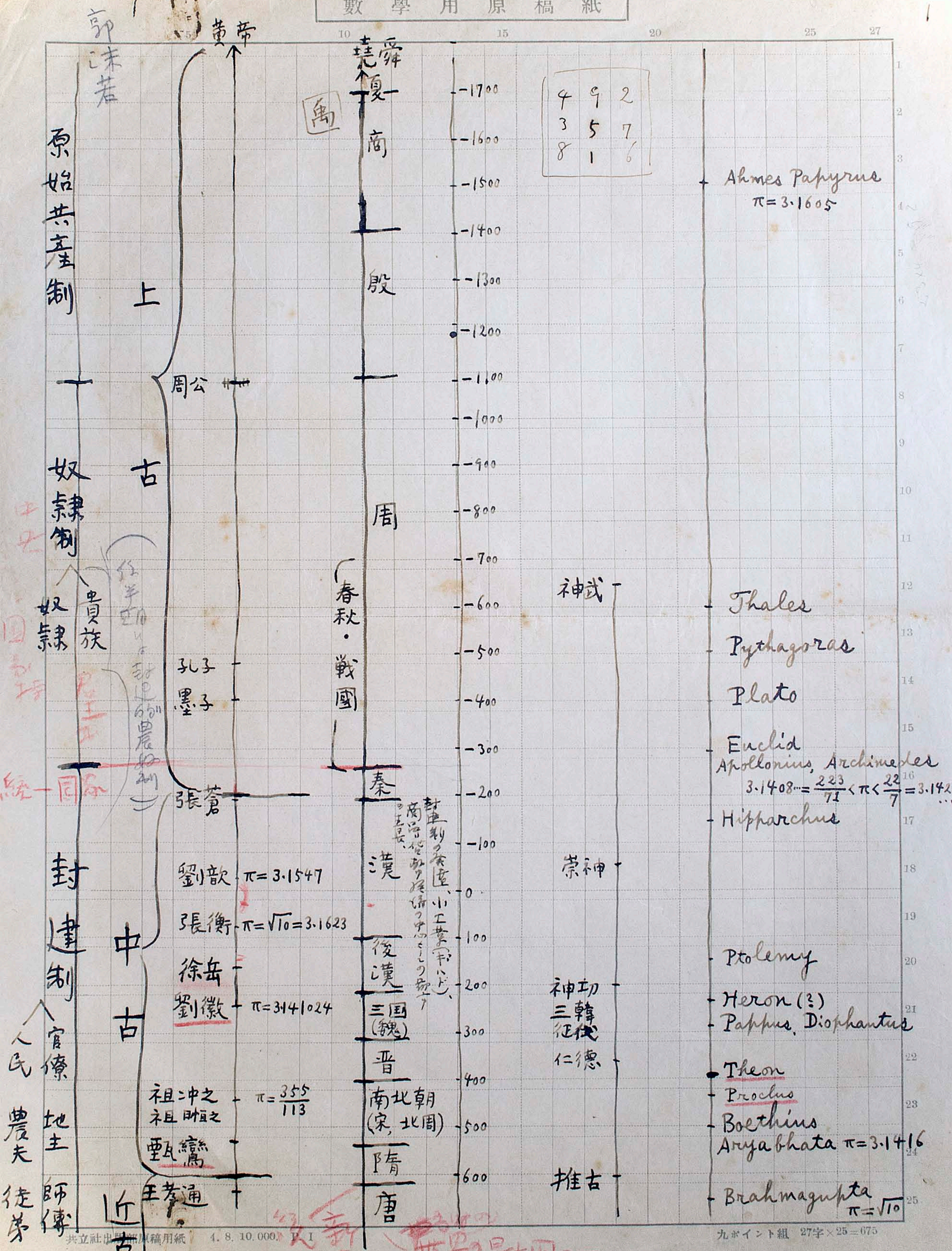
支那古代の数学

昭和8年 阪大に於ける

数学談話会に於ける談話

原稿



郭沫若
黄帝
堯舜
夏
禹
商
殷
周
春秋・戦國
秦
漢
後漢
三国(魏)
晋
南北朝(宋, 北周)
隋
唐
-1700
-1600
-1500
-1400
-1300
-1200
-1100
-1000
-900
-800
-700
-600
-500
-400
-300
-200
-100
0
100
200
300
400
500
600
4 9 2
3 5 7
8 1 6
原始共産制
奴隷制
奴隷 貴族
封建制
人民 官僚
農夫 地主
徒弟 師傅
上古
中古
近古
周公
孔子
墨子
張蒼
劉歆 π=3.1547
張衡 π=√10=3.1623
徐岳
劉徽 π=3.141024
祖冲之 祖暅之 π=355/113
甄鸞
王孝通
神武
崇神
神功 三韓征伐
仁徳
推古
Ahmes Papyrus π=3.1605
Thales
Pythagoras
Plato
Euclid
Apollonius, Archimedes
3.1408…=223/71<π<22/7=3.142…
Hipparchus
Ptolemy
Heron(?)
Pappus, Diophantus
Theon
Proclus
Boethius
Aryabhata π=3.1416
Brahmagupta π=√10

はしがき

数学史は新しい立場から、史て更へねばならない、

1. 私の支那数学研究の意義

アジア的生産様式［アジアでは土地や補助的生産手段（家畜その他）は、封建的組織としての国家によって農民に分配された。ヨーロッパでは この分配は領主一個人によって行はれた；支那における土地所有は集中的形態をとった。「水なくして農耕なし」河川の流域の灌漑事業、記録を示す、暦、河、土堤……

中央集権力の代表者としての官吏は土地を自分のものとし得ず、土地所有の主となった。「支那の発展の独自性は、若干の「中央集権的」「官僚的」封建主義的な特徴にある。

2. 只今の注の参考書目

三上義夫, Development of mathematics in China and Japan. Leipzig (1913). ［古過ぎる］

三上, 支那数学の特色 (1926) ［東洋学報］

三上, 東西数学史 (1928) ——— 篠田善富, 同并算経 国学館 (1819)

李潢, 九章算術細草図説 (?-1811)

阮元（ゲン）, 疇人伝 (1799).

支那数学史家の国粋的立場

李儼, 中国数学大綱, 上 (1931).

李儼, 中算史論叢 I, II, III (1931-35).

銭宝琮, 中国算学史 上 (1932)

" " , 古算考源 (1930)

3. 注意［人種的, 国民的偏見を去れ］

A. 西洋人の書いた支那数学史は, 必ずしも信を置くに足らざること.

第一［三上氏の Development を基礎とせるもの多し.］

第二, 東洋人の独創力を疑ってゐる. Van Hée, D. E. Smith, G. Loria

B. ギリシヤ数学史家の数学の見方は果して如何程正統なのか？

（三上氏などもギリシヤ崇拝）

除法の不完全、負数の概念の欠如、角、三角法の缺如、開平, 開立の不完全、論理体系の不完全（墨子）.

私見

数学史の歴史、

第一節 總説

遠藤利貞「日本数学史」、
林鶴一先生

(I) 算経十書

周髀算経　傳説（周公 商高）（栄方 陳子）　いくら遅くとも1世紀には存在した、趙君卿 撰　李儼、淳風以前　銭宝琮 北宋の年

九章算術　150頃には成立していた 秦~漢代のものらしい　魏の劉徽注 263 [秦漢、三国 500年間の数学発展史と見るべきである] 九章の研究は

海島算経　劉徽の撰（263）

数術記遺　（漢末の徐岳の作、　疑作？）168-189頃の人

年代不明、何れも遅くとも六世紀

孫子算経　後世のものか

張丘建算経　甄鸞の注

夏侯陽算経　甄鸞の注

五曹算経　甄鸞の作？

五経算術　北周の甄鸞の作？（535-577頃の人）　隋より古い 魏書にある

緝古算経　唐の王孝通の作 619-626頃の人

日本に於ける影響

(1) 欽明天皇の時から日本に入る。文武天皇（702）学令を布く。

(2) 九章算を集成せる算法統宗が豊臣時代に日本に入り、日本の算術の基礎となる。塵劫記

(3) 現代日本の算術の中には、内容中 和算を通じて九章の影響が残っている。

(II) 数へ方

~~主~~ 主として十進法によった。

… 10^8 10^7 10^6 10^5 10^4 10^3 10^2 10^1 10^0 10^{-1} 10^{-2} 10^{-3} 10^{-4} 10^{-5}

… 垓 京 兆 億 万 千 百 十 一 分 厘 毛 秒 忽 ~~[illegible]~~

… 億 千万 百万 十万

~~分 厘 毛~~ (糸) ~~[illegible]~~

近世には それより十進の名方が多くなった。

表し方, ~~計算~~ 書き方

「数術記遺」には記数法14種を挙げた。中には珠算もある。[三上義夫, 支那数学の特色(大正15)]

しかし実際上多くは籌算(算木)によった。

縦式 | || ||| |||| ||||| T TT TTT TTTT

横式 — = ≡ ≣ ☰ ⊥ ⊥⊥ ⊥⊥⊥ ⊥⊥⊥⊥

○の輸入後

(6708 ⊥ TT TTT) これは位取の區別があり、是に異なる便利な方法であった。(筆算をらざりしを惜む)。

ギリシャ等に比す

分数は早くから用いられた。

小数

「吾国遠く上古から計算は皆籌策をもってした。早く位取制 place value system の記数によったから、~~[illegible]~~ 十進小数 decimal fraction の観念は、~~[illegible]~~ 早くから生れた。但し計算に筆を用いなかったから、小数之符号は、~~[illegible]~~ 近世に至るまで案出されずに終った。」(錢宝琮)

九章算術

劉徽「少廣章」開方術注に、不盡者に就て「微数無名者以為分子，其一退以十為母，其再退以百為母」、「微数無名」者は小数のことである。~~[illegible]~~「夏侯陽算経」(唐代) の中に

十乗加一等，百乗加二等，千，万四等

$10 = 10^1$ $100 = 10^2$

十除退一等 百除退二等 千，…万四等

Rudolff (1530)

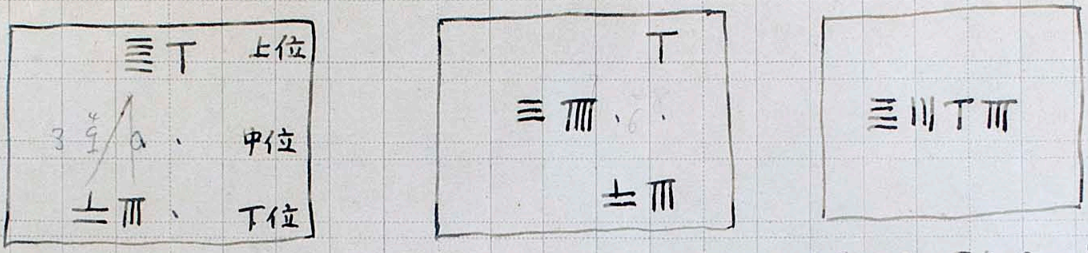
Stevin (1585)

56
3940
78

3940

(III) 計算

掛算　78 × 56



インド掛算の一方法と同様。ただインドでは積を最も上に書く。

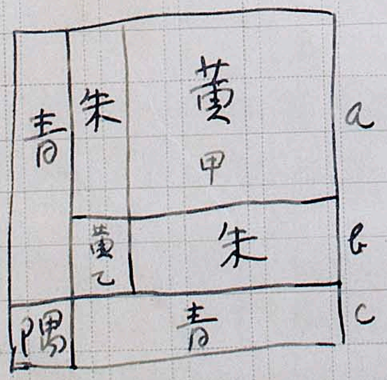
掛算　九九が用ひられた。　　九九　八十一から

~~除法~~ 割算は略する。

開平，開立。

開平には幾何的な図が用ゐられてゐたらしい。

これで principle は ギリシャ人(Euclid)(の Theorem によったもの)と同一らしい。Theon の法



$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$[(a+b)+c]^2 = (a+b)^2 + 2(a+b)c + c^2$$
$$= (a^2 + 2ab + b^2) + 2(a+b)c + c^2$$

開キ切レナイ場合

(1) 以奇命之

$$\sqrt{522900} = 723\ 奇\ 171$$ (夏侯陽)

(2) 以面命之

$$\sqrt{\frac{314}{25} \times 1518\frac{3}{4}} = (138.1) = 138\frac{1}{10}$$ (九章、劉徽注)

$$\sqrt{\frac{314}{25} \times 300} = (61.38) = 61\frac{38}{100} = 61\frac{19}{50}$$ (〃)

(3) 不加借算 $A = \sqrt{a^2+r}$, $\cancel{A} = a + \dfrac{r}{2a}$

$$\sqrt{234567} = 484\frac{311}{968}$$ (孫子)

この間の消息。

(4) 加借算 $\sqrt{a^2+r} = a + \dfrac{r}{2a+1}$

$$\sqrt{13068} = 114\frac{72}{229}$$ 張丘建、五經

$$a^{\frac{1}{2}}\left(1+\frac{r}{a^2}\right)^{\frac{1}{2}} = a\left(1+\frac{1}{2}\frac{r}{a^2}+\cdots\right)$$

$$\cancel{\sqrt[n]{a^n+r} = a\left(1+\frac{r}{a^n}\right)^{\frac{1}{n}} = a\left(1+\frac{1}{n}\frac{r}{a^n}+\cdots\right)}$$

$$a+\frac{r}{2a+1} < A < a+\frac{r}{2a}$$

[Alkarkhi アラビヤ 11世紀] [Heron] — 3世紀 (Heath ni よる)

$$\sqrt[3]{a^3+r} = a + \frac{r}{3a^2+1}$$ (張丘建)

Archimedes の方法(不明)

Heron $\cancel{A} = \frac{1}{2}\left(a+\frac{A^2}{a}\right)$

$$= \frac{1}{2}\left(a+\frac{a^2+r}{a}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(a+a+\frac{r}{a}\right)$$

$$= a+\frac{r}{2a}.$$

立方根に就いては Heron の approximation は複雑して、面白からず:
[Heath, Greek Math. II. p. 341]

竿を立てて蔭の長さを測るを以て暦を作った
天文

第二節 周髀算經

(Ⅰ) これは天文暦学の本である。その中に散見する数学は、

(1) 分数の乗除と開平、

$$13\frac{7}{19}\times 383\frac{847}{940}\div 365\frac{1}{4} = 14 \text{ 餘 } 18\frac{11628}{17860}$$

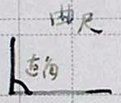
(2) $\pi=3$

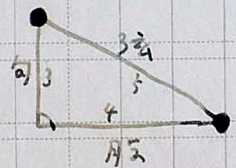
(3) 直角三角形、 相似形

折矩以為句廣三、股修四、徑隅五、

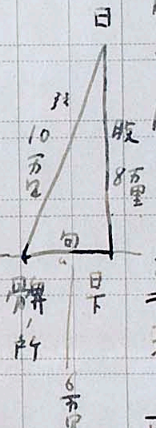
長 直 角 短

「弦は句股の角を直に去るの故に徑隅と云ふ」



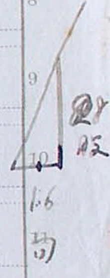


地平説



周髀長八尺、夏至之日晷一尺六寸、髀者股也、正晷句也、……若求「邪至日」者、以日下為句、日高為股、句股各自乘、并而開方除之、得「邪至日」。

斜 竿 南中スルトキノ影



(4) 差等級数の~~…~~概念

句股算術の一般を、二次方程式解法と得てゐる

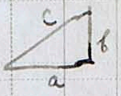
九章の　完全な此と同じ坂？

(II) 趙君卿「周髀算経注」

I. 句股各自乘，併之為弦実，開方除之，即弦也。

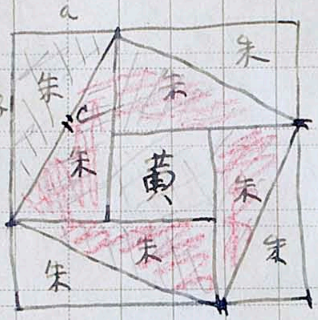
Pythagoras

a=句，b=股，c=弦



$$a^2+b^2=c^2$$
$$c=\sqrt{a^2+b^2}$$

弦図



(証明) 案弦図，又可以句股相乘為朱実二，倍之為朱実四。以句股之差自乘為中黄実。加差実，亦成弦実。

$$ab = 2\text{朱}$$
$$2ab = 4\text{朱}$$
$$(b-a)^2 = \text{黄}$$
$$2ab + (b-a)^2 = c^2$$

［李儼は之によって Pythagoras を証明したものとし，これはインドの Bhaskara (1150) と同様と解してゐる。 $2ab+(b-a)^2 = a^2+b^2$ の証明なるか，又は之を知ってゐて $a^2+b^2=c^2$ を証明したのか。］

II. 句股弦の諸関係

$$a^2=(c-b)(c+b),\quad \frac{(c+b)^2-a^2}{2(c+b)}=b,\quad \sqrt{2(c-a)(c-b)}=a+b-c,\ \ldots$$

III. 二次方程式

次に(1)「句股積 ab，句股差 $b-a$ をよって，句股を求む」

之を二次方程式 $x^2+\underbrace{(b-a)}_{\text{從法}}x+\underbrace{(-a)b}_{\text{実}}=0$ を解く，そこに $x=a$，$b=a+(b-a)$ としてゐる。

$$\text{句}=\frac{\sqrt{\text{差}^2+4\text{積}}-\text{差}}{2}$$

その解法は弦図によったものらしい。［銭宝琮に従へば $4ab+(b-a)^2$ は大なる正方形なるを，之を平方に開いて $a+b$ を得，$b-a$ を引いて半分にして a を得る

$$x=\frac{\sqrt{(b-a)^2+4ab}-(b-a)}{2}$$

$$\left[\ x^2+px-q=0,\quad x=\frac{\sqrt{p^2+4q}-p}{2}\ \right]$$ 一方の根だけある。

$c^2-2ac-2bc+2ab$ $=a^2+b^2+c^2+2ab-2ac-2bc$

(2) $x^2+2bx-a^2=0.$

これを解けば $x=-b+c.$

となる。　　　之故　$x=-b+\sqrt{b^2+a^2}.$

(3) $x^2-2cx+a^2=0$

$\begin{cases} c-b=x \\ c+b=x' \end{cases}$ ~~である。x が4根~~

$x+x'=2c.$

$xx'=(c-b)(c+b)=c^2-b^2=a^2.$

$x'-x=\sqrt{4c^2-4a^2}$

$x=\dfrac{2c-\sqrt{4c^2-4a^2}}{2}.$

$\cancel{(c-b)^2-2c(c-b)+a^2}$

$(c-b)^2-2c(c-b)+a^2$

$= c^2-2cb+b^2$
$\quad -2c^2+2cb \quad +a^2$

$=0.$

唐代までのもので今日伝はってあるものは十種しかない。編纂したもの

九章算術

今日の伝本は，三国の魏の劉徽の注本 (263) に，更に唐の李淳風等の注釈 (650 ごろ) あるもの，宋の元豊7年版 (1084) を，清の乾隆 (1773 4年) 時，四庫全書館が開かれたとき，戴震が校訂したものである。(−2000) 周公 (−1100)

伝説では黄帝なぜに帰するものあるは，それは信じがたからず，然してその各章の順序が時代を経て，増訂されたものであらう。「九章算術研究は，秦，漢，三国 500年間の算学発展の歴史である」(銭宝琮) のみならず，九章は支那数学の基礎となし，清朝の末までも，その影響が甚大なものがあった。九章の意味と内容の歴史について

孫文青，九章算術篇目考 [北平師範大学，師大月刊，第三期 理学院専号，民国22 (1933)] 上編 48頁，(清の初まで) ふれてない。

九章算術は 大なる基本であって，他の 算経十書は その elementary part を解説せるとか，補充とか，その特殊書法とか 発展とかである。

清初の儒学の風 (考証学の勃興)，戴震

李潢 (? −1811)，九章算術細草図説 [1820出版]

林鶴一，「図書和の算法と読む法」(和算ある研究 昭和7，1月号)

西洋人は 九章の記載はきまって

Mikami, Devel. of Math in China and Japan. (1913) によるが，所々不正確な文は得難の点がある。「東西数学史」の記す所は簡単なから大い宜い。[但し記すこと簡単すぎる。]

銭宝琮，中国算学史 上 (1932)。

封建 農業経済

官吏 用の数学

三上

Hayashi's descripti of these nine sections in his "Brief history of Japa. math (Nieuw Archief. pp. 306−307) is utterly different from what I know of the book. I know nothing of the correctness

「九章には二通りあるが，その一は周公が作ったと云はれ，他の一は隷首が作ったと言はれてゐる。多くの人は意味を知らずに方程を手段と云って居るが，その意味は多分“数を較べ，程をうける”と云ふのであらう。「程は 課程の程で「割り当てる」といふのである。」

日本の平安朝時代の学令 九章が見え [大宝令 701 養老令 717]

文武天皇

吉備真備 阿部仲麿 入唐

沢田吾一，日本数学史講話 (昭和3)。定評ある書 非歴史的なもの

第三節 九章算術

(整数の四則は書かれてゐない、直ぐ分数から始まる)

巻一、 方田 38問 (田地の面積などの計算)、 分数の使用(通分, 加減乗除)、最大公約数.

方田 以御田疇界域

Ex. 今有三分之二、七分之四、九分之五、問合之得幾何。答曰得一六十三分之五十。

秦以前に田畝面積の計算があった。

方田	a^2
直田	ab
圭田 (二等辺三角形)	$\frac{ah}{2}$
和田, (箕田)	$\frac{a+b}{2} h$
円田	$\pi r^2 = \frac{3}{4} d^2 \quad (\pi = 3)$
弧田	$\frac{bc+b^2}{2}$
環田	
宛田 等	

書かれては居ない

長さ, 面積の 単位の変換 [秦漢時代の畝法]

1畝 = 240歩 (一歩は六尺, 六尺平方 = 一坪)

$\left(\frac{4}{8} = \frac{1}{2}\right)$

分数 [約分 (除法), 合分 (加法), 減分, 課分 (分数大小の比較), 平分, (分数の平均) 経分, 乗分]

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{3}{4} \\ \frac{4}{12} & \frac{8}{12} & \frac{9}{12} \end{bmatrix}$$

増2 減1 2→残 $\frac{7}{12}$

$\pi = 3$

Lazia 大正10 (1921?)

πの研究 [注, 劉徽, 祖沖之 (5世紀) 1位迄も]

$\frac{22}{7}$, $\frac{355}{113}$ 方法不明

Archimedes

Valentin Otho (1573)

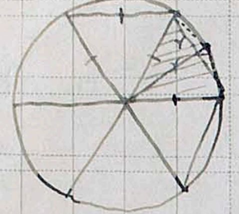
Adriaen Metius (1571-1635)

1100年後に!

劉徽 (263)

径1，周3 なら
かつて π を 3 とおることは $P_6 = 2\pi \cdot r$ とおくことである。

1. 内接正六辺形の一辺は半径に等しい。



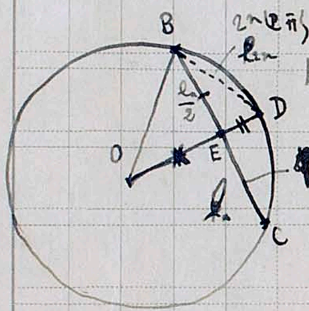
2. 内接正十二辺形の面積 $A_{12} = 3r^2$

$\frac{1}{2} \cdot r \cdot r$

かつて A として $3r^2$ をおくことは 小さ過ぎる。

3. 内接正多角形の辺の数 n が増すに従って、その面積 A_n は円の面積 A に近づき、遂にはそれと一致する。

4. Pythagoras 定理を用いて



辺 $BD = \sqrt{\left(\frac{BC}{2}\right)^2 + \left[r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{BC}{2}\right)^2}\right]^2}$

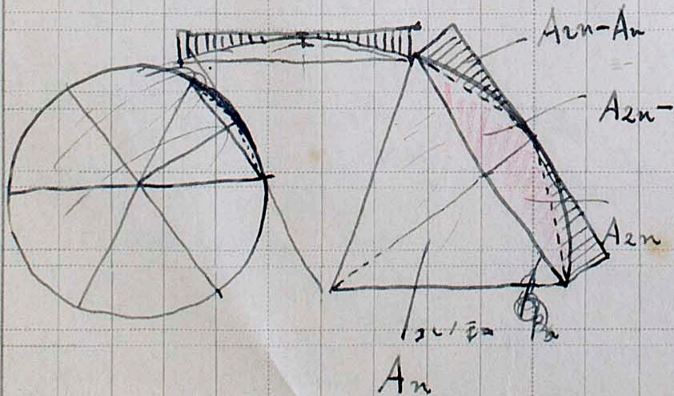
(面積) $A_{2n} = n\left(\frac{1}{2} \overline{BC} \cdot r\right) = \frac{nr}{2} \ell_n$
$= \frac{1}{2} \cdot r \cdot P_n$

$\ell_{2n} = \sqrt{\left(\frac{\ell_n}{2}\right)^2 + \left[r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{\ell_n}{2}\right)^2}\right]^2}$.

$n \ell_n = P_n$.

$r = 1$

n	ℓ_n	P_n	A_n
6	1.000000	6.000000	
12	0.517638	6.211656	3.000000
24	...	...	...
48	...	...	...
96	0.065438	6.282048	3.139344
192	—	—	3.141024



$A_{2n} < A < A_{2n} + (A_{2n} - A_n)$.

$3.141024 < \pi < 3.142704$

$3.14\frac{64}{625} < \pi < 3.14\frac{169}{625}$

$\pi \fallingdotseq 3.14 = \frac{157}{50}$
不足近似値

この内接正多角形からの計算法は、全く近代的である。

第三節 九章算術

(著者の四則は書かれてゐない、色々分書から始まる)

巻一、 方田 38問 (田畑地の面積などの計算)、分数の使用 (通分、加減乗除)、最大公約数、

方田 以御田疇界域

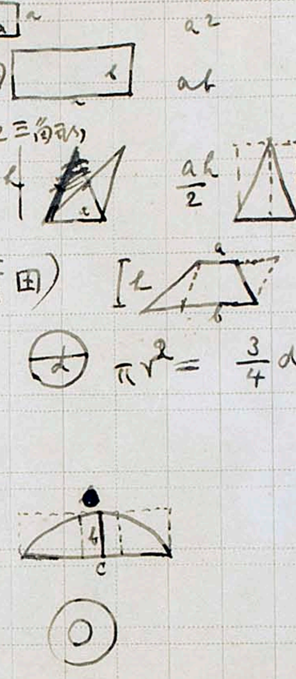
Ex.

今有三分之二、七分之四、九分之五、

問合之得幾何

答曰得一六十三分之五十、

秦以前～田畝面積の割合あった。



方田 a^2

~~直田~~ 直田 ab

(二等辺三角形)

圭田 $\frac{ah}{2}$

邪田 (箕田) $\frac{a+b}{2}\times h$

円田 $\pi r^2 = \frac{3}{4}d^2$ $(\pi=3)$

~~宛田~~

弧田 $\frac{bc+b^2}{2}$

環田

宛田等

八の字にしては書かれてゐない

長さ、面積の

単位の変換 [秦漢時代の商人法]

1畝=240歩 (一歩は六尺、六尺平方) 一坪

$\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$ (約分法)

分数 [約分 (除法)、合分、減分、課分、平分、経分、乗分]

分数の大小の比較

分数の平均
$$\left[\begin{matrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{3}{4} \\ \frac{4}{12} & \frac{8}{12} & \frac{9}{12} \end{matrix}\right]$$
増2　減1　2つ残

$$\left[\frac{7}{12}\right]$$

$\pi=3$

Loria 大正10 (1921.2)

πの研究 [注、劉徽、祖沖之 (5世紀)]

后四も　方法不明

$\frac{22}{7}$, $\frac{355}{113}$

Archimedes

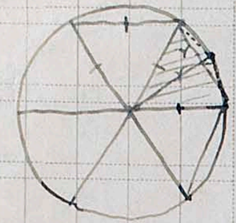
1100年後に!

Valentin Otho (1573)
Adriaen Metius (1571-1635)

劉徽 (263)

径1, 周3 から

1. 内接正六辺形の一辺は半径に等しい。[むかし π を 3 とすることは、$P_6 = 2\pi\cdot r$ とすることである。]



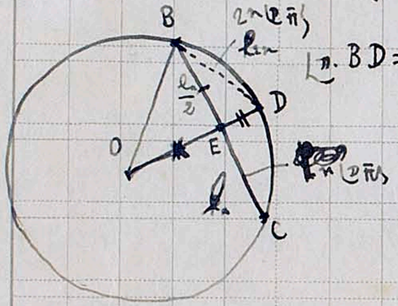
2. 内接正十二辺形の面積 $A_{12} = 3r^2$

$\frac{1}{2}\cdot r\cdot r$

むかし A として $3r^2$ をとることは小さ過ぎる。

3. 内接正多角形の辺数 n が増すに従って、その面積 A_n は円の面積 A に近づき、限りなくそれと一致する。

4. Pythagoras 定理を用いて



辺 $BD = \sqrt{\left(\frac{BC}{2}\right)^2 + \left[r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{BC}{2}\right)^2}\right]^2}$

(面積) $A_{2n} = n\left(\frac{1}{2}\,\overline{BC}\cdot r\right) = \frac{r}{2}\,n\ell_n$

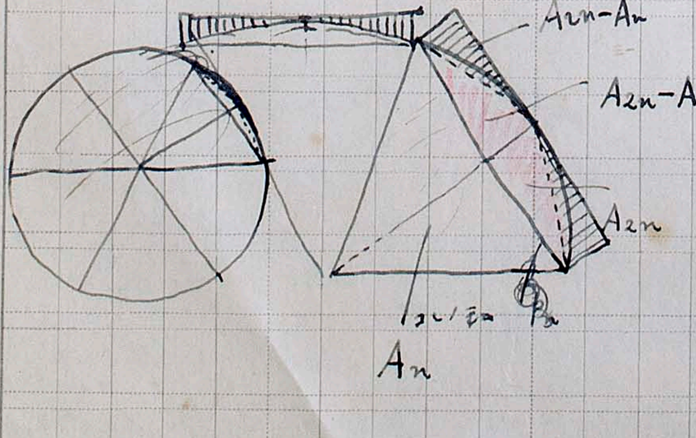
$= \frac{1}{2}\cdot r\cdot P_n$

$\ell_{2n} = \sqrt{\left(\frac{\ell_n}{2}\right)^2 + \left[r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{\ell_n}{2}\right)^2}\right]^2}$.

$n\ell_n = P_n$.

$r = 1$

n	ℓ_n	P_n	A_n
6	1.000000	6.000000	
12	0.517638	6.211656	3.000000
24	...	...	...
48	...	...	...
96	0.065438	6.282048	3.139344
192	—	—	3.141024



$$A_{2n} < A < A_{2n} + (A_{2n} - A_n).$$

$3.141024 < \pi < 3.142704$

$3.14\frac{64}{625} < \pi < 3.14\frac{169}{625}$

$\pi \fallingdotseq 3.14 = \frac{157}{50}$

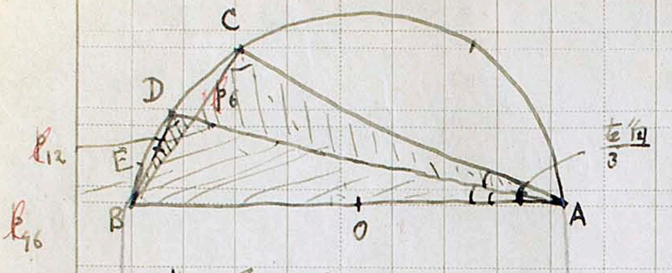
不足な近似値

この内接正多角形からの計算法は、全く近代的である。

Heath, Greek Math. Vol. II (1921) p.50

Archimedes (−250 ころ)

内接



円周角を用いて BC から BD, BE, … を求める方法は面倒である。

三つの相似三角形の比較から

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AB+AC}{BC}$$

しかるに $\frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{1}$ (Pythagoras), $\frac{AD}{BD} = 2+\sqrt{3}$.

$\frac{AB}{BC} = \frac{2}{1}$,

Pythagoras $\frac{AB^2}{BD^2} = \frac{AD^2+BD^2}{BD^2} = (2+\sqrt{3})^2+1$

$\frac{AC}{BC}$, $\frac{AD}{BD}$, $\frac{AE}{BE}$, … → $\frac{AB}{\cancel{\ }}$ $\cancel{(=2+)}$

$\cancel{\frac{AB}{BC}, \frac{AB}{BD}, \frac{AB}{BE}} \rightarrow$

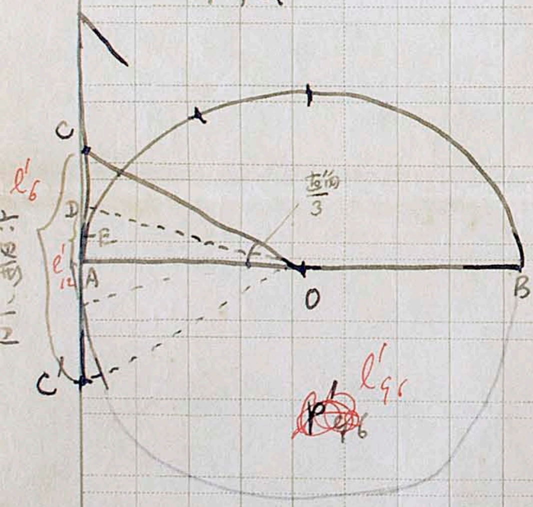
$$\frac{AB}{BD} = \sqrt{(2+\sqrt{3})^2+1}.$$

$\frac{AB}{BE}$, ….

$$\frac{265}{153} < \sqrt{3} < \frac{1351}{780}$$

(方法不明)

外接



$$\boxed{\frac{OA}{AD}} = \frac{CO+OA}{CA} = \frac{CO}{CA} + \frac{OA}{CA}$$

$$= \frac{2}{1} + \sqrt{3}$$

$\frac{AE}{OA}$

$$\frac{OD^2}{AD^2} = \frac{OA^2+AD^2}{AD^2} = (2+\sqrt{3})^2+1.$$

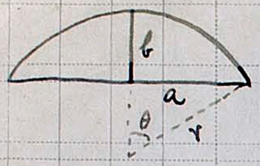
… …

3.14159265…

劉徽 3.141024 < π < 3.142704 ($\pi = 3.14$ or $\pi = \frac{157}{50}$)

Archimedes 3.140845 < < 3.142857 ($3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$)

$$A = r^2(\theta - \sin\theta\cos\theta).$$



$$A' = \frac{1}{2}(ab + b^2) \qquad A' = r^2\left[\sin\theta + \frac{1}{2}(1-\cos\theta)^2 - \sin\theta\cos\theta\right].$$

θ	A	A'	$(r=1)$
0°	0.00	0.00	
10°	0.00	0.00	
20°	0.03	0.02	
30°	0.09	0.07	
40°	0.21	0.18	
50°	0.38	0.34	
60°	0.31	0.56	
70°	0.90	0.84	
80°	1.23	1.16	
90°	1.57 $\left(=\frac{\pi}{2}\right)$	1.50 $\left(=\frac{3}{2}\right)$	

12
6

數學用原稿紙

以御交贸変易 46問

今有術 で解く

巻二、 粟米 (穀物の交換)

(穀数 および 貨物の計算、買物の價、今日の比例)。

粟 五十、糲米 三十、粺米 二十七、菽 四十五、

今有 粟三斗少半升、欲為菽

問 得 幾何

(貨物交換の割合の表)

交換 粟 五十 菽 四十五

少半 $\frac{1}{3}$

不定方程式 (九題)

今有出錢 576 買竹 78 個。欲其大小率之 問各幾何。

答曰 x 48 個、 個 7 錢

y 大 30 個、 個 8 錢

$$\begin{cases} x+y=78 \\ mx+ny=576 \end{cases}$$

576 錢

竹 78 個 {小 大

其、率、

答

48 個 一個 7 錢

30 個 8 錢、

百五十錢算 3, 5, 7 (孫子算経)

百鶏術 (張邱建算経)

$\frac{576 錢}{78}$ 実 7 余 30 錢

如 30 個の各に就テ 1 錢づつ増す (8 錢) 貴

賤 の 方大 78 個 − 30 個 = 48 個

10 個の各について 3 錢づつ増す (10 錢) 一直

10 錢 10 本

7 錢 68

476
100
576

620 錢 羽 2100 本

貴賤率

答 1140 本 3本で 1 錢

960 本 4本で 1 錢、

$$\begin{cases} x+y=2100 \\ \frac{x}{m}+\frac{y}{n}=620 \end{cases}$$

反、其、率、

$4\times 240=960$

$\frac{2100 本}{620}$ 実 3 本 余 240 本

如 240 錢に就テ 1 本づつ増す、即ち 240 錢に就ては 1 錢で 4 本買へるとする (賤)。

残金 620 − 240 = 380 錢 に就ては、1 錢で 3 本買へる (貴)。 $3\times 380=1140$。

2〇問

巻三、衰分（サイ）　以御貴賤稟税

衰とは 階級 差別を立てること。

等差によって物を分配する計算（差分）

今日の（按分比例 と同じ方法）　租税の 割当などに用ゐ。

今有女子善織、日自倍、五日織五尺、問日織幾何。

假令法

和が五尺ヲ

$1+2+4+8+16$ … 5尺

$$\frac{5\times 1}{1+2+4+8+16}$$

（錐行衰）＝割差級数、（自倍衰）＝等比級数、（返衰）＝調和級数

今有甲持銭五百六十、乙持銭三百五十、丙持銭一百八十。凡三人俱出関、関税百銭。欲以銭数多少衰出之、問各幾何。

$$\frac{pa_1}{a_1+a_2+\cdots+a_n}$$

答曰、甲出五十一銭一百九分銭之四十一。

返衰

今有大夫、不更、簪裛、上造、公士凡五人、共出百銭、欲令高爵出少、以次漸多、問各幾何。

「秦漢時代の爵名」

（爵数）

利息（単利法）、

$$\frac{100\times\frac{1}{5}}{\frac{1}{5}+\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+1}$$

以御積冪方円　24問

数學用原稿紙

8　13

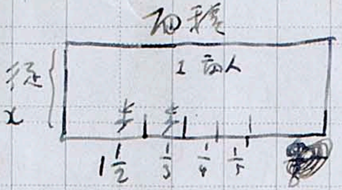
巻四　少廣　● 面積（体積）などに附隨せる逆の~~問題~~ 問題、　係つ[illegible]

□ 矩形の田の面積と一辺を与へって、他の一辺を求む。

開平、開立の計算法、　方田章の続きのやうなもので；方田章よりも後の作である。

今有積三百歩、問為円周幾何
答曰、六十歩
(π=3)

面積の単位　長さの単位



unit fract. を用いた問題の：この章のみならず、（エヂプト）

分母の最小公倍数

今方田、廣一歩半、三分歩之一、四分歩之一、五分歩之一、求田一畝、問從幾何。

開方、開円、開立方、開立円

$$V = \frac{3}{2}\pi r^3 \qquad \frac{9}{8}$$

$$= \frac{3}{16}\pi d^3$$

$$= \frac{9}{16} d^3.$$

徽注

祖沖之
祖暅之
integral ？
三上

アト回も。

数學用原稿紙

第五　商功　(仕事のこと, はかる)

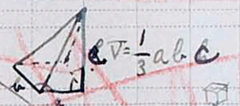
以御工程積実　24問

土木工事に関すること, 体積の問題、即ち城, 垣, 堤坊, 溝, 塹, 渠, 体積をもとめ, 之を作る功程を併せ考へた。(支那では築城, 治水, 河堤が大問題であった)

劉徽注の幾何学的処理.

~~(無限等比級数の…)~~

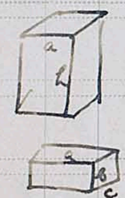
陽馬　$V=\frac{1}{3}abc$



立方　(立方) $V=a^3$

平行六面体 (方堡壔)

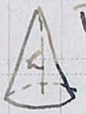
$V=a^2h$



倉　$V=abc$

円柱, 角台, 円台, 円錐, 角錐, 芻甍

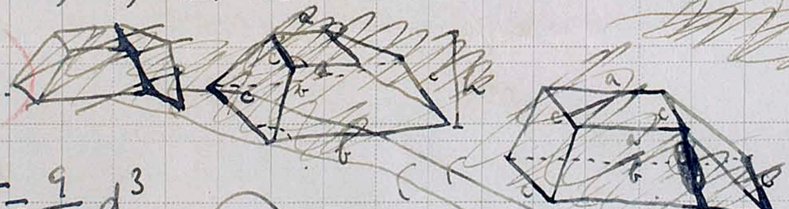
$V=\pi r^2\frac{h}{3}$　($\pi=3$)



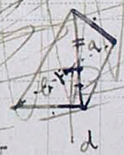
楔 (wedge),

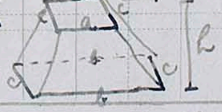
城, 垣, 堤, 溝, 塹, 渠

$V=\frac{a+b}{2}\times c\times h$

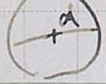


鼈臑　$V=\frac{ab}{6}d$





球 (立円)　$V=\frac{9}{16}d^3$,



本文様に劉徽注では, 幾何の基本図形に分解して, 説明をなす。(model を用ひる　三上)

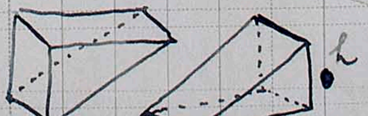
symmetric

例　直六面体は (立方も楕方も) 共に二つの塹堵に分解される。

~~長方柱体~~

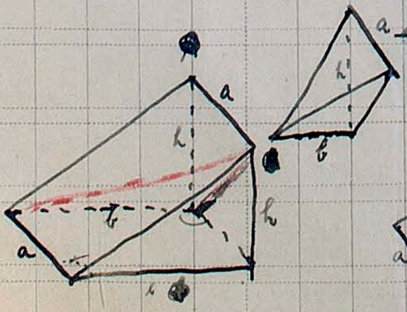
塹堵 (プリズム)

$V=\frac{1}{2}abh$



鼈臑 (a, b, h は互に垂直なる二稜, 長はその高さ) 四面体

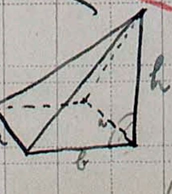
$\frac{1}{6}abh$



陽馬

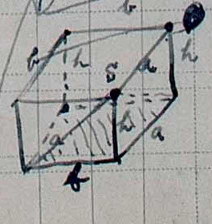
$\frac{1}{3}abh$

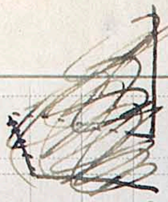
(a, b, h は互に垂直)



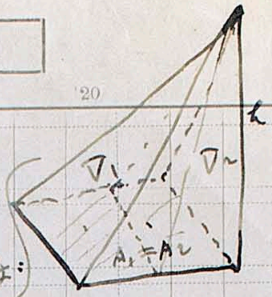
陽馬は二つの鼈臑に分たれ

塹堵は陽馬と鼈臑に分解する





この $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$ 等のめき数は、「不易之事也」例では:



陽馬

$A_1=A_2$ ならば

$V_1=V_2$

三上君には無限があると云ふ

Cavalieri principle のめきかの方; 暗示して

ゐたのか、

[ギリシヤでは Democritus (−400ごろ) u

Archimedes 等: 暗示された.

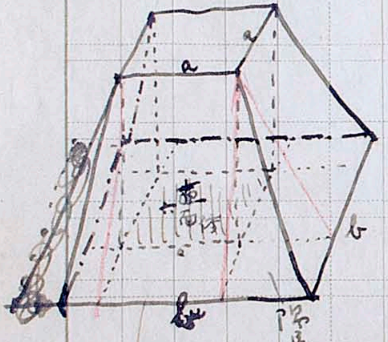
(−250ごろ) Cavalieri]

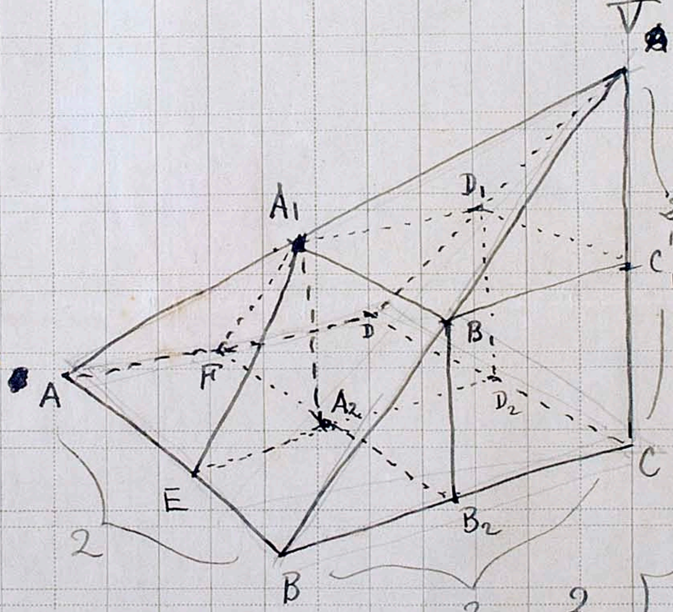
一例

截頭角錐の体積

(正方形)

$$\frac{a^2+ab+b^2}{3}h$$





角錐

pyramid (陽馬)

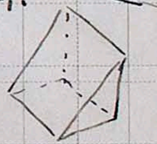
2 { $\nabla A_1B_1C_1D_1$, A_1AA_2F

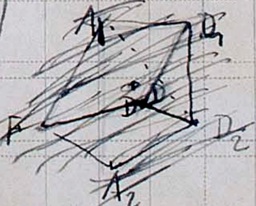
立方体 cube

1、$A_1B_1C_1D_1A_2B_2CD_2$

prism 塹堵

$\overline{A_1 E B_2 B_1 A_2}$





$\overline{A_1D_1}\ F A_2 D_2 D$

陽 $=$ 2 陽$_1$ + 2 立$_1$

陽$_1$ $=$ 2 陽$_2$ + 2 立$_2$

陽$_2$ $=$ 2 陽$_3$ + 2 立$_3$

. . . . . .

2 prism = 1. cube

陽 $=$ 2立$_1$ + 2^2 立$_2$ + 2^3 立$_3$ + ⋯

$=$ 2立$_1$ + $2^2 \cdot \frac{\text{立}_1}{8}$ + $2^3 \cdot \frac{\text{立}_1}{8^2}$ + ⋯

$=$ 2立$_1$ $\left(1+\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\cdots\right)$

$=$ $\frac{8}{3}$ 立$_1$

$=$ $\frac{1}{3}$ 立

立$_1$ $=$ $\frac{\text{立}}{8}$.

陽馬と同底

等高の立方体.

以御遠近労費　28問

巻六、 均輸 （輸は租税などを納めること、賦課に関する計算）、 行程に関する問題である。

戸数に比例し 道程に反比例する。　按分を比例

漢武 太初元年の法令で（−104年）、後でもこれを廃さなかった。ねん 官吏の必要な計算法。

今有均輸粟。甲縣一万戸、行道八日、乙県九千五百戸、行道十日、丙県一万二千三百五十戸、行道十三日、丁県一万二千二百戸、行道二十日、各到輸所。凡四県賦当輸二十五万斛、用車一万乗。欲以道里遠近、戸数多少、衰出之。問粟、車各幾何。

答曰、甲県粟八万三千一百斛、車三千三百二十四乗

	d		p		
甲	8日	8戸につき 1車負担	$\frac{10000^{戸}}{(8)}$ =	1250 =	$\frac{p_1}{d_1}$
乙	10日	10戸につき 1車負担	9500戸	950 =	$\frac{p_2}{d_2}$
丙	13日	13戸 〃	12350戸	950	$\frac{p_3}{d_3}$
丁	20	20戸 〃	12200戸	610	$\frac{p_4}{d_4}$

車Bを按分する

甲 $\dfrac{\frac{p_1}{d_1}B}{\sum \frac{p}{d}}$ 車

乙 $\dfrac{\frac{p_2}{d_2}B}{\sum \frac{p}{d}}$

丙 丁 ⋯

粟Aを車に比例して按分する（一車につき等量の粟を運ぶ）

甲 $\dfrac{\frac{p_1}{d_1}A}{\sum \frac{p}{d}}$

乙 $\dfrac{\frac{p_2}{d_2}A}{\sum \frac{p}{d}}$

丙 丁 ⋯

兎を犬が追う問題
旅人が出逢う問題

輸率を徴する問題
全 〃 、

巻七、 盈不足 以御隠雜互見 (20)

アマル

method of
double false positions

盈朒（複假定法 double false positions）

出率	𝍧	𝍦
	𝍢 盈	𝍣 不足

I、本来の意味

今、共ん物を買ふ、人毎ん 8ず出せば 3ず盈り、七ず出せば 4ず不足す、人数、物価各々幾何

答 七人、五十三ず。

出率	a (8ず)	a' (7ず)
盈不足	b (3余)	b' (4不足)

維乗

一般な法則に よつられる

$$y = \frac{ab' + a'b}{a - a'} \qquad x = \frac{b + b'}{a - a'}$$

物価　　人数

$$\begin{cases} y = ax - b \\ y = a'x + b' \end{cases} \qquad \left(\begin{aligned} y &= 8x - 3 \ \text{盈} \\ y &= 7x + 4 \ \text{不足} \end{aligned} \right)$$

劉徽の説明

xの方は普通と同じ、

一人つき 8−7即ち 1ずの差が 3ず余と4ずの不足の差即ち 3+4 を出すから

人数は $\frac{3+4}{8-7}$　yの方 (1) x を求めてから普通

(2) 盈朒を同じくせよ、法らば それは 12 と為る。

$$4y = 32x - 12 \quad \times 4$$
$$3y = 21x + 12 \quad \times 3$$
$$(4+3)y = (32+21)x$$

この解法は次の方程章に於ける劉徽の「方程術」に外ならぬと思はれる。

両不足 $\begin{cases} y = ax + b \\ y = a'x + b' \end{cases}$　$\begin{matrix} a & b \\ a' & b' \end{matrix}$　$y = \frac{ab' - a'b}{a - a'}$, $x = \frac{b - b'}{a - a'}$

これは わからん algebraic である。

両盈 $\begin{cases} y = ax - b \\ y = a'x - b' \end{cases}$

不足適足 $\begin{cases} y = ax + b \\ y = a'x \end{cases}$

盈適足 $\begin{cases} y = ax - b \\ y = a'x \end{cases}$

維乗

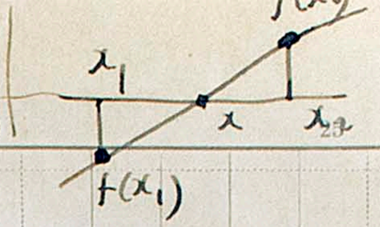
和算の determinant.

関孝和 ［解伏題之法、天和3重訂 1683］

田中由真

井関知辰（算法発揮） 元禄3, 1690　大阪

Leibniz (1693)

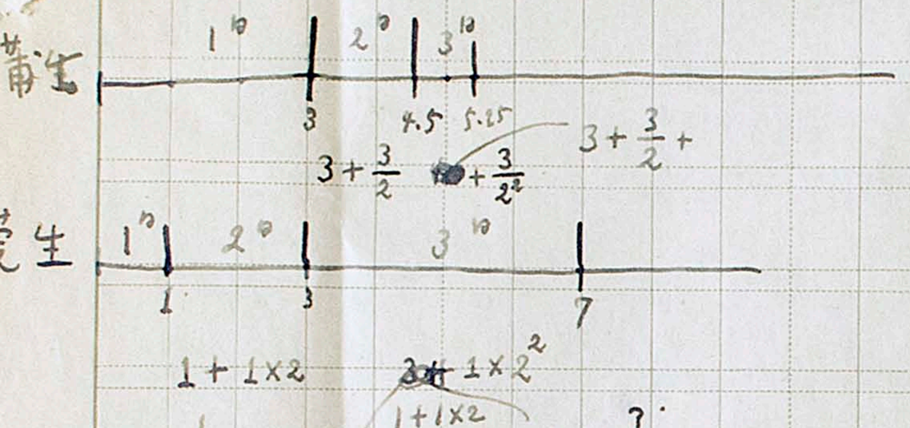


II、意味の擴張、

方程式 $f(x)=0$ の根を求めるのに、x の二つの値 x_1 x_2
$f(x_1)$ $f(x_2)$

$$x = \frac{x_1 \cdot f(x_2) - x_2 \cdot f(x_1)}{f(x_2) - f(x_1)}$$

これは double false position. $f(x)$ を linear $ax+b$ と仮定するので、現代的にいえば linear interpolation によっての solution である。



x	2日目	3日
	4.5尺	5.25
	3	7
$f(x)$	不足1.5 (−1.5)	盈1.75 (+1.75)

x日における長さの差

(1) 蒲生1日長3尺、蒲生日自半
莞生1日長1尺、莞生日自倍 } 幾日で長等？

$$x = \frac{2 \times 1.75 - 3(-1.5)}{1.75 - (-1.5)} = 2\frac{6}{13}\text{日}$$

[exponential funct. によって計算すると
$$x = \frac{\log 6}{\log 2} = 2.5\cdots$$]

(3) 推解

醇酒 一斗 50銭
行酒 一斗 10銭

今30銭で 酒2斗を買った、二種の酒各幾何、

術 醇酒 5升 (25銭) 行酒 1斗5升 (15銭) ならば (40銭となれば) 10銭 [illegible]
2升 1斗8升 ならば 2銭不足

インド、アラビア、16, 17世紀のヨーロッパ。

(2)

3000

15日では 不足 $337\frac{1}{2}$ 里
16〃 多 140里

初日	二日から	
193	193+13,	193+13·2
97	$97-\frac{1}{2}$	$97-\frac{1}{2}\cdot 2$

今有良馬與駑馬發長安至齊、齊去長安三千里、良馬初日行一百九十三里、日增十三里、駑馬初日行九十七里、日減半里。良馬先至齊、復還迎駑馬、問幾何日相逢及各行。

答曰 十五日一百九十一分日之一百三十五而相逢、

漢恵帝以後の帝都

二次方程式

1里 = 300歩
= 300×6尺
= 1800尺
= 300間
= 5町

巻八　方程　以下略　錯糅正負（18問）

（聯立一次方程式）

方程之意味

二元のものは二列に
三元　三列に並べ
方程と称する。

今有上禾三秉、中禾二秉、下禾一秉、実三十九斗。上禾二秉、中……三十四斗
二十六斗。
「上中下禾実、一秉各為行、程、課程也。群物總雜、各列有数。毎行為率、二物者再程、三物者三程、皆如物数程之。並列為行、故謂之方程」。

$$
\begin{array}{ccc|c}
3 & 2 & 1 & 39 \\
2 & 3 & 1 & 34 \\
1 & 2 & 3 & 26
\end{array}
\quad
\begin{array}{l}
\\
\times 3 \\
\times 3
\end{array}
\quad
\begin{array}{ccc|c}
3 & 2 & 1 & 39 \\
6 & 9 & 3 & 102 \\
3 & 6 & 9 & 78
\end{array}
$$

コレヨリ上行ヲ二倍ヲ引ク
上行ヲ一ツヲヒク

$$
\begin{array}{ccc|c}
3 & 2 & 1 & 39 \\
0 & 5 & 1 & 24 \\
0 & 4 & 8 & 39
\end{array}
\quad
\begin{array}{l}
\\
\\
\times 5
\end{array}
\quad
\begin{array}{ccc|c}
3 & 2 & 1 & 39 \\
0 & 5 & 1 & 24 \\
0 & 20 & 40 & 195
\end{array}
$$

コレヨリ二行ノ四倍ヲ引ク

$$
\begin{array}{ccc|c}
3 & 2 & 1 & 39 \\
0 & 5 & 1 & 24 \\
0 & 0 & 36 & 99
\end{array}
$$

下禾 $z = \dfrac{99}{36} = 2\dfrac{3}{4}$ 斗

zを上式に代入して yを求め、次に x を求む。

		||	|||	上禾
||	|||	||	中禾
|||					下禾
=T	≡||||	≡Ⅲ	実

（3行）（3行）

$x+2y+3z=26$　$2x+3y+z=34$　$3x+2y+z=39$

$x+2y+3z=26$　$2x+3y+z=34$　$3x+2y+z=39$

かやうに頭の方から減じて（消去する）を「直除」と呼んだ。

除く

ギリシヤでは、これより後に聯立一次方程式が取扱はれ、Diophantusも特殊な形のみを、特殊の方法で解いたのみで、かくの如き整頓された一般的方法は無かった。

Diophantusの三元一次方程式　（Heath, History of Greek math. Vol. II (1921), p.485以下

$$
\begin{cases}
y+z=a \\
z+x=b \\
x+y=c
\end{cases}
\qquad
\begin{cases}
y+z-x=a \\
z+x-y=b \\
x+y-z=c
\end{cases}
\qquad
\begin{cases}
x+y+z=a \\
x+y=mz \\
y+z=nx
\end{cases}
$$

(Put $\xi=x+y+z$)　(put $x+y+z=2\xi$)

Tropfke III (192[illegible]) p.34-35

インドの ~~[illegible]~~ 特殊的であって、而も軽視された：
この加減法は ヨーロッパでは フランスの Johannes Buteo (1559) に始まる。（18世紀中葉の Bezout, 三上君の説）.

$1A,\quad \frac{1}{3}B,\quad \frac{1}{3}C \;[\,14$

$1B,\quad \frac{1}{4}A,\quad \frac{1}{4}C \;[\,8$

$1C,\quad \frac{1}{5}A,\quad \frac{1}{5}B \;[\,8$

［今日の置換法は Newton の講義 (1673-1683) Universal algebra に始まる。］
支那の算本では、この方法は不便であった。

D.E. Smith は 支那の直除法に determinant の芽があると言う。（之は疑問）。表面的には如何にも determinant の計算に似ておる。— History of math. Vol. II, p.475 (1925).

正負術

正算は赤、負算は黒

（減法？） 同名相除、異名相益、正無入負之、負無入正之。

$(\pm a)-b=\pm(a-b)$, $a-(-b)=a+b$, $0-b=-b$, $0-(-b)=b$.

（加法？） 異名相除、同名相益、正無入正之、負無入負之

$(\pm)a+(\mp b)=a-b$, $(\pm)a+(\pm b)=a+b$, $0+b=b$, $0+(-b)=-b$.

損之曰益、益之曰損

（＝を使用しないのであるから）、之は移項の法則であろう。王氏算本に

損益術

二馬一牛の価 1万銭を過ぐること半馬の価の如く、
一馬二牛 〃 1万銭に満たざること半牛の如し、
牛、馬の価を問ふ。

$$\begin{cases} 2x+1y = 10000+\frac{1}{2}x \\ 1x+2y = 10000-\frac{1}{2}y. \end{cases}$$

{ 一馬半ト一牛ハ 10000銭
{ 二牛半ト一馬ハ 10000銭

$$\begin{cases} 1\frac{1}{2}x+y=10000 \\ x+2\frac{1}{2}y=10000 \end{cases}$$

通分して

{ 三馬二牛ハ 2万銭
{ 二馬五牛ハ 2万銭

數學用原稿紙

牛 2 羊 5 を賣って豚 13 を買へば 1000 半余る、
牛 3 豚 3 〃 羊 9 ~~[illegible]~~ 適足
羊 6 豚 8 〃 牛 5 600 半不足

$$\begin{cases} 2x + 5y - 13z = 1000. \\ 3x - 9y + 3z = 0. \\ -5x + 6y + 8z = -600. \end{cases}$$

直除術以外の解法.

數學用原稿

(1) 異術

$$\begin{cases} 5\,雀 + 6\,燕 = 1\,斤. \\ 4\,雀 + 燕 = 雀 + 5\,燕 \end{cases}$$

$$3\,雀 = 4\,燕.$$

$$\begin{cases} 雀率重 & 4 \\ 燕率重 & 3. \end{cases}$$

意分で解く.

(2)

對減の法 [維乗齊同の法].

古算をなし

$$\begin{cases} 5\,牛 + 2\,羊 = 10\,両 & \times 2 \\ 2\,牛 + 5\,羊 = 8\,両 & \times 5 \end{cases}$$

為同齊頭位

$$\begin{cases} 10\,牛 + 4\,羊 = 20 \\ 10\,牛 + 25\,羊 = 40 \end{cases}$$

麻 麦 菽 荅 黍

(3) 劉徽の方程新術

$$\begin{aligned} 9x + 7y + 3z + 2u + 5v &= 140 \\ 7x + 6y + 4z + 5u + 3v &= 128 \\ 3x + 5y + 7z + 6u + 4v &= 116 \\ 2x + 5y + 3z + 9u + 4v &= 112 \\ 1x + 3y + 2z + 8u + 5v &= 95 \end{aligned}$$

まづ右辺ヲ 0 ニ導キ乃至 各々乗減セテ

$x : y : z : u : v$ ヲよせん

共立社出版部原稿用紙 4. 8. 10.000. P. I

Van Hée, Monthly. (1926)

[等値の ~~A=B~~ の作法 記號は Newton, Maclaurin, Euler, Lacroix へなし、それは十九世紀以後のものである]

Equations, Fang-ch'eng.

The term "Fang" means "to compare", and "ch'eng" means "system" or "form". The title refers to the solution of numerical linear equations with two or more unknowns. No theory is given, showing that the Chinese had merely borrowed a mechanical method from foreign source.

方程章 第十三問

五家共井

$2甲 = 井 - 乙$
$3乙 = 井 - 丙$
$4丙 = 井 - 丁$
$5丁 = 井 - 戊$
$6戊 = 井 - 丁$

サバ一組ノ答ヲ書イテ居ル。

二〜八 四ケ分

不定方程式

以縄 高深廣遠 (24問)

巻九、句股

(直角三角形、相似形、その他、中に 二次方程式もある)。

幾何学上の目的、

今有句三尺、股四尺、問為弦幾何。

答曰五尺。

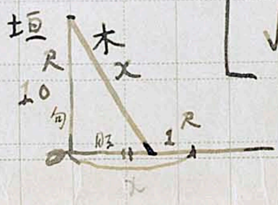
術曰句股各相乗并(アハセテ)而

開方除之即弦。

劉徽の説によれば、凡て幾何学的に取扱ったらしく、そして公式(の術文)を得た[ものらしい] この点は ギリシャと似た所もないでもない。

[句股弦の整数解を域の萌芽とも見做すべきものである。(~~…~~)]

(1)



$$\left[\sqrt{x^2-10^2}+1=x.\right.$$

一次方程式

$$-10^2+x^2=x^2-2x+1.$$

$$\left.2x=10^2+1\right]$$

$$x=\frac{10^2+1}{2}.$$

術曰、解法

$$\text{弦}-\text{股}=1$$

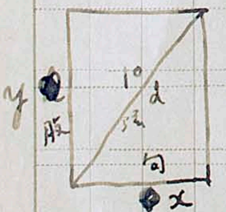
$$\text{句}^2=\text{弦}^2-\text{股}^2=10^2$$

$$\therefore \text{弦}+\text{股}=\frac{10^2}{1}$$

(2) 戸の高さ(l)は幅(x)よりも 6尺8寸高く、(l)

その対角線は $10^{尺}$ (d) である。幅及び高さを求む

(両隅相去る)



$$y=x+6.8$$

$$y^2+x^2=10^2.$$

$$\cancel{x^2+(x+6.8)^2=10^2}$$

$$x^2+6.8x-\frac{10^2-6.8^2}{2}=0.$$

$b=2^{尺}8寸$

(高=9尺6寸)

$$x^2+lx-\frac{d^2-l^2}{2}=0.$$

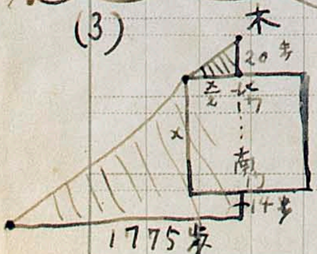
帯従開方によって

Horner

術曰

$$b=\sqrt{\frac{1}{2}\left[d^2-2\left(\frac{l}{2}\right)^2\right]}-\frac{l}{2}$$

(3)



(歩=6尺)

$$\frac{x}{20}=\frac{1775}{x+20+14}$$

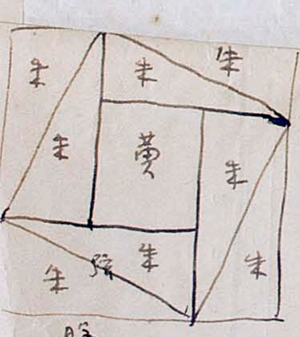
$$x^2+(14+20)x-2\times20\times1775=0.$$

$x=250$ 歩

$$\left[x^2+(284-250)x-250\times284=0\right]$$

$$x^2-[250+(-284)]x+250\times(-284)=0$$

私見



按圖為位弦冪適滿万寸倍之減句股差冪開方除之其所得即高廣并數

$$\cancel{-(股^2+句^2)-2(句股)}$$
$$\cancel{=2句股}$$
$$\cancel{句^2+股^2+}$$
$$\cancel{=(句+股)^2}$$

$$2\cdot 弦^2 = 2\cdot 黄 + 8\cdot 朱$$

$$(股-句)^2 = 黄$$

$$\overset{l}{股-句 = 6.8}$$

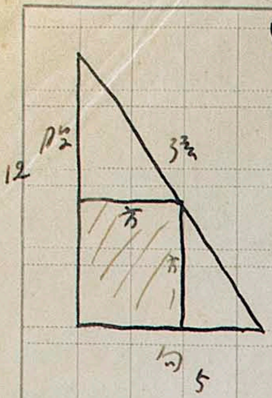
$$2\cdot 弦^2 - (股-句)^2 = 黄 + 8朱 = (句+股)^2$$

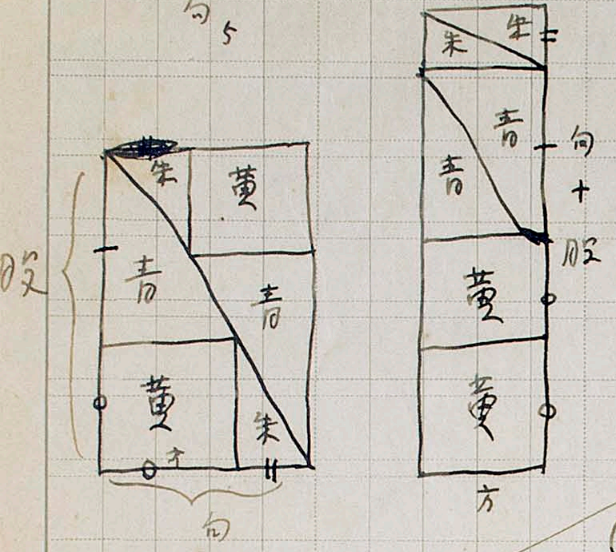
$$句+股 = \sqrt{2\times \overset{d}{10}^2 - (\overset{l}{6.8})^2}$$

$$\cancel{股}句 = \frac{\sqrt{2d^2-l^2}-l}{2}$$

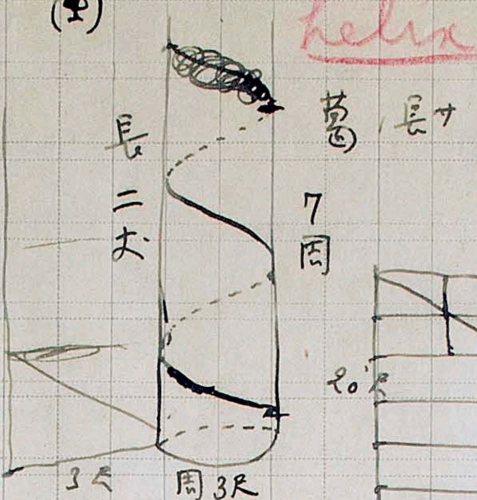
(5)

$$方 = \frac{句 \cdot 股}{句 + 股}$$

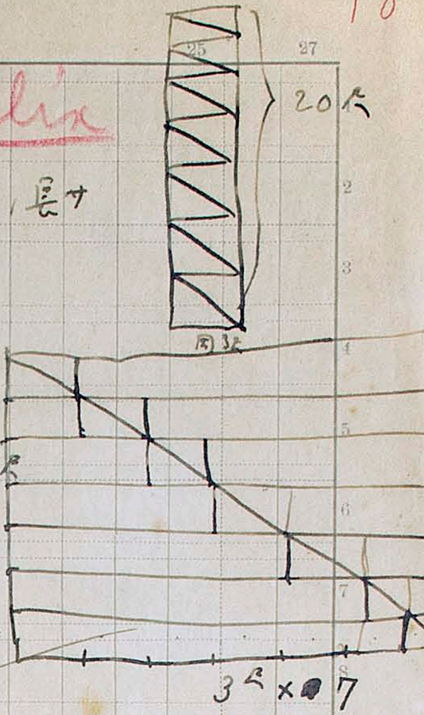




(7)

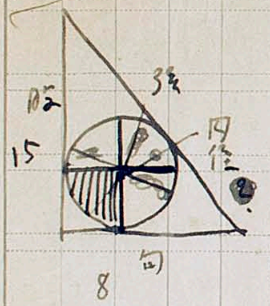


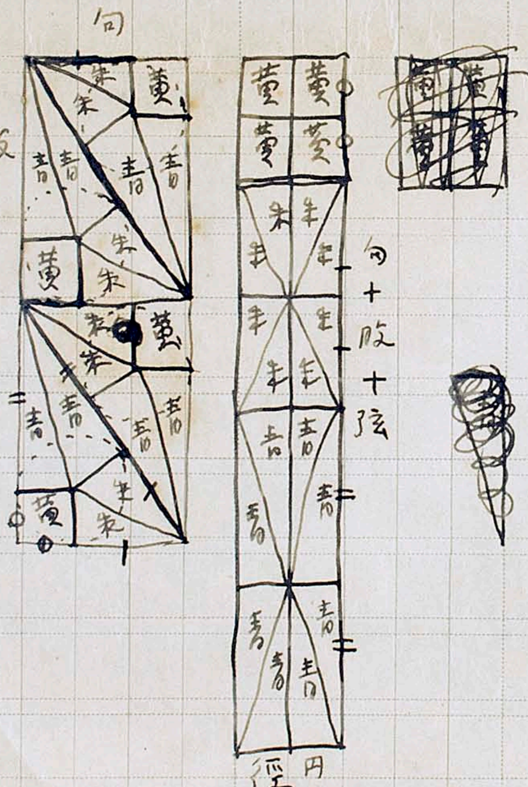
helix



$$円径 = \frac{2句 \cdot 股}{句 + 股 + 弦}$$

(6)





Van Hée (1926) は、支那の句股容方の研究を誤解している

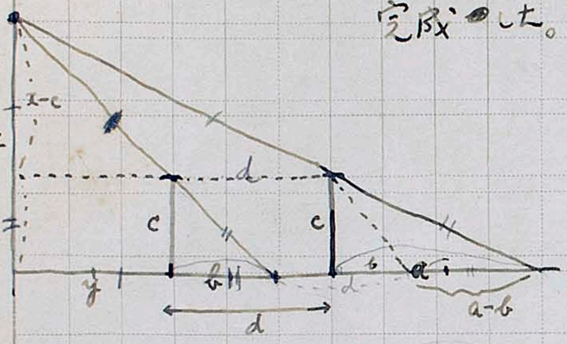
It involves nothing of any difficulty or novelty.

第四節 其他の数学書に就いて

I 海島算經(魏の劉徽 263)

(重差術) 測量術で9問題があり、皆相似三角形の比較によって解を得るものである。

遠くは戦国以前に始まる。本書によって完成した。(三角法?)



$$\frac{x-c}{c} = \frac{d}{a-b} = \frac{y}{b} = \frac{d}{a-b}$$

$$x = \frac{cd}{a-b} + c,$$

$$y = \frac{bd}{a-b}$$

第一題

今有望海島。立両表、斉高三丈、前後相去千歩。令後表与前表参相直。従前表却行一百二十三歩、人目著地、取望島峯、与表末参合。従後表却行一百二十七歩、人目著地、取望島峯、亦与表末参合。問島高及去表各幾何。

(表…標竿)

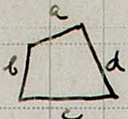
術曰、以表高乗表間為実。相多為法、除之、所得加表高、即得高。

この書によって簡単な測量の principle は殆んど完成したものと云はれてゐる。

役人或いは役所

Ⅱ. 五曹算経

田曹（田地の面積）



$A = \frac{a+c}{2} \cdot \frac{b+d}{2}$ （エジプト）

兵曹（兵士の徴集、食糧、給與の配布、牛馬の食料 等）

集曹（穀物及び貨物の計算）　租税を徴する。

倉曹（倉穀の計算、穀類の收穫、田租税）

金曹（金銭、貨物の代價及び目方）。

Ⅲ. 孫子算経

記数法、籌算による計算法、の詳説ある。

問題は種々雑多、遊戯的のものが多くある。　日本の鶴亀算の祖

今有雉兎同籠，上有三十五頭，下有九十四足，問雉兎各幾何。

今有物不知数，三三数之賸二，五五数之賸三，七七数之賸二，問物幾何。答曰二十三

linear congruence.

術　三ニテ割ッタトキノ餘 (a) ニ 70 ヲカケ
五 (b) 21
七 (c) 15 ヲカケテ
之ヲ合ハセルコト。但シ其合計ガ 106 ヨリ大ナルトキハ、105 ヲ幾回モ減ジテ答トセヨ。

$$N = 3l + a,\quad N = 5m + b,\quad N = 7n + c.$$

$$106N = 210l + 105m + 105n + 70a + 21b + 15c$$

$$N = 105(\underbrace{2l + m + n - N}) + 70a + 21b + 15c.$$

和算の百五減算　俗間では大いに行はる。

13世紀の秦九韶　大衍求一術

今有雉兎同籠，上有三十五頭，下有九十四足，問雉兎各幾何。

IV 張邱建算經

等差級數

初項 a　末項 l　項數 n　和 s　公差 d

$$S = \frac{a+l}{2} \times n. \qquad d = \frac{1}{n-1}\left(\frac{2s}{n} - 2a\right).$$

百鷄術

今有鷄（翁）一直錢五、鷄母一直錢三、鷄雛三直錢一、凡百錢買鷄百隻、問鷄翁母雛各幾何。

三ツノ答

翁	8	12	4
母	11	4	18
雛	81	84	78

術ニ曰ク「鷄翁ハ毎ニ4ヲ増シ、鷄母ハ毎ニ7ヲ減ジ、鷄雛ハ毎ニ3ヲ益ス、即チ得」

一組以上の答ある問題

indeterminate eq.

$$\begin{cases} 5x + 3y + \frac{1}{3}z = 100 \\ x + y + z = 100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15x + 9y + z = 300 \\ x + y + z = 100 \end{cases}$$

$$14x + 8y = 200.$$

$$\begin{cases} 7x + 4y = 100 \quad \| \\ 7x_0 + 4y_0 = 100 \\ \therefore \\ \frac{x - x_0}{4} = \frac{y - y_0}{-7} = m. \end{cases}$$

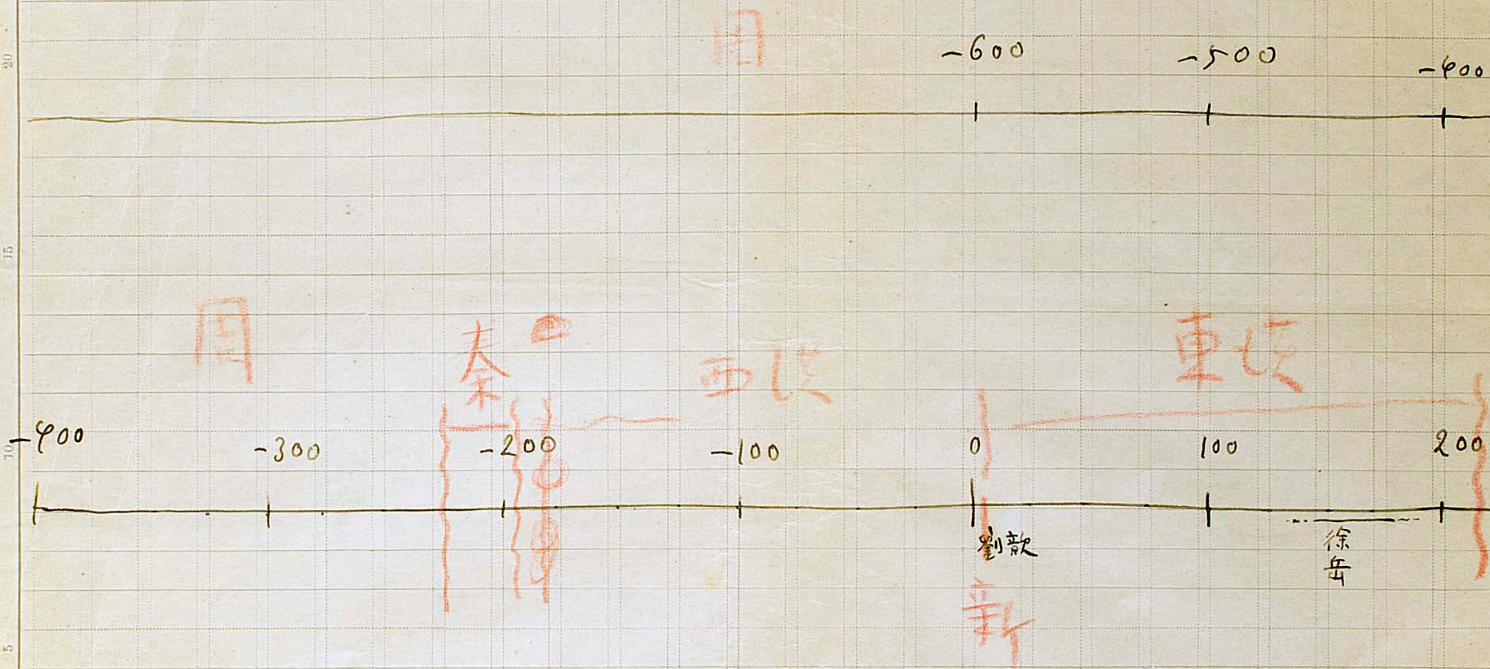
$$\begin{cases} x + y + z = 100 \\ x_0 + y_0 + z_0 = 100 \end{cases}$$

$$(x - x_0) + (y - y_0) + (z - z_0) = 0$$

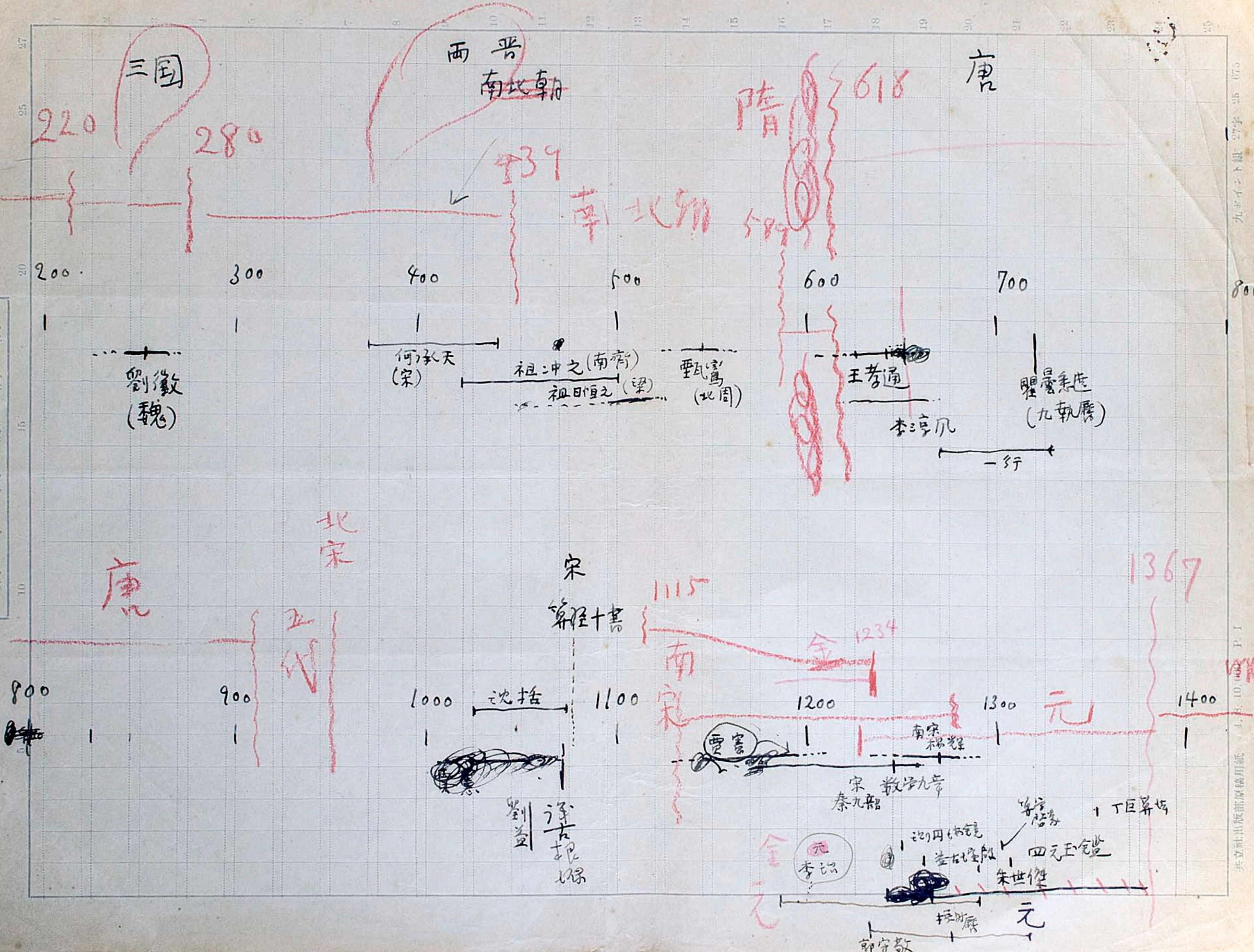
$$z - z_0 = 3m.$$

$$\begin{cases} x = x_0 + 4m, \\ y = y_0 - 7m \\ z = z_0 + 3m \end{cases}$$

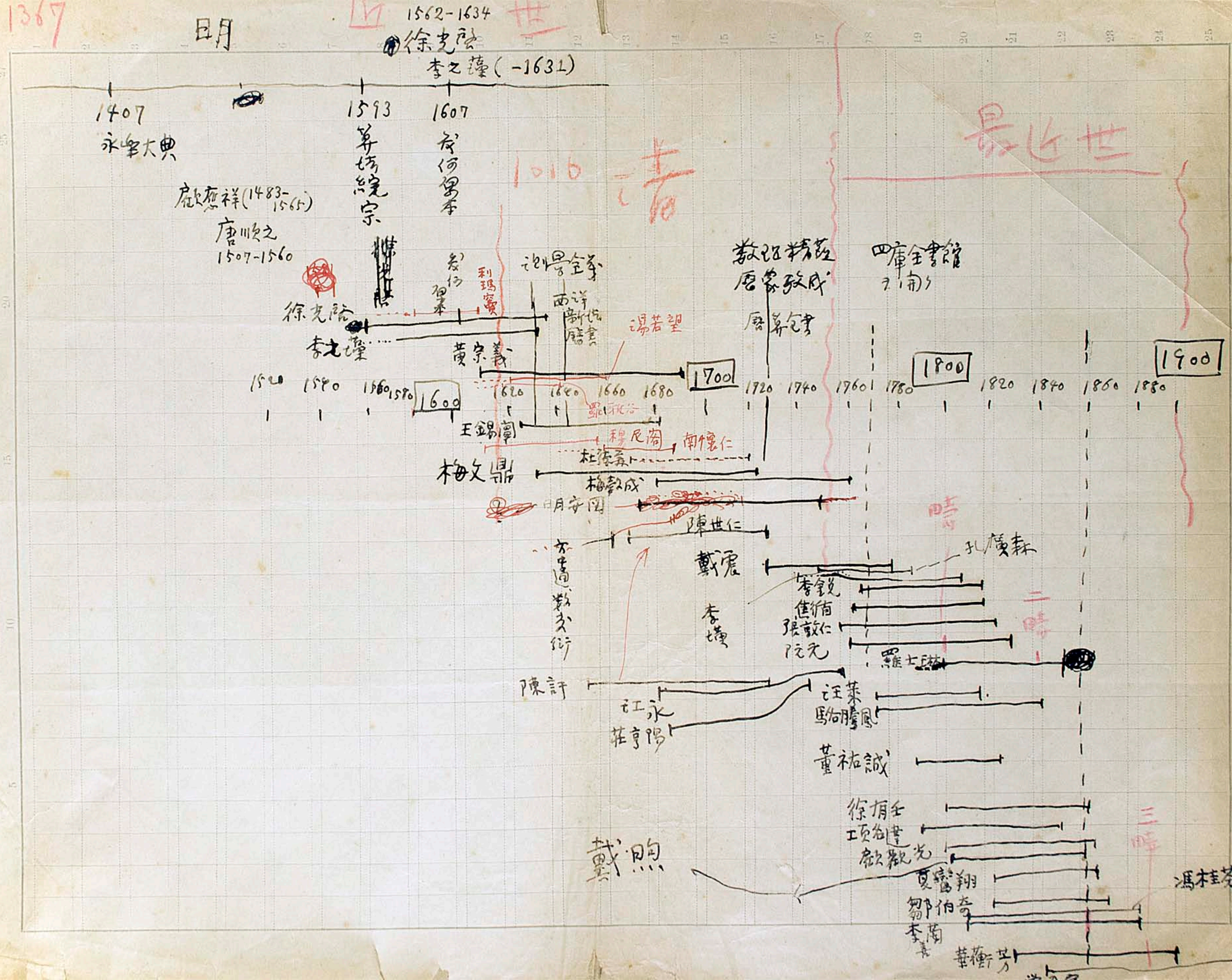
數學用原稿紙



數學用原稿紙



三国
西晋
南北朝
220
280
439
南北朝
隋
618
唐
589
200
300
400
500
600
700
800
劉徽
(魏)
何承天
(宋)
祖冲之(南斉)
祖暅之(梁)
甄鸞
(北周)
王孝通
李淳風
瞿曇悉達
(九執暦)
一行
唐
北宋
五代
宋
算経十書
1115
南宋
金
1234
元
1367
800
900
1000
沈括
1100
1200
1300
1400
劉益
賈憲
南宋
楊輝
宋
秦九韶
数学九章
算学啓蒙
丁巨算法
測円海鏡
益古演段
四元玉鑑
朱世傑
元
李冶
授時暦
元
郭守敬


1367
明
1562-1634
徐光啓
李之藻(-1631)
1407
永樂大典
1593
算法統宗
1607
幾何原本
1616
清
最近世
顧應祥(1483-1565)
唐順之
1507-1560
利瑪竇
徐光啓
李之藻
黄宗羲
西洋新法暦書
湯若望
數理精蘊
暦象考成
四庫全書館
1600
1700
1800
1900
1620
1640
1660
1680
1720
1740
1760
1780
1820
1840
1860
1880
王錫闡
穆尼閣
南懷仁
杜德美
梅文鼎
梅瑴成
明安図
陳世仁
數度衍
戴震
孔廣森
李鋭
焦循
張敦仁
阮元
李潢
羅士琳
陳訏
江永
莊亨陽
汪萊
駱騰鳳
董祐誠
徐有壬
項名達
戴煦
夏鸞翔
鄒伯奇
李善蘭
華蘅芳
馮桂芬
二
三

數學用原稿紙