

氏名（本籍）	たむらあつし（愛媛県） 田村篤史
学位の種類	博士（学術）
学位記番号	甲第2号
学位授与の日付	平成27年3月20日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
学位論文題目	数学普通教育の水準向上を目的とする数学的 能力に関する基礎研究

論文審査委員	（主査）教授 清水 克彦
	教授 八並 光俊 教授 伊藤 稔
	教授 山本 芳人 教授 北原 和夫
	教授 秋山 仁

論文内容の要旨

本研究の目的は、

- A：数学に対する思考・表現等の能力ならびに態度の特性に関する基準尺度測定質問紙（以下、質問紙）の開発
- B：質問紙による日本数学オリンピック（以下、オリンピック）予選参加者、本選合格者、および一般的な高校生の数学的能力における特性の分析
- C：数学的才能者の思考・行動の特性，思考過程，および高学力者との相互作用の検討
- D：生徒の数学的能力に応じた才能伸長モデルの検討—とくに Math for Excellent の才能伸長モデルの検討

の4点である。Cの数学的才能者，高学力者の定義は本稿6枚目で行う。

A：先行研究のレビューを踏まえながら行った質問紙開発のプロセスを学位申請論文のⅢ-2，Ⅲ-3に示した。実際にオリンピック予選参加者398人と一般的な高校生（定義は

学位申請論文のⅢ-4) 454 人に対してアンケート調査を行ったところ、t 検定と判別分析により、質問紙は非常に高い判別性能を有することが、また、クロンバックの α 係数、天井効果・床効果の検討により、高い信頼性を有することがそれぞれ確認できた。さらに、先行研究における他の質問紙の調査結果との比較によって妥当性も確認された。これまで、国内には数学的能力判別のための質問紙は存在せず、本研究によって初めて開発された。

B の前半部分：オリンピック予選参加者全体（以下、G0）、予選合格者（以下、G1）、予選不合格者（以下、G2）のアンケート結果に対して因子分析を行い、それぞれの特性に関して検討した。抽出された因子は、柔軟性、表現力、知識、視覚化、興味の5つであった（図1）。G0とG2の因子名は同じであり、G1と「G0およびG2」の共通因子が知識である。

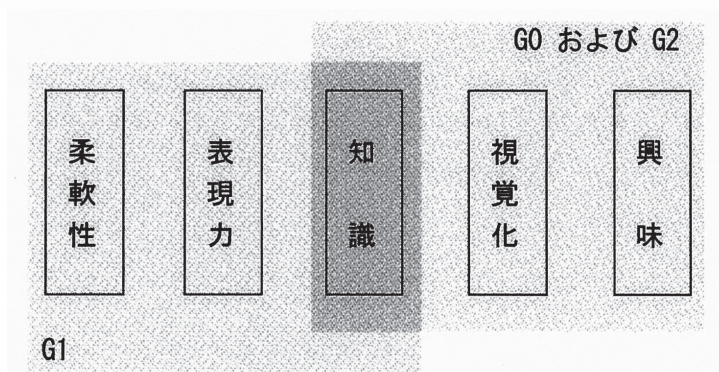


図1 G0, G1, G2の因子

さらに、t 検定や因子間相関の分析から G1 について確認できた主な事項を以下に挙げる。

- ① 新しい数学の内容を思い出して簡単に使うことができる、論理的に推論する、何を学習したか自分の言葉で表現する、考察と研究の結果を図や表で適切に要約する、という特性をもち、これらを修得することが予選合格の必要条件であること
- ② 「数学」について固定的な見方やイメージをもっていないこと
- ③ 持続的な思考が可能で高い集中力をもち、修得した事柄の定着率が高いこと
- ④ 問題の要点と解法を理解し、考察した結果の要点をも掴み、わかりやすく説明することができること
- ⑤ 視覚化以上に言語化に長けており、直観的な理解以上に論理的な理解を求める傾向にあること

⑥ 柔軟性と知識は互いに寄与する可能性が低いこと

一方、G2 については、能力の高さをもちつつも視覚化に依存する傾向にあることが特徴の 1 つである。G2 を特徴づける因子には互いに正の相関があり、数学に強い興味をもつと考えられるオリンピック参加者においては妥当な結論と言える。また、G1 と G2 の差異は、修得と適用、論理性、知識や「数学」に対する認識、持続性、視覚化への依存度等が挙げられ、予選の合否を分ける特性について新しく図 2 の結果を得た。図 2 において、「柔軟性」や「視覚化（直観）」が記されているくさび形や平行四辺形の図形は、縦の幅が大きいほどその特性が強いことを表している。

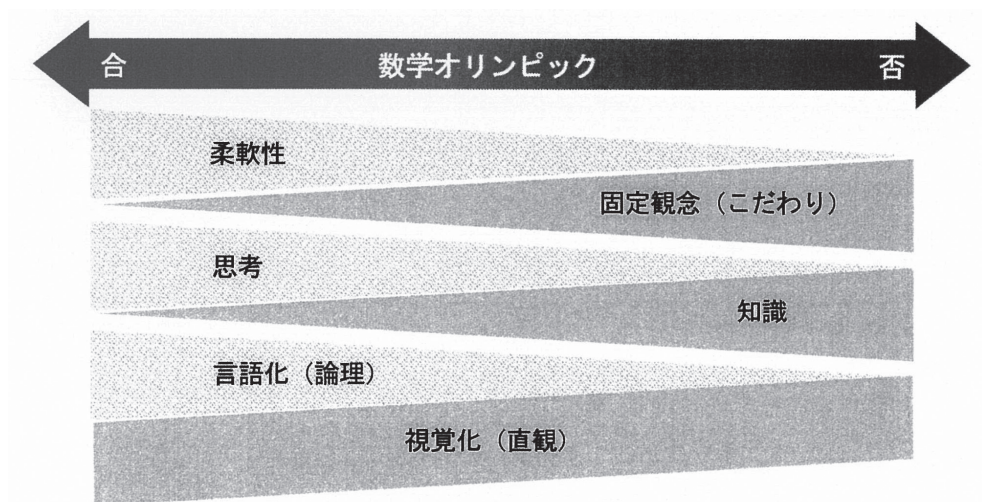


図 2 オリンピック予選の合否とそれを特徴づける能力

また、本選合格者に関するプロファイリングから以下の考察を得た。

- ① 本選合格者は、レンズーリ (Renzulli, 1978) の三輪概念、アンドリュース (Andrews, 2009) の一般的な才能者の基本的特性、およびドンブロフスキ (Dąbrowski, 1977) の過度激動を数多くもつこと
- ② 本選合格者に関しては、一般的な才能者の指導について研究されてきた方法論を、質問紙の 20 個の質問項目について転用でき、その結果、卓越性の放射現象という本研究の基本的方向が可能であると示唆されること

③ ②の20個の質問項目について、平均が高く分散が小さいほど、先行研究における才能者に共通する特性の上位概念に適合すると推察され、才能者の特性を表す指標としてこれらの項目が適正であることの裏付けとなっていること

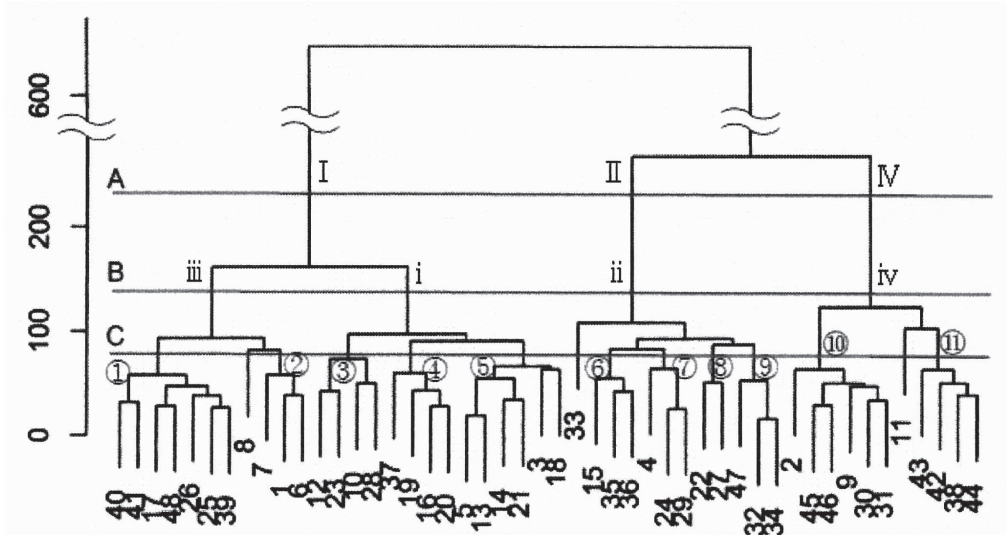


図3 G1のデンドログラム

Bの後半部分：G1, G2, 上, 中, 下位校（以下, 5グループ）に対するアンケート結果に対してクラスタ分析を行い、それぞれの特性に関して検討した。質問項目同士や質問項目とクラスタ間の距離が遠い順にA, B, Cクラスタと名づけた。図3はG1の例であり、下段の数值は質問項目の番号である。ここで、分析結果の一部を抜粋して掲載する。例えば、G1は柔軟性、知識、自然な理解力などのクラスタに分割できる。図4、図5は、柔軟性と知識のクラスタを5グループのどれがもつのかを示したものである。

G1	G2	上位校	中位校	下位校
柔軟性			なし	

図4 Gクラスタによる分類（柔軟性）

G1	G2	上位校	中位校	下位校
知識			なし	

図5 Gクラスタによる分類（知識）

因子分析の結果、柔軟性は G1 の因子であり、知識は G1 と G2 の共通因子であった。クラスタ分析の結果、柔軟性クラスタは G2 と上位校もっており、知識クラスタは上位校ももっていることがわかった。

ここで、C クラスターの柔軟性がどの B クラスターに属するのか、について検討したところ、G1 では表現力・視覚化に属し、G2、上位校では自然な理解力に属していることがわかった (図 6)。

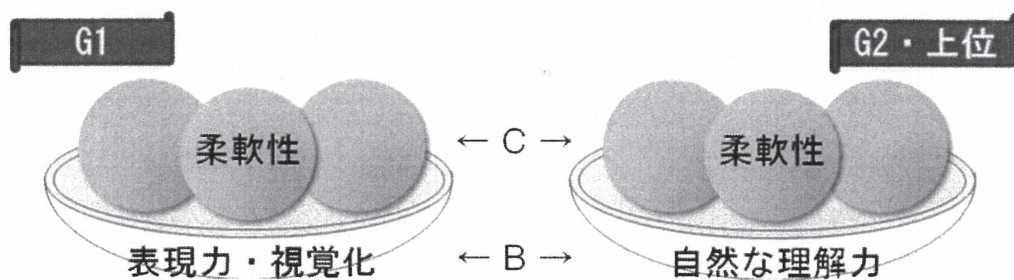


図 6 C クラスターの「柔軟性」の B クラスターにおける属性

因子分析において G1 を特徴づけるのは、柔軟性と表現力であったが (図 1)、このことがクラスタ分析でも確認された。本研究では、因子分析とクラスタ分析の 2 つの統計分析によって、G1 においては柔軟性と表現力が高い相関を有することを示した。

D の前半部分：表現力の要素には言語能力も入っており、また、G1 において、言語化、論理は因子として抽出されていないが、オリンピックの合否を分ける特性の 1 つであった (本稿 2 枚目⑤、図 2)。以上の議論を踏まえ、次の仮説を立てた。

仮説：G1、G2 において、言語能力・論理性の伸長が柔軟性の伸長を促す

さらに、クラスタ分析の結果から、5 グループ間のそれぞれの相互作用を促すと考えられる要素を挙げることができ (図 7)、これは、卓越性の放射現象実現のためのストラテジーの 1 つと考えられる。

Math for Excellent の教材開発については、G1、G2 に関する因子やクラスタの分析から、表現力、視覚化を意識した上で、さらに先ほどの仮説を加えたものが妥当であり、仮説の検証が今後の課題の 1 つである。

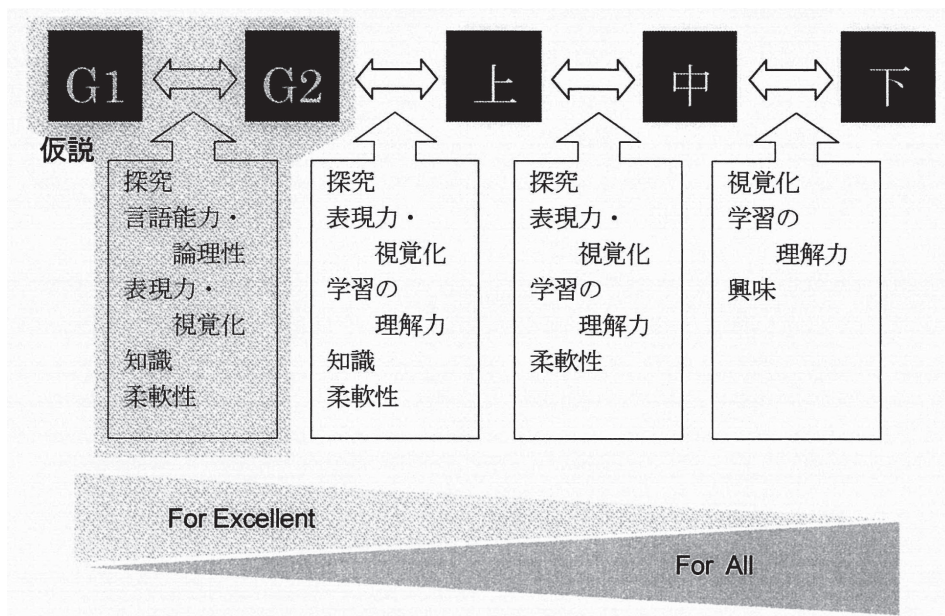


図7 5グループ間の相互作用を引き起こす特性(要素)

C, Dの後半部分：本研究では、18歳以下のオリンピック本選合格者、または数学技能検定1級の合格者を数学的才能者、東京都・神奈川県私立中学校・高等学校のうち、上位5%以内に属する学校に在籍する生徒を高学力者と定義して、数学的才能者の思考・行動の特性、思考過程、および高学力者との相互作用の事例について検討した。

その結果、数学的才能者は、一般的な才能者の基本的特性のうち高度な集中力と持続的な知的努力をもち、過度激動のうち問題解決と分析的思考をもつことが確認できた。また、相互作用の1つとして数学的才能者の思考のあり方が、高学力者の学習の深化を促している点、高学力者の数学に関するイメージを変え、向上心を与えている点から、数学的才能者の思考を授業に取り入れることについては成功したと言える。数学的才能者の思考を授業に用いた先行研究はなく、その点も本研究の独自性の1つである。

数学的才能者については、モチベーションを与える要素が大きく分けて2つあることがわかった。1つはオリンピックへの参加とそれに付随して行われた本選合格者の合宿における他者からの刺激であり、もう1つは、所属する学校における刺激であるが、事例研究においては後者の刺激のほうが強かった。

後者については、数学的才能者と高学力者の生徒らの中で、上記の相互作用の他に競争、数学以外の教科、教員・友人との関係、評価などについての作用が確認された。この事例研究の一般化、すなわち、5グループ間のそれぞれに相互作用が期待される。相互作用が

確認できれば、それは本研究のねらいである卓越性の放射現象の実現に近づけることを意味している。

Dの後半部分：ブランドルとバーセル（Brandl & Barthel, 2012）の言う数学的ギフテッドと高達成者については、①異常な社会的行動のない高達成者は、学習環境と内容に関して同じ方向で促進できること、②その高達成者の中に数学的ギフテッドが含まれていること、などが示されている。また、③数学的ギフテッドと高達成者の関係は、本研究の数学的才能者と高学力者の関係に類似している。これらの検討から、数学才能教育のあり方の1つとして、才能者のための学校を設立する、あるいは既存の学校に才能者クラスを設置し才能者を選抜する、という方法をとらず中高一貫校のような継続的に高学力者を教育する学校を中心とした、授業の自由度の高い既存の学校群で高学力者と共存しつつ、才能者の学習を深化・促進させることができる可能性があると言える。

本研究の成果から、岩永（1997c）の指摘する「中高一貫校群が才能教育の実践校として機能できるのか」という疑問に対しては十分機能する可能性がある、と答えることができる。この才能教育モデルは図8のように図式化できる。

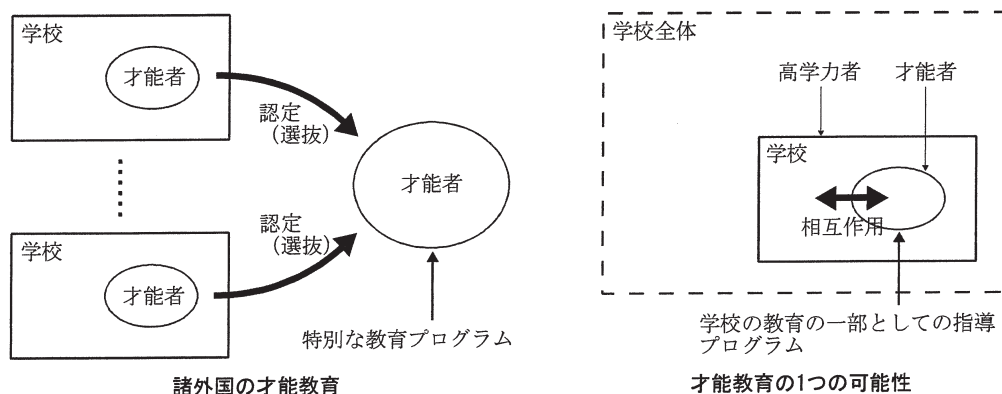


図8 才能教育の1つの可能性

まとめ

本研究において特筆すべき成果は、以下の7つの事項である。研究目的のどの部分からそれらの成果が出されたのか、また、論文目録（様式2）のどれで明らかにしたのかを付加する。

- ① 「数学に対する思考・表現等の能力ならびに態度の特性」を評価するための国内初の標準的な基準尺度測定質問紙の開発を行ったこと（目的 A；論文 4，5，6）
- ② オリンピック予選合格者と不合格者のもつ数学的特性を示し、オリンピックの合否を分ける数学的能力を明らかにしたこと（B；4）
- ③ オリンピック本選合格者のプロファイリングを示したこと（B；4）
- ④ 5 グループ間の相互作用が期待される数学的能力を明らかにしたこと（B；6）
- ⑤ 数学的才能者のもつ一般的な才能者としての基本的特性・過度激動の事例を示したこと（C；1，2）
- ⑥ 数学的才能者と高学力者が相互作用を起こすことを示し（卓越性の放射現象のミニ版），その効果を明らかにしたこと（C；1，2）
- ⑦ 既存の学校システムの中で才能教育の実践できる可能性を示したこと（岩永（1997c）に対する回答）（D；3）

論文審査の結果の要旨

数学の才能教育は世界各国で重要視され様々な形態で行われている。数学の才能者の認定についても試験や才能検査、質問紙など様々な形態で実施されている。日本では数学オリンピックの開催が数学の才能教育の代表的なものとなっている。また、才能教育はそれ自身に留まらず、教育システム全般に影響を与えうるものとしての役割も期待されている。本論文では、教育システム全般に影響を与える「卓越性の放射現象」の実現を最終目標として、数学の才能者の判別を行う質問紙の開発と実施・検証、数学の才能者の特徴の認定、各学力層との質問紙の実施結果を用いた比較、才能者と高学力者の相互作用の事例研究、数学の才能伸長モデルの提案と我が国における才能教育の可能性の検討を行っている。

第 1 章では才能教育の成り立ち、歴史的な背景から本研究の目的を示している。それに続いて第 2 章では才能教育ならびに才能伸長に関する先行研究を踏まえ、「卓越性の放射現象」を視野においた数学の才能教育を示し、そのために数学的能力の判別と分類を行う質問紙の開発が必要なことを示している。

第 3 章では、数学的才能者の判別と分類を行うための質問紙の開発を行い、数学オリンピック予選参加者 398 名と一般的な高校生 454 名に対して実施している。その結果、t 検定、判別分析、クロンバックの α 係数などから、質問紙が高い判別性能を有することを、先行研究における他の質問紙による調査結果との比較によって妥当性を有することを確認している。

第 4 章では、オリンピック予選参加者全体(G0)、予選合格者(G1)、予選不合格者の質問紙

(G2)の結果に対して、因子分析を実施し、G1には柔軟性、表現力、知識の、G0及びG2には知識、視覚化、興味の因子を抽出している。さらに因子間相関、t検定からG1すなわち数学オリンピック予選合格者が持つ質問紙の回答の特徴を同定している。また、予選合格者のなかの本選合格者についてもプロファイリングを行い先行研究に見られる才能者の基本的な特徴を有していることを確認している。

第5章では、G1、G2、上、中、下位校の5グループに対する質問紙の結果に対してクラスタ分析を行い、それぞれのグループが持つ特性について検討している。その結果、因子分析で同定されたG1を特徴付ける柔軟性と表現力が、クラスタ分析からも確認された。さらに各グループの特性を同定し、才能伸長モデルの提案のための基礎的な資料を得ている。

第6章では、数学的才能者と高学力者の相互作用についての事例研究の結果を報告している。数学的才能に関する卓越性の放射現象の最初の段階の事例研究として位置付けることができる。事例研究の結果から、数学的才能者が才能教育（オリンピックの訓練合宿等）のみならず学校内での高学力者との相互作用からも大きな影響を受けていること、高学力者は才能者から数学に対するイメージの変化や思考の深化などの影響を受けていることを見出している。

第7章では才能伸長のモデルとして、諸外国で多く行われているような選抜型の才能教育ではなく、学校の中で相互作用をもとの才能者ならびに一般生徒を伸ばす才能教育、学校間での相互作用を踏まえた才能教育を提案し、その可能性を示している。

本論文において、申請者は数学の才能教育ならびに数学的才能者の認定について実証的方法を用いて研究を進め、高い成果を挙げている。まず、数学的才能者の判別と分類のための質問紙の開発と検証は日本においては初めてのものであり、その判別性能と妥当性を示したことは十分に評価できる。つぎに、質問紙の結果を用いて、数学的才能者の持つ特性のみならず各学力層と比較を行ったことでそれぞれの特性を示していることも、新しい結果を示している。さらに、「卓越性の放射現象」を実現するために日本の学校教育のなかで実現可能な才能伸長のモデルを提案している。このように申請者の研究成果は数学の才能教育の研究と実施の今後の発展のために貢献するものであり、本論文は学位(博士)論文として十分に価値のあるものと認める。