までを行う．ニュートンの第二法則から，「流体粒子の運動量の増加割合」と「流体粒子に働く力の

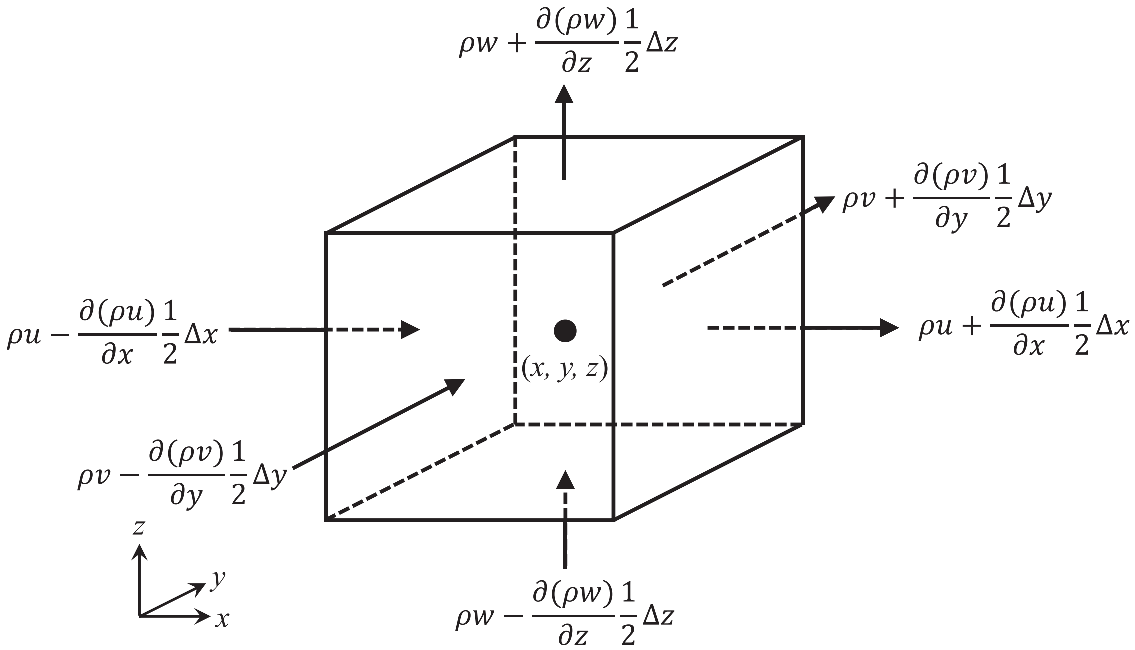


Fig. C-1　Mass Flow Rate in Control Volume

総和」が等しいといえる．流体要素に働く応力を図 C-2 のように 9 つの粘性応力成分として扱う．粘性応力をτ_{ij}の添え字は，粘性応力の方向を表しており，例えばτ_{xy}であれば，x に垂直な面に働く y 方向の応力である．まず，図 C-3 のように x 方向についてのみ考えたとき，x 方向に働く応力は検査体積に働く垂直応力である圧力 p と粘性応力をτ_{ij}は以下のように表せる．

$$
\begin{aligned}
&(x\text{方向に働く応力}) \\
&=\left[\left(p-\frac{\partial p}{\partial x}\frac{1}{2}\partial x\right)-\left(\tau_{xx}-\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x}\frac{1}{2}\partial x\right)\right]\partial y\partial z \\
&+\left[-\left(p+\frac{\partial p}{\partial x}\frac{1}{2}\partial x\right)+\left(\tau_{xx}+\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x}\frac{1}{2}\partial x\right)\right]\partial y\partial z \\
&-\left(\tau_{yx}-\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}\frac{1}{2}\partial y\right)\partial x\partial z+\left(\tau_{yx}+\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}\frac{1}{2}\partial y\right)\partial x\partial z \\
&-\left(\tau_{zx}-\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\frac{1}{2}\partial z\right)\partial x\partial y+\left(\tau_{zx}+\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\frac{1}{2}\partial z\right)\partial x\partial y
\end{aligned}
\tag{C.4}
$$

式 (C.4) を体積$\Delta x\Delta y\Delta z$ で除して単位体積当たりで考える．

$$
(x\text{方向に働く単位体積当たりの応力})=\frac{\partial(-p+\tau_{xx})}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \tag{C.5}
$$

式 (C.5) は単位体積当たりに働く x 方向の全応力となる．流体粒子に働く力を表面力 (圧力，粘性力など) と体積力 (遠心力，コリオリ力など) の二つに分類すると，式 (C.5) は表面力を表すことになる．他の力を単位質量当たりの体積力 f_x と定義すると，x 方向の運動量保存式は以下のようになる．

$$
\rho\frac{Du}{Dt}=\frac{\partial(-p+\tau_{xx})}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}+\rho f_x \tag{C.6}
$$

式 (C.6) の左辺は，x 方向の運動量の変化の割合を表し，D/Dt はラグランジュ微分を意味する．y, z 方向も同様に考えると，次式のようになる．

$$
\rho\frac{Dv}{Dt}=\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial(-p+\tau_{yy})}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z}+\rho f_y \tag{C.7}
$$

$$
\rho\frac{Dw}{Dt}=\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y}+\frac{\partial(-p+\tau_{zz})}{\partial z}+\rho f_z \tag{C.8}
$$

ある変数をϕとすると，流体力学ではϕのラグランジュ微分を次式のように定義する．

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial (\phi u_i)}{\partial x_i} \tag{C.9}$$

従って，式 (C.6) - (C.8) はテンソル標記すると以下のようになる．

$$\frac{\partial (\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial (p\delta_{ij})}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho f_j \tag{C.10}$$

式 (C.10) の運動量保存式の粘性応力成分 τ_{ij} に対して適切なモデルを導入することで，流体を記述する上で便利な保存式の形となる．流体を等方的であると

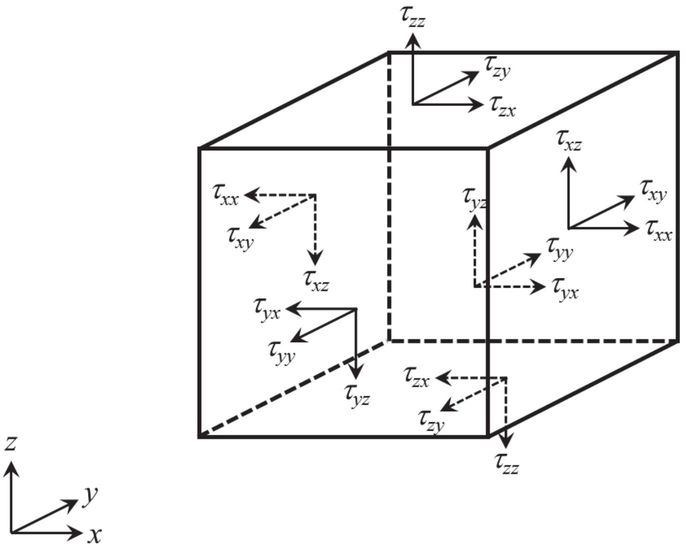


Fig. C-2　Stress Component on Fluid Element

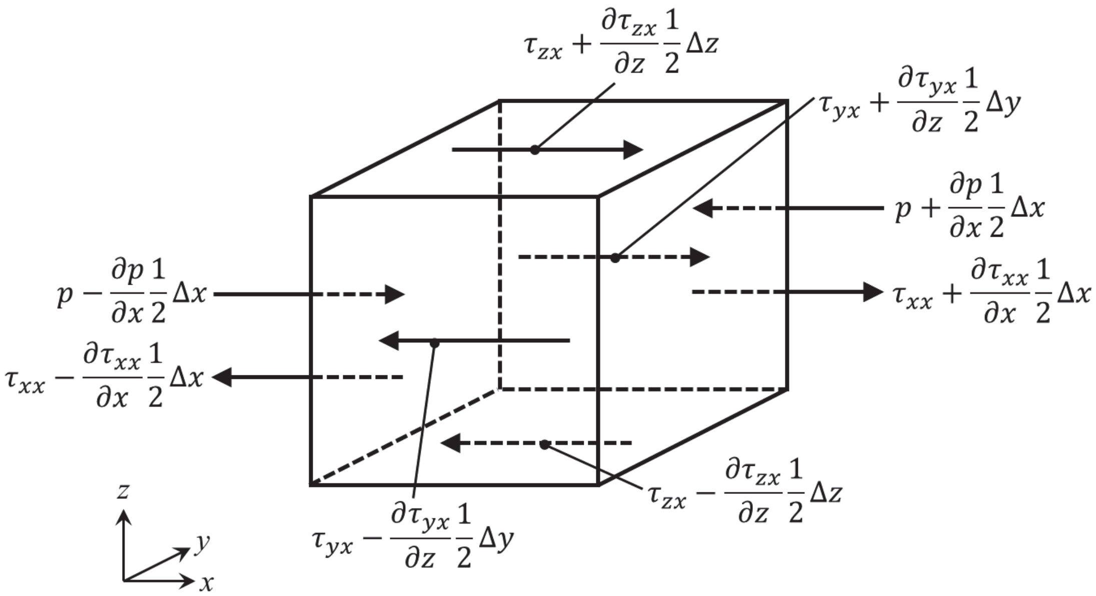


Fig. C-3　Stress Component for x Direction

仮定すると直線的な変形の割合は 9 成分であり，直線的な伸長により変形する 3 成分 S_{ij} は，

$$\begin{cases} S_{xx} = \dfrac{\partial u}{\partial x} \\ S_{yy} = \dfrac{\partial v}{\partial y} \\ S_{zz} = \dfrac{\partial w}{\partial z} \end{cases} \tag{C.11}$$

であり，直線的なせん断により 6 成分 S_{ij} は，

$$\begin{cases} S_{xy} = S_{yx} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial x}\right) \\ S_{yz} = S_{zy} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial v}{\partial z} + \dfrac{\partial w}{\partial y}\right) \\ S_{xz} = S_{zx} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u}{\partial z} + \dfrac{\partial w}{\partial x}\right) \end{cases} \tag{C.12}$$

となる．式 (C.11), (C.12) をテンソル標記する．

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{C.13}$$

一方，体積的な変形の割合は，

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \tag{C.14}$$

となる．ニュートンの粘性法則より，流れの粘性応力と体積的な変形の割合は比例する．圧縮性流体の場合，直線的に変形する応力に関する比例定数μと，体積的に変形する応力に関する比例定数λがある．従って，粘性応力の伸長により変形する 3 成分と直線的なせん断により変形する 6 成分は以下のようになる．

$$\begin{cases} \tau_{xx} = 2\mu\dfrac{\partial u}{\partial x} + \lambda\dfrac{\partial u_k}{\partial x_k} \\ \tau_{yy} = 2\mu\dfrac{\partial v}{\partial y} + \lambda\dfrac{\partial u_k}{\partial x_k} \\ \tau_{zz} = 2\mu\dfrac{\partial w}{\partial z} + \lambda\dfrac{\partial u_k}{\partial x_k} \end{cases} \tag{C.15}$$

$$
\begin{cases}
\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu\left(\dfrac{\partial u}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial x}\right) \\
\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu\left(\dfrac{\partial v}{\partial z} + \dfrac{\partial w}{\partial y}\right) \\
\tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu\left(\dfrac{\partial u}{\partial z} + \dfrac{\partial w}{\partial x}\right)
\end{cases}
\tag{C.16}
$$

本研究で扱っている気体の場合,

$$
\lambda = -\frac{2}{3}\mu \tag{C.17}
$$

とすると，よい近似を得ることが知られている．式 (C.13) を用いて，式 (C.15), (C.16) の粘性応力をテンソル標記する．

$$
\tau_{ij} = 2\mu S_{ij} + \lambda \frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij} \tag{C.18}
$$

式 (C.18) を式 (C.10) に代入すると，流体の運動方程式であるナビエ・ストークス方程式 (Navier-Stokes equations) が得られる．

$$
\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial(p\delta_{ij})}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) + \lambda\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij}\right) + \rho f_i \tag{C.19}
$$

粘性応力項を以下のように書き換える．

$$
\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) + \lambda\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij}\right) = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\right) + \rho f_i' \tag{C.20}
$$

新しい生成 f'_i を $f_i = f_i + f'_i$ と定義すると，ナビエ・ストークス式を一般的な形に以下のように書き換えることができる．

$$
\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial(p\delta_{ij})}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) + \rho f_i \tag{C.21}
$$

式 (C.21) における左辺第一項は時間項, 第二項は対流項, 右辺第一項は圧力項, 右辺第二項は粘性項，右辺第三項は外力項と各々呼ぶ.

C.1.3　エネルギー保存

エネルギー保存式は熱力学第一法則から導出され,「流体粒子のエネルギー増加の割合」は,「流体粒子に加えられる熱の正味の割合」と「流体粒子になされる仕事の割合」に等しい. 以下では, これら三つの割合について導出する. まず,

単位体積あたりの流体粒子のエネルギーの増加の割合は，以下のようになる．

$$\left(\text{流体粒子のエネルギー増加の割合}\right)=\rho\frac{DE}{Dt}=\frac{\partial(\rho E)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho E u_j)}{\partial x_j} \quad \text{(C.22)}$$

ここで，E は流体に働く全エネルギーである．

次に，表面力によって流体粒子に加えられる仕事の割合を求める．表面力は，その力と力の方向の速度成分の積と等しい．式 (C.5) より流体粒子の x 方向に対する表面力による仕事の正味の割合は，

$$\begin{aligned}&\left(x\text{方向に働く仕事の正味の割合}\right)\\&=\left[\frac{\partial(u(-p+\tau_{xx}))}{\partial x}+\frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y}+\frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z}\right]\Delta x\Delta y\Delta z\end{aligned} \quad \text{(C.23)}$$

となる．y, z 方向も同様に考えられるので，体積$\Delta x\Delta y\Delta z$ で除して，表面力が単位体積当たりの流体粒子になす正味の仕事の割合は，テンソル表記すると次式のようになる．

$$\left(\text{流体粒子になされる仕事の正味の割合}\right)=\frac{\partial(-pu_i)}{\partial x_i}+\frac{\partial\tau_{ij}u_i}{\partial x_i} \quad \text{(C.24)}$$

最後に，図 C-4 に示すような検査体積内を通過する熱流束ベクトル q について考える．x 方向の熱の流れによる流体粒子の熱移動の正味の割合は，次式のようになる．

$$\begin{aligned}&\left(x\text{方向の熱移動の正味の割合}\right)\\&=\left[\left(q_x-\frac{\partial q_x}{\partial x}\frac{1}{2}\Delta x\right)-\left(q_x+\frac{\partial q_x}{\partial x}\frac{1}{2}\Delta x\right)\right]\Delta y\Delta z\\&=-\frac{\partial q_x}{\partial x}\Delta x\Delta y\Delta z\end{aligned} \quad \text{(C.25)}$$

y, z 方向も同様である．従って，単位体積当たりの流体粒子に加えられる全体の熱の割合は，テンソル標記すると以下のようになる．

$$\left(\text{流体粒子に加えられる熱の正味の割合}\right)=-\frac{\partial q_j}{\partial x_j} \quad \text{(C.26)}$$

流体のエネルギーは，内部エネルギー・運動エネルギー・重力による位置エネルギーの総和として，一般的に定義される．重力は流体に働く体積力としても捉えることができるため，ここでは流体に働く力は，内部エネルギーと運動エネルギーのみと考え，単位質量当たりの外力のよるエネルギーの生成 f を定義する．

式 (C.22), (C.24), (C.26) より，エネルギー保存式は以下のようになる．

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho E u_j)}{\partial x_j}=\frac{\partial(-pu_j)}{\partial x_j}+\frac{\partial \tau_{ij}u_i}{\partial x_j}-\frac{\partial q_j}{\partial x_j}+\rho f_j \tag{C.27}$$

C.1.4 記述方法

これまでは，流体を記述する各々の支配方程式を簡潔に説明するためにテンソル標記してきた．しかし，圧縮性流体を離散化するときにはベクトル表記のほうが便利である．式 (C.3), (C.10), (C.27) の質量・運動量・エネルギーの各保存式をベクトル表記すると以下のようになる．

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{\partial E_x}{\partial x}+\frac{\partial E_y}{\partial y}+\frac{\partial E_z}{\partial z}-\frac{\partial R_x}{\partial x}-\frac{\partial R_y}{\partial y}-\frac{\partial R_z}{\partial z}=G \tag{C.28}$$

$$Q=\begin{bmatrix}\rho\\ \rho u\\ \rho v\\ \rho w\\ \rho E\end{bmatrix} \tag{C.29}$$

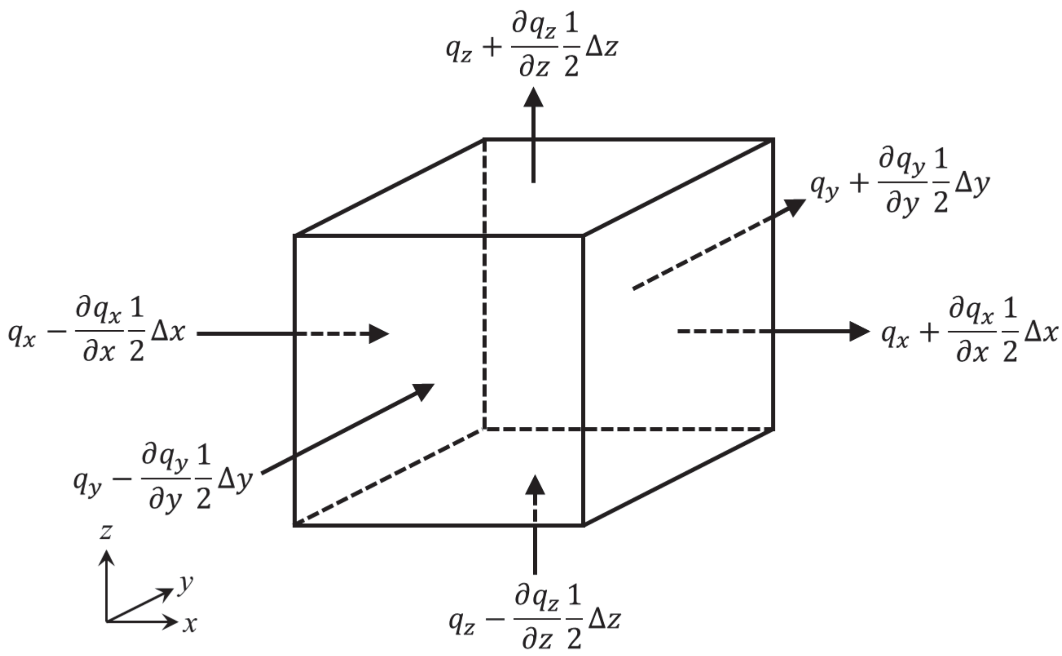


Fig. C-4 Heat Flux in Control Volume

$$E_x = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho uu + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (\rho E + p)u \end{bmatrix} \tag{C.30}$$

$$E_y = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ \rho vv + p \\ \rho vw \\ (\rho E + p)v \end{bmatrix} \tag{C.31}$$

$$E_z = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho wu \\ \rho wv \\ \rho ww + p \\ (\rho E + p)w \end{bmatrix} \tag{C.32}$$

$$R_x = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xx}u + \tau_{yx}v + \tau_{zx}w - q_x \end{bmatrix} \tag{C.33}$$

$$R_y = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xy}u + \tau_{yy}v + \tau_{zy}w - q_y \end{bmatrix} \tag{C.34}$$

$$R_z = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \tau_{zz} \\ \tau_{xz}u + \tau_{yz}v + \tau_{zz}w - q_z \end{bmatrix} \tag{C.35}$$

$$G=\begin{bmatrix}0\\ \rho f_x\\ \rho f_y\\ \rho f_z\\ \rho f_x u+\rho f_y v+\rho f_z w\end{bmatrix} \tag{C.36}$$

ここで，x, y, z はデカルト座標，u, v, w はそれぞれ x, y, z 方向速度，Q は保存量ベクトル，E_x, E_y, E_z は各々 x, y, z 方向の対流項流束ベクトル，R_x, R_y, R_z は各々 x, y, z 方向の拡散項流束ベクトル，G は外力ベクトルである．

C.2　補助方程式

前述したように三次元の流体の運動は，質量保存式，x, y, z 方向の運動量保存式，エネルギー保存式の 5 本の方程式で記述される．つまり，これらの方程式を閉じるためには，未知数を表現する補助方程式が必要である．

C.2.1　状態方程式

状態方程式とは，二個の状態変数を他の変数と結び付けるものである．状態変数として，密度ρと温度 T を用いると，圧力 p と内部エネルギーe は以下のように表せる．

$$\begin{cases}p=p(\rho,T)\\ e=e(\rho,T)\end{cases} \tag{C.37}$$

本研究では，気相を理想気体として扱っているため，次式のように表すことができる．

$$\begin{cases}p=\rho R_g T\\ e=c_v T\end{cases} \tag{C.38}$$

ここで，R_g はガス定数，c_v は定容比熱である．

C.2.2　内部エネルギー

比熱 c [J/(kg·K)]とは，単位質量当たりの物質を単位温度上げるのに必要な熱量である．圧力一定の条件下における定圧比熱 c_p と体積一定の条件下における定容比熱 c_v がある．また，これら比熱の比を比熱比（$\gamma=c_p/c_v$）という．比熱は温度の関数であり，温度上昇に伴い比熱も上がる．しかし，温度が比較的低くなれば，比熱を一定と仮定することができる．本研究では，理想気体を扱っているた

め，比熱も比熱比も一定と仮定できる．内部エネルギーeには，以下のような関係が成り立つ．

$$e = c_v T = \frac{R}{\gamma - 1} T = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} \tag{C.39}$$

なお，全エネルギーEとの関係式は以下のようになる．

$$E = e + \frac{1}{2} u_j u_j \tag{C.40}$$

C.2.3　フーリエの法則

単位時間当たりの熱量 (熱流束 q_i) と温度勾配は比例する．

$$q_i = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x_i} \tag{C.41}$$

これをフーリエの法則 (Fourier's law) という．ここで，κは熱伝導率であり，プラントル数 Pr と粘性係数μを用いて次式のようになる．

$$\kappa = \frac{\mu}{\mathrm{Pr}} \frac{\gamma}{\gamma - 1} R_g \tag{C.42}$$

C.2.4　サザーランドの式

サザーランド (Sutherland, 1983) は，粘性係数に関する次式を分子間ポテンシャルより導いた．

$$\frac{\mu}{\mu_\infty} = \left(\frac{T}{T_\infty} \right) \frac{T_\infty + S_1}{T + S_1} \tag{C.43}$$

添え字は∞は，標準状態 (圧力 1.01×10^5 Pa，温度 293.16 K) を表し，S_1は気体によって異なるサザーランドの定数である．

C.2.5　コリオリ力と遠心力

本研究では，ターボ機械を扱っているため，式 (C.21) のナビエ・ストークスの外力項には，回転による慣性力であるコリオリ力と遠心力が加わる．x_i軸周りの角速度をΩ_iとすれば，これらの力は次式で与えられる．

$$F_i = -2\Omega_j u_k \varepsilon_{ijk} - \left(\Omega_i x_j - \Omega_j x_i \right) \Omega_j \tag{C.44}$$

ここで，ε_{ijk}はエディントンのイプシロンであり，右辺第一項はコリオリ力，右辺第二項は遠心力である．

C.3　圧縮性流れ

流体力学において圧力変化に伴い密度が変化する流体を圧縮性流れ (compressible flow) という．これに対し，密度変化を無視できる流れを非圧縮性流れ (incompressible flow) という．圧縮性流体において最も重要なパラメーターは，流速と音速の比であるマッハ数 M である．つまり，圧縮性流体の性質は音速を基準に以下のように区別できる．

(1)　$M < 0.3$：非圧縮流れ (incompressible flow)

(2)　$0.3 < M < 0.8$：亜音速流れ (subsonic flow)

(3)　$0.8 < M < 1.2$：遷音速流れ (transonic flow)

(4)　$1.2 < M < 5.0$：超音速流れ (supersonic flow)

(5)　$5.0 < M$：極超音速流れ (hypersonic flow)

非圧縮流れでは，運動エネルギーは内部エネルギーに比べて極めて大きく，速度変化による温度変化を無視できる．次に，マッハ数が 0.3 程度以上かつ領域全体の流れが臨界マッハ数 ($M = 1$) 以下である流れ場を亜音速流れという．遷音速流れになると，衝撃波の発生を伴う．物理量がマッハ数に対して非線形に変化する領域であり，解析や予測がやや困難である．物体によって擾乱が物体を含み流れと垂直方向に広がって現れるのが，遷音速流れの特徴である．ジェット旅客機は遷音速域で運航している．超音速とは，マッハ数が 1 を超えるような場合を指すが，一般的に，超音速流れになるのはマッハ数が約 1.2 を超える範囲であることが多い．流れ場に生じた擾乱はある特定の領域のみに伝播し，全域に衝撃波を伴う．線形な領域であり波動方程式を用いて解析できるため，航空機の設計上は遷音速領域よりは簡単である．しかし，飛行速度の増加に伴い空気との摩擦による熱的な障害も大きくなるので，構造・材料的には難しくなる．最後に，マッハ数が約 5.0 以上になる領域を極超音速というが，気体の運動エネルギーは全エネルギーの割合の多くを占め，物体の先端には極めて強い衝撃波が形成される．境界層においては粘性摩擦により，多量の熱が発生するため，航空機の設計上では，単に流体力学の知識だけでは説明できない問題が多くあり難しい．

圧縮性流体力学において基本となる流れは，等エントロピー流れである．圧縮性流体でよく用いられる基準状態として，淀み点状態と臨界状態がある．淀み点 (stagnation point) とは，流れの中で速度がゼロになる点である．加えて，温度や

密度勾配がなく気体が平衡状態である場合を淀み点状態 (stagnation state) という．淀み点状態のときの圧力を淀み点圧力や全圧，温度を淀み点温度や全温と各々呼ぶ．一方，流れの中のある点で速度が音速と等しい状態を臨界状態 (critical state) という．淀み点状態の諸量，特に全圧と全温は非常に重要な基準量である．対して，流体を相対的に静止した状態を考慮した場合の圧力を静圧，温度を静温という．等エントロピー流れでは，静温 T_s と全温 T_t に以下の関係式が成り立つ．

$$\frac{T_t}{T_s} = 1 + \left(\frac{\gamma - 1}{2}\right) M^2 \tag{C.45}$$

また，静圧 p_s と全圧 p_t の関係は次式のようになる．

$$\frac{p_t}{p_s} = \left(\frac{T_t}{T_s}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 1 + \left(\frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{C.46}$$

C.4　乱流モデル

流れには層流 (laminar flow) と乱流 (turbulent flow) があり，圧縮性流れはレイノルズ数が十分高く，乱流となっている場合が一般的である．また，航空機やロケット周りの流れや，ガスタービン内の流れなど工学気に重要な流れの多くが乱流である．圧縮性乱流場の主な計算手法として，ファーブル平均を施した RANS (Raynolds-Averaged Navire-Stokes Simulation)，空間フィルタを用いた LES (Large Eddy Simulation)，平均化やフィルタを全く用いない DNS (Direct Numerical Simulation) などが挙げられる．勿論，DNS を用いれば流れの諸量を直接計算するので，物理的に正しい解を得易いが，DNS は膨大な計算時間やメモリーが必要であり非実用的である．次に LES の適用を考える．近年のコンピューターの発展による計算速度の向上もあり，本研究対象であるエンジン内流れの適用例もある．しかし，LES による計算時間は RANS の 10 ~ 100 倍であるため，産業界において設計に用いるのはまだ難しい．従って，産業界では RANS でいかに精度良く乱流をシミュレーションするかが重要な課題となる．本節では，本研究で用いた圧縮性乱流の支配方程式や乱流モデルについて述べる．

C.4.1　レイノルズ平均

統計的に定常である流れにおいて，全ての変数は時間平均値とその値からの変動量の和として表すことができる．例えば，ある物理量ϕは次式のようになる．

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \tag{C.47}$$

$\bar{\phi}$ は平均値，ϕ' は変動量を意味する．式 (C.47) のように平均部分と変動部分に分解する処理をレイノルズ分解という．乱流場における諸量の平均を取る方法として，時間平均，空間平均，アンサンブル平均が考えられる．時間的に定常な乱流には時間平均を用いることができ，空間的に均質な乱流には空間平均を用いることができる．また，定常でもなく均質でもない場合には，アンサンブル平均を用いるとよい．これらの平均化処理をレイノルズ平均 (Raynolds averaged) という．レイノルズ平均をナビエ・ストークス方程式に適用すれば，レイノルズ平均ナビエ・ストークス方程式が得られる．また，もう一つの変数φをすると，ϕとφの平均値と変動量の関係は，以下のレイノルズ規約に基づく．

$$\begin{cases} \bar{\phi} = \bar{\varphi} = 0 \\ \overline{\phi\varphi} = \bar{\phi}\bar{\varphi} + \overline{\phi'\varphi'} \\ \overline{\phi\bar{\varphi}} = \overline{\phi\varphi'} = 0 \end{cases} \tag{C.48}$$

C.4.2　ファーブル平均

密度変動を伴う圧縮性流れの場合，前述したレイノルズ平均とは異なるファーブル平均 (Favre averaged) を施さなければならない．ファーブル平均とは，密度過重を考慮した平均化処理である．ファーブル平均を施した変数$\tilde{\phi}$ は，次式で定義される．

$$\tilde{\phi} = \frac{\overline{\rho\phi}}{\bar{\rho}} \tag{C.49}$$

式 (C.49) からわかるように，ファーブル平均は密度により変数に重みを付け，レイノルズ平均 (時間平均) を施したものである．また，変数ϕを平均成分$\tilde{\phi}$ と変動成分ϕ''に分解 (ファーブル分解) すると以下のようになる．

$$\phi = \tilde{\phi} + \phi'' = \frac{\overline{\rho\phi}}{\bar{\rho}} + \phi'' \tag{C.50}$$

レイノルズ分解とは異なり，ϕ''には密度変動の影響も含まれる．ファーブル平

均処理の利点は，レイノルズ平均に比べ未知数をかなり減らすことができる点である．

C.4.3　レイノルズ応力

ナビエ・ストークス式にファーブル平均およびレイノルズ平均を施すと以下のレイノルズ平均ナビエ・ストークス式が得られる．

$$\frac{\partial\left(\bar{\rho}\tilde{u}_i\right)}{\partial t}+\frac{\partial\left(\bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_j\right)}{\partial x_j}=-\frac{\partial\left(\bar{p}\delta_{ij}\right)}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\bar{\tau}_{ij}-\overline{\rho u_i'' u_j''}\right) \tag{C.51}$$

ここでは簡単のため，外力項は無視している．式 (C.51) では密度変動の項は表れていない．レイノルズ応力項 $\overline{\rho u_i'' u_j''}$ を何らかの方法でモデル化すれば，非圧縮性流体と同様の方法で解くことができる．何故なら，後述する乱流モデルは非圧縮性流体を対象に構築されたものであるからである．しかし，ファーブル平均を施しレイノルズ応力項のモデル化さえ厳密に行えば，乱流モデルは圧縮性流体にも適用可能である．一般には，「密度変動の乱れへの影響は，壁乱流でマッハ数 5 まで，自由乱流でマッハ数 1.5 まで無視できる」とされている．これを Morkovin (1964) の仮説という．レイノルズ応力項のモデル化に関しては，代数式や偏微分輸送方程式を用いる方法，また輸送方程式から直接求める方法など，非常に多くのモデルが開発されている．各々の乱流モデルは，利点と欠点を併せ持っており，いかなる乱流場においても適用できるモデルは存在しない．従って，ユーザーは乱流モデルについて理解し，適材適所の乱流モデルを選択することが重要である．以下では，本研究で用いた乱流モデルについてのみ記すことにする．その他のモデルに関しては，参考文献 (102) を参照されたい．

C.4.4　2 方程式モデル

本節では前述した Morkovin の仮説に基づき簡単のため，非圧縮性流体を仮定した場合について記述する．レイノルズ応力を求めるために乱れの特性量に関する 2 変数の偏微分輸送方程式を用いた形式を 2 方程式モデルという．Kolmogorov (1942) と Prandtl (1945) は，乱流エネルギー k を用いて乱れの速度スケールを $k^{1/2}$ とし，渦粘性 ν_t を次式により与えた．

$$\nu_t = k^{1/2} l \tag{C.52}$$

ここで，l は乱れの長さスケールである．2 方程式モデルでは，式 (C.52) の渦粘性によりレイノルズ応力を評価する．本モデルには，乱れの速度スケール $k^{1/2}$ と長さスケール l の変数 ($Z = k^m l^n$) の選択により，k-εモデル，k-ωモデル，k-τモデルなどに分類される．以下では，本研究で用いた k-εモデルを例に 2 方程式モデルについて説明する．

C.4.5 *k-ε*モデル

k-εモデルは，乱流エネルギーk とその散逸率εの輸送方程式から渦粘性を評価するモデルである．計算が安定かつ汎用的であるため，様々な乱流場に関して有効性が証明されている．乱流エネルギーおよびその散逸率εの輸送方程式の一般形は，以下のようになる．

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(k\bar{u}_j\right) = P_k + \frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right\} - \varepsilon - S_k \tag{C.53}$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\varepsilon\bar{u}_j\right) = \left(C_{\varepsilon 1}P_k - C_{\varepsilon 2}\varepsilon\right)\frac{\varepsilon}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right\} - S_\varepsilon \tag{C.54}$$

$$P_k = -\overline{u_i u_j}\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j},\quad \overline{u_i u_j} = -\nu_t\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i}\right) + \frac{2}{3}k\delta_{ij},\quad \nu_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{C.55}$$

ここで，σ_k, σ_ε, $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$, C_εはモデル定数，f_1, f_2, f_εは定レイノルズ数効果を表す減衰関数，S_k, S_εは壁面効果を考慮した低レイノルズ数型モデルに導入される補正項である．

C.4.5.1 Launder-Spalding モデル

Launder-Spalding モデル (1974) は，現在の k-εモデルの原形ともいえるものであり高レイノルズ数型標準モデルとも呼ばれる．乱れが十分発達し，渦粘性が分子粘性に卓越する高レイノルズ数状態を対象にしている．高レイノルズ数型モデルであるため，壁面の減衰効果や修正項は考慮していない．以下にモデル定数を示す．

$$C_\mu = 0.09,\quad C_{\varepsilon 1} = 1.44,\quad C_{\varepsilon 2} = 1.92,\quad \sigma_k = 1.0,\quad \sigma_\varepsilon = 1.3 \tag{C.56}$$

これらの定数は，一様等方乱流，平板境界層，二次元噴流などの試験に基づいている．高レイノルズ数型モデルでは，壁面近傍については，次式に示す壁関数 (wall function) を用いる．

$$k_p = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}}, \quad \varepsilon_p = \frac{u_\tau^3}{\kappa y_p} \tag{C.57}$$

ここで，u_τは壁面摩擦速度，κはモデル定数，添え字 p は壁面から一点目の格子を意味する．壁面摩擦速度 u_τに関しては，壁面摩擦応力τ_w を用いて次式で表すy_p^+を基準に以下のように求める．

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}, \quad y_p^+ = \frac{y_p u_\tau}{\nu} \tag{C.58}$$

$y_p^+ > 11.63$ のとき，乱流層であると仮定し，壁面摩擦速度 u_τが求まる．

$$U_p^+ = \frac{1}{\kappa}\ln y_p^+ + B, \quad U_p^+ = \frac{u}{u_t} \tag{C.59}$$

ここで，U は壁面水平方向速度，B はモデル定数である．モデル定数κと B は次式で与えられる．

$$\kappa = 0.4, \quad B = 5.5 \tag{C.60}$$

$y_p^+ < 300$ の範囲に壁面から一点目の格子を設定してやれば，比較的精度良く用いることができる．

C.4.5.2 Kato-Launder モデル

Launder-Spalding モデルは，定常乱流の流れを把握するには最適であるが，モデルの性質から苦手とする流れ場がある．従って，Launder-Spalding モデルに修正を施した乱流モデルが多数開発されており，本研究ではそれらの中から Kato-Launder 修正[84]を施した Kato-Launder モデルを選択している．Kato-Launder モデルでは，式 (C.53) の右辺第一項である生成項 P_k に以下のような修正を加えている．

$$P_k = \left(-\overline{u_i' u_j'}\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j}\right)\frac{\tilde{\Omega}}{\tilde{S}} \tag{C.61}$$

$$\tilde{S} = \frac{k}{\tilde{\varepsilon}}\sqrt{2S_{ij}S_{ij}}, \quad \tilde{\Omega} = \frac{k}{\tilde{\varepsilon}}\sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}} \tag{C.62}$$

式 (C.61), (C.62) の修正により，Launder-Spalding モデルの物体前面や衝突噴流の淀み点近傍において乱れエネルギーを過大評価する欠点が補われる．

C.5　圧縮性流れへの適用

本研究では，Morkovin の仮説に基づき，非圧縮性流体を対象に構築された乱流モデルを圧縮性流体に適用しているが，その際，非圧縮性乱流モデルに以下の修正を加える必要がある．

(1) $\bar{S}_{ij}$ から $\tilde{S}_{ij}-\frac{1}{3}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij}$ へ置き換える．

(2) $\bar{\rho}$ をモデル方程式の両辺に乗じる．このとき，密度が時間・空間の関数であることに注意する．

(3) レイノルズ平均による平均量・変動量を，ファーブル平均による平均量・変動量に置き換える．

上記の修正を加えた乱流モデル方程式からレイノルズ応力 $-\overline{\rho u_i'' u_j''}$ を与える．

C.6　離散化

圧縮性流れでは，衝撃波に代表される不連続の取り扱い方が特有となる．不連続を正確かつ安定に計算する上で，対流項 (非粘性項) の離散化が極めて重要である．以下では，差分法の基礎や流束ベクトル，空間および時間方向の離散化スキームについて説明する．

C.6.1　有限差分法

流体を記述する偏微分方程式を FDM により解く場合，最初に行うことは連続である領域に有限な格子を配置し，領域内の関数分布を格子点上の値に置き換えることである．これが離散化である．空間一次元において時間的に変化する物理量ϕ，その厳密解を$\phi(t, x)$ とする．厳密解を$\phi(t, x)$ の離散点 (n, i) への写像に対する近似解$\phi(n\Delta t, i\Delta x)$ が FDM によって得られる解である．Δt は時間刻み幅，Δx は空間刻み幅，n は時間ステップ数，i は空間ステップ数を表す．近似解$\phi(n\Delta t, i\Delta x)$ を得るためには，偏微分方程式の導関数を差分近似で置き換える必要があり，テイラー展開を用いればよい．例えば，時間依存を無視し，格子幅Δx が十分小さいとき，位置 $(i+1)\Delta x$ におけるϕ_{i+1}のテーラー展開は，次式のように近似される．

$$\phi_{i+1} = \phi_i + \Delta x \left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_i + \frac{1}{2}(\Delta x)^2 \left.\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right|_i + \cdots \tag{C.63}$$

同様にして，ϕ_{i-1}は次式のようになる．

$$\phi_{i-1} = \phi_i - \Delta x \left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_i + \frac{1}{2}(\Delta x)^2 \left.\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right|_i + \cdots \tag{C.64}$$

式 (C.63), (C.64) より，一階微分に関する差分が得られる．

$$\left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_i = \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{\Delta x} + O(\Delta x) \tag{C.65}$$

$$\left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_i = \frac{\phi_i - \phi_{i-1}}{\Delta x} + O(\Delta x) \tag{C.66}$$

$$\left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_i = \frac{\phi_{i+1} - \phi_{i-1}}{2\Delta x} + O(\Delta x^2) \tag{C.67}$$

各々の式における右辺第二項は，近似式はΔx^nのオーダーの誤差を含むということを表している．式 (C.65) は前進差分 (forward difference)，式 (C.66) は後退差分 (backward difference)，式 (C.67) は二次精度中心差分 (central difference) であり，このように対象となる点の情報を表現するために，どの周囲点の情報を利用するかの選択方法をスキームという．また，差分スキームによって関係づけられる点の集合をステンシル (stencil) という．前進差分と後退差分は，片側のステンシルに大きな重み付けがされている．従って，情報の伝播方向を考えて適切なスキームを選択しなければならない．例えば，流体力学で重要な現象である対流 (convection) と拡散 (diffusion) について考える．対流は，上流の情報が下流に伝播するという性質をもつ．つまり，対流を離散化する場合は後退差分を選択するとよい．このような差分を風上差分 (upwind method) という．一方，拡散は現象を平均化する方向へ伝播するため，離散化には中心差分を用いるとよい．

C.6.2 時間の離散化スキーム

発展問題において，あるレベルでの解が既知であり，次のレベルでの解を求めるとき，未知の項がただ一つである陽的な方法を陽解法 (explicit integration method) という．対して，未知の項が二つ以上である陰的な方法を陰解法 (implicit integration method) という．ここでは，線形双曲型問題を例に双方の違いを説明する．

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + c\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad (c > 0) \tag{C.68}$$

式 (C.68) を代表的な陽解法のスキームである FTCS (Forward in Time Central Difference in Space) により離散化する．

$$\begin{aligned} &\frac{\phi_i^{n+1} - \phi_i^n}{\Delta t} + c\frac{\phi_{i+1}^n - \phi_{i-1}^n}{2\Delta x} = 0 \\ &\phi_i^{n+1} = \phi_i^n - \frac{1}{2}C_n\left(\phi_{i+1}^n - \phi_{i-1}^n\right) \end{aligned} \tag{C.69}$$

$$C_n = c\left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right) \tag{C.70}$$

式 (C.69) より，未知の時間ステップ n+1 における未知の物理量は，ϕ_i^{n+1} のみである．つまり，個々の格子点における n+1 ステップの未知の情報を n ステップの既知の情報のみで記述することができる．また，C_n はクーラン数 (Courant number) と呼ばれ, 物理空間における情報の伝達速度 c と計算空間における情報の伝達速度 $\Delta x/\Delta t$ の比である．クーラン数は非常に重要であり，陽解法を用いる際には，適切なクーラン数を選択する必要がある．例えば，クーラン数を 1 以上に設定した場合を考える．これは，計算空間における情報の伝達速度が物理空間におけるそれより遅いことを意味する．当然，そこには物理的な情報がないため，計算は破綻してしまう．従って，陽解法を用いる際は，クーラン数を 1 より小さい値に設定しなければならない．このような，時間刻み幅の制約を CFL 条件 (Courant-Friedrichs-Lewy Condition) という．

次に，代表的な陰解法のスキームである Crank-Nikolson を用いて式 (C.68) を離散化する．

$$\frac{\phi_i^{n+1} - \phi_i^n}{\Delta t} + \frac{c}{2}\left[\frac{\phi_{i+1}^{n+1} - \phi_{i-1}^{n+1}}{2\Delta x} + \frac{\phi_{i+1}^n - \phi_{i-1}^n}{2\Delta x}\right] = 0 \tag{C.71}$$

式 (C.71) は未知の項が多数含まれており, 空間離散化では n ステップと n+1 ステップの中心差分を平均化している．また，式 (C.69), (C.71) をまとめると以下のようになる．

$$\frac{\phi_i^{n+1} - \phi_i^n}{\Delta t} + c\left[\lambda\frac{\phi_{i+1}^{n+1} - \phi_{i-1}^{n+1}}{2\Delta x} + (1-\lambda)\frac{\phi_{i+1}^n - \phi_{i-1}^n}{2\Delta x}\right] = 0 \tag{C.72}$$

式 (C.72) における空間差分は，n ステップと n+1 ステップの荷重平均になって

いる．$\lambda = 0$ のとき，式 (C.72) は陽解法のスキームとなり，$\lambda = 1/2$ のとき，式 (C.72) は陰解法のスキームとなる．なお，本研究では，時間項のスキームには LU-ADI 法を用いているので，$\lambda = 1/2$ となる．LU-ADI 法の詳細に関しては，文献 (83) を参照されたい．

C.6.3　空間の離散化スキーム

偏微分方程式を FDM によって解くとき，Lax の同等定理 (Lax's Equivalence Theorem) という有名な定理がある．彼は，収束する唯一のスキームは，安定で適合するスキームであると論じた．つまり，「安定性と適合性が収束性の必要十分条件である」という定理である．圧縮性流体では，衝撃波に代表される不連続の取り扱いが非常に重要になってくる．この不連続を正確かつ安定に計算するためには，特に対流項の離散化に注意し，精度良くシミュレーションを行わなければならない．解の精度を上げるためには，格子点数を増やす，もしくは高次の差分スキームを使用するかの二つの選択がある．格子点数を増やせば，一次精度のスキームであっても解の精度は良くなるが，格子点数増加により計算負荷が増す．一方，高次精度のスキームを使用すれば，計算に必要なステンシルの数が増え，これも計算負荷の増加に繋がる．従って，どちらを選択するかは一概には，理論できない．しかし，計算機のメモリは限られているため，計算格子を増加する方法には限界があるし，いかに効率良く求められている解を得るためには高次精度のスキームを使う必要がある．

高次のスキームでは，必ず数値的振動が生じてしまう．さらに，不連続を通過する際は振動が強くなり特別な処理が必要となる．一般に用いられている最も簡単に数値的振動を取り除く方法は，人工粘性項 (数値粘性項) を取り入れることである．例えば，高次スキームを用いて得られた解 $\hat{\phi}_i^{n+1}$ に対して，人工粘性項を加えると次式のようになる．

$$\phi_i^{n+1} = \hat{\phi}_i^{n+1} + \kappa\left(\hat{\phi}_{i-1}^{n+1} - 2\hat{\phi}_i^{n+1} + \hat{\phi}_{i+1}^{n+1}\right) \tag{C.73}$$

ここで，κは小さな正の数である．人工粘性項を付加することにより，数値振動を抑えることができるが，それは同時に物理的な不連続を鈍らすことを意味する．従って，高次精度を維持するためには，κの値を一定にせず，局所的に操作してやるとよい．これは，離散する格子点によって利用するステンシルの係数が

異なることを意味するため，計算スキームを非線形にする．人工粘性はスキームによっていくつかの経験的な定数を含む．係数が大きければ解が鈍ってしまうし，小さければ数値振動が生じてしまう．その選択は難しく，適切な人工粘性を与えても，多少の振動は許容せざるを得ないことが多い．解の振動を生じさせないためには，解の単調整を維持することが重要である．

非線形のスキームで解の単調整を維持するための方法として，全変動 TV (total variation) を増加させないという次式に示す条件が Harten(103)によって提案されている．

$$TV\left(\phi^n\right)=\sum_i\left|\phi_{i+1}^n-\phi_i^n\right| \tag{C.74}$$

$$TV\left(\phi^{n+1}\right)\le TV\left(\phi^n\right) \tag{C.75}$$

式 (C.75) を TVD (total variation diminishing) といい，TVD 条件を満たすスキームを TVD スキームという．TVD スキームは必ずしも単調整を満たすわけではないが，単調整を維持できるスキームである．本研究では，対流項の離散化には Yee-Harten の二次精度風上型 TVD スキームを用いた．なお，本スキームの詳細に関しては，文献 (82) を参照されたい．また，拡散項は，現象を空間に平均化するように情報が伝播するという性質であるため，離散化には二次精度中心差分を用いた．

C.6.4 保存スキーム

偏微分方程式の離散化手法には，付録 A.2 で述べたように FDM の他にも FVM と FEM がある．本研究では，FDM を用いているが FVM には，方程式の保存則が厳密に満たされるという利点がある．式 (C.68) の一次元の移流方程式を保存形で記述すると以下のようになる．

$$\frac{\partial \phi}{\partial t}+\frac{\partial f}{\partial x}=0 \tag{C.76}$$

$$f=c\phi \tag{C.77}$$

図 C-5 に FVM の概念を示す．図 C-5 より，オイラー陽積分では，式 (C.76) は次式のようになる．

$$\phi_i^{n+1}=\phi_i^n-\frac{\Delta t}{\Delta x}\left(\tilde{f}_{i+1/2}^n-\tilde{f}_{i-1/2}^n\right) \tag{C.7879}$$

ここで，$\tilde{f}$ は数値流束 (numerical flux) という．ϕ_i^{n+1} を得るためには，左右のセル境界を通過する数値流束 $\tilde{f}_{i-1/2}^n$ と $\tilde{f}_{i+1/2}^n$ を定義しなければならないが，i-1/2 と i+1/2 には物理的な情報がない．そこで，f_{i-1}^n，f_i^n，f_{i+1}^n などの物理流束 (physical flux) を用いて，数値流束 $\tilde{f}_{i-1/2}^n$，$\tilde{f}_{i+1/2}^n$ を与えなければならない．その与え方は得られる解を左右し，それはスキームによって異なる．数値流速は，保存変数を一つのセルから次のセルへ移動 (移流) させため，保存則が厳密に成り立つ．式 (C.7879) の形のスキームは，保存スキームと呼ばれる．

C.7　境界条件

シミュレーションを行う上で境界条件は非常に重要であり，正しい計算コードによるシミュレーションでさえも，境界条件の選択を間違えると正しい解は得られない，もしくは，解が収束するまでに多くの計算時間を費やしてしまうことになる．本研究において，設定しなければならない境界条件は，流入境界・流出境界・壁境界・周期境界である．

流入出境界条件には，ディリクレ (Dirichlet) 条件とノイマン (Neumann) 条件の二つの選択がある．ディリクレ条件では，境界上の値を規定し，ノイマン条件では，境界における性質 (勾配など) を規定する．圧縮性流体では，特性速度とそれに対応する特性変数の数によって，流入出境界における境界条件の選択が変わる．流入出境界法線方向速度を U，音速を a とすると，特性速度は U-a，U，U+a となる．これら特性速度の正負によって，流入出境界が決定される．図 C-6 に流入出境界の特性速度を示す．超音速流れにおいて，流入境界では全ての変数が負となり，流出境界では全ての値が正となる．一方，亜音速流れでは，流入出境界において 1 つの特性速度が負とる．つまり，圧縮性流体では，特性速度が

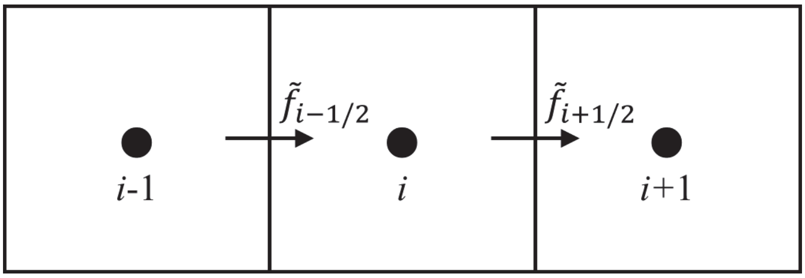


Fig. C-5　Schematic View of Finite Volume Method

音速を超えるか否かによって，それに対応する特性変数の境界条件の選択が変わる．しかし，特性速度による境界条件の選択は困難であり，実際には特性変数の数を伝播する物理変数の数に置き換えて考えてやればよい．従って，本研究では，流入出境界において 1 つの特性速度が負となるため，流入境界では 1 つの物理変数を固定し他を外挿し，流出境界では 1 つの物理変数を外挿し他を固定すればよい．どの物理量を固定するかにより解の収束性を左右するが，その物理量の選択は対象とする流れ場によって異なる．

壁面境界においても，速度・温度などに対して境界条件を課す．速度に関しては，以下に示すように滑り壁 (slip wall) と滑りなし壁 (no-slip wall) の二つの選択がある．

$$\text{slip:}\ \ \frac{\partial U}{\partial Y}=0,\ \ V=0,\ \ W=0 \tag{C.80}$$

$$\text{no-slip:}\ \ U=0,\ \ V=0,\ \ W=0 \tag{C.81}$$

滑り条件では，壁面水平方向速度のみを壁面に与え，滑りなし条件では全速度成分を 0 とする．温度に対しては，次式のような断熱条件 (adiabatic condition) と等温条件 (isothermal condition) がある．

$$\text{adiabatic:}\ \ \frac{\partial T}{\partial Y}=0 \tag{C.82}$$

$$\text{isothermal:}\ \ T=T_w \tag{C.83}$$

ここで，T_w は固定する壁面の温度である．圧力などの他の物理量については，基本的には外挿している．また，高レイノルズ数型の乱流モデルを用いている場合は壁関数を適用する．本研究では，滑りなし・断熱壁・壁関数の条件を壁面に課している．

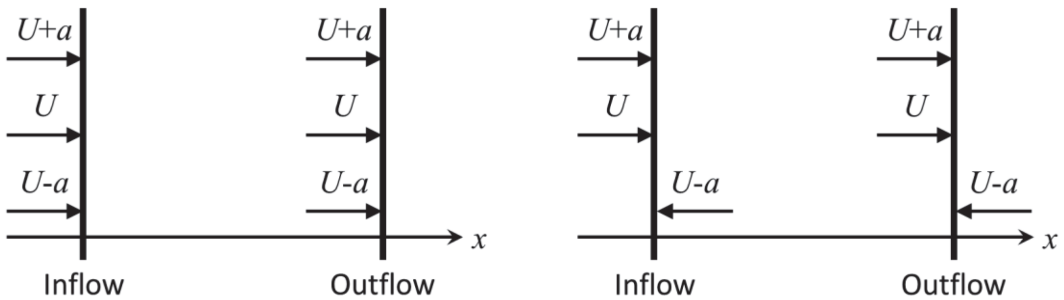


Fig. C-6　Charasteric Velocity at Inflow and Outflow Boundary