

中学校における「2次方程式の解の公式」の取扱い

— 2次方程式の解の公式は基礎・基本か —

東京中野区立第二中学校

大澤 弘典

1. はじめに

2002年からの中学校数学の教育課程で、「2次方程式の解の公式(以下、解の公式と略記)」が削除される。週5日制に伴う授業時間全体数の削減、総合的な学習の時間の特設といった状況を受け、数学の授業時間数は従来に比べ2割程度削減され、数学の学習内容も大幅に削減される。それらの改訂作業の中で、解の公式が削減されることになった。

そのような経緯に留意しつつも、解の公式を積極的に中学校の授業で教えるべきであると私は考えている。そのような立場から、本稿では、解の公式を実際にどのように授業に位置付けるのかを述べる。

2. 「解の公式による解法」と「因数分解の利用による解法」の相補的な扱い

なぜ解の公式を教える必要があるのか。学習者にとってどのような価値があるのか。教師は、内在する思想として何を教えるのか。

それらの問いに対し、近視的な必要性の観点から「解の公式による解法」と「因数分解の利用による解法」の相補的な扱いの重要性をまず強調したい。

2002年からの教育課程では、2次方程式を次のように因数分解の利用によって解くことになる。

＜因数分解の利用による解法例＞

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x-2)(x-3) = 0$$

$$x-2=0 \text{ または } x-3=0$$

$$\text{したがって, } \underline{x=2, x=3}$$

因数分解の利用による場合、確かにそこでの計算等の扱いは容易なものとなる。しかしながら、因数分解を利用できる2次方程式は特別な場合であるため、扱う問題の数値等を因数分解可能なものに限定しなければならない。その欠点が解消するため、解の公式による解法が必要であるという説明は、生徒への一つの説得になるであろう。一方で、解の公式のみに頼るのも望ましいことでない。式の様子に応じ、それぞれの解法の特徴を相補的に生かしつつ解決を図れることが基礎・基本の一つと考える。

解の公式による解法と因数分解の利用による解法の特徴

	因数分解の利用による解法	解の公式による解法
計算の難易性	容易	困難(面倒)
解法の一般性	特殊	一般

3. 2次方程式の解の公式に潜む数学的な見方・考え方

前項で述べた相補的な扱いは、2次方程式を問題解決の道具として活用を図ることを前提とした議論である。ここでは、2次方程式の解の公式そのものに潜む数学的な見方・考え方の素晴らしさに目を向けてみる。教科書(大阪書籍, 中学校3年)では、2次方程式の解の公式は次のように導かれている。

$$ax^2 + bx + c = 0$$

x^2 の係数を1にするために、

両辺を a でわると

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$\frac{c}{a}$ を移項すると

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

両辺に $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ を加えると

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

したがって

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

すなわち、解は

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

解の公式を導き出す過程で、平方完成の式変形や平方根の考え等を駆使していることがわかる。たとえ、生徒自らが公式をそのように編み出せなくとも、式変形の過程を鑑賞しそれらの数学的な見方や考え方を味わう意味は大きいと考える。

さらに、2次方程式の解の公式に現れる根号に注視すると、2乗して負になる数が避けて通れない問題となつてクローズアップされてくる。それはかつて、多くの数学者が「虚の数」としてためらった数である。虚数 i の発明(発見)の素地がここに垣間見られる。話は2次方程式に留まらず、3次方程式、4次方程式、…といった高次方程式の代数的解法へと関心は広がりうるであろう。

4. おわりに

そもそも、数学とは単に計算の仕方、問題の解き方を学ぶだけの学問でなく、見方や考え方そのものにこだわっていく学問と私は考えている。2次方程式の解の公式には、こだわるだけの見方や考え方が内在しており、中学校で取り上げる意義は少なからずあると考える。

指導内容の指針となる学習指導要領に、2次方程式の解の公式が必修項目として取り上げられていないからといって、消極的になる必要はない。生徒の状況を踏まえつつ、解の公式の素晴らしさを感じ得る指導者(教師)ならば、学習指導要領を最低目標と捉え、自信を持って積極的に授業で取り上げていけばよいと考える。そのような授業は、生徒にとり多少の困難さは伴うであろうが魅力ある授業となると確信する。